

ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด แบบบรรทัดฐาน

Spline Adaptive Filtering based on Normalised Least Mean Square Algorithm

สุชาดา ลิทธิ์จสงสาพร ภาณุวิทย์ โกโคยอุดม พนม เพชรจตุพร และ ธันวาท ศรีประโม่ง

สถาบันนวัตกรรมมหานคร คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร

140 ถนนเชื่อมสัมพันธ์ แขวงกระทุ่มราย เขตหนองจอก กรุงเทพฯ 10530

Email: ssuchada@mut.ac.th

Manuscript received November 5, 2022

Revised November 24, 2022

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน โดยตัวกรองแบบปรับตัวได้นี้ได้นำเสนอนั้นเป็นการปรับปรุงและพัฒนาอัลกอริธึมให้สัมประสิทธิ์ของตัวกรองเข้าสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยได้อธิบายทฤษฎีพื้นฐานของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ และการออกแบบอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานที่ปรับตัวได้ รวมถึงการใช้ข้อมูลค่าเฉลี่ยปรับตัวได้สำหรับการหาค่าสแต็ปไซส์ที่สามารถปรับตัวได้ ผลที่ได้จากการจำลองแสดงให้เห็นว่าตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน สามารถปรับตัวแล้วเข้าสู่ค่าคงที่ในสภาวะคงตัวอย่างรวดเร็ว เมื่อทำการเปรียบเทียบข้อผิดพลาดของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดกับอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานพบว่า ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานสำหรับตัวแปรสแต็ปไซส์ชนิดปรับตัวได้จะอัตราการผิดพลาดเข้าสู่สภาวะคงตัวเร็วกว่าอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด

คำสำคัญ: ตัวกรองปรับตัวได้ ฟังก์ชันสไปลน์ อัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน

ABSTRACT

This paper presents the spline adaptive filtering based on normalized least mean square (NLMS) algorithm. The proposed spline adaptive filtering can improve and develop their coefficient vectors, which can converge to optimum values. The basic theory of spline adaptive filtering is based on adaptive NLMS algorithm in comparison with the conventional adaptive least mean square (LMS) algorithm. Adaptive step-size algorithm is derived with an adaptive averaging algorithm. Simulation results show that the proposed NLMS based on spline adaptive filtering with adaptive averaging step-size algorithm can reduce the estimated error rate of proposed NLMS algorithm lower than the conventional LMS algorithm and converge dramatically to the steady-state.

Keywords: Adaptive filtering, Spline function, Normalised least mean square algorithm (NLMS)

1. บทนำ

ตัวกรองปรับตัวได้ (Adaptive filtering) เป็นตัวกรองดิจิทัลที่มีลักษณะการปรับตัวได้เอง โดยมีความสามารถในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ตัวกรองโดยอัตโนมัติเพื่อปรับสัญญาณอินพุตผ่านอัลกอริธึมแบบปรับตัวได้ ตัวกรองปรับตัวได้มีบทบาทสำคัญในการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล (Digital Signal Processing : DSP) ที่

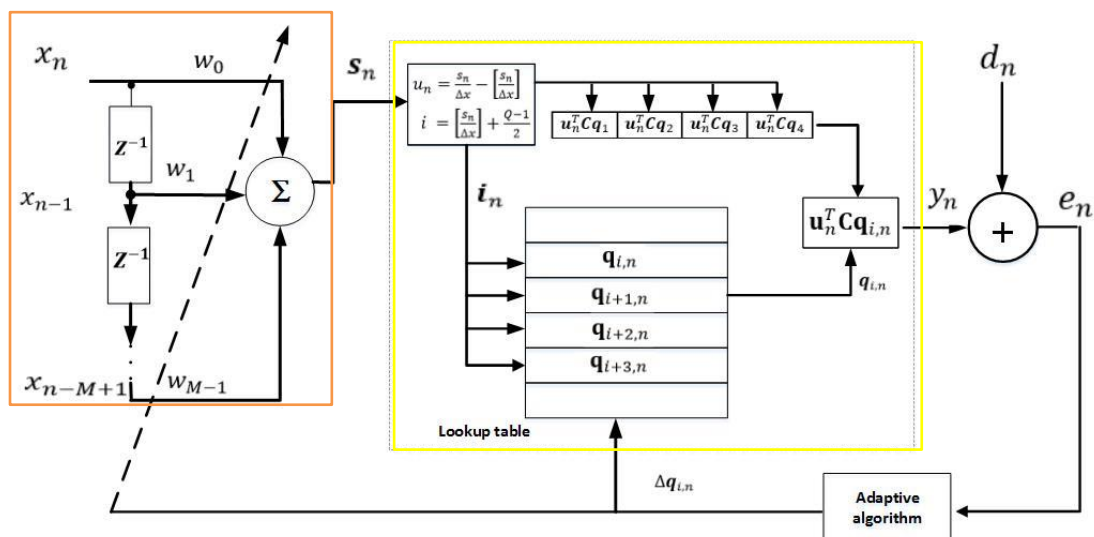
ทันสมัยในด้านต่าง ๆ เช่น การยกเลิกเสียงก้องโทรศัพท์ (echo cancellation) [1] การตัดเสียงรบกวน (active noise control) [2] การปรับปรุงและวิเคราะห์สัญญาณชีวการแพทย์ (biomedical data analysis) [3] การควบคุมสัญญาณรบกวนแบบแอคทีฟในระบบสื่อสารแบบดิจิทัล (Digital Communications) [4]

