

ตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์ด้วยอัลกอริธึม กำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด

Hammerstein Spline Adaptive Filtering based on Least Mean Square Algorithm

สุชาดา สิทธิจงสภาพร

สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ สถาบันนวัตกรรมมหานคร

คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร

140 ถนนเชื่อมสัมพันธ์ แขวงกระทุ่มราย เขตหนองจอก กรุงเทพฯ 10530

Email: ssuchada@mut.ac.th

ปิยพร นุรารักษ์

สาขาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

9/9 หมู่ 9 ถนนแจ้งวัฒนะ ตำบลบางพูด อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี 11120

Email: piyaporn.nur@stou.ac.th

Manuscript Received June 20, 2023

Revised June 25, 2023

Accepted June 27, 2023

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์โดยใช้อัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด โดยนำเสนอคุณสมบัติทั่วไปและโครงสร้างของตัวกรองแบบปรับตัวได้ด้วยอัลกอริธึมที่ให้สัมประสิทธิ์ของตัวกรองลู่เข้าได้โดยอธิบายถึงพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์ และการออกแบบอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดสำหรับตัวกรองที่เป็นเชิงเส้นปรับตัวได้ ผลที่ได้จากทดสอบโดยการจำลองการทำงาน ได้แสดงให้เห็นว่า ตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์สามารถนำอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดมาประยุกต์เพื่อหาการลู่เข้าของการทำงานของตัวกรองได้ ซึ่งสามารถปรับตัวแล้วลู่เข้าสู่ค่าที่ได้เมื่อทำการเปรียบเทียบข้อผิดพลาดของตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด พบว่า ตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดจะ

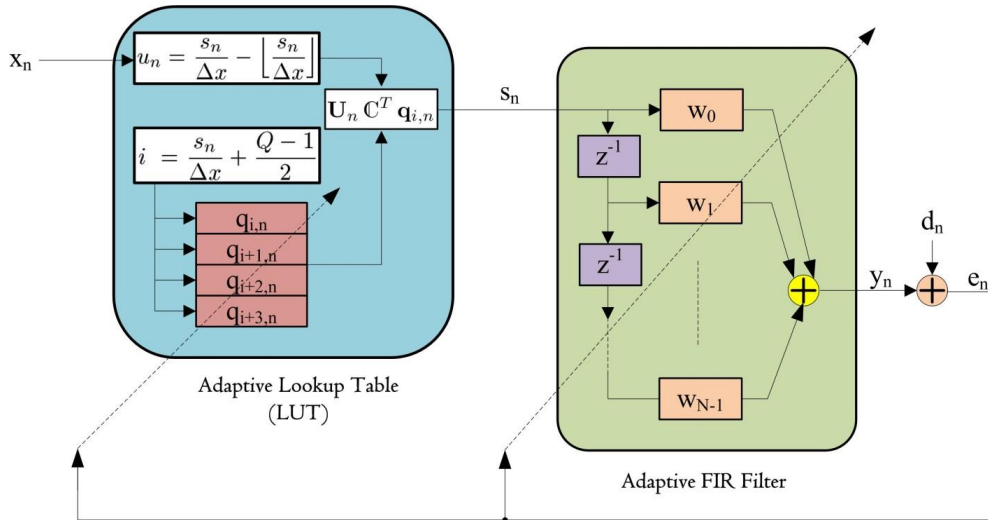
มีอัตราการผิดพลาดลู่เข้าสู่สภาวะคงตัวได้รวดเร็ว

คำสำคัญ: ตัวกรองปรับตัวได้ ฟังก์ชันแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์ อัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด

ABSTRACT

This paper presents the Hammerstein-spline adaptive filtering based on least mean square algorithm. The properties and structure of proposed Hammerstein-spline adaptive filtering is considered with the conventional least mean square algorithm, which can converge to optimum values. The basic theory of Hammerstein-spline adaptive filtering based on adaptive least mean square algorithm is presented. Experimental results depict that the proposed Hammerstein-spline adaptive filtering based on adaptive least mean square algorithm can reduce the estimated error rate of proposed Hammerstein-spline adaptive filtering based on adaptive least mean square algorithm.

