

การวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์เกี่ยวกับตำแหน่งสเตรนเกจบน โหลดเซลล์รูปวงแหวนกลม

Finite Element Analysis of Strain Gauges Location on Circular Ring Load Cell

ฐิตะพล หุยนันท์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร กรุงเทพฯ 10530

ติดต่อ: โทรศัพท์: 0-2988-3655 โทรสาร: 0-2988-3666 ต่อ 3106

E-mail: thuyanan@mut.ac.th

Manuscript received September 25, 2017,

Revised November 12, 2017.

บทคัดย่อ

เนื่องจากการนำเสนอเชิงวิเคราะห์เกี่ยวกับตำแหน่งสำหรับติดตั้งสเตรนเกจบนโหลดเซลล์รูปวงแหวนรูปวงกลมที่สามารถใช้วัดทั้งแรงตามแนวรัศมีและแรงในแนวสัมผัส ณ ขณะเดียวกันได้อย่างเที่ยงตรงและแม่นยำนั้นยังมียังอยู่อย่างจำกัดและไม่แพร่หลายนัก ดังนั้นบทความนี้จึงได้นำการวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ศึกษาตำแหน่งเชิงมุม θ_r และ θ_t ที่เหมาะสมในการติดตั้งสเตรนเกจบนโหลดเซลล์รูปวงแหวนกลมสำหรับวัดแรง F_r และ F_t ในแนวรัศมีและตามแนวสัมผัส โดยพิจารณาจากการวิเคราะห์ความเค้นรอบวง σ_θ^o และ σ_θ^i ณ ตำแหน่งเชิงมุม θ ใดๆ ทั้งที่ผิวนอกและผิวในของโหลดริง ประกอบกับการวิเคราะห์ความแกร่งของโหลดริงในการรับภาระต่างๆ แปรกรณี จากผลการสืบหาสามารถสรุปได้ว่า วงจรแปลงสัญญาณแรงแต่ละแกนของโหลดเซลล์รูปวงแหวนกลมควรเป็น วงจรแบบครึ่งบริดจ์ (Half bridge circuit) เนื่องจากตำแหน่งเชิงมุมทั้งที่ผิวนอกและผิวในของโหลดริงซึ่งให้ค่าความเครียดต่ำสุดที่ใกล้เคียงกันด้วยค่า FoS ที่สูงกว่า 2.0 มีแค่ 2 จุดเท่านั้น โดยตำแหน่งเชิงมุมที่เหมาะสมในการติดตั้งสเตรนเกจถูกนำเสนอไว้ในส่วนสรุปของบทความนี้ด้วยข้อสังเกตสำคัญที่พบคือ ไม่มีความเป็นไปได้ที่จะกำหนดตำแหน่งของ RG_t ณ ที่ไม่มีการรบกวนจากแรง F_r ได้เลย ดังนั้นจึงต้องแยกสัญญาณ V_t ออกมาจากสัญญาณที่ได้จากตำแหน่งนั้นด้วย

คำสำคัญ: โหลดเซลล์รูปวงแหวนกลม เครื่องมือวัดแรง สเตรนเกจ

ตำแหน่งติดตั้ง การวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์

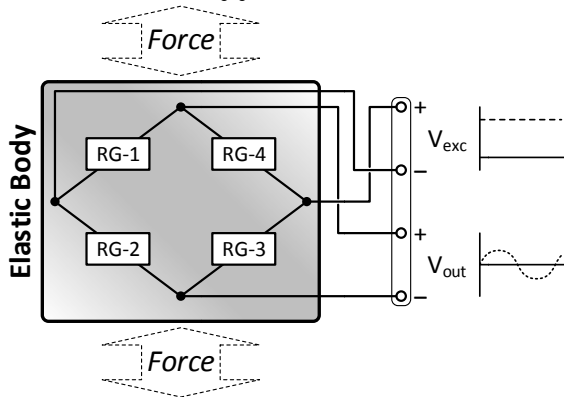
ABSTRACT

Since a limited number of published works about strain gauges location on a circular ring load cell which can measure both radial force F_r and tangential force F_t at a same instance. This paper implemented a finite element analysis on an investigation of a suitable angular location θ_r and θ_t for installing strain gauges on a load ring that can be used for measuring both aforementioned forces. An analysis of circular stresses σ_θ^o and σ_θ^i on outer and inner surfaces as well as a stiffness analysis were required to conduct on 8 different loading cases. An investigation results concluded that the force transducing circuit should be a Half-bridge circuit since there are 2 locations either on outer or inner surfaces that provide their lowest strains at a near level with FoS over 2.0. This paper also presents the most practical locations in its summarized table. It is worth noting that it is impossible to locate RG_t on any locations without a cross interfering effect from the force F_r . Thus it is required to distinct the V_t signal out of the measuring signal from that particular location.

Keywords: Circular ring load cell, Force transducer, Strain gauges, Installing location, Finite element analysis

1. บทนำ

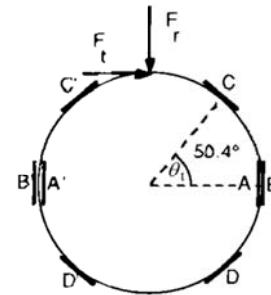
โหลดเซลล์ (Load cell) หรือ ตัวแปลงสัญญาณแรงยืดหยุ่น (Elastic force transducer) ถูกพัฒนาขึ้นมาใช้งานอย่างหลากหลายตั้งแต่ช่วงปลายทศวรรษ 1960 ทั้งด้านการศึกษา อุตสาหกรรม เกษตรกรรม การขนส่ง และการแพทย์ เป็นต้น ส่วนประกอบพื้นฐานของโหลดเซลล์ (ดังรูปที่ 1) ได้แก่ ตัวตรวจจับสนแรง (Force sensing body) ซึ่งนำ Elastic element มาใช้รับแรง และ วงจรแปลงแรงเป็นสัญญาณไฟฟ้า (Force transducing circuit) ซึ่งเป็นการนำวงจรวีลสโตนบริดจ์ (Wheatstone bridge circuit) มาประยุกต์ใช้กับสเตรนเกจ (Strain gauge) ที่ถูกติดตั้งอยู่ ณ ตำแหน่งที่เหมาะสมบน Elastic element แม้โหลดเซลล์จะถูกแบ่งออกได้หลายประเภทตามรูปร่างของ Elastic element เช่น ทรงคาน ทรงกระบอก ทรงตัวเอส ทรงแพนเค้ก และทรงวงแหวน เป็นต้น อย่างไรก็ตาม โหลดเซลล์ทุกประเภทยังคงใช้วงจรบริดจ์ของสเตรนเกจในการแปลงแรงเป็นสัญญาณไฟฟ้า