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับตัวกรองปรับตัวได้แบบเชิงเส้น (Linear adaptive filtering) ได้มีการใช้ในการแก้ปัญหาในทางปฏิบัติมากขึ้น ส่วนโมเดลตัวกรองปรับตัวได้เชิงเส้นพื้นฐานชนิดดิสครีต (basic discrete – time linear adaptive filter model) จะประกอบด้วยตัวกรองปรับตัวได้แบบเชิงเส้นโดยมีการใช้เงื่อนไขที่เหมาะสมในการปรับสัมประสิทธิ์ของตัวกรองโดยใช้การปรับค่าที่เหมาะสม (optimization strategy) ในการออกแบบ

ปัจจุบันได้มีความสนใจในตัวกรองปรับตัวได้แบบไม่เป็นเชิงเส้นที่เรียกว่า ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์ (Spline adaptive filter: SAF) ได้แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพการทำงานที่มีความสามารถในการระบุระบบไม่เป็นเชิงเส้นโดยมีความซับซ้อนต่ำของการคำนวณตัวกรอง SAF แบบไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งพบว่าการนำมาใช้จริงในเชิงปฏิบัติในทางประยุกต์ทางวิศวกรรม [5] ได้แก่ การกำจัดเสียงสะท้อนชนิดอะคูสติก (Acoustic echo cancellation) การควบคุมเสียงรบกวน (Active noise cancellation) การประมาณช่องสัญญาณ (Channel estimation) และการระบุระบบชนิดไม่

เป็นเชิงเส้น (nonlinear system identification) เป็นต้น งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์พบว่า มีการให้ความสนใจกับปัญหาของระบบไม่เป็นเชิงเส้นในทางปฏิบัติมากขึ้นกว่าระบบที่เป็นเชิงเส้น [6] โดยส่วนที่เป็นตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์ (SAF) นั้นเป็นตัวกรองปรับตัวได้แบบไม่เป็นเชิงเส้นที่มีการนำเสนอใน [7] ด้วยรูปแบบการคำนวณที่มีความซับซ้อนต่ำ (Low complexity) และมีการนำไปใช้สำหรับการระบุระบบชนิดไม่เป็นเชิงเส้นได้ (system identification) [8] สำหรับโครงสร้างของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์ในส่วนที่ไม่เป็นเชิงเส้นมีการนำตารางเปรียบเทียบที่สามารถปรับตัวได้ (adaptive lookup table : adaptive LUT) มาใช้ในการปรับสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ควบคุมที่ได้นำเสนอ พบว่า สามารถปรับปรุงประสิทธิภาพของตัวกรองแบบปรับตัวได้ที่ใช้วิธีเกรเดียนต์ (gradient method) ให้มีประสิทธิภาพการทำงานดีขึ้น [8]

ส่วนบทความ [9] ได้นำเสนอการใช้วิธีสมาชิกแบบเซตร่วมกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน (set-membership NLMS algorithm) สำหรับการออกแบบตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์ในส่วนระบบที่เป็นเชิงเส้นแบบผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัด (FIR) พบว่าระบบสามารถลู่เข้าได้โดยมีสัญญาณรบกวนแบบอิมพัลส์ (impulse noise)



รูปที่ 1 โครงสร้างของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์ [8]

ต่อมาได้มีการนำเสนอการประยุกต์ใช้วิธีแบบเวลาเฉลี่ย (time averaging method) กับการหาค่าสแต็ปไซส์แบบปรับตัวได้ (adaptive step-size algorithm) ได้นำเสนอใน [10] พบว่าสามารถติดตามระบบได้อย่างรวดเร็วโดยใช้การคำนวณที่มีความซับซ้อนต่ำ

2. ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์โดยใช้อัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยแบบบรรทัดฐาน

2.1 โครงสร้างตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์

โครงสร้างตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์ ดังแสดงในรูปที่ 1 ประกอบด้วยโครงสร้างหลัก 2 ส่วนหลัก ได้แก่ ส่วนแรกเป็นโครงสร้างที่เป็นเชิงเส้น (Linear structure) จะเป็นโครงสร้างในส่วนที่เป็นโครงสร้างตัวกรองแบบปรับตัวได้ชนิดผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัด (Finite Impulse Response: FIR) และส่วนที่สองเป็นโครงสร้างที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear structure) ซึ่งจะเป็นโครงสร้างในส่วนที่เป็นโครงสร้างตัวกรองปรับตัวได้แบบตารางเปรียบเทียบ (Adaptive Lookup Table: LUT) และฟังก์ชันคิวบิกสไปไลน์ (cubic spline function) สำหรับการแบ่งช่วงแบบสไปไลน์ (spline interpolation) [5]