Keywords: Adaptive filtering, Hammerstein-Spline function, Least mean square algorithm (LMS)



รูปที่ 1 สถาปัตยกรรมของตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปลน์ [2]

1. บทนำ

ปัจจุบันมีการประยุกต์ตัวกรองปรับตัวได้ชนิดไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear adaptive filtering) มาใช้งานในทางประมวลผลสัญญาณ สำหรับตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปลน์ (Hammerstein spline adaptive filtering: HSAF) [1], [2] ซึ่งจัดเป็นตัวกรองปรับตัวได้ชนิดไม่เป็นเชิงเส้นประเภทหนึ่งที่มีการนำมาใช้ในงานทางด้านวิศวกรรม ได้แก่ การจำแนกระบบชนิดไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear system identification) การป้องกันสภาพแวดล้อมที่มีสัญญาณรบกวนแบบอิมพัลส์ (impulsive noise environment) [3] เป็นต้น

โครงสร้างของตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์ - สไปลน์ [2] ประกอบด้วยสองส่วนหลักต่อกันแบบแคสเคด (cascade topology) โดย ส่วนแรกเป็นตัวกรองปรับตัวได้ชนิดไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear adaptive filtering) ที่มีการนำตารางปรับตัวได้ (adaptive Lookup table : adaptive LUT) มาใช้ในการปรับสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ควบคุมที่มีการกำหนดช่วงด้วยฟังก์ชันสไปลน์ (spline interpolation) ต่อกับส่วนที่สองเป็นตัวกรองปรับตัวได้ที่มีผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัดชนิดเชิงเส้น (adaptive linear finite impulse response filtering) โดยมีการนำเงื่อนไขในการอัปเดตสัมประสิทธิ์ของตัวกรองที่เหมาะสม (optimization scheme) ในการทำงาน

ต่อมา พบว่ามีการวิจัยได้นำเสนออัลกอริทึมที่ใช้สำหรับปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปลน์โดยงานวิจัยต่าง ๆ ได้สนใจวิเคราะห์ปัญหาของระบบทางปฏิบัติ [3] - [5] ได้แก่ การกำจัดเสียงสะท้อนชนิดไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear acoustic echo-cancellation) [4] และระบบสื่อสารแบบสองทาง (full-duplex communication) ที่ความถี่ 2.4 GHz [5] เป็นต้น

สำหรับฟังก์ชันแฮมเมอร์สไตน์ (Hammerstein function) พบว่ามีการนำไปประยุกต์ใช้งานที่ซับซ้อน ตัวอย่างเช่น บทความ [6] มีการนำตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์ (adaptive Hammerstein filtering) ไปใช้กับระบบที่เป็นตัวแปรเชิงซ้อน (complex variables) ซึ่งผลที่ได้พบว่า มีความทนทาน (robust) ต่อชนิดข้อมูลที่ผิดปกติ (outlier) ได้ในสภาพแวดล้อมที่มีสัญญาณรบกวนแบบอิมพัลส์

วัตถุประสงค์ของบทความนี้จะนำเสนอทฤษฎีพื้นฐานและสถาปัตยกรรมเกี่ยวกับตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปลน์ รวมถึงฟังก์ชันต้นทุน (cost function) ที่ใช้และการนำวิธีสโตแคสติก - เกรเดียนต์ (stochastic gradient method) มาใช้เป็นเงื่อนไขในการหาจุดเหมาะสม (optimization scheme) โดยใช้ อัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (least mean square algorithm)

2. ตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์ - สไปลน์

สถาปัตยกรรมของตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปลน์ ซึ่ง ประกอบด้วยบล็อกโครงสร้าง 2 ส่วน ดังแสดงในรูปที่ 1 ได้แก่

1) บล็อกโครงสร้างที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear structure) ซึ่งจะเป็นโครงสร้างแบบตาราง LUT (adaptive Lookup Table: LUT) โดยมีการใช้ฟังก์ชันสไปลน์ (spline function) สำหรับการแบ่งช่วงแบบสไปลน์ (spline interpolation) สำหรับสัมประสิทธิ์ $q_{i,n}$