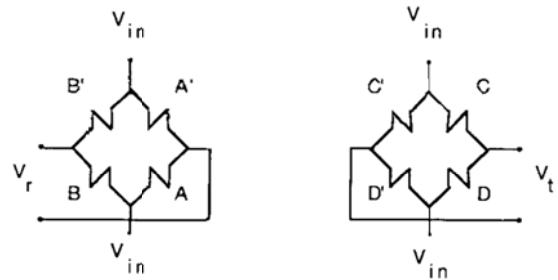
รูปที่ 1 ส่วนประกอบพื้นฐานของโหลดเซลล์

เครื่องทดสอบภาระ (Dynamometer) คือการประยุกต์ใช้งาน โหลดเซลล์เพื่อวัดและแสดงค่าของภาระประเภทแรงและ/หรือแรงบิด ทั้งหนึ่งแกนและหลายแกน Kroencke และ Hull [1] ได้ชี้ให้เห็น ตั้งแต่ปี 1989 แล้วว่า Elastic element แบบรูปวงแหวน เป็นที่ นิยมนำมาใช้สร้างเครื่องทดสอบภาระแบบสเตรนเกจสำหรับวัดภาระ หลายแกนเนื่องจากอัตราส่วนความไวต่อความแกร่ง (Sensitivity-to-stiffness ratio) สูงและความสามารถในการแสดงผลของแรงได้ 2 แกนดังที่ได้ถูกแสดงไว้ในงานปี 1978 ของ Barber [2] และเมื่อ พิจารณาวงแหวนเป็นรูปวงกลมแบบบางตามทฤษฎีความเค้นของ Timoshenko แล้ว (ดังรูปที่ 2) จะพบว่า แรงตามแนวรัศมี (Radial force) F_r ทำให้เกิดความเครียดเป็นศูนย์ ณ จุด C, C', D และ D' ขณะเดียวกันก็เกิดผลให้เกิดความเครียดซึ่งแปรผันตรงกับ F_r ขึ้น ณ จุด A, A', B และ B' ในทำนองเดียวกัน แรงในแนวสัมผัส (Tangential force) F_t ก็ทำให้เกิดความเครียดเป็นศูนย์ ณ จุด A,

A', B และ B' ขณะเดียวกันก็เกิดผลให้เกิดความเครียดซึ่งแปรผัน ตรงกับ F_t ขึ้น ณ จุด C, C', D และ D' ดังนั้นถ้าติดตั้งสเตรนเกจ จำนวน 4 ตัว ณ แต่ละชุดตำแหน่งดังกล่าวในลักษณะที่เชื่อมต่อกัน เป็นวงจรแบบฟูลบริดจ์ (Full bridge circuit) ก็จะทำให้สามารถวัด สัญญาณ V_r และ V_t ของแรงทั้งสองได้โดยไม่มีการรบกวนระหว่าง กัน (Cross interference) โดยใช้ Elastic element เพียงอันเดียว



(a) Strain gage locations on a ring.



(b) Wheatstone bridge circuits used to measure radial and tangential loads.

รูปที่ 2 ตำแหน่งติดตั้งสเตรนเกจบนโหลดเซลล์รูปวงแหวน และการ เชื่อมต่อกันเป็นวงจรวีลสโตนบริดจ์ [1]

อย่างไรก็ตามจากงานคำนวณเชิงไฟไนต์เอลิเมนต์ในปี 1978 ของ Ito และคณะ [3] ที่อัตราส่วนความหนาต่อรัศมี t/r ของวง แหวนรูปวงกลมเท่ากับ 0.1 พบว่า ระยะเชิงมุม θ_t ของจุด C จาก ตำแหน่งเชิงมุมของจุด A และ B ตามรูปที่ 2 มีค่าเท่ากับ 50.5° ซึ่ง สอดคล้องกับทฤษฎีความเค้นของวงแหวนแบบบาง Rahman และ Rahman [4] ในปี 2005 ได้จำลองการรับแรงกด F_r ของโหลดริง ด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาเอง และพบว่า ระยะเชิงมุม θ_t ของจุด C ดังกล่าวคือ 51° โดยค่าของความเครียด ณ จุดนั้นมีค่าต่ำสุดแต่ไม่ เป็นศูนย์เนื่องจากมีโมเมนต์ดัดขนาด 1.15% ของค่าสูงสุดปรากฏอยู่ ในปี 2007 Chen และคณะ [5] ได้วิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์ กรณีการรับแรงกด F_r ของโหลดริงแบบเต็มวงเทียบกับกรณาทดลอง โดยผลลัพธ์ที่ได้ยืนยันว่า ตำแหน่งเชิงมุม θ_t ของจุด A, A', B และ B' ตามรูปที่ 2 นั้นเหมาะสำหรับติดตั้งสเตรนเกจที่ใช้ในการวัด ค่าแรง F_r แม้จะไม่ใช้ตำแหน่งซึ่งเกิดความเครียดสูงสุดก็ตาม ในปี

2011 และ 2015 Kumar และคณะ [6-7] ได้ออกแบบสร้างโหลด เซลล์รูปวงแหวนกลม class 00 ซึ่งผ่านตามาตรฐาน ISO 376-2004 โดยใช้การวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อพิจารณาโหลดครึ่งหนึ่งใน สี่วงภายใต้แรง F_r พบว่าความเครียดต่ำสุดเกิดขึ้น ณ รัศมีเชิงมุม θ_t ของจุด C เท่ากับ 50.4° และ ตำแหน่งเชิงมุม θ_r ของจุด A, A', B และ B' ซึ่ง θ มีค่าเท่ากับ 0° เป็นจุดที่เหมาะสมแก่การติดตั้ง สเตรนเกจที่ใช้ในการวัดค่าแรง F_r นอกจากนี้เมื่อพบทวนงานอื่นๆ ที่ เกี่ยวข้องก็พบว่า การนำเสนอเชิงวิเคราะห์เกี่ยวกับตำแหน่งสำหรับ ติดตั้งสเตรนเกจบนโหลดเซลล์รูปวงแหวนรูปวงกลมที่สามารถใช้วัดทั้ง แรงตามแนวรัศมีและแรงในแนวสัมผัส ณ ขณะเดียวกันได้อย่าง เทียบตรงและแม่นยำนั้นยังมีอยู่อย่างจำกัดและไม่แพร่หลายนัก ดังนั้นบทความนี้จึงได้นำการวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้สืบหา ตำแหน่งเชิงมุม θ_r และ θ_t ที่เหมาะสมในการติดตั้งสเตรนเกจบน โหลดเซลล์รูปวงแหวนกลมสำหรับวัดแรงสองแกนข้างต้น

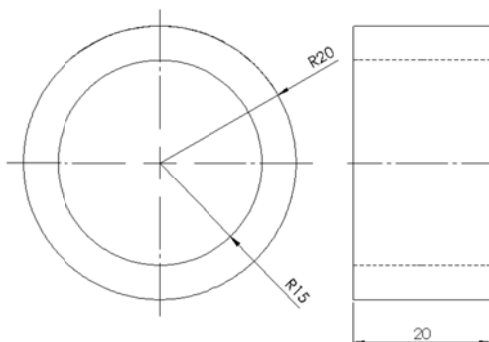
2. โหลดเซลล์วัดแรงสองแกนรูปวงแหวนกลม

เมื่อต้องการออกแบบใช้งานวงแหวนรูปวงกลมเพียงอันเดียวเป็น Elastic element สำหรับวัดแรงสองแกน ดังนั้นจึงจำเป็นต้อง พิจารณาประเด็นสำคัญนอกเหนือจากการประเมินการเกิดความเค้น von Mises สูงสุด และการประเมินความไวในการวัดแรงแต่ละแกน ดังต่อไปนี้

