

ตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบปรับแบนด์วิดท์

Variable Bandwidth Adaptive Notch Filter

ราชู พันธุ์ฉลาด

ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร

140 ถ.เชื่อมสัมพันธ์ หนองจอก กรุงเทพฯ 10530

Email: rachu@mut.ac.th

Manuscript received April 19, 2011

Revised May 12, 2011

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนออัลกอริทึมปรับค่าแบนด์วิดท์สำหรับตัวกรองไอโออาร์นอตช์อันดับสองแบบปรับตัวแบบบังคับโพลและซีโรที่ใช้อัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดาในการปรับสัมประสิทธิ์ของตัวกรอง หลักการที่นำเสนอสามารถเพิ่มความเร็วในการลู่เข้าของตัวกรองโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อคำตอบที่ต้องการอยู่ห่างจากค่าเริ่มต้นของการปรับ

คำสำคัญ: ตัวกรองนอตช์แบบปรับตัว, อัลกอริทึมเกรเดียนต์, ปรับแบนด์วิดท์

ABSTRACT

This paper presents the algorithm for adjusting bandwidth of second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros that works with the plain gradient algorithm to adjust its coefficient. The proposed method can increase the speed of convergence of the filter, especially, when the optimum solution is far away from the initial value of adjustment.

Keywords: Adaptive Notch Filter, Gradient Algorithm, bandwidth adjustment

1. บทนำ

เป็นที่ทราบกันทั่วไปว่า ตัวกรองนอตช์นั้น ถูกนำไปใช้เพื่อ

กำจัดองค์ประกอบความถี่ที่ไม่ต้องการของสัญญาณ ตัวกรองประเภทนี้ถูกออกแบบให้มีค่าการลดทอนที่สูงสำหรับความถี่ของสัญญาณที่ไม่ต้องการ ในขณะที่เดียวกันก็ยอมให้องค์ประกอบความถี่ของสัญญาณที่ต้องการเดินทางผ่านตัวกรองไปโดยปราศจากความผิดเพี้ยน โดยทั่วไป ตัวกรองนอตช์จะถูกออกแบบให้มีแบนด์วิดท์แคบมาก ทั้งนี้เพราะมีการประยุกต์ใช้งานทางด้านการวัด (measurement) และการประมวลผลสัญญาณ (signal processing) บางอย่างมีความต้องการกำจัดสัญญาณแบนด์วิดท์แคบหรือสัญญาณรูปคลื่นไซน์ที่แทรกสอดเข้ามาในระบบ ซึ่งเราจะพบการประยุกต์ดังกล่าวในงานทางด้านวิศวกรรมชีวการแพทย์ (biomedical engineering) และวิศวกรรมไฟฟ้า (electrical engineering) ในหลายแขนงอันประกอบด้วย วิศวกรรมการสื่อสาร (communication engineering) วิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง (electrical power engineering) และวิศวกรรมระบบควบคุม (control engineering) เป็นต้น หนึ่งใน การประยุกต์ทางด้านวิศวกรรมชีวการแพทย์ คือ การกำจัดสัญญาณเพาเวอร์ไลน์ (power line) และสัญญาณแทรกสอดอื่นๆ ที่เหนี่ยวนำเข้าไปรบกวนระบบการวัดและบันทึกสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (electrocardiogram หรือ ECG) ของผู้ป่วย [1]-[6] สำหรับการนำไปใช้ในด้านวิศวกรรมการสื่อสาร คือ นำไปกำจัด (suppress) สัญญาณแทรกสอดแบนด์วิดท์แคบในระบบสื่อสารแบบ DS-spread spectrum [7] และนำไปกำจัด

สัญญาณเสียงหึ่ง (humming) ในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่จีเอสเอ็ม (GSM : Global System for Mobile communications) [8] ทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้ากำลังได้นำตัวกรองนอตช์ไปใช้สำหรับการประมาณค่าความถี่ของสัญญาณเพาเวอร์ไลน์ (power system frequency estimation) [9] นอกจากนี้ที่กล่าวมาแล้ว ตัวกรองนอตช์ยังถูกนำไปใช้สำหรับควบคุมการป้อนกลับของสัญญาณเสียงที่เกิดขึ้นในระบบเสียง (acoustic feedback control in audio system) อีกด้วย [10]-[13] จากตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานของตัวกรองนอตช์ที่กล่าวมานั้นสามารถกล่าวได้ว่า ตัวกรองนอตช์เป็นเป็นตัวกรองที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้หลากหลาย ทำให้ตัวกรองชนิดนี้มีคุณค่าทั้งในแง่ของการวิจัยและพัฒนานับแต่อดีตมาจนถึงปัจจุบัน

ในการออกแบบตัวกรองนอตช์ในทางปฏิบัตินั้น นับว่าเป็นเรื่องยากพอสมควร โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อสัญญาณที่ต้องการกำจัดมีแบนด์วิดท์ที่แคบมาก นอกจากนี้ยังมีปัจจัยอื่นๆ อีกเช่น ความต้องการผลตอบสนองทางเฟสแบบเชิงเส้น (linear phase response) และต้องการให้ตัวกรองมีผลตอบสนองชั่วคราวสั้น (short transient response) เป็นต้น ตัวกรองนอตช์ที่เรารู้จักในบทความนี้เป็นตัวกรองนอตช์แบบดิจิทัลเท่านั้น ซึ่งตัวกรองชนิดนี้สามารถสร้างขึ้นได้ทั้งในรูปแบบเอฟไออาร์ (FIR : finite impulse response) และแบบไอไออาร์ (IIR : infinite impulse response) โดยทั่วไป โครงสร้างตัวกรองแบบไอไออาร์ต้องการอันดับ (order) ของตัวกรองน้อยกว่าโครงสร้างแบบเอฟไออาร์ เมื่อเปรียบเทียบกันที่ผลตอบสนองทางขนาดต่อความถี่ใกล้เคียงกัน อย่างไรก็ตาม โครงสร้างแบบไอไออาร์ก็มีปัญหาทางด้านเสถียรภาพมากกว่า นอกจากนี้ มันยังให้ผลตอบสนองทางเฟสที่ไม่เชิงเส้นอีกด้วย ในขณะที่ตัวกรองแบบเอฟไออาร์เป็นตัวกรองที่มีเสถียรภาพแบบไร้เงื่อนไขและให้ผลตอบสนองทางเฟสแบบเชิงเส้นตามธรรมชาติ แต่จากการที่ตัวกรองแบบเอฟไออาร์ต้องการอันดับมาก ทำให้สัญญาณมีค่าการประวิงสูง ในส่วนของรายละเอียดเกี่ยวกับการออกแบบตัวกรองนอตช์ทั้งแบบเอฟไออาร์และไอไออาร์ ผู้อ่านที่มีความสนใจสามารถสืบค้นได้จากบทความ [14]-[16]