2) บล็อกโครงสร้างที่เป็นเชิงเส้น (linear structure) จะเป็นโครงสร้างเชิงเส้นชนิดผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัดที่ปรับตัวได้ (Adaptive linear finite impulse response: FIR) สำหรับสัมประสิทธิ์ w_n

จากรูปที่ 1 พบว่าที่เอาต์พุตของของตัวกรองแบบปรับตัวได้เมื่อพิจารณาที่สัญญาณค่าผิดพลาด (error signal) e_n นั้น ตัวกรองแบบปรับตัวได้แบบ FIR จะแสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

$$e_n = d_n - y_n \quad (1)$$

เมื่อ d_n เป็นสัญญาณที่ต้องการและ y_n เป็นสัญญาณเอาต์พุต

$$y_n = w_n^T s_n \quad (2)$$

เมื่อ w_n เป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง FIR และ s_n เป็นเวกเตอร์สัญญาณอินพุตที่เข้าของบล็อก LUT พบว่าสัญญาณ s_n ซึ่งเป็นเอาต์พุตของบล็อก LUT จะเป็นผลรวมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของสัมประสิทธิ์ตัวกรองกับสัญญาณอินพุต u_n จะได้

$$s_n = u_n^T C q_{i,n} \quad (3)$$

$$u_n = [u_n^3, u_n^2, u_n, 1]^T \quad (4)$$

เมื่อกำหนดตัวแปร c และดัชนี i ดังนี้

$$u_n = \frac{s_n}{\Delta x} - \left[\frac{s_n}{\Delta x} \right] \quad (5)$$

$$i = \left[\frac{s_n}{\Delta x} \right] + \frac{Q-1}{2} \quad (6)$$

เมื่อ Δx เป็น ค่าระหว่าง $q_{i,n}$ สองค่าติดกัน และ Q เป็นจำนวนของ $q_{i,n}$ ที่ใช้และ $[\cdot]$ เป็นตัวดำเนินการแบบฟลอร์ (floor operator) ส่วน C เป็นเมตริกซ์พื้นฐานแบบสไปลน์ (spline basis matrix) [2] โดย u_n เป็นค่าพิกัดระหว่างจุดสองจุดโดยมีเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ ของตัวกรองที่ไม่เป็นเชิงเส้น $q_{i,n}$

ฟังก์ชันต้นทุน (cost function) ที่ใช้สำหรับออกแบบเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ $q_{i,n}$ และเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ w_n ด้วยใช้อัลกอริธึมค่าเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด (least mean square algorithm: LMS) ซึ่งเป็นอัลกอริธึมพื้นฐานสำหรับตัวกรองปรับตัวได้ ดังต่อไปนี้ [2]

$$J(q_{i,n}, w_n) = \min_{w_n} \left\{ \frac{1}{2} |e_n|^2 \right\} \quad (7)$$

เมื่อกำหนดค่าความผิดพลาด e_n หาได้จาก

$$e_n = d_n - y_n = d_n - w_{n-1}^T s_n \quad (8)$$

กำหนดการอัปเดตเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง $q_{i,n}$ โดยใช้เกรเดียนต์ของฟังก์ชันต้นทุนที่กำหนดในสมการที่ (7) จะได้

$$q_{i,n+1} = q_{i,n} - \mu_q \frac{\partial J(q_{i,n}, w_n)}{\partial q_{i,n}} \quad (9)$$

เมื่อ $J(q_{i,n}, w_n)$ ในสมการที่ (7) แล้วทำการหาอนุพันธ์เทียบกับเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง $q_{i,n}$ โดยใช้กฎลูกโซ่ (chain rule) ได้ผลดังนี้

$$\frac{\partial J(q_{i,n}, w_n)}{\partial q_{i,n}} = -e_n \frac{\partial y_n}{\partial q_n} \quad (10)$$

คำนวณหา $\frac{\partial y_n}{\partial q_n}$ โดยใช้กฎลูกโซ่ จะได้

$$\frac{\partial y_n}{\partial q_n} = \frac{\partial y_n}{\partial s_n} \cdot \frac{\partial s_n}{\partial q_n} = -w_n C^T u_n \quad (11)$$