- (1) ตำแหน่งเชิงมุมที่เกิดความเครียดต่ำสุดในแต่ละแกน
- (2) ค่าความเครียดที่ผิวด้านในและผิวด้านนอก ณ ตำแหน่งนั้น
- (3) การรบกวนระหว่างกันของแรงทั้งสอง ณ ตำแหน่งนั้น

2.1 โหลดครึ่ง

ขนาดและวัสดุของโหลดครึ่งสำหรับงานวิจัยนี้กำหนดตามแนวการ ออกแบบทางเลือกสำหรับโหลดครึ่งรูปวงกลมของ Huyanana ซึ่ง นำเสนอไว้ใน ปี 2016 [8] โดยเงื่อนไขออกแบบตั้งต้นที่ต้องการคือ รัศมีภายนอก 20mm รับแรงกดสูงสุดได้ 2000N ณ รัศมีโก่งสุทธิตั้ง ไม่เกิน 0.3000mm ด้วย Factor of safety เท่ากับ 1.3

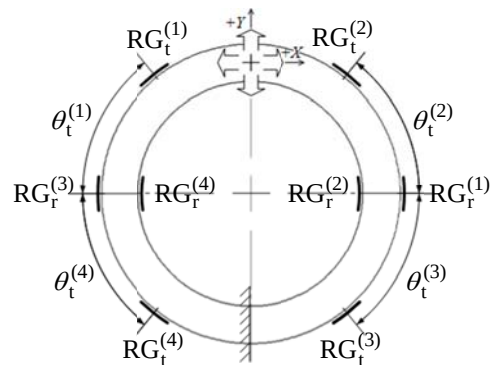


รูปที่ 3 Elastic element ทรงวงแหวนรูปวงกลม
Al 6061-T6511

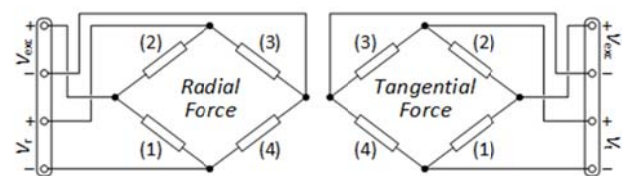
โดยผลลัพธ์ที่ได้คือ ถ้าใช้ Aluminium alloys Al 7075-T6 ที่ Young's modulus และ Yield strength มีค่าเท่ากับ 72GPa และ 500MPa ตามลำดับ มาเป็นวัสดุสำหรับทำ Elastic element ก็จะได้โหลดครึ่งรูปวงแหวนกลมที่มีรัศมีภายนอก 20mm หนา 5mm ซึ่ง ทำให้อัตราส่วน t/r เท่ากับ 0.25 และ กว้าง 20mm โดยสามารถ รับแรงกดสูงสุดได้ 2000N ที่รัศมีโก่งสุทธิ 0.2875mm (ดังรูปที่ 3)

2.2 วงจรแปลงสัญญาณแรง

ผลเฉลยจากทฤษฎีความเค้นของวงแหวนแบบบางหน้าตัดคงที่ [1] แสดงให้เห็นว่า โมเมนต์ดัดจากแรง F_r จะเป็นศูนย์ ณ ตำแหน่ง เชิงมุม $\theta_t^{(1)}$, $\theta_t^{(2)}$, $\theta_t^{(3)}$ และ $\theta_t^{(4)}$ ค่าเดียวกัน ซึ่งในทางปฏิบัติ นิยมใช้ค่ามุมในช่วง $50^\circ \leq \theta_t \leq 51^\circ$ และใช้สเตรนเกจ RG_t ทั้งสี่ มาต่อเชื่อมกันแบบฟูลเกจ (ดังรูปที่ 4) โดยสมมติว่าสัญญาณที่ได้ จากสเตรนเกจทุกตัวเท่ากัน แต่สัญญาณจาก $RG_t^{(1)}$ และ $RG_t^{(3)}$ จะกลับขั้วกับสัญญาณจาก $RG_t^{(2)}$ และ $RG_t^{(4)}$ สำหรับแรงที่วัด ได้จากวงจรนี้จะมีค่าเป็นบวกเมื่อแรงลัทธิในแนวสัมผัส F_t มีทิศ +X ซึ่งทำให้เกิดความเค้นอัดขึ้นที่ตำแหน่ง $RG_t^{(1)}$ และ $RG_t^{(3)}$ ขณะที่เกิดความเค้นดึงขึ้นที่ตำแหน่ง $RG_t^{(2)}$ และ $RG_t^{(4)}$



(a) ตำแหน่งการติดตั้งสเตรนเกจแต่ละชุดที่กึ่งกลางความกว้าง



(b) วงจรแบบฟูลบริดจ์สำหรับแปลงสัญญาณแรงแต่ละชุด

รูปที่ 4 ตำแหน่งทั่วไปของสเตรนเกจและชุดวงจรแปลงสัญญาณของ การวัดแรงสองแกนด้วยโหลดครึ่ง

ในทำนองเดียวกันพบว่า โมเมนต์ดัดจากแรง F_t จะเป็นศูนย์ ณ ตำแหน่งเชิงมุม $\theta_r^{(1)}$, $\theta_r^{(2)}$, $\theta_r^{(3)}$ และ $\theta_r^{(4)}$ เท่ากับ 0° เมื่อ

นำสเตรนเกจ RG_r ทั้งสี่มาต่อเชื่อมกันแบบฟูลเกจ (ดังรูปที่ 4) โดยสมมติว่าสัญญาณที่ได้จากสเตรนเกจทุกตัวเท่ากัน แต่สัญญาณจาก $RG_1^{(1)}$ และ $RG_1^{(3)}$ จะกลับขั้วกับสัญญาณจาก $RG_1^{(2)}$ และ $RG_1^{(4)}$ ก็จะสามารถวัดแรงที่มีค่าเป็นบวกเมื่อแรงลัพธ์ในแนวรัศมี F_r มีทิศ $+Y$ เพราะเกิดความเค้นอัดขึ้นที่ตำแหน่ง $RG_1^{(1)}$ และ $RG_3^{(3)}$ ขณะที่มีความเค้นดึงเกิด ณ ตำแหน่ง $RG_1^{(2)}$ และ $RG_4^{(4)}$