ตัวกรองนอตช์ที่มีการทำวิจัยกันมาตั้งแต่อดีตถึงปัจจุบันยังสามารถแบ่งได้อีกสามกลุ่มคือ 1. ตัวกรองนอตช์แบบคงที่ (fixed

notch filter) [3], [14]-[16] ตัวกรองแบบนี้ถูกออกแบบให้ทำงานเฉพาะแถบความถี่ใดความถี่หนึ่งที่กำหนดไว้ก่อนล่วงหน้า 2. ตัวกรองนอตช์แบบจูนได้ (tunable notch filter) [17] ตัวกรองแบบนี้มีลักษณะคล้ายกับตัวกรองชนิดแรกแต่มันสามารถย้ายไปทำงานในแถบความถี่อื่นๆ ได้ และ 3. ตัวกรองนอตช์แบบปรับตัว (adaptive notch filter) [1]-[5],[7],[9]-[13], [18]-[43],[46] ตัวกรองชนิดนี้ถูกนำไปใช้ในสถานการณ์ที่ลักษณะเฉพาะ (characteristic) ของสัญญาณที่ถูกประมวลผลมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งตัวกรองจะพยายามปรับตัวเองให้สมพงษ์กับสัญญาณที่อินพุตของตัวกรอง

ตัวกรองนอตช์แบบปรับตัวจะมีสัมประสิทธิ์แปรตามเวลา ซึ่งสัมประสิทธิ์ของตัวกรองจะถูกปรับอย่างต่อเนื่องโดยอาศัยเกณฑ์ที่เหมาะสม (optimum criterion) เกณฑ์ที่เหมาะสม รูปแบบหนึ่งที่ได้รับคความนิยมกันมากคือ เกณฑ์แบบกำลังสองน้อยที่สุด (least mean-square criterion : LMS) [3]-[4] ซึ่งถูกนำไปใช้กำจัดสัญญาณแทรกสอดรูปคลื่นไซน์ อย่างไรก็ตาม แม้ว่าเกณฑ์แบบ LMS จะได้รับความนิยมนื่องจากความง่ายและนำไปสู่การปฏิบัติจริง (realization) ได้ง่าย แต่ข้อเสียคือ ตัวกรองจะเข้าสู่ค่าตอบได้ช้าเมื่อแบนด์วิดท์ของตัวกรองมีค่าน้อย แต่เมื่อนำเกณฑ์แบบอื่น เช่น เกณฑ์แบบกำลังสองน้อยที่สุดที่มีการป้อนกลับ (recursive least-squared criterion : RLS) [5] มาใช้แทน แม้ว่าจะสามารถแก้ปัญหาค่าเข้าสู่ช้าได้แต่ต้องแลกด้วยการคำนวณที่สูงด้วย มีอัลกอริทึมชนิดหนึ่งที่ถูกนำไปใช้กับตัวกรองนอตช์และสามารถเทียบเคียงได้กับอัลกอริทึมแบบ LMS คืออัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดา (plain gradient algorithm : PG) [36] ซึ่งต่อมาอัลกอริทึม PG ได้ถูกนำมาวิเคราะห์สมรรถนะทางด้านสถิติจนได้ผลที่น่าเชื่อถือทั้งในกรณีที่ความถี่ของสัญญาณเป็นค่าคงที่ [37] และความถี่แปรตามเวลาอย่างช้าๆ [38] นอกจากอัลกอริทึม PG แล้วยังมีอัลกอริทึมอื่นๆ อีกที่ถูกนำไปใช้ร่วมกันตัวกรองนอตช์เช่น อัลกอริทึมเครื่องหมาย (sign algorithm : SA) [30],[39]-[40] อัลกอริทึมเกรเดียนต์แบบนอร์มอลไลซ์ (normalized gradient : NG) [36],[40] อัลกอริทึมแบบทำนายค่าคลาดเคลื่อนแบบป้อนกลับ (recursive prediction error : RPE) [41] อัลกอริทึมกำลังพี (p -power : PP) [42] อัลกอริทึมเกรเดียนต์ไม่เชิงเส้นไร้หน่วยความจำ (memoryless nonlinear gradient : MNG) [43]

อัลกอริทึมเกรเดียนต์แบบปรับ สเต็ปไซส์ (variable step size : VS) [30],[34] อัลกอริทึมเกรเดียนต์แบบใช้เกณฑ์แบบใหม่ [21] อัลกอริทึมเครื่องหมายแบบใช้เกณฑ์แบบใหม่ [22] อัลกอริทึมเกรเดียนต์แบบไรโบแอส [23]-[24],[27],[32] อัลกอริทึมแบบแทนเจนต์ผกผัน (inverse tangent IT) [28] อัลกอริทึมแบบต่างๆดังกล่าวมา จะให้ข้อดีและข้อเสียแตกต่างกัน โดยทั่วไปแล้วอัลกอริทึมเหล่านี้ จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมแบบ PG ทั้งนี้เพราะพวกมัน ถูกพัฒนามากจากอัลกอริทึมแบบ PG นั่นเอง

จากที่กล่าวมาแล้วว่า ตัวกรองนอตช์สามารถสร้างในรูปแบบ IIR หรือ FIR ก็ได้ รูปแบบตัวกรองแบบ IIR ที่นิยมใช้กันจะมีด้วยกันสามรูปแบบคือ แบบพื้นปลา (lattice) [39] แบบไบลิเนียร์ (bilinear) [40] และแบบบังคับโพลและซีโร่ [41] แต่เราพบว่า ตัวกรอง IIR แบบบังคับโพลและซีโร่จะได้รับความนิยมมากที่สุด และในบทความนี้ ก็จะมุ่งเน้นไปที่ตัวกรองที่ใช้โครงสร้างแบบหลังนี้ เท่านั้น สำหรับตัวกรองนอตช์รูปแบบ FIR นั้นจะมีทั้งแบบมากกว่าสองอันดับ [14]-[15] และแบบอันดับสอง [19]-[20]

อัลกอริทึมสำหรับปรับประสิทธิภาพของตัวกรองนอตช์ที่กล่าว ข้างต้นนั้นได้กำหนดให้แบนด์วิดท์ของตัวกรองเป็นค่าคงที่ และมักจะกำหนดให้แบนด์วิดท์ของตัวกรองมีค่าน้อย ทั้งนี้เพื่อลดผลกระทบจากสัญญาณรบกวน อย่างไรก็ตาม ในบทความ [48] Mvuma และคณะได้นำเสนอตัวกรองนอตช์อันดับสองปรับตัวได้ แบบปรับแบนด์วิดท์ไปใช้เพื่อกำจัดสัญญาณแทรกสอดแบนด์วิดท์ แคบ ตัวกรองที่ Mvuma ใช้จะเป็นแบบพื้นปลา [39] แต่ถูกนำไปสู่ การปฏิบัติจริงด้วยโครงสร้างแบบโดยตรงชนิดที่หนึ่ง แม้ว่า หลักการปรับแบนด์วิดท์ของตัวกรองได้เคยถูกนำเสนอมาแล้วใน [48] แต่หลักการนี้ยังไม่เคยถูกนำมาประยุกต์ใช้กับตัวกรองนอตช์ แบบบังคับโพลและซีโร่มาก่อน

บทความนี้ได้นำเสนอตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบบังคับ โพลและซีโร่ที่สามารถปรับแบนด์วิดท์ได้ ซึ่งอาศัยหลักการปรับ แบนด์วิดท์ของบทความ [48] โดยเรียกอัลกอริทึมที่นำเสนอว่า อัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดาแบบปรับแบนด์วิดท์ (variable notch bandwidth plain gradient algorithm หรือ VBPG) ซึ่งต่อไปจะขอ เรียกชื่ออัลกอริทึมที่นำเสนอแบบสั้น ๆ ว่า อัลกอริทึม VBPG