แล้วแทนค่าสมการที่ (11) และ (10) ในสมการที่ (9) ดังนั้นสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของ $q_{i,n}$ จะหาได้ดังนี้

$$\therefore q_{i,n+1} = q_{i,n} + \mu_q w_n C^T u_n e_n \quad (12)$$

เมื่อ μ_q เป็นค่าสแต็ปไซส์ (step-size) สำหรับสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ $\mathbf{q}_{i,n}$ โดยใช้วิธีการเดียวกัน สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของ $\mathbf{w}_n$ สามารถหาค่าได้ดังนี้

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n - \mu_w \frac{\partial J(\mathbf{q}_{i,n}, \mathbf{w}_n)}{\partial \mathbf{w}_n} \quad (13)$$

โดยทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันในสมการที่ (7) เทียบกับเวกเตอร์สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ $\mathbf{w}_n$ ได้ดังนี้

$$\frac{\partial J(\mathbf{q}_{i,n}, \mathbf{w}_n)}{\partial \mathbf{w}_n} = \frac{1}{2} \frac{\partial e_n^2}{\partial \mathbf{w}_n} = -e_n \frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n} \quad (14)$$

ทำการหา $\frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n}$ ได้ดังนี้

$$\frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n} = \frac{\partial \mathbf{w}_n^T \mathbf{s}_n}{\partial \mathbf{w}_n} = \mathbf{s}_n \quad (15)$$

ต่อมาแทนสมการที่ (14) และ (15) ลงในสมการที่ (13) ดังนั้นสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของ $\mathbf{w}_n$ จะได้

$$\therefore \mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \mu_w \mathbf{s}_n e_n \quad (16)$$

เมื่อ μ_w เป็นค่าสแต็ปไซส์สำหรับสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ $\mathbf{w}_n$

สรุปได้ว่า สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรองปรับตัวได้แบบแอมเมอร์สไตน์ - สไปล์นด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (LMS-HSAF) นั้นมีลำดับขั้นตอนและค่าเริ่มต้นที่ใช้ ดังแสดงในตารางที่ 1

3. การจำลองการทำงานและค่าเริ่มต้นที่ใช้

การจำลองการทำงาน จะเลือกใช้วิธีกระบวนการสุ่ม (random process) ที่ใช้สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน (Gaussian noise) เพื่อทำการประเมินประสิทธิภาพของอัลกอริธึม LMS-HSAF ดังแสดงในตารางที่ 1

เมื่อสัญญาณอินพุต $\mathbf{x}_n$ ที่ใช้สำหรับการทดลอง กำหนดดังนี้ [2], [3]

$$\mathbf{x}_n = \vartheta \cdot \mathbf{x}_{n-1} + \sqrt{1 - \vartheta^2} \cdot \xi_n \quad (17)$$

เมื่อ ξ_n เป็นสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ (zero

mean white Gaussian noise) และ $\vartheta = [0, 0.99]$

ตารางที่ 1 การทำงานของตัวกรองปรับตัวได้แบบแอมเมอร์สไตน์-สไปล์นด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (LMS-HSAF)

ค่าเริ่มต้น : $\mathbf{w}(0) = \delta_w \cdot [1 \ 0 \dots 0]^T$, $\mathbf{q}(0) = [1 \ 0 \dots 0]^T$,

μ_q, μ_w เป็นค่าคงที่ขนาดเล็ก

for $n = 0, 2, \dots, N - 1$.