2.2 การทำงานของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์

การทำงานของตัวกรองแบบปรับตัวได้เมื่อพิจารณาที่สัญญาณค่าผิดพลาดโดยประมาณ (estimated error) e_n จากรูปที่ 1 ดังนั้นตัวกรองแบบปรับตัวได้แบบผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัด (FIR) แสดงความสัมพันธ์ของสัญญาณค่าผิดพลาดได้เป็น

$$e_n = d_n - y_n \quad (1)$$

เมื่อ d_n เป็นสัญญาณที่ต้องการและ y_n เป็นสัญญาณเอาต์พุต

สัญญาณ s_n ที่ได้จากตัวกรองแบบปรับตัวได้จะเป็นผลรวมเชิงเส้นของสัมประสิทธิ์ตัวกรองรวมกับสัญญาณอินพุต

$$s_n = \mathbf{w}_n^T \mathbf{x}_n \quad (2)$$

เมื่อ $\mathbf{w}_n$ เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรองเชิงเส้น และ $\mathbf{x}_n$ เป็นเวกเตอร์สัญญาณอินพุต

สัญญาณ y_n ที่ได้จากตัวกรองแบบปรับตัวได้ด้วยตารางเปรียบเทียบ (Adaptive Lookup Table) จะเป็นผลรวมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของสัมประสิทธิ์ตัวกรองกับสัญญาณอินพุต s_n จะได้

$$y_n = \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \quad (3)$$

เมื่อกำหนดตัวแปร c และดัชนี i ดังนี้

$$u_n = \frac{s_n}{\Delta x} - \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor \quad (4)$$

$$i = \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor + \frac{Q-1}{2} \quad (5)$$

เมื่อ Δx เป็น ค่าระหว่าง $\mathbf{q}_{i,n}$ สองค่าติดกัน และ Q เป็นจำนวนของ $\mathbf{q}_{i,n}$ ที่ใช้และ $\lfloor \cdot \rfloor$ เป็นตัวดำเนินการแบบฟลอร์ (floor operator) ส่วน $\mathbf{C}$ เป็นเมตริกซ์พื้นฐานแบบสไปไลน์ (Spline Basis matrix) [35], [36] โดย $\mathbf{u}_n$ เป็นค่าพิกัดระหว่างจุดสองจุดโดยมีเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ที่ใช้ควบคุม (control point coefficient vector) ของตัวกรองที่ไม่เป็นเชิงเส้น $\mathbf{q}_{i,n}$

2.3 การออกแบบเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรองปรับตัวได้

ฟังก์ชันน้อยที่สุด (Minimisation cost function) ด้วยอัลกอริธึมค่าเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด (Least Mean Square algorithm: LMS) สำหรับตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์กำหนดได้ดังต่อไปนี้ [6]

$$J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n}) = \min_{\mathbf{w}_n} \left\{ \frac{1}{2} (\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n)^{-1} |e_n|^2 \right\} \quad (6)$$

เมื่อค่าความผิดพลาด e_n หาได้จาก

$$e_n = d_n - y_n = d_n - \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \quad (7)$$

จากเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง $\mathbf{w}_n$ สามารถหาค่าได้ดังนี้

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n - \mu_{w_n} \frac{\partial J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n})}{\partial \mathbf{w}_n} \quad (8)$$

โดยทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันในสมการที่ (6) เทียบกับเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง $\mathbf{w}_n$ ดังนี้

$$\frac{\partial J_w}{\partial \mathbf{w}_n} = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n)^{-1} \frac{\partial e_n^2}{\partial \mathbf{w}_n} = -(\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n)^{-1} e_n \frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n} \quad (9)$$

ทำการหา $\frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n}$ โดยใช้กฎลูกโซ่ (chain rule) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n} = \frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{u}_n} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial s_n} \cdot \frac{\partial s_n}{\partial \mathbf{w}_n} = \frac{-\mathbf{u}_n' \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q}_{i,n} \cdot \mathbf{x}_n}{\Delta x} \cdot e_n \quad (10)$$

โดยกำหนดให้

$$\mathbf{u}_n' = [3u_n^2, 2u_n, 1, 0] \quad (11)$$

ต่อมาแทนสมการที่ (9) และ (10) ลงในสมการที่ (8) ดังนั้นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง $\mathbf{w}_n$ จะได้

$$\therefore \mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \frac{\mu_{w_n}}{\Delta x} \frac{\mathbf{u}_n' \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \mathbf{x}_n e_n}{\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n} \quad (12)$$

เมื่อ μ_{w_n} เป็นค่าสแต็ปไซส์ (step-size) แบบปรับตัวได้ สำหรับโครงสร้างตัวกรองปรับตัวได้ชนิดเชิงเส้นแบบสไปรน์

เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง $\mathbf{q}_{i,n}$ สามารถหาค่าได้ดังนี้

$$\mathbf{q}_{i,n+1} = \mathbf{q}_{i,n} - \mu_{q_{i,n}} \frac{\partial J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n})}{\partial \mathbf{q}_{i,n}} \quad (13)$$

เมื่อ $J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n})$ แสดงในสมการที่ (6) โดยทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันในสมการที่ (6) เทียบกับ เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ $\mathbf{q}_{i,n}$ ดังนี้

$$\frac{\partial J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n})}{\partial \mathbf{q}_{i,n}} = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n)^{-1} \frac{\partial e_n^2}{\partial \mathbf{q}_n} = -(\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n)^{-1} e_n \frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{q}_n} \quad (14)$$

คำนวณหา $\frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{q}_n}$ โดยใช้กฎลูกโซ่ จะได้

$$\frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{q}_n} = \frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{u}_n} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial s_n} \cdot \frac{\partial s_n}{\partial \mathbf{q}_n} = -e_n \mathbf{C}^T \mathbf{u}_n \quad (15)$$

แล้วแทนค่าสมการที่ (14) และ (15) ในสมการที่ (13) ดังนั้นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง $\mathbf{q}_{i,n}$ จะหาได้ดังนี้

$$\therefore \mathbf{q}_{i,n+1} = \mathbf{q}_{i,n} + \mu_{q_{i,n}} \frac{\mathbf{C}^T \mathbf{u}_n e_n}{\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n} \quad (16)$$

เมื่อ $\mu_{q_{i,n}}$ เป็นค่าสแต็ปไซส์แบบปรับตัวได้ สำหรับโครงสร้างตัวกรองปรับตัวได้ชนิดไม่เป็นเชิงเส้นแบบสไปรน์

2.4 การออกแบบตัวแปรสแต็ปไซส์ปรับตัวได้

การเพิ่มความเร็วการรู้เข้าของอัลกอริธึมเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ตัวกรองนั้น สามารถประยุกต์ใช้วิธีปรับค่าสแต็ปไซส์แบบปรับตัวได้ (Adaptive Averaging Step - Size Mechanism) [10] - [12] โดยมีหลักการคือ เมื่ออัลกอริธึมยังคงไม่เข้าใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมที่สุด (Optimum Tap Weight- Coefficients) ค่าสแต็ปไซส์ของอัลกอริธึมนั้นควรมีค่ามากเพื่อเพิ่มความเร็วในการรู้เข้า หลังจากนั้นค่าสแต็ปไซส์จะมีค่าน้อย เมื่ออัลกอริธึมรู้เข้าใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมที่สุด

ค่าสแต็ปไซส์แบบปรับตัวได้ μ_{w_n} ที่นำเสนอตั้งต่อไปนี้จะใช้การประมาณค่าสหสัมพันธ์ตัวเองของค่าความผิดพลาดค่าใหม่และค่าความผิดพลาดเก่า $\{e_{n-1}^* e_n\}$ ตามลำดับ เพื่อควบคุมการปรับค่าสแต็ปไซส์ของอัลกอริธึม โดยค่าเฉลี่ยการประมาณค่าความผิดพลาดนี้และสมการปรับค่าสแต็ปไซส์ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (17) และสมการที่ (18) ตามลำดับ

$$\mu_{w_n} = \alpha_w \cdot \mu_{w_{n-1}} + \beta_w \cdot |\xi_n|^2 \quad (17)$$

$$\xi_n = \gamma \cdot \xi_{n-1} + (1 - \gamma) \{e_{n-1}^* e_n\} \quad (18)$$

โดยค่าคงที่ γ มีค่าอยู่ในช่วง $0 < \gamma < 1$ และ β_w คือตัวแปรอิสระเพื่อสเกลการทำนายค่าความผิดพลาด (Prediction error) และ α_w คืออัตราส่วนของค่าใหม่ต่อค่าเก่าของ μ_{w_n} เพื่อนำมาใช้คำนวณเป็น ξ_n ค่าใหม่ โดยกำหนดให้มีค่าเข้าใกล้ 1

ค่าสแต็ปไซส์แบบปรับตัวได้ μ_{q_n} จะหาได้จากค่าความผิดพลาดปัจจุบันกำลังสอง เพื่อใช้ในการควบคุมการปรับค่าสแต็ปไซส์ ดังนี้

$$\mu_{q_n} = \alpha_q \cdot \mu_{q_{n-1}} + \beta_q \cdot \zeta_n \quad (19)$$

$$\zeta_n = \gamma \cdot \zeta_{n-1} + (1 - \gamma) \cdot e_n^2 \quad (20)$$

ตารางที่ 1 การออกแบบตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วย อัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานโดยใช้สเต็ปไซส์เฉลี่ยปรับตัวได้ (Adaptive Averaging Step-Size Normalised Least Mean Square algorithm: AASS-NLMS)

ค่าเริ่มต้น : $\mathbf{w}(0) = \delta_w \cdot [1 \ 0 \dots 0]^T$, $\mathbf{q}(0) = [1 \ 0 \dots 0]^T$,
for $n = 0, 2, \dots, N - 1$.

- 1) ทำการคำนวณหาเวกเตอร์ $\mathbf{s}_n$

$$\mathbf{s}_n = \mathbf{w}_n^T \mathbf{x}_n$$

- 2) ทำการคำนวณหา u_n และค่าดัชนี

$$u_n = \frac{s_n}{\Delta x} - \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor$$

$$i = \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor + \frac{Q - 1}{2}$$

- 3) ทำการคำนวณหาค่าผิดพลาด e_n

$$e_n = d_n - \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n}$$

- 4) คำนวณหาค่าสเต็ปไซส์ปรับตัวได้ μ_{w_n}

$$\mu_{w_n} = \alpha_w \cdot \mu_{w_{n-1}} + \beta_w \cdot |\xi_n|^2$$

$$\xi_n = \gamma \cdot \xi_{n-1} + (1 - \gamma) \{e_{n-1}^* e_n\}$$

- 5) คำนวณหาค่าสเต็ปไซส์ปรับตัวได้ μ_{q_n}

$$\mu_{q_n} = \alpha_q \cdot \mu_{q_n} + \beta_q \cdot \zeta_n$$

$$\zeta_n = \gamma \cdot \zeta_{n-1} + (1 - \gamma) \cdot e_n^2$$

- 6) คำนวณหาเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ $\mathbf{w}_n$ และเวกเตอร์ควม

$\mathbf{q}_{i,n}$

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \frac{\mu_{w_n}}{\Delta x} \frac{\mathbf{u}_n' \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \mathbf{x}_n e_n}{\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n}$$

$$\mathbf{q}_{i,n+1} = \mathbf{q}_{i,n} + \mu_{q_n} \frac{\mathbf{C}^T \mathbf{u}_n e_n}{\mathbf{u}_n^T \mathbf{u}_n}$$

end

3. การจำลองการทำงานของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์

การจำลองการทำงานด้วยกระบวนการสุ่ม (random process) และภายใต้สถานการณ์สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน (Gaussian noise) ทำให้สามารถประเมินประสิทธิภาพของอัลกอริธึม AASS-

NLMS เมื่อเทียบกับอัลกอริธึม LMS [5] เมื่อสร้างสัญญาณอินพุต $\mathbf{x}_n$ สำหรับการทดลองโดยกำหนดให้การทดสอบ 100 รอบ และในแต่ละรอบจะมี 5,000 ข้อมูล(sample) ดังนี้

$$\mathbf{x}_n = \alpha \cdot \mathbf{x}_{n-1} + \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot \psi_n \quad (21)$$

เมื่อ ψ_n เป็นสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน (zero mean white Gaussian noise) และ $\alpha = [0, 0.99]$ สามารถคำนวณค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด (Mean Square Error: MSE_n) ในหน่วย dB ได้จาก

$$MSE_n = 10 \log \left(E \left\{ (d_n - \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n})^2 \right\} \right) \quad (22)$$

สำหรับการทดลองจะใช้การระบุระบบแบบเวียนเนอร์ที่ไม่ทราบค่า [1] ที่ประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ของตัวกรองแบบเชิงเส้น $\mathbf{w}_0$ ดังนี้

$$\mathbf{w}_0 = [0.6 \quad -0.4 \quad 0.25 \quad -0.15 \quad 0.1]^T \quad (23)$$

และมีสัมประสิทธิ์ของตัวกรองแบบไม่เป็นเชิงเส้นชนิดตารางเปรียบเทียบ (LUT) $\mathbf{q}_0$ ที่ใช้ค่า $\Delta x = 0.2$ โดยมีรายละเอียดดังนี้

$$\mathbf{q}_0 = \{-2 \quad -1.8 \quad \dots \quad -1.0 \quad -0.8 \quad -0.91 \quad \dots \quad (24)$$

$$0.1 \quad -0.15 \quad 0.58 \quad 1.2 \quad 1.0 \quad 1.2 \quad \dots \quad 2.0\}$$

กำหนดให้เมตริกซ์สไปลน์ที่ใช้เป็น Catmul - Rom matrix (C_{CR}) มีค่าดังนี้

$$C_{CR} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

และ B-spline (C_B) มีค่าดังนี้

$$C_B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

ค่าพารามิเตอร์เบื้องต้นที่ใช้ในการทดลองสำหรับตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปรน์ มีดังต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\text{SNR}=40$ dB และ $\mu_w(0) = \mu_q(0) = 0.008$

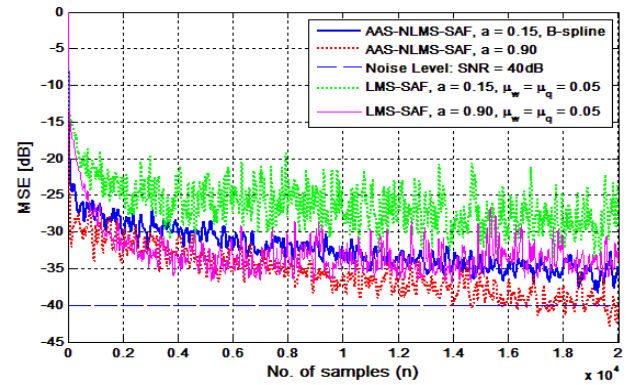
4. ผลการทดลอง

จากรูปที่ 1 แสดงค่า MSE ของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปรน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานสำหรับตัวแปรสเกลาร์เชิงซ้อนปรับตัวได้ (AASS-NLMS) ดังแสดงในตารางที่ 1 ด้วยค่าเมตริกซ์สไปรน์พื้นฐาน C_B โดยใช้ $\text{SNR} = 40$ dB พบว่า ค่า MSE ที่ได้เข้าสู่สภาวะคงตัว เมื่อจำนวนสัญญาณสุ่มที่ใช้ (n) มีค่าตั้งแต่ 10,000 เมื่อทำการเปรียบเทียบกับ LMS-SAF พบว่า AAS-NLMS-SAF ค่า MSE ที่ได้เข้าสู่สภาวะคงตัวเร็วกว่า LMS-SAF เมื่อกำหนดให้ $\alpha = 0.10, 0.95$

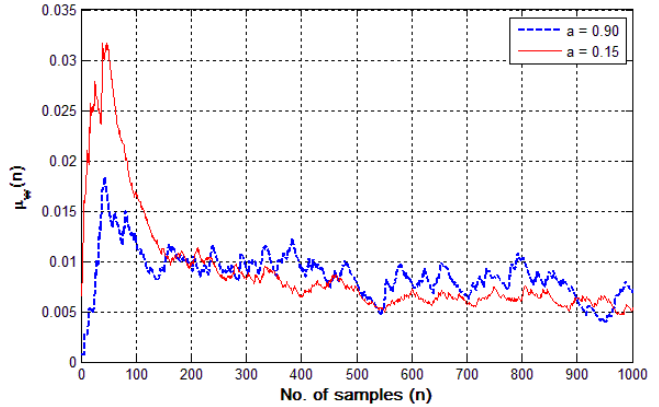
จากรูปที่ 2 และรูปที่ 3 ค่าตัวแปรสเกลาร์ μ_{wn} และ μ_{qn} ของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปรน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานปรับตัวได้ (AASS-NLMS) เมื่อ $\alpha = 0.10, 0.95$ ด้วย C_B โดยใช้ $\text{SNR} = 40$ dB พบว่า ค่าที่ได้สามารถปรับเข้าสู่สภาวะคงตัวได้

จากรูปที่ 4 แสดงค่า MSE ของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปรน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานสำหรับตัวแปรสเกลาร์เชิงซ้อนปรับตัวได้ (AASS-NLMS) ด้วยค่าเมตริกซ์สไปรน์พื้นฐาน C_{CR} โดยใช้ $\text{SNR} = 40$ dB พบว่า ค่า MSE ที่ได้เข้าสู่สภาวะคงตัว เมื่อจำนวนสัญญาณสุ่มที่ใช้ (n) มีค่าตั้งแต่ 10,000 เมื่อทำการเปรียบเทียบกับ LMS-SAF พบว่า AAS-NLMS-SAF ค่า MSE ที่ได้เข้าสู่สภาวะคงตัวเร็วกว่า LMS-SAF เมื่อกำหนดให้ $\alpha = 0.10, 0.25, 0.75$

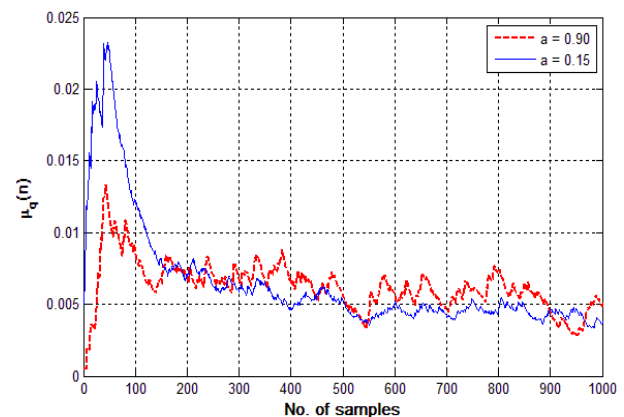
จากรูปที่ 5 และรูปที่ 6 ค่าตัวแปรสเกลาร์ μ_{wn} และ μ_{qn} ของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปรน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานปรับตัวได้ (AASS-NLMS) เมื่อ $\alpha = 0.10, 0.25, 0.75$ ด้วย C_{CR} โดยใช้ $\text{SNR} = 40$ dB พบว่า ค่าสเกลาร์ที่ได้สามารถปรับเข้าสู่สภาวะคงตัวได้



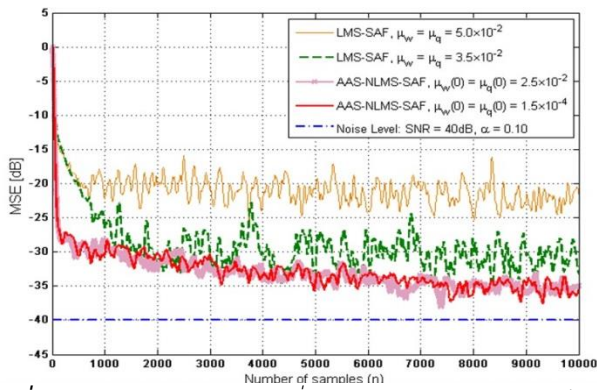
รูปที่ 1 ค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปรน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานสำหรับตัวแปร สเกลาร์เชิงซ้อนปรับตัวได้ (AASS-NLMS) เมื่อ $\alpha = 0.90, 0.15$ ด้วย C_B และ $\text{SNR} = 40\text{dB}$



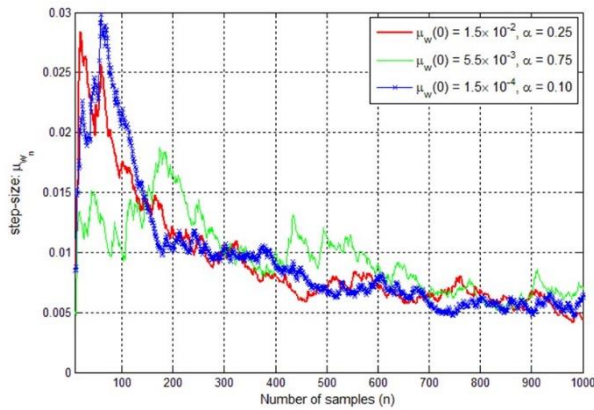
รูปที่ 2 ค่าตัวแปรสเกลาร์เชิงซ้อนปรับตัวได้ μ_{wn} เมื่อ $\alpha = 0.90, 0.15$ ด้วย C_B และ $\text{SNR} = 40\text{dB}$



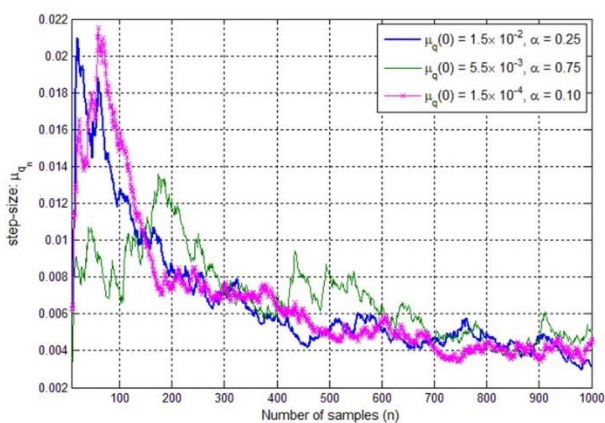
รูปที่ 3 ค่าตัวแปรสเกลาร์เชิงซ้อนปรับตัวได้ μ_{qn} เมื่อ $\alpha = 0.90, 0.15$ ด้วย C_B และ $\text{SNR} = 40\text{dB}$



รูปที่ 4 ค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานโดยใช้สเต็ปไซด์สำหรับตัวแปร สเต็ปไซด์ชนิดปรับตัวได้ (AAS-NLMS) เมื่อ $\alpha = 0.10$ ด้วย C_{CR} และ $SNR = 40dB$



รูปที่ 5 ค่าตัวแปรสเต็ปไซด์ชนิดปรับตัวได้ μ_{w_n} เมื่อ $\alpha = 0.10$, 0.25 , 0.75 ด้วย C_{CR} และ $SNR = 40dB$



รูปที่ 6 ค่าตัวแปรสเต็ปไซด์ชนิดปรับตัวได้ μ_{q_n} เมื่อ $\alpha = 0.10$, 0.25 , 0.75 ด้วย C_{CR} และ $SNR = 40dB$

5. สรุปผล

บทความนี้ได้นำเสนอตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานโดยใช้สเต็ปไซด์เฉลี่ยปรับตัวได้ (AAS-NLMS) โดยได้พัฒนาตัวกรองแบบปรับตัวได้เพื่อให้สัมประสิทธิ์ของตัวกรองเข้าสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยนำเสนอการออกแบบตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ และการออกแบบอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานที่ปรับตัวได้ รวมถึงการใช้อัลกอริธึมค่าเฉลี่ยปรับตัวได้สำหรับการหาค่าสเต็ปไซด์ที่สามารถปรับตัวได้ ผลที่ได้จากการจำลองด้วยค่าตัวแปรต่าง ๆ แสดงได้ว่าตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานที่มีสเต็ปไซด์เฉลี่ยปรับตัวได้นั้นสามารถปรับตัวแล้วเข้าสู่ค่าคงที่ในสภาวะคงตัวอย่างรวดเร็ว เมื่อทำการเปรียบเทียบข้อผิดพลาดของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (LMS) กับอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานที่ได้นำเสนอ (AAS-NLMS) พบว่าตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานสำหรับตัวแปรสเต็ปไซด์ชนิดปรับตัวได้จะอัตราการผิดพลาดเข้าสู่สภาวะคงตัวเร็วกว่าอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด

ในอนาคตจะทำการวิจัยด้วยวิเคราะห์อัลกอริธึมให้มีประสิทธิภาพความเร็วในการเข้าสู่ โดย อัลกอริธึมยังคงให้ผลของการประมาณค่าความผิดพลาดน้อยที่สุด และการพัฒนาอัลกอริธึมให้มีการ ทำงานได้รวดเร็วและมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Scarpiniti, D. Comminiello, R. Parisi, A. Uncini, "Comparison of Hammerstein and Wiener systems for nonlinear acoustic echo cancelers in reverberant environments", in *Proc. International Conference on Digital Signal Processing (DSP'2011)*, Corfu, Greece, pp. 1–6, 2011.
- [2] V. Patel, N.V. George, "Nonlinear active noise control using spline adaptive filters", *Applied Acoustics*, vol. 93, pp. 38–43, 2015.
- [3] K.J. Hunt, M. Munih, N.N. Donaldson, F.M.D. Barr, "Investigation of the Hammerstein hypothesis in the modeling of electrically stimulated muscle", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 45, no. 8, pp. 99–1009, 1998.
- [4] Z. Zhu, H. Leung, "Adaptive identification of nonlinear systems with application to chaotic communications", *IEEE Transactions on Circuits and Systems—I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 7, pp. 1072–1080, 2000.
- [5] M. Scarpiniti, D. Comminiello, R. Parisi and A. Uncini, "Nonlinear spline adaptive filtering", *Signal Processing*, vol. 93, Issue. 4, pp. 772–783, 2013.

- [6] C. Liu , Z. Zhang , X. Tang, “Sign normalised spline adaptive filtering algorithms against impulsive noise”, *Signal Processing*, vol. 148, Issue. 6, pp. 234-240, 2018.
- [7] M. Scarpiniti, D. Communiello, R. Parisi and A. Uncini, “Novel cascade spline architectures for the identification of nonlinear systems”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, vol. 62, Issue. 7, pp. 1825-1835, 2015.
- [8] S. Guan, Z. Li, “Normalised spline adaptive filtering algorithm for nonlinear system identification”, *Neural Processing Letter*, vol. 5, pp. 1-13, 2017.
- [9] C. Liu and Z. Zhang, “Set-membership normalised least M-estimate spline adaptive filtering algorithm in impulsive noise”, *Electronics Letters*, vol. 54, no. 6, pp. 393-395, 2018.
- [10] S. Sitjongsataporn and P. Yuvaositanon, “Low Complexity Adaptive Step-Size Filtered Gradient-based Per-Tone DMT Equalisation”, in *Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, Paris, France, pp. 2526-2529, May 2010.
- [11] A. Saenmuang and S. Sitjongsataporn, “Convergence and Stability Analysis of Spline Adaptive Filtering based on Adaptive Averaging Step-size Normalised Least Mean Square Algorithm”, *International Journal of Intelligent Engineering & System (IJIES)*, vol. 13, no. 2, pp. 267-277, 2020.
- [12] S. Sitjongsataporn, W. Chimpatt, “Adaptive Step-size Normalised Least Mean Square Algorithm for Spline Adaptive Filtering”, in *Proc. IEEE International Technical Conference on Circuits/Systems, Computers and Communications (ITC-CSCC)*, pp. 544-547, 2019.



สุชาดา ลิทธิจงสถาพร จบการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์) และวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ สถาบันวิศวกรรมมหานคร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ดำรงตำแหน่งรองศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ และผู้ช่วยอธิการบดีฝ่ายวิจัย โดยหัวข้องานวิจัยที่สนใจ ได้แก่ การประมวลผลขั้นสูง (Advanced signal processing) การประมวลผลเชิงสถิติ (Statistical signal processing) การประมวลผลเชิงภาพและวิดีโอ (Image and video processing) ระบบสมองกลฝังตัว (Embedded system) และอัลกอริธึมแบบปรับตัวได้ (Adaptive algorithm)

ภานวีย์ โกโคยุดม อาจารย์ประจำสถาบันวิศวกรรมมหานคร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ดำรงตำแหน่งผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ โดยหัวข้องานวิจัยที่สนใจ ได้แก่ เซ็นเซอร์ชีวเคมี (Bio-chemical sensor) เทคโนโลยีทางชีวการแพทย์ (Biomedical technology)

พนม เพชรจตุพร อาจารย์ประจำสถาบันวิศวกรรมมหานคร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ดำรงตำแหน่งผู้ช่วยศาสตราจารย์

ธันวาท ศรีประโม่ง อาจารย์ประจำสถาบันวิศวกรรมมหานคร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ดำรงตำแหน่งผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์