เนื่องจากตัวกรองในบทความ [48] และตัวกรองในบทความนี้ใช้ โครงสร้างไม่เหมือนกัน การจะเทียบสมรรถนะของตัวกรองทั้งสอง จึงทำได้ลำบาก ดังนั้น ในบทความนี้จึงเปรียบเทียบสมรรถนะของ อัลกอริทึม VBPG กับ PG ที่ทำงานร่วมกับตัวกรองนอตช์แบบ บังคับโพลและซีโร่เท่านั้น อนึ่ง การที่เราสนใจเฉพาะอัลกอริทึม PG ก็เนื่องจากอัลกอริทึมนี้เป็นอัลกอริทึมต้นแบบของอัลกอริทึม ทั้งหลายที่ถูกพัฒนาขึ้นมาภายหลังจากอัลกอริทึม PG นั่นเอง

2. ตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบปรับแบนด์วิดท์

หัวข้อนี้กล่าวถึงวิธีการเพิ่มความเร็วในการเข้าสู่ค่าตอบ ให้แก่ตัวกรอง IIR นอตช์ปรับตัวได้ที่ทำงานร่วมกับอัลกอริทึม ปรับตัวแบบเกรเดียนต์ธรรมดา ดังมีรายละเอียดดังนี้

ตัวกรองนอตช์ที่เราสนใจในบทความนี้เป็นตัวกรองนอตช์ IIR อันดับสองแบบบังคับโพลและซีโร่ [41] ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอน ดังนี้

$$H(z) = \frac{1 + az^{-1} + z^{-2}}{1 + \rho az^{-1} + \rho^2 z^{-2}} \quad (1)$$

โดยที่ a คือสัมประสิทธิ์ของตัวกรอง ρ คือรัศมีของโพล เมื่อ เขียนสมการที่ (1) ในรูปตัวประกอบจะได้

$$H(z) = \frac{z - z_1}{z - p_1} \frac{z - z_2}{z - p_2} \quad (2)$$

โดยที่

$$z_i = \frac{1}{2} (-a \pm \sqrt{a^2 - 4}), i = 1, 2 \quad (3.1)$$

$$p_i = \rho z_i, i = 1, 2 \quad (3.2)$$

คือโพล (poles) และซีโร่ (zeros) ตัวที่ i ตามลำดับ จากสมการที่ (3) ทำให้สามารถเขียนสมการที่ (2) ได้ใหม่ดังนี้

$$H(z) = \frac{z - z_1}{z - \rho z_1} \frac{z - z_2}{z - \rho z_2} \quad (4)$$

ต่อไปพิจารณาฟังก์ชันเศษทางด้านขวาของสมการที่ (1) โดยทำการคูณด้วย z/z และแทน $z = e^{j\omega}$ เมื่อ $\omega \in (0, \pi)$ คือความถี่ดิจิทัล จะได้

$$\begin{aligned} z + a + z^{-1} & \Big|_{z=e^{j\omega}} \\ &= e^{j\omega} + a + e^{-j\omega} e^{-j\omega} \\ &= 2 \cos \omega + a e^{-j\omega} \end{aligned} \quad (5)$$

จากสมการที่ (5) เราต้องการให้นิพจน์ $2 \cos \omega + a = 0$ ณ ความถี่การหรือความถี่นอตช์ ω_0 (resonance or notch frequency) ดังนั้นเราจะได้ความสัมพันธ์

$$a_0 = -2 \cos \omega_0 \quad (6)$$

เนื่องจาก $\omega_0 \in (0, \pi)$ ทำให้ $a_0 \in (-2, 2)$ ดังนั้นจากสมการที่ (3.1) เราจะพบว่า นิพจน์ในเครื่องหมายกรณฑ์ ($\sqrt{\quad}$) จะมีค่าเป็นลบเสมอ ทำให้ z_i เป็นจำนวนเชิงซ้อนและพบว่า $|z_i| = 1, \forall a \in (-2, 2)$ และ $\angle z_i \in (0, \pi)$ สำหรับ $a \in (-2, 2)$ ในทำนองเดียวกัน เราจะพบว่า $|p_i| = \rho, \forall a \in (-2, 2)$ และ $\angle p_i \in (0, \pi)$ สำหรับ $a \in (-2, 2)$ ด้วยเหตุนี้ สมการที่ (3) จึงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในตัวแปร ρ และความถี่การ ω_0 ดังนี้

$$z_i = e^{\pm j\omega_0}, i = 1, 2 \quad (7.1)$$

$$p_i = \rho e^{\pm j\omega_0}, i = 1, 2 \quad (7.2)$$

แทนค่าในสมการที่ (7) ลงในสมการที่ (4) ผลที่ได้คือ

$$H(z) = \frac{z - e^{j\omega_0}}{z - \rho e^{j\omega_0}} \frac{z - e^{-j\omega_0}}{z - \rho e^{-j\omega_0}} \quad (8)$$

จากสมการที่ (8) พบว่า ρ ไม่สามารถมีค่าเกินหรือเท่ากับ 1 ได้ เพราะถ้า ρ มีค่าเกิน 1 จะทำให้โพลอยู่นอกวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ และเมื่อ ρ เท่ากับ 1 ทำให้โพลอยู่บนวงกลมหนึ่งหน่วยพอดี เป็นผลทำให้ระบบเกิดความเสถียรภาพที่ขอบ (marginal stability) ทำให้สัญญาณเอาต์พุตเกิดการแกว่งด้วยกับแอมพลิจูดคงที่ค่าหนึ่ง ทำให้ระบบไม่สามารถประพจน์ได้เป็นตัวกรองนอตช์ได้ ดังนั้น $0 < \rho < 1$

ต่อไปเราจะดูว่า ρ จะส่งผลต่อผลตอบสนองทางขนาดต่อความถี่ของตัวกรองนอตช์อย่างไรบ้าง ในเบื้องต้นเราจะพิจารณาผลตอบสนองทางขนาดต่อความถี่ของตัวกรองนอตช์ ซึ่งสามารถหาได้โดยการแทน $z = e^{j\omega}$ ลงในสมการที่ (8) จะได้

$$H(e^{j\omega}) = \frac{e^{j\omega} - e^{j\omega_0}}{e^{j\omega} - \rho e^{j\omega_0}} \frac{e^{j\omega} - e^{-j\omega_0}}{e^{j\omega} - \rho e^{-j\omega_0}} \quad (9)$$

หาค่าสัมบูรณ์ของสมการที่ (9) จะได้

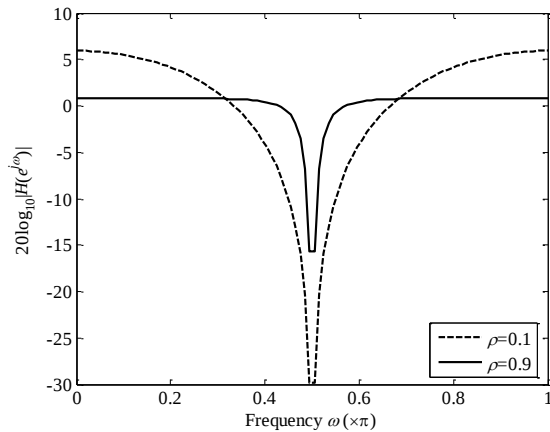
$$|H(e^{j\omega})| = \frac{M_1(\omega)M_2(\omega)}{N_1(\omega, \rho)N_2(\omega, \rho)} \quad (10)$$