1) ทำการคำนวณหาเวกเตอร์ $\mathbf{s}_n$

$$\mathbf{s}_n = \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n}$$

2) ทำการคำนวณหา u_n และค่าดัชนี

$$u_n = \frac{s_n}{\Delta x} - \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor$$

$$i = \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor + \frac{Q - 1}{2}$$

3) คำนวณหาค่าผิดพลาด e_n

$$e_n = d_n - \mathbf{w}_n^T \mathbf{s}_n$$

4) คำนวณหาสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ควบคุม $\mathbf{q}_{i,n}$

$$\mathbf{q}_{i,n+1} = \mathbf{q}_{i,n} + \mu_q \mathbf{w}_n \mathbf{C}^T \mathbf{u}_n e_n$$

5) คำนวณหาสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ $\mathbf{w}_n$

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \mu_w \mathbf{s}_n e_n$$

end

เลือกใช้ค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด (mean square error: MSE_n) ในหน่วย dB ในการประเมินการทำงานของตัวกรองได้จาก

$$MSE_n = 10 \log(E\{(d_n - \mathbf{w}_n^T \mathbf{s}_n)^2\}) \quad (18)$$

เมื่อ $E\{\cdot\}$ เป็นโอเปอเรเตอร์สำหรับประมาณค่า (expectation operator)

สำหรับการทดลองจะทำการจำแนกระบบแบบเวียนเนอร์ที่ไม่ทราบค่า [1] - [3] ที่ประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ของตัวกรองแบบไม่

เป็นเชิงเส้นชนิดตารางเปรียบเทียบ (LUT) $\mathbf{q}_0$ ที่ใช้ค่า $\Delta x = 0.2$ โดยมีรายละเอียดดังนี้

$$\mathbf{q}_0 = \begin{bmatrix} -2 & -1.8 & \dots & -1.0 & -0.8 & -0.91 & \dots \\ 0.1 & -0.15 & 0.58 & 1.2 & 1.0 & 1.2 & \dots & 2.0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

และมีสัมประสิทธิ์ของตัวกรองแบบเชิงเส้น $\mathbf{w}_0$ ดังนี้

$$\mathbf{w}_0 = [0.6 \quad -0.4 \quad 0.25 \quad -0.15 \quad 0.1 \quad 0.05 \quad 0.001]^T \quad (20)$$

ค่าพารามิเตอร์เบื้องต้นที่ใช้ในการทดลองสำหรับตัวกรองปรับตัวได้แบบแอมเมอร์สไตน์-สไปลอน มีดังต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\text{SNR} = 30 \text{ dB}$ $\mu_w = 0.0095, 0.095$ และ $\mu_q = 0.0095, 0.095$ เมื่อจำนวนสัญญาณสุ่มที่ใช้ (n) มีค่าเท่ากับ 3,000 และทำการทำซ้ำ 20 รอบ โดยกำหนดให้เมตริกซ์สไปลอนที่ใช้ได้แก่ เมตริกซ์ Catmul - Rom matrix (C_{CR}) มีค่าดังนี้