3. แนวทางสืบหาด้วยการวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์

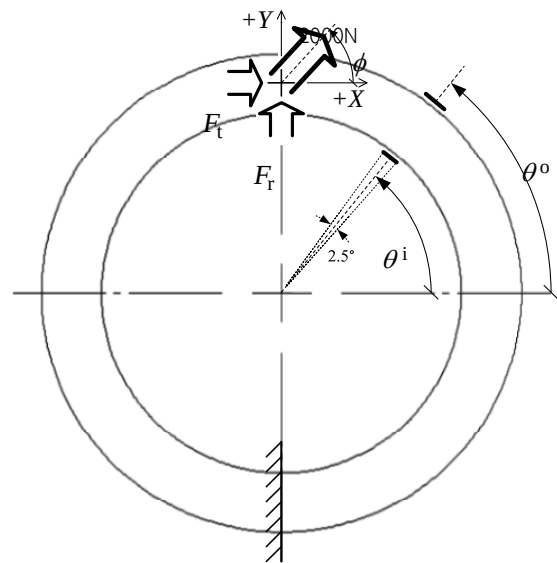
เนื่องจากอัตราส่วนความหนาต่อรัศมี t/r ในทางปฏิบัติทั่วไปของวงแหวนรูปร่างกลมมักมีค่ามากกว่า 0.10 จึงทำให้ความเครียดที่ผิวนอกและผิวใน ณ ตำแหน่งเชิงมุมใด ๆ ของโหลดริงมีค่าไม่เท่ากันตามสมมติฐานของทฤษฎีความเค้นของวงแหวนแบบบางหน้าตัดคงที่

3.1 การกำหนดแนวทางจำลองและประมวลผล

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นงานวิจัยนี้จึงกำหนดให้ดำเนินการวิเคราะห์ความเค้นรอบวง (Circumferential stresses) σ_θ^i และ σ_θ^o ณ ตำแหน่งเชิงมุม θ ใดๆ ทั้งที่ผิวนอกและผิวในของโหลดริงตลอดช่วง $-90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$ ในระบบพิกัดทรงกระบอกรวม ด้วยช่วงห่างระหว่างตำแหน่งเท่ากับ 2.5° (ดังรูปที่ 5) โดยมุ่งพิจารณาเฉพาะแต่ค่าสูงสุดต่ำสุด (Extreme values) ของความเค้นรอบวง $\sigma_\theta^{\max}$ และ $\sigma_\theta^{\min}$ เท่านั้น ซึ่งต่างจากการวิเคราะห์ความแกร่ง (Stiffness) k ของโหลดริงที่เป็นผลจากการพิจารณาจากระยะโก่ง (Deflections) ในระนาบรวม XY ของจุดอ้างอิงที่กึ่งกลางหน้าตัดรับภาระ ตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุดกระบวนการรับภาระของแต่ละกรณี

3.2 แบบจำลองเชิงไฟไนต์เอลิเมนต์

โหลดริงทำจาก Al 7075-T6 ซึ่งมีค่า Poisson's ratio และ Mass density เท่ากับ 0.33 และ 2810 kg/m^3 ตามลำดับ จะเกิดการเสียรูป (Deformation) ภายใต้อัตราส่วนขีดจำกัด Proportional limit เท่านั้น เพราะได้มีการกำหนดค่า Factor of safety ไว้เท่ากับ 1.3 ดังนั้นจึงสามารถประยุกต์ใช้ Linear dynamic analysis ในการจำลองการรับภาระภายใต้ Boundary configuration ตามรูปที่ 6 และตารางที่ 1 ทั้งนี้จะนำ Newmark Integration method (ดังสมการที่ 1) มาใช้ในการหาผลเฉลย ด้วย Total time เท่ากับ 1ms โดยใช้ Time increment เท่ากับ $50 \mu\text{s}$ และกำหนดค่าของพารามิเตอร์ δ และ α ให้เท่ากับ 0.50 และ 0.25 ตามลำดับ เพื่อให้เป็น Unconditionally stable

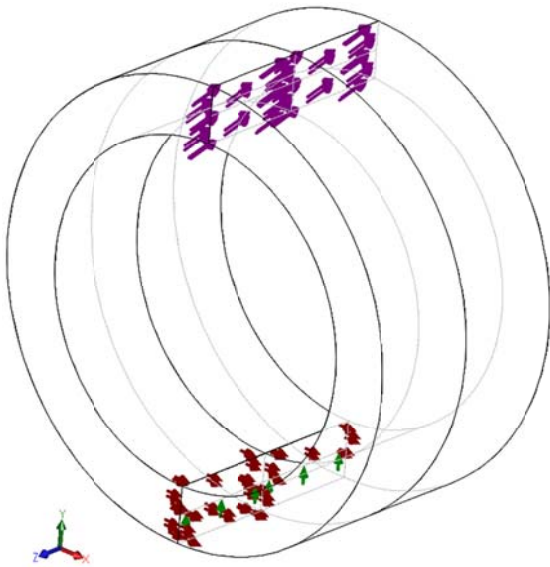


รูปที่ 5 การขยับตำแหน่งเชิงมุมที่ผิวนอกและผิวในของสเตรนเกจขณะวิเคราะห์การรับแรงสองแกนของโหลดริง

$$\begin{aligned} \underline{M}\ddot{U}^{t+\Delta t} + \underline{C}\dot{U}^{t+\Delta t} + \underline{K}U^{t+\Delta t} &= \underline{R}^{t+\Delta t} \\ \dot{U}^{t+\Delta t} &= \dot{U}^t + ((1-\delta)\dot{U}^t + \delta\dot{U}^{t+\Delta t})\Delta t \\ U^{t+\Delta t} &= U^t + \dot{U}^t\Delta t + ((1/2-\alpha)\dot{U}^t + \alpha\dot{U}^{t+\Delta t})\Delta t^2 \end{aligned} \quad (1)$$

แบบจำลองทรงตัน (Solid modelling) ของโหลดริงจะมีแนวศูนย์กลางวงแหวนวางบนแกนรวม Z โดยสมมติให้การถูกจับยึดของโหลดริงทำให้น้ำตดจับยึด ณ ตำแหน่งเชิงมุม -90° ไม่เกิดการเคลื่อนที่ในแกนรวม X ($U_X = 0$) และยังทำให้ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวแกนรวม Y ($U_Y = 0$) ตามแนวเส้นตรง ณ กึ่งกลางหน้าตัดจับยึดตลอดความกว้างของโหลดริงเกิดขึ้นอีกด้วย ทั้งนี้การรับภาระของโหลดริงเกิดจากการที่แรงลัพธ์ขนาด 2000N กระทำบนหน้าตัดรับแรง ณ ตำแหน่งเชิงมุม $+90^\circ$ ในทิศทางของมุมกระทำ ϕ ต่าง ๆ (ดังรูปที่ 6) เป็นผลให้มีแรง F_r และ F_t ขนาดต่างๆ (ดังตารางที่ 1) ซึ่งสมมูลกับแรงลัพธ์ข้างต้นเกิดขึ้นบนหน้าตัดรับแรงทั้งในแนวรัศมีและตามแนวสัมผัส โดยพฤติกรรมของแรงลัพธ์ข้างต้นต่อหน้าตัดรับแรงสามารถอธิบายได้ด้วยแผนผังเวลาที่แสดงดังรูปที่ 7

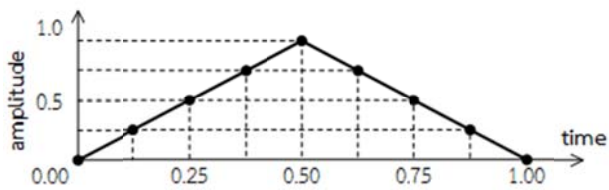
Mesh ของโหลดริงประกอบขึ้นมาจาก Solid element แบบ Linear four-node tetrahedron ขนาดประมาณ 2.5° ตามระยะในแนวรัศมี หรือ 0.654498469 mm (ที่ผิวใน) ถึง 0.872664626 mm (ที่ผิวนอก) โดยกำหนดให้ Aspect ratio มีค่าเท่ากับ 1.5 ซึ่งทำให้ได้ Mesh ที่มีขนาด 150998 Elements 219262 Nodes (ดังรูปที่ 8)



รูปที่ 6 Boundary configuration ของโหลดริง

 ตารางที่ 1 Amplitude ของแรง F_r และ F_t ตามมุมของแรงลัพธ์

case	ϕ	F_r [N]	F_t [N]
1	0°	0.0	+2000.0
2	45°	+1414.2	+1414.2
3	90°	+2000.0	0.0
4	135°	+1414.2	-1414.2
5	180°	-2000.0	0.0
6	225°	-1414.2	-1414.2
7	270°	0.0	-2000.0
8	315°	+1414.2	-1414.2

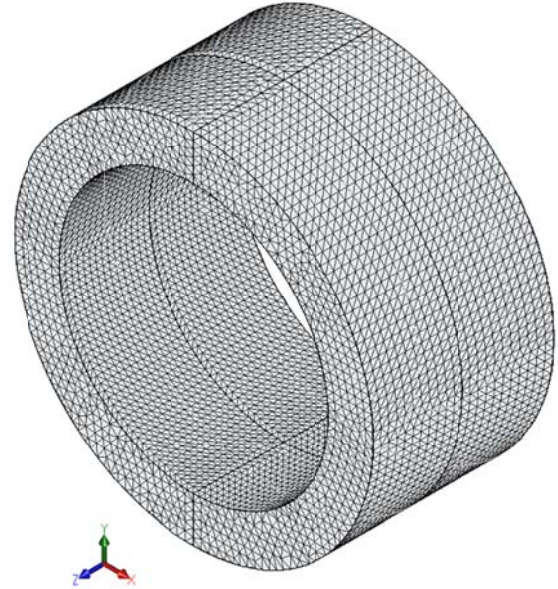

 รูปที่ 7 แผนภูมิเวลาของแรง F_r และ F_t ที่กระทำต่อโหลดริง

3.3 แนวทางประมวลผลผลลัพธ์

งานวิจัยนี้มุ่งที่จะสืบหาดำแหน่งเชิงมุมที่เหมาะสม ดังนั้นจึงจำเป็นต้องเลือกเอา Nodal values จากผลเฉลยมาใช้ประมวลเป็นผลลัพธ์ที่ต้องการเนื่องจากสามารถนำเอาตำแหน่งในพิกัดฉากรวมซึ่งได้ถูกระบุไว้แล้วของ Node ใดๆ มาคำนวณหาดำแหน่งเชิงมุมของ Node นั้นได้ดังแสดงในสมการที่ 2 ต่อไปนี้

$$\text{ตำแหน่งเชิงมุมที่ผิววนนอก, } \theta^o = \sin^{-1} \frac{Y^o - Y_0}{R^o} \quad (2a)$$

$$\text{ตำแหน่งเชิงมุมที่ผิวใน, } \theta^i = \sin^{-1} \frac{Y^i - Y_0}{R^i} \quad (2b)$$



รูปที่ 8 Four-node tetrahedron mesh ของโหลดริง

เมื่อพิกัด (X_0, Y_0) คือตำแหน่งจุดศูนย์กลางของวงแหวน R^o และ R^i คือ รัศมีภายนอกและภายในของวงแหวน โดย Y^o และ Y^i คือ พิกัดรวม Y ของ Node ที่สนใจ ณ ผิววนนอกและผิวในของวงแหวน ขณะที่สามารถดึงเอาค่าความเค้น von Mises σ_o ออกมาจากผลการจำลองได้เลย โดยสามารถนำมาคำนวณหาค่า Factor of safety (FoS) ของโหลดริง ณ ตำแหน่งของ Node นั้นได้ตามสมการที่ 3 ดังนี้

$$FoS = \left| \frac{\text{Yield strength}}{\text{von Mises stress}} \right| = \left| \frac{\sigma_Y}{\sigma_o} \right| \quad (3)$$

สำหรับค่าความเค้นรอบวง σ_θ นั้นจำเป็นต้องคำนวณด้วยค่า σ_X , σ_Y และ τ_{XY} ที่ดึงมาจากผลการจำลอง ณ ตำแหน่งนั้น ๆ (ดังสมการที่ 4) ถ้า FoS ณ ตำแหน่งนั้นมีค่าไม่เกินกว่า 1.3 แล้วก็สามารถนำ σ_θ ที่ได้มาคำนวณหา ค่าความความเครียดรอบวง ϵ_θ ต่อไปโดยอาศัย Hooke's law

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2} - \frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2} \cos 2\theta - \tau_{XY} \sin 2\theta \quad (4)$$

ขณะที่สามารถประมวลค่าการโก่งของโหลดริงตามแนวสัมผัส และในรัศมีสามารถประมวลจากระยะโค้ง U_X และ U_Y ในแนวพิกัดรวม X และ Y ของจุดอ้างอิงที่กึ่งกลางระนาบรับแรงของ

โหลดจริงตลอดช่วงการรับภาระในแต่ละกรณี ขณะที่สามารถนำเอา ระยะโก่งสูงสุดต่ำสุด $U_X^{\max}$ และ $U_Y^{\max}$ มาใช้ในการประมวลหา ค่าความแกร่ง k ของโหลดจริงได้ตามสมการที่ 5 ต่อไปนี้

$$k \begin{bmatrix} \cos^2 \phi & \cos \phi \sin \phi \\ \cos \phi \sin \phi & \cos^2 \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_X \\ U_Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_t \\ F_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \cos \phi \\ F \sin \phi \end{Bmatrix}$$

$$k = \frac{F \cos \phi}{U_X \cos^2 \phi + U_Y \cos \phi \sin \phi} = \frac{F \sin \phi}{U_X \cos \phi \sin \phi - U_Y \sin^2 \phi}$$

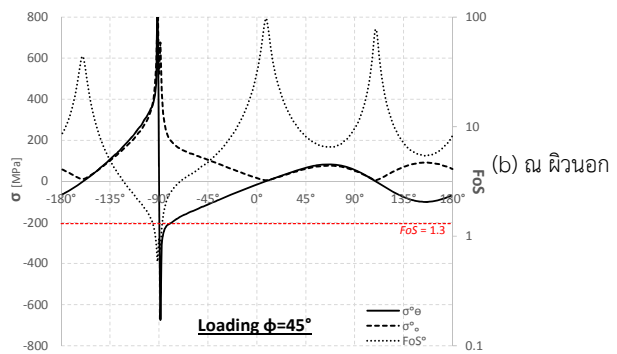
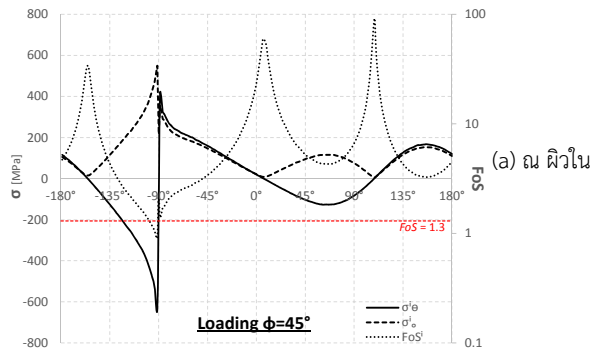
เมื่อ F ณ ที่นี้คือ แรงลัพธ์ขนาด 2000N ที่กระทำบนโหลด ริ่งเพราะฉะนั้นค่านิจสมมูลของโหลดจริงจึงสามารถหาได้ดังนี้

$$\therefore k = \frac{F}{U_X \cos \phi + U_Y \sin \phi} \quad (5)$$

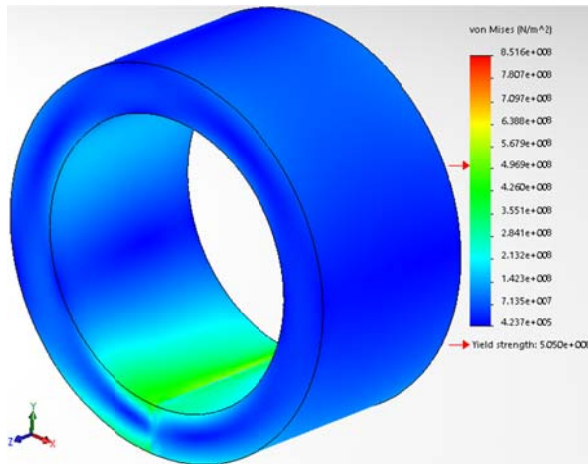
4. ผลลัพธ์และการวิเคราะห์

ผลเฉลยเชิงตัวเลขของการรับภาระของโหลดจริงจะถูกนำมา ประมวลต่อได้จนได้ผลการจำลองทั้งเชิงตัวเลขและเชิงภาพตาม ต้องการ ดังตัวอย่างของผลการจำลองเชิงภาพในกรณีที่ 2 ขณะ รับภาระสูงสุด ณ $t = 0.5\text{ms}$ (ดังรูปที่ 9) ซึ่งประกอบด้วย (a) ภาพ แสดงแถบการกระจายของความเค้น von Mises (b) ความเค้นรอบ วง และ (c) ระยะโก่งในระนาบรวม XY เป็นต้น ขณะที่ผลการ จำลองเชิงตัวเลขจะถูกนำมาวิเคราะห์และเสนอในรูปแบบภูมิแสดง ค่าความสัมพันธ์ต่อตำแหน่งเชิงมุม θ ทั้งผิวในและผิวนอกของความ เค้นทั้ง σ_0 (เส้นประ) และ σ_θ (เส้นทึบ) แบบ Linear scale บน

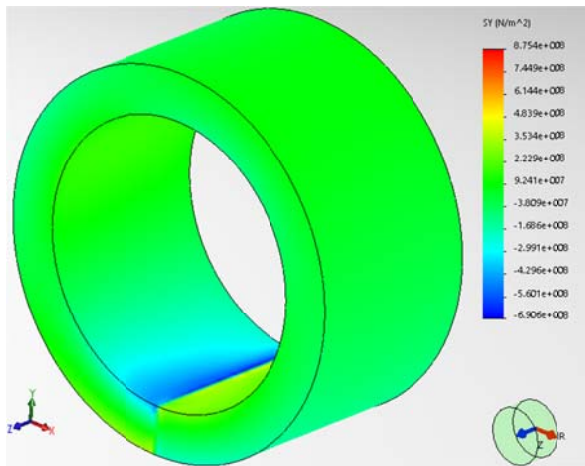
แกนปฐภูมิในของหน่วย MPa ขณะที่ค่า FoS (เส้นไขปลา) จะถูก แสดงในรูปของ Logarithm scale บนแกนทุติยภูมิ นอกจากนี้ยังใช้ เส้นประเส้นแสดงขีดจำกัดที่ $FoS = 1.3$ ไว้อีกด้วย (ดังรูปที่ 10)



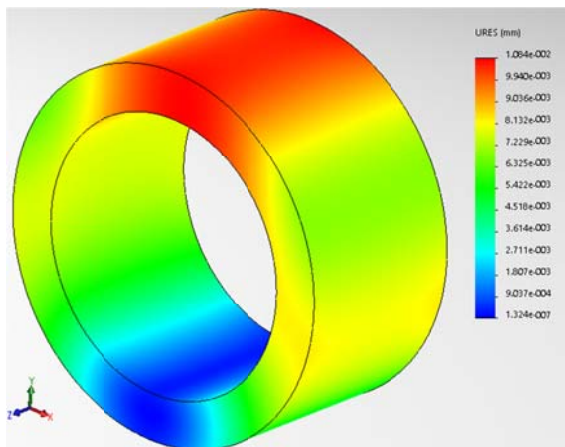
รูปที่ 10 ตัวอย่างผลการวิเคราะห์ความเค้น ณ $t = 0.5\text{ms}$



(a) แลผลการกระจายของความเค้น von Mises



(b) แลผลการกระจายของความเค้นรอบวง



(c) แลผลการกระจายของระยะโก่งในระนาบรวม XY

รูปที่ 9 ตัวอย่างผลการจำลองเชิงภาพของกรณีที่ 2 ณ $t = 0.5\text{ms}$

4.1 ผลการวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์

จากการพิจารณาผลการจำลองในเบื้องต้นของการที่โหลดตรงรับแรง F_r และ F_t พร้อมกันทั้งสองแกน (กรณีที่ 2, 4, 6 และ 8) พบว่า ไม่สามารถที่แยกระบุสัญญาณแรงทั้งสองออกจากกันได้เลย จึงจำเป็นต้องแยกวิเคราะห์แต่ละสัญญาณดังกรณีที่ 1, 3, 5 และ 7

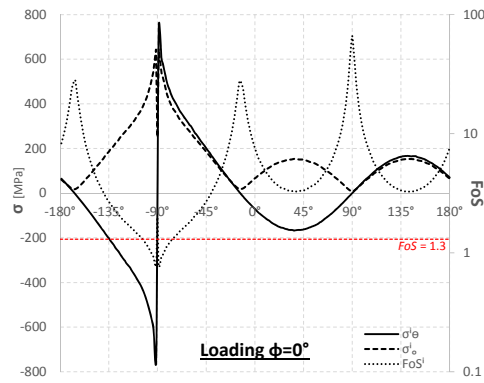
ทั้งนี้สามารถนำผลการวิเคราะห์ความเค้นของโหลดตรง ณ $t = 0.5\text{ms}$ ที่ผิวนอก (ดังรูปที่ 11) และผิวใน (ดังรูปที่ 12) ของทั้งสี่กรณีข้างต้นมาประมวลเปรียบเทียบกันได้เพื่อให้ประโยชน์สูงสุดในการประเมินข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพดังตารางที่ 2 และ 3 ต่อไปนี้

ตารางที่ 2 ค่า θ^o , σ_θ^o และ FoS^o เมื่อ $\sigma_\theta^o = 0$ ที่ผิวนอก

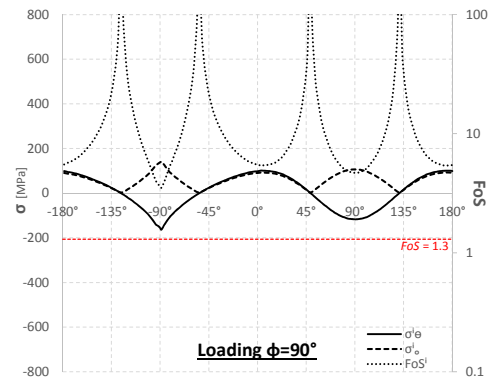
ϕ	σ_θ^o [MPa]	θ^o	σ_θ^o [MPa]	FoS^o
0° และ 180°	0.000	-169.86°	13.527	36.99
		-10.26°	13.607	36.80
		+89.96°	10.076	49.63
		—	—	—
90° และ 270°	0.000	-132.92°	2.339	214.87
		-47.02°	2.268	221.73
		+47.70°	1.147	558.97
		+132.25	1.064	664.36

ตารางที่ 3 ค่า θ^i , σ_θ^i และ FoS^i เมื่อ $\sigma_\theta^i = 0$ ที่ผิวใน

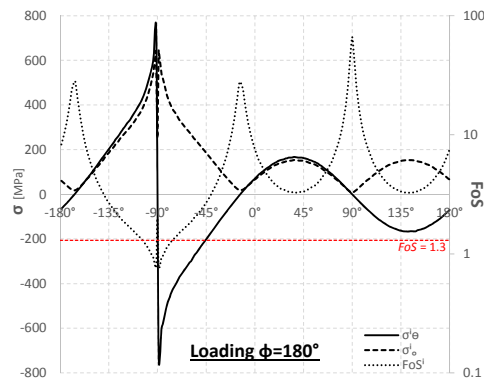
ϕ	σ_θ^i [MPa]	θ^i	σ_θ^i [MPa]	FoS^i
0° และ 180°	0.000	-166.59°	18.024	27.80
		-13.49°	18.121	27.63
		+90.01°	7.546	66.30
		—	—	—
90° และ 270°	0.000	-126.14°	2.207	230.07
		-53.82°	2.306	218.92
		+49.05°	1.878	349.64
		+131.00	1.863	340.36



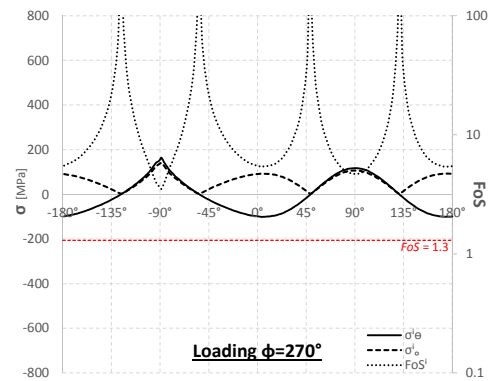
(a) กรณีที่ 1



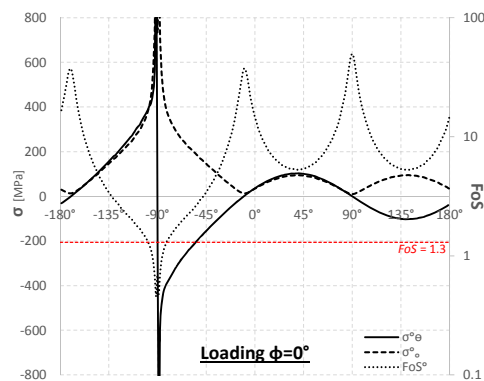
(b) กรณีที่ 3



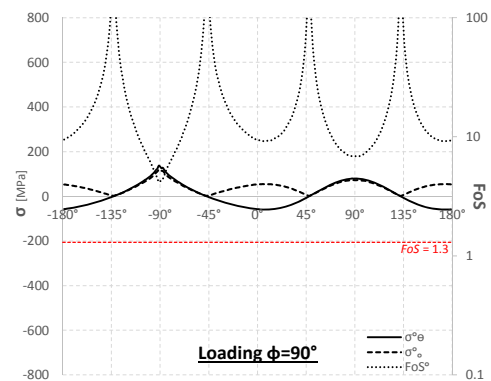
(c) กรณีที่ 5



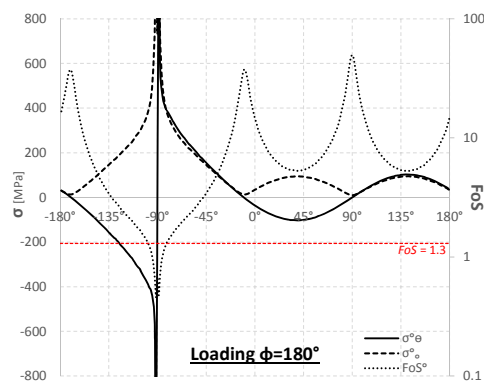
(d) กรณีที่ 7

รูปที่ 11 ผลการวิเคราะห์ความเค้นของโหนดครึ่งที่ผิวใน ณ $t = 0.5\text{ms}$ เมื่อ $\phi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ และ 270° 

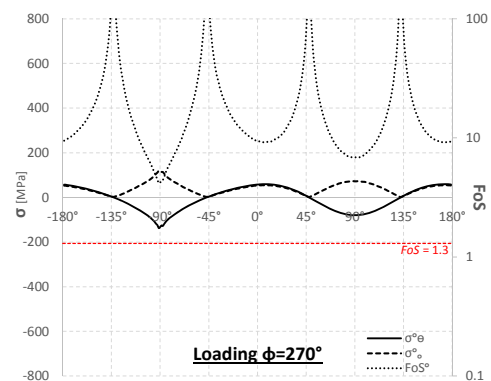
(a) กรณีที่ 1



(b) กรณีที่ 3



(c) กรณีที่ 5



(d) กรณีที่ 7

รูปที่ 12 ผลการวิเคราะห์ความเค้นของโหนดครึ่งที่ผิวนอก ณ $t = 0.5\text{ms}$ เมื่อ $\phi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ และ 270°

4.2 การประเมินตำแหน่งสเตรนเกจที่เหมาะสม

เมื่อพิจารณาผลการจำลองจากทุกกรณีพบว่า สภาวะการจับยึดโหลดตรงตามเงื่อนไขขอบเขตของการจำลองเชิงไฟไนต์เอลิเมนต์ทำให้ความเค้น von Mises ที่เกิดขึ้น ณ บริเวณรอบๆ หน้าตัดจับยึดจะมีค่าสูงมากซึ่งเป็นผลให้ระดับ FoS ที่ผิวโหลดตรง บริเวณนั้นมีค่าต่ำกว่าขีดจำกัด 1.3 ที่กำหนดไว้ ดังนั้นจึงอาจทำให้เกิดความเสียหายขึ้นกับสเตรนเกจถ้าต้องการจะติดตั้งรอบ ๆ บริเวณดังกล่าวได้เนื่องจากในทางปฏิบัติโดยทั่วไปกำหนดให้ความเครียดที่สเตรนเกจสามารถรับได้โดยไม่เสียหายควรมีค่าไม่เกิน $1500\mu\epsilon$

สำหรับแนวทางกำหนดตำแหน่งติดตั้งสเตรนเกจก็ยังคงใช้ตามหลักการและแนวทางที่ใช้กันในปัจจุบันตามที่ระบุในการทบทวนงานที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ ดังกล่าวมาแล้วในช่วงต้นของบทความนี้ นั่นคือการติดตั้งสเตรนเกจสำหรับจับสัญญาณ V_t จากการเปลี่ยนแปลงความเครียด ϵ_t ซึ่งเกิดมาจากการกระทำของแรง F_t ณ ตำแหน่งเชิงมุมที่มีระดับการรบกวน (Interference level) จากสัญญาณ V_t ซึ่งของแรง F_t กระทำต่อโหลดตรงต่ำที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ซึ่งเป็นผลมาจากขนาด (Amplitude) ของการเปลี่ยนแปลงความเครียด ϵ_t ที่เกิดจาก ณ ตำแหน่งนั้นก็มีค่าน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้เช่นกัน หลักการและแนวทางติดตั้ง ณ จุดที่การรบกวนระหว่างความเครียดจากแรง F_t และ F_t มีระดับต่ำที่สุด ($|\min \epsilon_t^{\text{cross}}|$) นี้ก็ถูกนำมาใช้กับการกำหนดตำแหน่งติดตั้งสเตรนเกจ ณ สำหรับจับสัญญาณ V_t ของแรง F_t เช่นกัน และเพื่อให้การพิจารณาข้อดังกล่าวเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพเช่นเดียวกับการวิเคราะห์ข้างต้น ดังนั้นจึงนำผลการวิเคราะห์ความเค้นของโหลดตรง ณ ตำแหน่งเชิงมุมต่างๆ ข้างต้นทั้งที่ผิวนอกและผิวในของทั้งสี่กรณีมาประมวลเปรียบเทียบกันดังตารางที่ 4 และ 5 ต่อไปนี้

ตารางที่ 4 ค่า θ^0 , σ_θ^0 , σ_ϕ^0 และ FoS^0 ณ ตำแหน่งที่ไม่มีการรบกวนระหว่างความเครียดจากแรง F_t และ F_t ($\epsilon_\theta^{\text{cross}} = 0$)

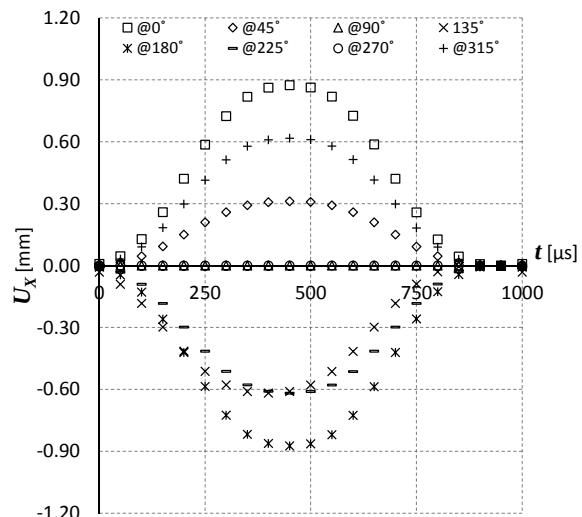
ϕ	θ^0	σ_θ^0 [MPa]	σ_ϕ^0 [MPa]	FoS^0
0° และ 180°	-132.92°	+166.465	155.566	3.218
	-47.02°	-167.446	156.713	3.197
	+47.70°	+98.511	90.727	5.512
	+132.25°	-97.647	90.293	5.538
90° และ 270°	-169.86°	-51.027	46.923	10.657
	-10.26°	-49.620	45.527	10.983
	+89.96°	+79.298	72.704	6.877
	-	-	-	-

ตารางที่ 5 ค่า θ^i , σ_θ^i , σ_ϕ^i และ FoS^i ณ ตำแหน่งที่ไม่มีการรบกวนระหว่างความเครียดจากแรง F_t และ F_t ($\epsilon_\theta^{\text{cross}} = 0$)

ϕ	θ^i	σ_θ^i [MPa]	σ_ϕ^i [MPa]	FoS^i
0° และ 180°	-126.14°	-260.914	237.732	2.103
	-53.82°	+261.573	238.616	2.095
	+49.05°	+156.731	143.955	3.474
	+131.00°	-156.686	143.724	3.479
90° และ 270°	-166.59°	+86.400	79.814	6.265
	-13.49°	+85.883	79.497	6.290
	+90.01°	-177.099	106.600	4.690
	-	-	-	-

4.3 การประเมินความแกร่งของโหลดตรง

ผลการจำลองของระยะโก่งเฉย U_X และ U_Y ทุกๆ 50 μs ตลอดช่วง Total time 1ms ของตำแหน่งของจุดอ้างอิงที่กึ่งกลางระนาบรับแรงของโหลดตรงตามแนวสัมผัสและในรัศมีบนระนาบพิกัดรวม XY ถูกนำมาประมวลผลในรูปแผนภาพแสดงระยะโก่งต่อเวลา (ดังรูปที่ 13) เพื่อให้สามารถพิจารณาเปรียบเทียบกับพฤติกรรมของแรงลัพท์ 2000N ที่กระทำต่อหน้าตัดรับแรงของโหลดตรง (ดังรูปที่ 7) ได้อย่างชัดเจน โดยพบว่าไม่มีกรณีใดเลยที่ระยะโก่งสูงสุดในแนวรัศมีมีขนาดเกินกว่าเงื่อนไขออกแบบที่กำหนดค่าไว้ไม่เกิน 0.300mm



(a) ระยะโก่งในตามแนวสัมผัส

รูปที่ 13 ระยะโก่ง ณ ขณะใด ๆ ที่จุดอ้างอิงของโหลดตรง (cont.)

(b)



ฐิตะพล หุยนันท์ จบการศึกษาระดับปริญญาตรี จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปี 2534 จบการศึกษาระดับปริญญาโทจาก Coventry University ประเทศอังกฤษ ปี 2540 จบการศึกษาระดับปริญญาเอกจาก University of Sheffield ประเทศอังกฤษ ปี 2547 ปัจจุบันเป็นผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมเครื่องกลที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร งานวิจัยเน้นทางกลศาสตร์วัสดุประยุกต์ คอมพิวเตอร์ช่วยสำหรับการออกแบบและการ

ผลิต การวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์ การทดสอบและการวัดเชิงกล