โดยที่ $|x|$ คือค่าสัมบูรณ์ของ x และ

$$\begin{aligned} M_1(\omega) &= |e^{j\omega} - e^{j\omega_0}| \\ &= \sqrt{2 - 2 \cos \omega - \omega_0} \end{aligned} \quad (11.1)$$

$$\begin{aligned} M_2(\omega) &= |e^{j\omega} - e^{-j\omega_0}| \\ &= \sqrt{2 - 2 \cos \omega + \omega_0} \end{aligned} \quad (11.2)$$

$$\begin{aligned} N_1(\omega, \rho) &= |e^{j\omega} - \rho e^{j\omega_0}| \\ &= \sqrt{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \omega - \omega_0} \end{aligned} \quad (11.3)$$



รูปที่ 1 ผลตอบสนองทางขนาดต่อความถี่ของตัวกรองนอตรัมที่มีค่ารัศมีของโพลสองค่า

$$N_2(\omega, \rho) = \frac{|e^{j\omega} - \rho e^{-j\omega_0}|}{\sqrt{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \omega + \omega_0}} \quad (11.4)$$

เมื่อแทนค่าในสมการที่ (11) ลงในสมการที่ (10) จากนั้นนำไปวาดกราฟสเกลล็อก (log scale) โดยกำหนดให้ค่า $\rho = \{0.1, 0.9\}$ $\omega \in [0, \pi]$ และ $\omega_0 = 0.5\pi$ ผลที่ได้แสดงดังรูปที่ 1 จากรูปจะเห็นว่าเมื่อรัศมีของโพล ρ มีค่ามาก/น้อย จะส่งผลให้แบนด์วิดท์ของตัวกรองนอตรัมมีค่า น้อย/มาก ตามลำดับ

ถ้ากำหนดให้ $x(n)$ คือสัญญาณอินพุตของตัวกรองซึ่งประกอบด้วยสัญญาณไซน์คลื่นเดี่ยวรวมอยู่กับสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน $v(n)$ ดังนี้

$$x(n) = A \cos \omega_0 n + \phi + v(n) \quad (12)$$

เมื่อ n คือดัชนีเวลา A คือแอมพลิจูด ω_0 คือความถี่และ ϕ คือเฟส สำหรับ $v(n)$ จะกำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับ σ_v^2

ถ้ากำหนดให้ $y(n)$ เป็นสัญญาณเอาต์พุตของตัวกรองเราจะได้สมการผลต่างที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตของระบบ ดังนี้

$$y(n) = x(n) + ax(n-1) + x(n-2) - \rho ay(n-1) - \rho^2 y(n-2) \quad (13)$$

การนำตัวกรองไปสู่การปฏิบัติจริง (realization) โดยอาศัยสมการที่ (13) เราจะได้รูปแบบตัวกรองแบบโดยตรงประเภทหนึ่ง (direct form I)

ต่อไปจะพิจารณาฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน (error function) ของอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดา ซึ่งได้กำหนดไว้ว่า

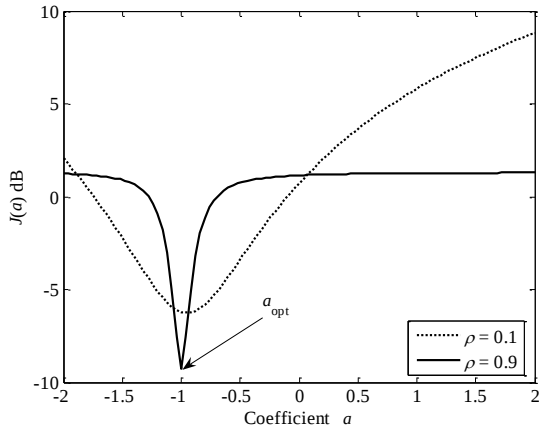
$$J(a) = E[y^2(n, a)] \quad (14)$$

เมื่อ E • แทนค่าคาดหวังทางสถิติ อัลกอริทึมเกรเดียนต์จะใช้ค่าในสมการที่ (14) เป็นเกณฑ์สำหรับปรับสัมประสิทธิ์ a ของตัวกรองตามเงื่อนไข

$$a_{\text{opt}} = \arg \min_a J(a) \quad (15)$$

เมื่อ $\text{opt} = \text{optimum}$ ความหมายของสมการที่ (15) คือ อัลกอริทึมเกรเดียนต์จะปรับสัมประสิทธิ์ a โดยใช้ $J(a)$ เป็นเกณฑ์ไปจนกระทั่งได้ค่า a ที่ทำให้ $J(a)$ มีค่าต่ำสุด และ a_{opt} ก็คือค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมหรือที่ต้องการนั่นเอง

อนึ่ง ในนิพจน์ทางด้านขวาของสมการที่ (14) เราแทน $y(n)$ ด้วย $y(n, a)$ เพื่อเน้นย้ำว่าฟังก์ชัน $J(a)$ เป็นฟังก์ชันของ a ส่วนตัวแปรอื่นในระบบ (ถ้ามี) จะมองว่าเป็นค่าคงที่ ในทางปฏิบัติเราสามารถประมาณค่าสมการที่ (14) ได้ว่า



รูปที่ 2 ฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน $J(a)$ ที่ค่ารัศมีโพลสองค่า

$$J(a) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{N-1} y^2(n, a) \quad (16)$$

รูปร่างของฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน (สเกลล็อก) ตามสมการที่ (16) เมื่อกำหนดให้ $a \in [-2, 2]$ $\rho \in \{0.1, 0.9\}$ $\omega_0 = \pi/3$ $\phi = 0$ $A = \sqrt{2}$ $\sigma_v^2 = 0.1$ และ $N = 1000$ แสดงดังรูปที่ 2 จากรูปจะพบว่าฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อนมีจุดต่ำสุดเพียงจุดเดียว ซึ่งเกิดขึ้นที่ $a = a_{\text{opt}}$ และพบว่า เมื่อรัศมีของโพลมีค่า มาก/น้อย จะส่งผลทำให้ $J(a)$ มีปาก กว้าง/แคบ ตามลำดับ การที่ปากของฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน กว้าง/แคบ จะส่งผลทำให้อัลกอริทึมเกรเดียนต์ลู่เข้าเร็ว/ช้า ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม การกำหนดให้รัศมีของโพลมีค่าน้อยแม้ว่าจะทำให้อัลกอริทึมค้นค่าตอบได้เร็ว แต่ค่าตอบที่ได้มีความแปรปรวนสูงและมีค่าคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่แท้จริงหรือที่เรียกว่าเกิดค่าไบแอส (bias) อันเนื่องมาจากการมีแบนด์วิดท์กว้างทำให้สัญญาณรบกวนเข้าไปรบกวนระบบได้มาก ดังนั้นถ้าเรากำหนดว่า ในช่วงเริ่มต้นค้นหาค่าตอบนั้น เราควรกำหนดให้รัศมีโพลมีค่าน้อย เพื่อที่ว่าอัลกอริทึมจะสามารถค้นหาผลลัพธ์ที่มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการได้เร็ว และเมื่ออัลกอริทึมเข้าใกล้ค่าตอบที่ต้องการแล้วเราก็กำหนดให้รัศมีโพลมีค่ามาก เพื่อลดผลกระทบจากสัญญาณรบกวน จากแนวคิดนี้เอง ในบทความนี้จึงได้นำเสนอตัวกรองนอซ์แบบปรับตัวที่สามารถปรับเปลี่ยนค่าแบนด์วิดท์ได้ โดยมี

เป้าหมายเพื่อเพิ่มความเร็วในกับอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดาโดยไม่ทำให้สัมประสิทธิ์ที่ปรับได้มีค่าคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น

ในการปรับค่าแบนด์วิดท์ของตัวกรองนั้น เราจะอาศัยการปรับผ่านตัวแปร ρ โดยอาศัยหลักการของอัลกอริทึมเกรเดียนต์ ดังนั้นเราจึงต้องสร้างเกณฑ์สำหรับใช้ปรับค่า ρ ขึ้นมาใหม่ ดังนี้

$$J(\rho) = E[y^2(n, \rho)] \quad (17)$$

โดยมีเงื่อนไขว่า

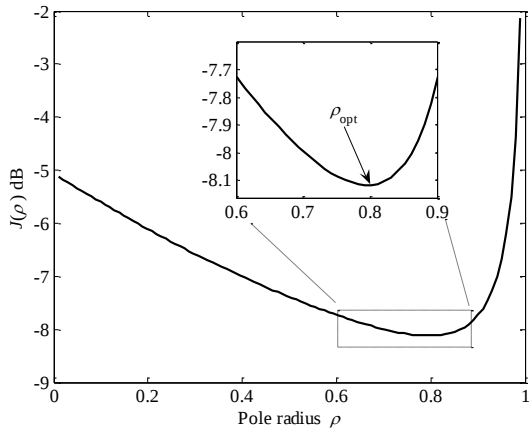
$$\rho_{\text{opt}} = \arg \min_{\rho} J(\rho) \quad (18)$$

ความหมายของสมการที่ (18) คือ อัลกอริทึมเกรเดียนต์จะปรับรัศมีโพล ρ โดยใช้ $J(\rho)$ เป็นเกณฑ์ไปจนกระทั่งได้ค่า ρ ที่ทำให้ $J(\rho)$ มีค่าต่ำสุด และ ρ_{opt} ก็คือค่ารัศมีที่เหมาะสมหรือที่ต้องการนั่นเอง

อนึ่ง ในนิพจน์ทางด้านขวาของสมการที่ (17) เราแทน $y(n)$ ด้วย $y(n, \rho)$ เพื่อเน้นย้ำว่าฟังก์ชัน $J(\rho)$ เป็นฟังก์ชันของ ρ ส่วนตัวแปรอื่นในระบบ (ถ้ามี) จะถูกมองว่าเป็นค่าคงที่ ในทางปฏิบัติเราสามารถประมาณค่าสมการที่ (17) ได้ว่า

$$J(\rho) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{N-1} y^2(n, \rho) \quad (19)$$

รูปร่างของฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน (สเกลล็อก) ตามสมการที่ (19) เมื่อกำหนดให้ $a = -1$ $\rho \in [0.01, 0.99]$ $\omega_0 = \pi/3$ $\phi = 0$ $A = \sqrt{2}$ $\sigma_v^2 = 0.1$ และ $N = 1000$ แสดงดังรูปที่ 3 จากรูปจะพบว่า $J(\rho)$ มีจุดต่ำสุดอยู่เพียงจุดเดียว ก็คือ $\rho = \rho_{\text{opt}}$ ดังนั้นจึงสามารถนำอัลกอริทึมเกรเดียนต์มาปรับรัศมีโพล ρ โดยอาศัย $J(\rho)$ เป็นเกณฑ์ได้



รูปที่ 3 ฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน $J(\rho)$ ที่ค่า $\omega = \omega_0 = \pi/3$

ต่อไปจะกล่าวถึงอัลกอริธึมเกรเดียนต์ธรรมดาสำหรับปรับสัมประสิทธิ์ a และรัศมีโพล ρ ไปพร้อมกัน อัลกอริธึมเกรเดียนต์ได้ถูกพัฒนาขึ้นโดยอาศัยอัลกอริธึมลงจากที่สูงไปสู่ที่ต่ำ (steepest decent algorithm) ดังนี้

$$a(n+1) = a(n) - \frac{\mu_a}{2} \frac{\partial J(a)}{\partial a(n)} \quad (20)$$

และ

$$\rho(n+1) = \rho(n) - \frac{\mu_\rho}{2} \frac{\partial J(\rho)}{\partial \rho(n)} \quad (21)$$

โดยที่ $a(n)$ คือค่าประมาณของ a ที่เวลา n $\rho(n)$ คือค่าประมาณของ ρ μ_a และ μ_ρ เรียกว่า สเต็ปไซส์กำหนดให้เป็นจำนวนจริงบวก อัลกอริธึมเกรเดียนต์ได้นำค่าชั่วขณะ $J(a(n))$ และ $J(\rho(n))$ ของ $J(a)$ และ $J(\rho)$ ตามลำดับ มาใช้ซึ่งทั้งสองมีค่าเท่ากับ

$$J(a(n)) = y^2(n, a) \quad (22)$$

และ

$$J(\rho(n)) = y^2(n, \rho) \quad (23)$$

เมื่อแทนค่าในสมการที่ (22) และ (23) ลงในสมการที่ (20) และ (21) ตามลำดับ จะได้

$$\begin{aligned} a(n+1) &= a(n) - \frac{\mu_a}{2} \frac{\partial y^2(n, a)}{\partial a(n)} \\ &= a(n) - \mu_a y(n, a) s_a(n) \end{aligned} \quad (24)$$

และ

$$\begin{aligned} \rho(n+1) &= \rho(n) - \frac{\mu_\rho}{2} \frac{\partial y^2(n, \rho)}{\partial \rho(n)} \\ &= \rho(n) - \mu_\rho y(n, \rho) s_\rho(n) \end{aligned} \quad (25)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} s_a(n) &= \frac{\partial y(n, a)}{\partial a(n)} \\ &= x(n-1) - \rho(n)y(n-1) \end{aligned} \quad (26)$$

และ

$$\begin{aligned} s_\rho(n) &= \frac{\partial y(n, \rho)}{\partial \rho(n)} \\ &= -a(n)y(n-1) - 2\rho(n)y(n-2) \end{aligned} \quad (27)$$

สมการที่ (25) คืออัลกอริธึมเกรเดียนต์สำหรับปรับรัศมีโพลที่ได้นำเสนอในบทความนี้ สำหรับสมการที่ (24) นั้นคืออัลกอริธึมเกรเดียนต์แบบปรับแบนด์วิดท์สำหรับปรับค่าสัมประสิทธิ์ $a(n)$ จากสมการที่ (26) ถ้ากำหนดให้ $\rho(n) = \rho$ เป็นค่าคงที่ สมการที่

(24) ก็คืออัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดาๆ สำหรับการกำหนดค่าให้กับสเต็ปไซส์ μ_ρ นั้นจะดูจากค่าเริ่มต้น $\rho(0)$ ซึ่งตามหลักการที่นำเสนอเราต้องกำหนดให้ $\rho(0)$ มีค่าน้อย ๆ เพราะเราต้องการให้ $a(n)$ ลู่เข้าเร็ว ดังนั้น $\mu_\rho < \mu_a$ ในหัวข้อต่อไปจะแสดงสมรรถนะของตัวกรองที่นำเสนอผ่านการจำลองการทำงานด้วยคอมพิวเตอร์

3. ผลการทำงาน

เพื่อที่จะดูสมรรถนะของตัวกรองที่นำเสนอ เราจะนำตัวกรองที่นำเสนอไปตรวจจับค่าความถี่แบบคงที่แต่ไม่ทราบค่าและตรวจจับความถี่เซอร์ปแบบเชิงเส้น (linear chirp) และแบบยกกำลังสอง (quadratic chirp) ของสัญญาณไซน์คลื่นเดี่ยวในสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน

3.1 การตรวจความถี่คงที่ไม่ทราบค่า

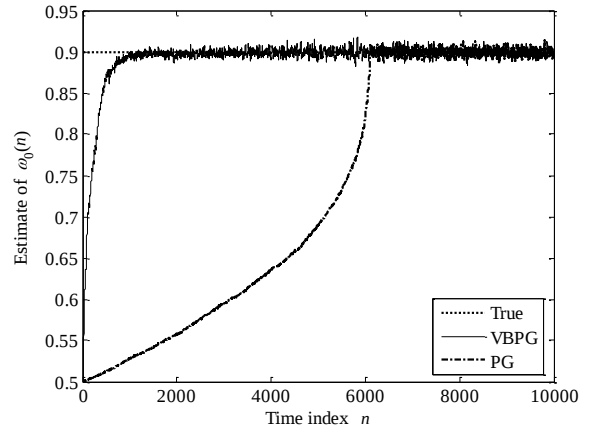
ในหัวข้อนี้จะแสดงสมรรถนะของตัวกรองนอตช์ที่ใช้ อัลกอริทึมที่นำเสนอโดยจะเปรียบเทียบกับตัวกรองนอตช์แบบที่ใช้ อัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดา โดยจะกำหนดให้ $A = \sqrt{2}$ $\omega_0 = 0.9\pi$ $\phi = 0$ $\rho(0) = 0.1$ $\rho = 0.9$ (สำหรับอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดา) $a(0) = 0$ $\mu_a = 0.01$ $\mu_\rho = 0.005$ $\sigma_v^2 = 0.1$ และความยาวข้อมูลเป็น 10000 ตัวอย่าง ผลจำลองการทำงาน แสดงดังรูปที่ 4 จากรูปเราได้วาดกราฟ $\omega_0(n) = \cos^{-1} \frac{-a(n)}{2}$ แทน $a(n)$ ทั้งนี้เพื่อให้การสื่อความหมายเกี่ยวกับการตรวจจับความถี่มีความชัดเจนขึ้น จากรูปที่ 4 พบว่า อัลกอริทึม VBPG จะสามารถค้นหาความถี่ได้เร็วขึ้นกว่า อัลกอริทึม PG อย่างมีนัย ข้อดีนี้จะเห็นได้ชัดเจนขึ้นเมื่อค่าความถี่ที่ต้องการอยู่ห่างจากค่าเริ่มต้นของการปรับ $a(0)$ มาก สำหรับรูปที่ 5 นั้นเป็นกราฟของ $\rho(n)$ (เฉลี่ยจาก 50 ครั้ง) ของอัลกอริทึม VBPG กับ ρ ของอัลกอริทึม PG จากรูปจะพบว่า เมื่ออัลกอริทึม VBPG ลู่เข้าแล้ว $\rho(n) \rightarrow 0.9$ ด้วยเหตุนี้เอง เราจึงได้กำหนดให้ $\rho = 0.9$ ทั้งนี้เพื่อให้การเปรียบเทียบมีความยุติธรรมที่สุด

3.2 การตรวจความถี่เซอร์ป (chirp frequency)

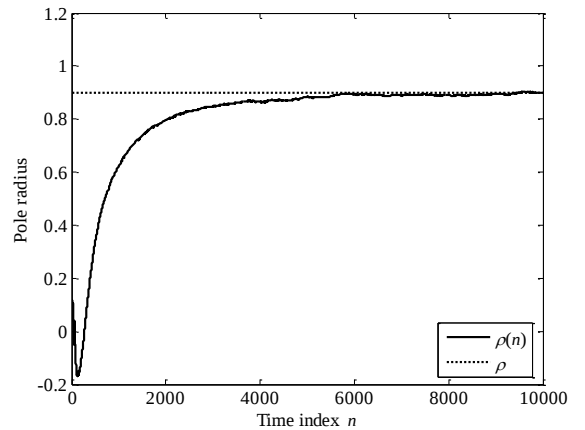
สัญญาณเซอร์ปแบบเชิงเส้นและแบบยกกำลังสองจะมีรูปแบบดังสมการ

$$x(n) = A \cos\left(\omega_0 n + \frac{1}{2} \alpha n^2\right) + v(n), \text{ เชิงเส้น} \quad (28)$$

$$x(n) = A \cos\left(\omega_0 n + \frac{1}{3} \alpha n^3\right) + v(n), \text{ กำลังสอง} \quad (29)$$



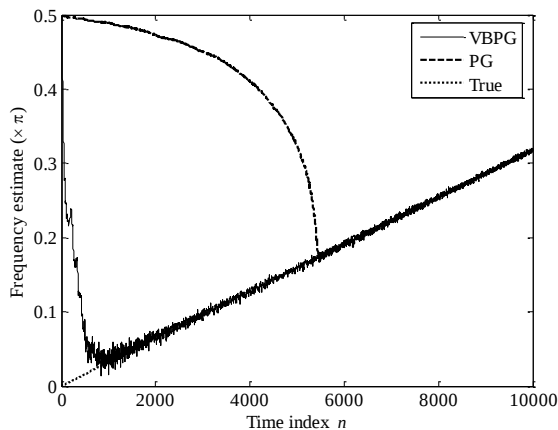
รูปที่ 4 เปรียบเทียบผลการตรวจจับความถี่คงที่ไม่ทราบค่าของสัญญาณไซน์คลื่นเดี่ยวระหว่างอัลกอริทึม PG และ VBPG



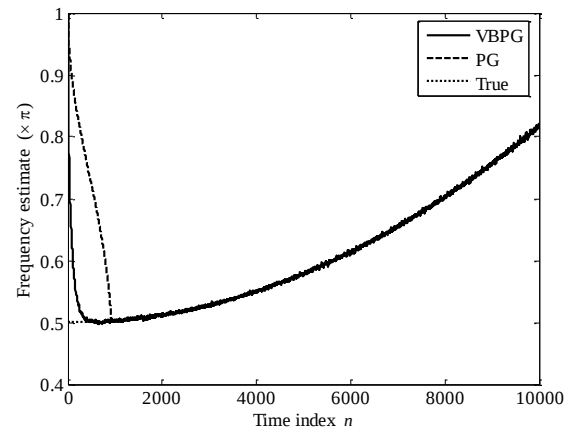
รูปที่ 5 เปรียบเทียบค่ารัศมีโพลแบบคงที่และแบบปรับค่า

เมื่อ ω_0 คือความถี่เริ่มต้น (initial frequency) α คืออัตราเซอรัป (chirp rate) ซึ่งอาจมีค่าเป็นบวกหรือลบก็ได้ สำหรับความถี่ชั่วขณะ (instantaneous frequency) ของสัญญาณในสมการที่ (28) และ (29) จะมีค่าเป็น $\omega_0 + \alpha n$ และ $\omega_0 + \alpha n^2$ ตามลำดับ ในส่วนของสัญญาณเซอรัปเชิงเส้นนั้นจะกำหนดให้ $A = \sqrt{2}$ $\omega_0 = 0$ $\phi = 0$ $\rho(0) = 0.1$ $\rho = 0.9$ (สำหรับอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดา) $a(0) = 0$ $\mu_a = 0.01$ $\mu_\rho = 0.005$ $\sigma_v^2 = 0.1$ $\alpha = 10^{-4}$ และความยาวข้อมูลเป็น 10000 ตัวอย่าง ผลจำลองการทำงานแสดงดังรูปที่ 6 จากรูปจะพบว่า อัลกอริทึมที่นำเสนอสามารถตรวจจับความถี่เซอรัปเชิงเส้นได้เร็วกว่าอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดา

สำหรับสัญญาณเซอรัปยกกำลังสองนั้นจะกำหนดให้ $A = \sqrt{2}$ $\omega_0 = 0.5\pi$ $\phi = 0$ $\rho(0) = 0.1$ $\rho = 0.9$ (สำหรับอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดา) $a(0) = 2$ $\mu_a = 0.01$ $\mu_\rho = 0.005$ $\sigma_v^2 = 0.1$ $\alpha = 10^{-8}$ และความยาวข้อมูลเป็น 10000 ตัวอย่าง ผลจำลองการทำงานแสดงดังรูปที่ 7 จากรูปจะพบว่า อัลกอริทึมที่นำเสนอสามารถตรวจจับความถี่เซอรัปยกกำลังสองได้เร็วกว่าอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดาเล็กน้อย



รูปที่ 6 เปรียบเทียบผลการตรวจจับความถี่เซอรัปเชิงเส้นของสัญญาณไซน์คลื่นเดี่ยวระหว่างอัลกอริทึม PG และ VBPG



รูปที่ 7 เปรียบเทียบผลการตรวจจับความถี่เซอรัปยกกำลังสองของสัญญาณไซน์คลื่นเดี่ยวระหว่างอัลกอริทึม PG และ VBPG

4 สรุป

บทความนี้นำเสนอการนำอัลกอริทึมปรับเบนคิวิตซ์ (ปรับรัศมีโพล) ของตัวกรองนอตช์มาทำงานร่วมกับอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดา ส่งผลให้อัลกอริทึมเกรเดียนต์มีความเร็วในการเข้าสู่ค่าตอบเพิ่มขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อค่าตอบที่ต้องการอยู่ห่างจากค่าเริ่มต้นของการปรับมาก ทั้งนี้ก็เนื่องมาจากปากของฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อนมีความกว้างมากเมื่อกำหนดให้รัศมีโพลมีค่าน้อย ทำให้อัลกอริทึมเกรเดียนต์สามารถค้นจุดต่ำสุดได้เร็วขึ้นกว่าการกำหนดให้รัศมีโพลมากและเป็นค่าคงที่ตลอดการใช้งาน

เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Ferdjallah and R. E. Barr, "Adaptive digital notch filter desing on the unit circle for removal of powerline noise from biomedical signals," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 41, no. 6, pp. 529-536, Jun. 1994.
- [2] A. K. Ziarani and A. Konrad, "A nonlinear adaptive method of elimination of power line interference in ECG signals," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 49, no. 6, pp. 540-547, Jun. 2002.
- [3] P. S. Hamilton, "A comparison of adaptive and nonadaptive filters for reduction of powerline interference in the ECG," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 43, no. 1, pp. 105-109, Jan. 1996.
- [4] N. V. Thakor and Y. S. Zhu, "Application of adaptive filtering to ECG analysis: Noise cancellation and arrhythmia detection," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 38, no. 8, pp. 785-794, Aug. 1991.
- [5] W. K. Ma, Y. T. Zhang, and F. S. Yang, "A fast recursive-least-squares adaptive notch filter and its applications to biomedical

- signals," *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol.37, no. 1, pp. 99-103, Jan. 1999.
- [6] S.-C. Pei and C.-C. Tseng, "Elimination of AC interference in electrocardiogram using IIR notch filter with transient suppression," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 42, no. 11, pp. 1128-1132, Nov. 1995.
 - [7] J. W. Choi and N. I. Cho, "Suppression of narrow-band interference in DS-spread spectrum systems using adaptive IIR notch filter," *Signal processing*, vol. 82, no. 12, pp. 2003-2013, Dec. 2002.
 - [8] I. Claesson and A. Rossholm, "Notch filtering of humming GSM mobile telephone noise," in *Proc. Int. Conf. Inf., Commun. Signal Process.*, 2005, pp. 1320-1323.
 - [9] M. Mojiri, M. Karimi-Ghartemani, and A. Bakhshai, "Estimation of power system frequency using an adaptive notch filter," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 56, no. 6, pp. 2470-2477, Dec. 2007.
 - [10] W. Loetwassana, R. Punchalard, and W. Silaphan, "Adaptive howling canceller using adaptive IIR notch filter: simulation and implementation," in *Proc. 2003 IEEE Int. Neural Networks and Signal Process. (ICNNSP '03)*, Nanjing, China, Dec. 2003, pp. 848-851.
 - [11] W. Loetwassana, R. Punchalard, A. Lorsawatsiri, J. Koseeyaporn, and P. Wardkeing, "Adaptive howling suppressor in an audio amplifier system," in *Proc. 2007 Asia-Pacific Conf. Commun. (APCC'07)*, Bangkok, Thailand, Oct. 2007, pp. 445-448.
 - [12] S. M. Kuo and J. Chen, "New adaptive IIR notch filter and its application to howling control in speakerphone system," *IEE Electronics Lett.*, vol. 28, no. 8, pp. 764-766, Apr. 1992.
 - [13] J. Wei, L. Du, Z. Chen, and F. Yin, "A new algorithm for howling detection," in *Proc. 2003 IEEE Int. Symp. Circuits Syst. (ISCAS'03)*, vol. 4, Bangkok, Thailand, May 2003, pp. 409-411.
 - [14] M. Vlcek and P. Zahradnik, "Fast analytical design algorithms for FIR notch filters," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 51, no. 3, pp. 608-623, Mar. 2004.
 - [15] S. C. Dutta Roy, B. Kumar, and S. B. Jain, "FIR notch filter design-A review," *Facta Universitatis*, vol. 14, no. 3, pp. 295-327, Dec. 2001.
 - [16] Y. V. Joshi and S. C. Dutta Roy, "Design of IIR digital notch filters," *Circuits, Syst., Signal Process.*, vol. 16, no. 4, pp. 4185-427, Jul. 1997.
 - [17] M. Makundi, T. I. Laakso, and L. Yaohui, "Asynchronous implementation of transient suppression in tunable IIR filters," in *Proc. Int. Conf. Digital Signal Process.*, 2002, vol. 2, pp. 815-818.
 - [18] Y. Prudat, J.-M. Vesin, "Multi-signal extension of adaptive frequency tracking algorithms," *Signal Processing*, vol. 89, pp. 963-973, 2009.
 - [19] R. Punchalard, J. Koseeyaporn, P. Wardkein, "Indirect frequency estimation based on second-order adaptive FIR notch filter," *Signal Processing*, vol. 89, no. 7, pp. 1428-1435, Jul. 2009.
 - [20] R. Punchalard et al., "Direct frequency estimation based adaptive algorithm for a second-order adaptive FIR notch filter," *Signal Processing*, vol. 88, no. 2, pp. 315-325, Feb. 2008.
 - [21] R. Punchalard et al., "Adaptive IIR notch filter based on new error criteria," *Signal Processing*, vol. 88, no. 3, pp. 685-703, Mar. 2008.
 - [22] R. Punchalard, J. Koseeyaporn, P. Wardkein, "Adaptive IIR notch filter using a modified sign algorithm," *Signal Processing*, vol. 89, no. 2, pp. 239-243, Feb. 2009.
 - [23] W. Loetwassana, R. Punchalard, J. Koseeyaporn, P. Wardkein, "Unbiased plain gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," *Signal Processing*, vol. 90, no. 8, pp.2513-2520, Aug. 2010.
 - [24] R. Punchalard et al., "Unbiased equation error adaptive IIR notch filter," in *Proc. 2007 IEEE Region 10 Conf. (TENCON'07)*, 2007, pp. 1-3.
 - [25] R. Punchalard et al., "Direct frequency estimation based Kalman adaptive IIR notch filter : State-Space Approach," in *Proc. 2006 IEEE Region 10 Conf. (TENCON'06)*, 2007, pp. 1-4.
 - [26] R. Punchalard et al., "Convergence speed improvement for a variable step-size plain gradient algorithm by using variable notch bandwidth technique," in *Proc. 2003 Int. Symp. On Image and signal process. and analysis (ISPA'03)*, 2003, pp. 788-792.
 - [27] R. Punchalard et al., "Unbiased plain gradient algorithm for adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," in *Proc. 2007 IEEE Region 10 Conf. (TENCON'07)*, 2007, pp. 1-4.
 - [28] R. Punchalard et al., "Inverse tangent based algorithm for constrained adaptive IIR notch filter," in *Proc. 2006 IEEE Region 10 Conf. (TENCON'06)*, 2006, pp. 1-4.
 - [29] R. Punchalard et al., "Mean square error analysis of the PG algorithm for adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros using power spectral density method," in *Proc. 2008 IEEE Asia pacific Conf. on circuit. sys. (APCCAS'08)*, 2008, pp. 193-196.
 - [30] R. Punchalard, "On adaptive IIR lattice notch filter using a robust variable step-size for the detection of sinusoid," in *Proc. 2002 IEEE int. Conf. Com. Sys. (ICCS'02)*, 2002, vol. 2, pp. 800-804.
 - [31] R. Punchalard et al., "Statistical analysis of an unbiased plain gradient algorithm for a constrained adaptive IIR notch filter," in *Proc. 2008 Asia Pacific Conf. Comm. (APCC'08)*, 2008, pp. 1-5.
 - [32] R. Punchalard et al., "Unbiased constrained adaptive IIR notch filter using direct frequency estimation algorithm," in *Proc. 2007 Asia Pacific Conf. Comm. (APCC'07)*, 2007, pp. 453-456.
 - [33] R. Punchalard et al., "Inverse tangent based adaptive IIR notch filter," in *Proc. 2006 IEEE Asia pacific Conf. on circuit. sys. (APCCAS'06)*, 2006, pp. 1208-1211.
 - [34] R. Punchalard et al., "The reduction of gradient noise in gradient-based algorithm by using variable step-size technique," in *Proc. 2000 IEEE Asia pacific Conf. on circuit. sys. (APCCAS'00)*, 2000, pp. 415-418.
 - [35] R. Punchalard et al., "Modified adaptive IIR notch filter based on direct frequency estimation algorithm," in *Proc. 2006 IEEE int. Conf. Com. Sys. (ICCS'06)*, 2006, pp. 1-4.
 - [36] J. F. Chicharo and T. S. Ng, "Gradient-based adaptive IIR notch filtering for frequency estimation," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 38, pp. 769-777, May 1990.
 - [37] Y. Xiao, Y. Takeshita, and K. Shida, "Steady-state analysis of a plain gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 48, pp. 733-740, July 2001.
 - [38] Y. Xiao, Y. Takeshita, and K. Shida, "Tracking properties of a gradient based second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, pp. 878-888, Apr. 2002.
 - [39] N. I. Cho, C. H. Choi, and S. U. Lee, "Adaptive line enhancement by using and IIR lattice notch filter," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 37, no. 4, pp. 585-589, Apr. 1989.
 - [40] K. Martin and M. T. Sun, "Adaptive filters suitable for real-time spectral analysis," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-33, no. 2, pp. 218-229, Feb. 1996.
 - [41] A. Nehorai, "A minimal parameter adaptive notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. ASSP-33, no. 4, pp.983-996, Jul. 1985.
 - [42] S.-C. Pei and C.-C. Tseng, "Adaptive IIR notch filter based on least mean p-power error criterion," *IEEE Trans. Circuit, Syst.*, vol. 40, no. 8, pp. 525-529, Aug. 1993.
 - [43] Y. Xiao, Y. Tadokoro, and Y. Kobayashi, "A new memoryless nonlinear gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter and its performance analysis," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Analog Digit. Signal Process.*, vol. 45, no. 4, pp. 462-472, Apr. 1998.

- [44] A. V. Oppenheim and W. R. Schaffer, *Digital signal processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.
- [45] Simon Haykin, *Adaptive filter theory*, Fourth edition, Prentice Hall, 2002.
- [46] J. Zhou and G. Li, "Plain gradient based direct frequency estimation using second-order constrained adaptive IIR notch filter," *Electron. Lett.*, vol. 40, no. 5, 2002.
- [47] G. G. Proakis, and D. G. Manolakis, *Digital signal processing: principles, algorithms, and applications*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [48] A. Mvuma, S. Nishimura, and T. Hinamoto, "Adaptive optimization of notch bandwidth of an IIR filter used to suppress narrow-band interference," in *Proc. 2002 IEEE Int. Symp. On circuit. sys. (ISCAS'02)*, 2002, vol. 5, pp. v-341-v-344.



ราชู พันธุ์ฉลาด สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาเทคโนโลยีโทรคมนาคม จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบังในปี พ.ศ. 2540 ระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จากสถาบันเดียวกันในปี พ.ศ. 2543 และระดับปริญญาเอก สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม จาก

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ในปี 2550 ปัจจุบันทำงานเป็นอาจารย์ประจำดำรงตำแหน่งรองศาสตราจารย์ สังกัด ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร หัวข้องานวิจัยที่สนใจได้แก่ การประมวลผลสัญญาณแอนะล็อกและดิจิทัล ทฤษฎีข่าวสาร การสื่อสารแอนะล็อกและดิจิทัล