$$C_{CR} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

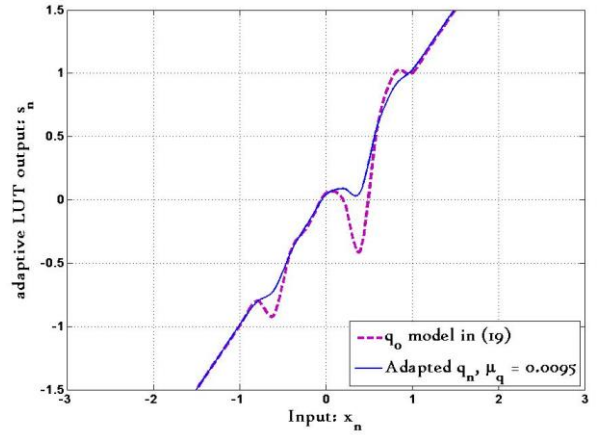
และ เมตริกซ์ B-spline (C_B) มีค่าดังนี้

$$C_B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

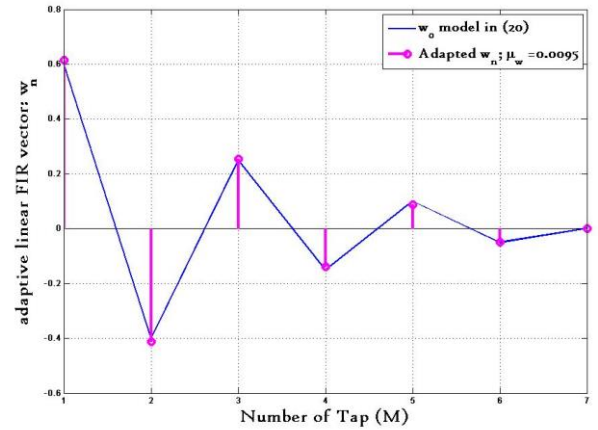
4. ผลการทดลอง

จากรูปที่ 1 แสดงเอาต์พุตที่เป็นเวกเตอร์ $\mathbf{s}_n$ เมื่อกำหนดเมตริกซ์สไปลอนพื้นฐาน C_{CR} โดยมี $\text{SNR} = 30\text{dB}$ และ $\vartheta = 0.15$ พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ที่ปรับตัวได้ $\mathbf{q}_{i,n}$ ในสมการที่ (12) สามารถปรับตัวได้เข้าใกล้ค่า $\mathbf{q}_0$ ในสมการที่ (19) และสังเกตได้ว่า ลักษณะของเวกเตอร์ $\mathbf{s}_n$ จะมีลักษณะโค้งเหมือนกระดูกสันหลัง (spline)

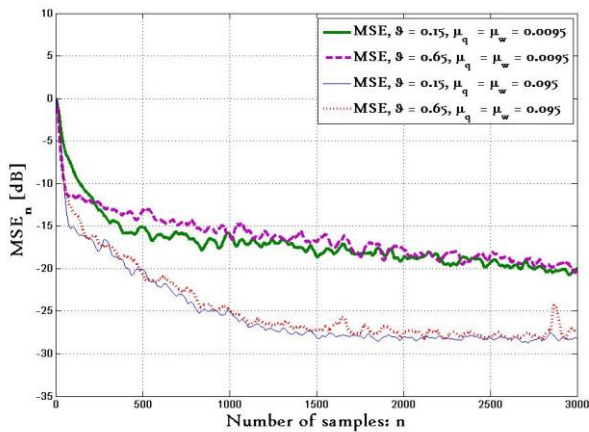
จากรูปที่ 2 แสดงสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรอง $\mathbf{w}_n$ เมื่อกำหนดเมตริกซ์สไปลอนพื้นฐาน C_{CR} โดยมี $\text{SNR} = 30\text{dB}$ และ $\vartheta = 0.15$ พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ที่ปรับตัวได้ $\mathbf{w}_n$ ในสมการที่ (16) สามารถปรับตัวได้เข้าใกล้ค่า $\mathbf{w}_0$ ในสมการที่ (20)



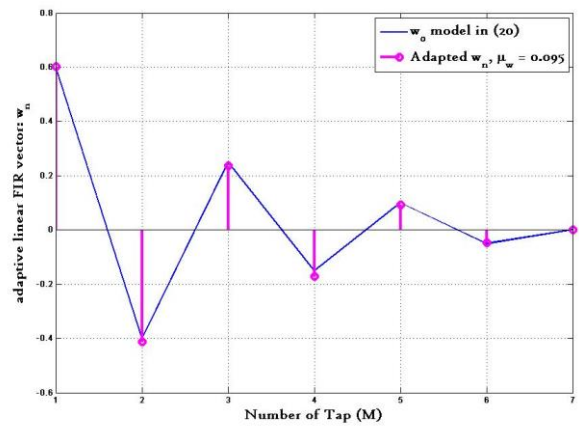
รูปที่ 1 เอาต์พุตของ LUT สำหรับเวกเตอร์ $\mathbf{s}_n$ เมื่อกำหนดเมตริกซ์สไปลอนพื้นฐาน C_{CR} โดยมี $\text{SNR} = 30\text{dB}$ และ $\vartheta = 0.15$



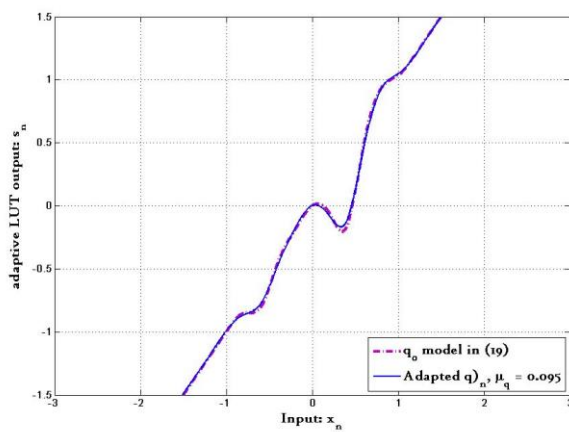
รูปที่ 2 สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรอง $\mathbf{w}_n$ เมื่อกำหนดเมตริกซ์สไปลอนพื้นฐาน C_{CR} โดยมี $\text{SNR} = 30\text{dB}$ และ $\vartheta = 0.15$



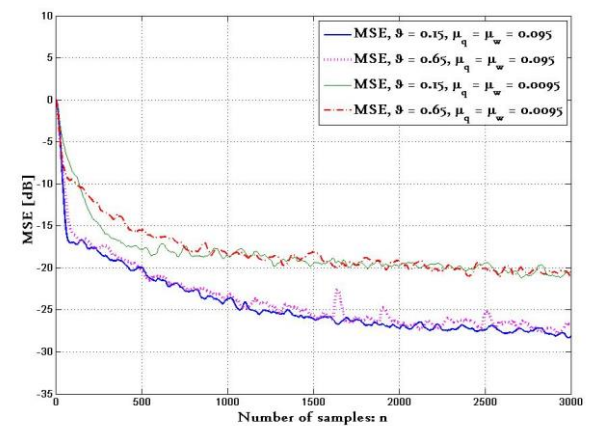
รูปที่ 3 ค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด (MSE_n) เมื่อเมตริกซ์สไปล์พื้นฐาน C_{CR} โดยมีค่า $SNR = 30dB$ และ $\beta = 0.15, 0.65$



รูปที่ 5 สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรอง w_n เมื่อกำหนดเมตริกซ์สไปล์พื้นฐาน C_B โดยมี $SNR = 30dB$ และ $\beta = 0.15$



รูปที่ 4 เอาท์พุทของ LUT สำหรับเวกเตอร์ s_n เมื่อกำหนดเมตริกซ์สไปล์พื้นฐาน C_B โดยมี $SNR = 30dB$ และ $\beta = 0.15$



รูปที่ 6 ค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด (MSE_n) เมื่อเมตริกซ์สไปล์พื้นฐาน C_B โดยมีค่า $SNR = 30dB$ และ $\beta = 0.15, 0.65$

ค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด MSE_n ของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปล์ด้วยอัลกอริธึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (LMS-HSAF) ดังแสดงในรูปที่ 3 ด้วยค่าเมตริกซ์สไปล์พื้นฐาน C_{CR} โดยใช้ $SNR = 30$ dB พบว่า ค่า MSE ที่ได้เข้าสู่สภาวะคงตัว เมื่อ $\beta = 0.15, 0.65$ สังเกตได้ว่า ถ้ากำหนดให้ค่า $\mu_q = \mu_w = 0.0095$ พบว่าค่า MSE จะเข้าสู่ค่า $\mu_q = \mu_w = 0.095$

ในรูปที่ 4 แสดงเอาท์พุทที่เป็นเวกเตอร์ s_n เมื่อกำหนดเมตริกซ์สไปล์พื้นฐาน C_B โดยมี $SNR = 30dB$ และ $\beta = 0.15$ พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ที่ปรับตัวได้ $q_{i,n}$ สามารถปรับตัวได้เข้าใกล้ค่า q_0 ในสมการที่ (19) และสังเกตได้ว่า ลักษณะของเวกเตอร์ s_n จะมีลักษณะโค้งเหมือนกระดูกสันหลัง (spline) ใกล้เคียงกับเวกเตอร์ s_n ที่ได้จากสัมประสิทธิ์ q_0 ในสมการที่ (19)

จากรูปที่ 5 แสดงสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรอง w_n เมื่อ กำหนดเมตริกซ์สไปล์พื้นฐาน C_B โดยมี SNR = 30dB และ $\vartheta = 0.15$ พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ที่ปรับตัวได้ w_n สามารถปรับตัวได้เข้าใกล้ค่า w_0 ในสมการที่ (20)

ค่า MSE_n ของตัวกรองปรับตัวได้ LMS-HSAF ดังแสดงในรูปที่ 6 ด้วยค่าเมตริกซ์สไปล์พื้นฐาน C_B โดยใช้ SNR = 30 dB พบว่า ค่า MSE ที่ได้เข้าสู่สภาวะคงตัว เมื่อ $\vartheta = 0.15, 0.65$ สังเกตได้ว่า ถ้า กำหนดให้ค่า $\mu_q = \mu_w = 0.0095$ พบว่าค่า MSE จะเข้าสู่ค่าต่ำกว่าค่าสแต็ปไซส์ $\mu_q = \mu_w = 0.095$

5. สรุปผล

บทความนี้ได้นำเสนอตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด โดยนำเสนอสถาปัตยกรรมโครงสร้างของตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์ โดยใช้เงื่อนไขเพื่อให้สัมประสิทธิ์เวกเตอร์สามารถเข้าสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุด ผลที่ได้จากการจำลองการทำงานด้วยค่าตัวแปรพื้นฐาน พบว่า สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรองปรับตัวได้แบบแฮมเมอร์สไตน์-สไปล์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดสามารถปรับตัวแล้วเข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่งได้ในสภาวะคงตัว

การพัฒนาอัลกอริทึมให้สามารถทำงานได้รวดเร็วในอนาคต โดยการนำอัลกอริทึมที่มีประสิทธิภาพความเร็วในการลู่เข้า แต่อาจจะมีความซับซ้อนในการคำนวณมากขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Scarpiniti, D. Comminiello, R. Parisi and A. Uncini, "Novel cascade spline architectures for the identification of nonlinear systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, vol. 62, Issue. 7, pp. 1825-1835, 2015, doi:10.1109/TCSI.2015.2423791.
- [2] M. Scarpiniti, D. Comminiello, R. Parisi and A. Uncini, "Hammerstein uniform cubic spline adaptive filtering : learning and convergence properties," *Signal Processing*, vol. 100, pp. 112-123, 2014, doi:10.1016/j.sigpro.2014.01.019.

- [3] C. Liu, Z. Zhang and X. Tang, "Sign Normalised Hammerstein Spline Adaptive Filtering Algorithm in an Impulsive Noise Environment", *Neural Processing Letters*, vol. 50, pp. 477-496, 2019, doi:10.1007/s11063-019-09996-6.
- [4] S. Van Vaerenbergh and L. A. Azpicueta-Ruiz, "Kernel-based identification of Hammerstein systems for nonlinear acoustic echo-cancellation," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech Signal Process. (ICASSP)*, Florence, Italy, pp. 3739-3743, 2014, doi: 10.1109/ICASSP.2014.6854300.
- [5] P. P. Campo, D. Korpi, L. Anttila, and M. Valkama, "Nonlinear digital cancellation in full-duplex devices using spline-based Hammerstein model," in *Proc. IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, Abu Dhabi, United Arab Emirates, 2018, pp. 1-7, doi: 10.1109/GLOCOMW.2018.8644362.
- [6] G. Qian, D. Luo, S. Wang, "A Robust Adaptive Filter for a Complex Hammerstein System", *Entropy*, vol. 21, pp. 1-13, 2019, https://doi.org/10.3390/e21020162.



สุชาดา สิทธิจงสถาพร จบการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์) และวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ สถาบันนวัตกรรมมหานคร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ดำรงตำแหน่งรองศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ และผู้ช่วยอธิการบดีฝ่ายวิจัย โดยหัวข้องานวิจัยที่สนใจ ได้แก่ การประมวลผลขั้นสูง (Advanced signal processing) การประมวลผลเชิงสถิติ (Statistical signal processing) การประมวลผลเชิงภาพและวิดีโอ (Image and video processing) ระบบสมองกลฝังตัว (Embedded system) และอัลกอริทึมแบบปรับตัวได้ (Adaptive algorithm)



ปิยพร นุราธิ์ จบการศึกษา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (อิเล็กทรอนิกส์) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี และ M.Sc. (Electrical Engineering) University of Massachusetts, Lowell, USA. ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำสาขาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช