แบบจำลองการแพร่ระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส โดยพิจารณาผลกระทบจากอุณหภูมิอากาศ

Streptococcus suis Transmission Model with the Effect of Air Temperature

พรวิลัย ชาญกิจกรรณ์

Pornwilai Chankitkan

สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์

Department of Mathematic and Statistics, Faculty of Science and Technology,

Nakhon Sawan Rajabhat University

E-mail: pornwilai.c@nsru.ac.th

บทคัดย่อ

โรคติดเชื้อสเตรปโตคอคคัส ซูอิส เป็นโรคที่เกิดจากเชื้อแบคทีเรียชนิดแกรมบวกที่มีสุกรเป็นพาหะนำโรค ในบทความวิจัยนี้เกี่ยวข้องกับการศึกษาถึงการแพร่เชื้อของแบคทีเรียสเตรปโตคอคคัส ซูอิส โดยสร้างแบบจำลองการแพร่ระบาดของโรค โดยเพิ่มปัจจัยอุณหภูมิอากาศที่ส่งผลต่อการแพร่เชื้อจากสุกรสู่มนุษย์ ผู้วิจัยได้ทำการหาจุดสมดุลและหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรังแล้วนำมาแสดงในรูปแบบของค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน ซึ่งการวิเคราะห์ถึงความเสถียรภาพภายใต้สภาวะไร้โรคและความเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังได้ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของเร้าท์เฮอร์วิท (Routh-Hurwitz) ผลการจำลองแบบเชิงตัวเลขพบว่าค่าอุณหภูมิอากาศมีความสัมพันธ์กับจำนวนสุกรที่ติดเชื้อเมื่อค่าอุณหภูมิอากาศสูงจะส่งผลให้จำนวนสุกรที่ติดเชื้อมีจำนวนที่มาก และอุณหภูมิอากาศต่ำจะส่งผลให้จำนวนสุกรที่ติดเชื้อมีจำนวนที่น้อย ดังนั้นค่าอุณหภูมิอากาศจึงมีผลกระทบต่อการระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิสในสุกรที่แพร่เชื้อมาสู่มนุษย์

คำสำคัญ: สเตรปโตคอคคัส ซูอิส แบบจำลอง ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน จุดสมดุล อุณหภูมิอากาศ

Abstract

Streptococcus suis infection is caused by gram positive bacteria species with the swine disease vectors. This research paper involves the study of the transmission of the bacteria *S. suis* by formulating the transmission model**.** Adding air temperature factor has an effect on transmission swine as disease to human. This research was conducted to find the equilibrium points and

condition for stabilities of disease - free and endemic equilibrium states were investigated and then shown in the form of basic reproductive numbers. Analysis stabilities of disease - free and endemic equilibrium states were investigated and result corresponding to the Routh – Hurwitz condition. The numerical simulation results of the air temperature factor is correlated with the number of infected swine that mean the more value of air temperature the greater number of infected swine and vice versa. Therefore, air temperature has an effect on transmission swine as disease to human.

Keywords: *Streptococcus suis*, Model, Basic reproductive number, Equilibrium points, Air temperature

บทนำ

โรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส เกิดจากแบคทีเรีย *Streptococcus suis* ซึ่งเป็นที่รู้จักในชื่อที่ว่า โรคไข้หูดับ เป็นเชื้อชนิดหนึ่งที่มักพบได้ในช่วงปลายฝนต้นหนาว ช่วงเปลี่ยนฤดู หรือในช่วงฤดูฝนที่ทำให้ฟาร์มสุกรมีความชื้น โดยโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิสเกิดจากเชื้อแบคทีเรียชนิดแกรมบวก มีลักษณะเป็นเชื้อที่อยู่ในโพรงจมูกและต่อมน้ำลายซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดโรคในลูกสุกร โดยจะพบในลูกสุกรตั้งแต่แรกเกิดจนถึงหย่านม (ยุทธพล เทียมสุวรรณ, 2562) สุกรเหล่านี้จึงเป็นแหล่งรังโรคที่ทำให้เชื้อโรคแพร่ไปยังลูกสุกรหรือสุกรในฝูงได้โดยเฉพาะเชื้อ *S. suis* serotype 2 จะเป็นเชื้อที่สามารถติดต่อสู่มนุษย์ได้ โดยเชื้อดังกล่าวสามารถเข้าสู่ร่างกายมนุษย์ได้ 2 วิธี 1.สัมผัสโดยตรงทางบาดแผล 2.การบริโภคเนื้อสุกรหรือเลือดโดยไม่ผ่านการปรุงสุก เมื่อมนุษย์ได้รับเชื้อดังกล่าวอาการของโรคในระยะแรกจะอยู่ในช่วงระยะฟักตัวประมาณ 1 - 3 วัน แต่อาจพบได้ยาวนานถึง 1 สัปดาห์ ซึ่งอาการที่พบได้แก่ มีไข้ ปวดศีรษะ จ้ำเลือดที่ผิวหนัง คอแข็ง ชักเกร็ง ทรงตัวลำบาก เยื่อหุ้มสมองอักเสบ ข้ออักเสบ ม่านตาอักเสบ ซึ่งมนุษย์ที่ได้รับเชื้อโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส จะไม่สามารถหายเองได้ทั้งในมนุษย์และสุกร แต่ถ้ามนุษย์ที่มีอาการหูดับมักจะเป็นถาวรทุกราย แม้จะรักษาหายแล้วก็ตาม

สำหรับสถานการณ์โรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส ในประเทศไทยพบรายงานผู้ที่ติดเชื้อ *S. suis* โดยจากข้อมูลสำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค ในปี 2560 มีรายงานผู้ป่วยโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส จำนวน 317 ราย เสียชีวิต 15 ราย และในปี 2561 พบว่ามีผู้เสียชีวิตเพิ่มขึ้นจากข้อมูลตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม ถึง 19 ตุลาคม 2561 มีผู้ป่วยด้วยโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส แล้วจำนวน 274 รายเสียชีวิต 26 ราย โดยผู้ป่วยส่วนใหญ่จะอยู่ในกลุ่มอายุ 65 ปีขึ้นไป รองลงมาอายุ 45 - 54 ปี ภาคที่มีผู้ป่วยมากที่สุดคือ ภาคเหนือ จำนวน 199 ราย โดยจังหวัดที่มีอัตราป่วยสูงสุด 5 อันดับแรก คือ พะเยา อุตรดิตถ์ กำแพงเพชร นครสวรรค์ และสระแก้ว ตามลำดับ (สำนักสารสนเทศ สำนักงานปลัดกระทรวงสาธารณสุข, 2561)

กชกร ดิเรกศิลป์, ธีรวรรณ ผิวขาว และอดิศักดิ์ สมอ่อน (2550) ได้ศึกษาสุกรที่มีสุขภาพปกติแต่มีเชื้อ *S. suis* อยู่ในต่อมทอนซิล จัดได้ว่าเป็นพาหะนำโรคที่สำคัญภายในฟาร์มการศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อติดตามความชุกของเชื้อ *S. suis* ในต่อมทอนซิลของสุกรอนุบาล หลังหย่านมที่เลี้ยงในโรงเรือนอีแวป โดยการเพาะแยกเชื้อแบคทีเรียจากตัวอย่างที่เก็บโดยการป้ายต่อมทอลซิลของสุกรที่อายุ 7 และ 8 สัปดาห์ จำนวน 63 และ 73 ตัว ตามลำดับ ซึ่งการเก็บตัวอย่างทั้ง 2 ครั้งทำซ้ำในสุกรกลุ่มเดิม พบว่าอัตราการติดเชื้อของสุกรที่อายุ 8 สัปดาห์ (14.70%) สูงกว่าที่อายุ 7 สัปดาห์ (6.12%) ในการศึกษานี้พบว่าความชุกของเชื้อ *S. suis* มีอัตราค่อนข้างต่ำ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่า มีการฉีดยาปฏิชีวนะให้กับสุกรในวันที่หย่านมและจากระบบโรงเรือนอีแวปซึ่งเป็นระบบทำความเย็นแบบที่ใช้การระเหยของน้ำช่วยในการทำความเย็นทำให้อุณหภูมิต่ำ โดยในงานวิจัยได้ระบุว่าโรงเรือนอีแวปเป็นระบบที่มีความเหมาะสมช่วยให้สุกรไม่เกิดความเครียด ซึ่งเชื้อจะไม่สามารถเพิ่มจำนวนและก่อโรค หรือแพร่กระจายเชื้อไปยังสุกรอื่นได้

Shen et al. (2014) ได้ศึกษาแบบจำลองการแพร่ระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส ในแต่ละช่วงเวลาและวิเคราะห์ความอ่อนไหวโดยในงานวิจัยได้ศึกษาประสิทธิภาพของการควบคุมการระบาดซึ่งแบบจำลองจะแสดงในรูปของระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ จากนั้นทำการหาค่าสืบพันธุ์พื้นฐานโดยแสดงให้เห็นได้ว่าที่สภาวะไร้โรคค่า$R_0 < 1$ เป็นเสถียรภาพวงกว้าง ในทางตรงกันข้ามที่ $R_0 > 1$ สภาวะระบาดเรื้อรังเป็นเสถียรภาพวงกว้าง ซึ่งจากแบบจำลองจะเป็นที่ยอมรับที่ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน(R_0) ที่มีค่าประมาณ 1.1333 ของค่าการวิเคราะห์ความอ่อนไหวของ R_0 ในเทอมของพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่ได้รับ

Gautam & Gautam (2015) ได้ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคไข้หวัดหมู ซึ่งในงานวิจัยได้สร้างแบบจำลองไข้หวัดหมูในรูปแบบจำลองการระบาด SEI และนำมาเขียนในระบบสมการเชิงอนุพันธ์ โดยในการวิเคราะห์ผลของการแพร่ระบาดของโรคได้ใช้เงื่อนไขของ เร้าท์เฮอร์วิทเพื่อตรวจสอบความเสถียรภาพของจุดสมดุล โดยค่าดีเทอร์มิแนนต์ของจาโคเบียนส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของการระบาดของโรคที่เกิดขึ้น ความเสถียรภาพของการระบาดของโรคจึงขึ้นอยู่กับค่าลักษณะเฉพาะ $\lambda_i > , = , < 0$ เมื่อ $i = 1, 2, 3$ และพบว่าทำให้ระบบมีความเสถียรภาพอย่างมีขอบเขต

มาลี ศรีพรหม และคณะ (2016) ได้ศึกษาการระบาดของโรคไข้หวัดใหญ่ซึ่งมีผลกระทบจากปริมาณน้ำฝน โดยในงานวิจัยได้สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการจำลองสถานการณ์จริง ซึ่งในงานวิจัยได้ทำการหาจุดสมดุลและหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรังและได้มีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อแสดงผลลัพธ์ของการจำลอง หลังจากการวิเคราะห์พบว่าปริมาณน้ำฝนมีความสัมพันธ์กับจำนวนผู้ป่วยคือปริมาณน้ำฝนมากผู้ป่วยจะมีจำนวนมาก และปริมาณน้ำฝนน้อยผู้ป่วยจะมีจำนวนน้อย ดังนั้นฤดูกาลมีผลต่อการระบาดของโรค

สมเกียรติ ขำนุรักษ์ และกิติพงศ์ กลิ่นแมน (2561) ได้ทำการศึกษาการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ในการป้องกันโรคติดเชื้อสเตรปโตคอคคัส ซูอิส ของประชาชนจังหวัดนครสวรรค์โดยในงานวิจัยได้ทำการเลือกกลุ่มตัวอย่างที่เป็นประชาชนจากตัวแทนของแต่ละครอบครัวในเขตหมู่ 2 และ 6 บ้านโคกเดื่อ ตำบลไพศาลี อำเภอไพศาลี จังหวัดนครสวรรค์ จำนวน 30 คนโดยได้เลือกแบบเจาะจงสำหรับผู้ที่ชอบทานอาหารประเภทสุก ๆ ดิบ ๆ โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดความรู้ จำนวน 20 ข้อ แบบวัดเจตคติ จำนวน 20 ข้อ และแบบวัดพฤติกรรมในการป้องกันโรคติดเชื้อจำนวน 24 ข้อ โดยผลของการวิจัยพบว่าประชาชนมีระดับความรู้และพฤติกรรมในการป้องกันโรคหลังการทดลองสูงกว่าการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีระดับเจตคติในการป้องกันโรคก่อนและหลังไม่แตกต่างกันที่ระดับ .05

Yongzhen et al. (2018) ได้ศึกษาการระบาดของโรคทอกโซพลาสโมซิสในแมวซึ่งแพร่ระบาดมายังมนุษย์กับการเปลี่ยนแปลงของขนาดประชากร โดยงานวิจัยได้พัฒนาแบบจำลองมาจากงานวิจัยของ Aranda et. al (2008) และ Gonzalez-Parra et. al (2009) ซึ่งในงานวิจัยได้ทำการหาค่าสืบพันธุ์พื้นฐานและวิเคราะห์ความเสถียรภาพของจุดสมดุล โดยผลของการวิเคราะห์ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานน้อยกว่า 1 (R_0 <1) แล้วจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคจะเป็นความเสถียรภาพวงกว้างเชิงเส้นกำกับ และถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมากกว่า 1 ($R_0 > 1$) แล้วจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะเป็นความเสถียรภาพวงกว้างเชิงเส้นกำกับ ซึ่งผลลัพธ์ได้แสดงถึงขนาดประชากรมนุษย์ที่แตกต่างกันไม่ได้นำไปสู่ข้อสรุปของแบบจำลองขนาดประชากรมนุษย์ที่คงที่ ดังนั้นในการแพร่ระบาดของโรคในแนวดิ่งในมนุษย์ที่ติดเชื้อที่น้อยไม่ได้ส่งผลต่อการหายไปของโรค

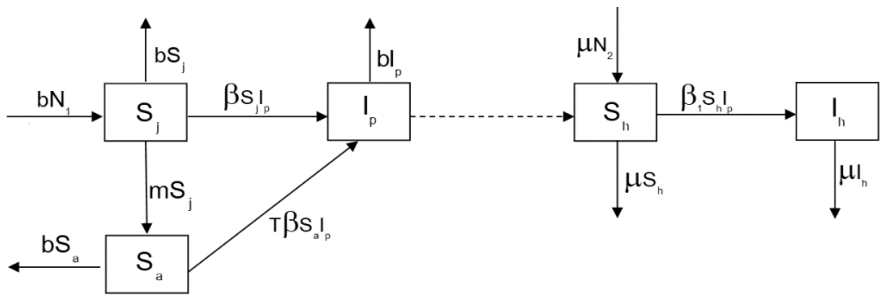
จากปัญหาและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการระบาดของโรคที่มีพาหะนำโรค ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างแบบจำลองการแพร่ระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิสโดยพิจารณาจากผลกระทบอุณหภูมิอากาศซึ่งในงานวิจัยได้แนวทางการสร้างแบบจำลองมาจากงานวิจัยของ Shen et al. (2014) และ ได้พัฒนาแบบจำลองโดยเพิ่มปัจจัยด้านสิ่งแวดล้อมซึ่งได้แนวทางมาจากงานวิจัยของ มาลี ศรีพรหม และคณะ (2016) โดยแบบจำลองได้เพิ่มปัจจัยอุณหภูมิอากาศเพื่อวิเคราะห์ผลกระทบของอุณหภูมิต่อการแพร่ระบาดของโรคซึ่งเป็นการวิเคราะห์อุณหภูมิอากาศใด ๆ มีผลต่อการระบาดของโรค โดยในงานวิจัยจะทำการหาค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) วิเคราะห์ความเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรังโดยใช้ทฤษฎีเร้าเฮอร์วิท (Routh-Hurwitz) และแสดงผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อเป็นการสนับสนุนผลลัพธ์เชิงทฤษฎี โดยผลของการวิเคราะห์แบบจำลองจะทำให้เกิดการเฝ้าระวังและทราบถึงโอกาสของการเกิดโรคในอนาคต นำไปสู่การวางแผนเตรียมการป้องกันและและควบคุมโรคเพื่อลดจำนวนผู้ป่วยในอนาคตต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

ในงานวิจัยได้สร้างแบบจำลองการระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส ซึ่งได้เพิ่มปัจจัยอุณหภูมิอากาศโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการวิเคราะห์ว่าปัจจัยด้านอุณหภูมิอากาศส่งผลกระทบต่อการแพร่เชื้อของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิสในสุกรไปสู่มนุษย์ โดยในแบบจำลองได้วิเคราะห์ความเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรังโดยใช้ทฤษฎีเร้าเฮอร์วิท (Routh-Hurwitz) และแสดงผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อเป็นการสนับสนุนผลลัพธ์เชิงทฤษฎี

วิธีดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยผู้วิจัยได้สร้างแบบจำลองการระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส ซึ่งกำหนดให้จำนวนประชากรมีขนาดคงที่โดยแบ่งกลุ่มประชากรสุกรออกเป็น 3 กลุ่มย่อย คือประชากรลูกสุกรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรสุกรโตเต็มวัยที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ และประชากรสุกรที่ติดเชื้อที่สามารถแพร่เชื้อได้ กลุ่มประชากรมนุษย์ได้แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มย่อยได้แก่ ประชากรมนุษย์ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อและประชากรมนุษย์ที่ติดเชื้อ ซึ่งจากการแบ่งกลุ่มประชากรดังกล่าวสามารถแสดงอธิบายแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 แสดงแนวคิดการสร้างแบบจำลองการระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส

โดยที่ S_j เป็นจำนวนประชากรลูกสุกรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S_a เป็นจำนวนประชากรสุกรโตเต็มวัยที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ I_p เป็นจำนวนประชากรสุกรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ b เป็นอัตราการเกิดและอัตราการตายของประชากรสุกร m เป็นอัตราการเจริญเติบโตของลูกสุกรที่เสี่ยงไปสู่ระยะสุกรโตเต็มวัยที่เสี่ยง β เป็นอัตราการแพร่เชื้อจากสุกรที่เสี่ยงไปยังสุกรที่ติดเชื้อ T เป็นอุณหภูมิอากาศ N_1 เป็นจำนวนประชากรสุกรทั้งหมด S_h เป็นจำนวนประชากรมนุษย์ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ I_h เป็นจำนวนประชากรมนุษย์ที่ติดเชื้อ μ เป็นอัตราการเกิดและอัตราการตายของประชากรมนุษย์ β_1 เป็นอัตราการแพร่เชื้อจาก

ประชากรมนุษย์ที่เสี่ยงไปยังประชากรมนุษย์ที่ติดเชื้อ N_2 เป็นจำนวนประชากรมนุษย์ทั้งหมดโดยจากภาพที่ 1 สามารถสร้างแบบจำลองในรูปของระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญดังต่อไปนี้

$$\frac{dS_j}{dt} = bN_1 - bS_j - mS_j - \beta S_j I_p \quad (1)$$

$$\frac{dS_a}{dt} = mS_j - bS_a - T\beta S_a I_p \quad (2)$$

$$\frac{dI_p}{dt} = \beta S_j I_p + T\beta S_a I_p - bI_p \quad (3)$$

$$\frac{dS_h}{dt} = \mu N_2 - \mu S_h - \beta_1 S_h I_p \quad (4)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \beta_1 S_h I_p - \mu I_h \quad (5)$$

โดยที่ $N_1 = S_j + S_a + I_p$ และ $N_2 = S_h + I_h$

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ระบบสมการ (1) - (5) ด้วยสัดส่วนต่อไปนี้

$\bar{S}_j = \frac{S_j}{N_1}$, $\bar{S}_a = \frac{S_a}{N_1}$, $\bar{I}_p = \frac{I_p}{N_1}$, $\bar{S}_h = \frac{S_h}{N_2}$, $\bar{I}_h = \frac{I_h}{N_2}$ ซึ่งสามารถจัดรูปสมการ (1) - (5) ใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{d\bar{S}_j}{dt} = b - (b+m)\bar{S}_j - \beta \bar{S}_j \bar{I}_p N_1 \quad (6)$$

$$\frac{d\bar{S}_a}{dt} = m\bar{S}_j - b\bar{S}_a - T\beta \bar{S}_a \bar{I}_p N_1 \quad (7)$$

$$\frac{d\bar{I}_p}{dt} = \beta \bar{S}_j \bar{I}_p N_1 + T\beta \bar{S}_a \bar{I}_p N_1 - b\bar{I}_p \quad (8)$$

$$\frac{d\bar{I}_h}{dt} = \beta_1 \bar{S}_h \bar{I}_p N_1 - \mu \bar{I}_h \quad (9)$$

โดยที่ $\bar{S}_h = 1 - \bar{I}_h$

ผลการวิจัย

วิเคราะห์หาจุดสมดุล

ในการหาจุดสมดุลซึ่งเขียนให้อยู่ในรูป $(\bar{S}_j^*,\ \bar{S}_a^*,\ \bar{I}_p^*,\ \bar{I}_h^*)$ โดยจุดสมดุลสามารถหาได้จากการนำระบบสมการ (6) - (9) ให้เท่ากับศูนย์ซึ่งจะทำให้ได้จุดสมดุลสองจุด คือ จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค $E_0 = \left(\frac{b}{b+m},\ \frac{m}{b+m}\ 0,\ 0\right)$ และสภาวะระบาดเรื้อรัง $E_1 = (\bar{S}_j^*,\ \bar{S}_a^*,\ \bar{I}_p^*,\ \bar{I}_h^*)$ เมื่อ

$$\bar{S}_j^* = \frac{b}{b+m+\beta\bar{I}_p^* N_1}, \qquad \bar{S}_a^* = \frac{m\bar{S}_j^*}{b+\beta\bar{I}_p^* N_1 T}$$

$$\bar{I}_p^* = \frac{-\beta m N_1 T+\beta^2 N_1^2 T-b\beta N_1(1+T)+\sqrt{(\beta m N_1 T-\beta^2 N_1^2 T+b\beta N_1(1+T))^2-4\beta^2 N_1^2 T(b^2+bm-b\beta N_1-\beta m N_1 T)}}{2\beta^2 N_1^2 T}$$

และ $\bar{I}_h^* = \frac{\beta_1\bar{I}_p^* N_1}{\beta_1\bar{I}_p^* N_1+\mu}$ โดยที่ $\bar{I}_p^* > 0$ เมื่อ $R_0 > 1$

โดยที่ $R_0 = \frac{\sqrt{\beta^2 N_1^2(b^2(-1+T)^2+2b(m-\beta N_1)(-1+T)+(m+\beta N_1)^2 T^2)}}{\beta N_1(b+(b+m-\beta N_1)T)}$

วิเคราะห์ความเสถียรภาพของจุดสมดุล

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ความเสถียรของจุดสมดุลโดยพิจารณาจากค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียนของระบบสมการ (6) - (9) ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์จาโคเบียนได้ดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} -(b+m)-\beta\bar{I}_p N_1 & 0 & -\beta\bar{S}_j N_1 & 0 \\ m & -b-T\beta\bar{I}_p N_1 & -T\beta\bar{S}_a N_1 & 0 \\ \beta\bar{I}_p N_1 & T\beta\bar{I}_p N_1 & \beta\bar{S}_j N_1+T\beta\bar{S}_a N_1-b & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1(1-\bar{I}_h)N_1 & -\beta_1\bar{I}_p N_1-\mu \end{bmatrix}$$

พิจารณาหาค่าลักษณะเฉพาะจากสมการลักษณะเฉพาะ $\det(J-\lambda I) = 0$ เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ (Eigenvalue) และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 4×4

จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค $E_0 = \left(\frac{b}{b+m},\ \frac{m}{b+m}\ 0,\ 0\right)$ จะได้สมการลักษณะเฉพาะคือ $\lambda_1 = -b-m$ และ $\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$ โดยที่ $a_1 = 2b+\mu-\frac{b\beta N_1-\beta m N_1 T}{b+m}$

$$a_2 = b^2 + 2b\mu - \frac{b^2\beta N_1 - b\beta N_1\mu - b\beta m N_1 T - \beta m N_1\mu T}{b+m}$$

$$a_3 = b^2\mu - \frac{b^2\beta N_1\mu - b\beta m N_1\mu T}{b+m}$$

จะได้ว่ารากสมการ $\lambda_1 < 0$ และ $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ เป็นรากอันดับสามของสมการลักษณะเฉพาะที่สอดคล้องกับเงื่อนไขเร้าเฮอร์วิท (Routh-Hurwitz) โดยการพิจารณา $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_1 a_2 > a_3$ (Edelstein-Keshet, 1988) ซึ่งส่งผลให้ค่า $R_0 < 1$ ดังนั้นที่จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค E_0 มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (Yosyingyong & Viriyapong, 2017) ดังทฤษฎีต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 1 ถ้า $R_0 < 1$ แล้วจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค E_0 เป็นจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (locally asymptotically stable)

จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง $E_1 = (\bar{S}_j^*, \bar{S}_a^*, \bar{I}_p^*, \bar{I}_h^*)$ จะได้สมการลักษณะเฉพาะ คือ

$\lambda_1 = -\beta_1 \bar{I}_p N_2 - \mu$ และ $\lambda^3 + c_1\lambda^2 + c_2\lambda + c_3 = 0$ โดยที่

$$c_1 = 3b + m + \beta\bar{I}_p^* N_1 + \beta\bar{I}_p^* N_1 T - \beta N_1 \bar{S}_j^* - \beta N_1 \bar{S}_a^* T$$

$$c_2 = 3b^2 + 2bm + 2b\beta\bar{I}_p^* N_1 + 2b\beta\bar{I}_p^* N_1 T + \beta\bar{I}_p^* m N_1 T + \beta^2 \bar{I}_p^{*2} N_1^2 T - 2b\beta N_1 \bar{S}_j^* -$$
$$\beta m N_1 \bar{S}_j^* - 2b\beta N_1 \bar{S}_a^* T - \beta m N_1 \bar{S}_a^* T - \beta^2 \bar{I}_p^* N_1^2 \bar{S}_a^* T - \beta^2 \bar{I}_p^* N_1^2 \bar{S}_j^* T$$

$$c_3 = b^3 + b^2 m + b^2\beta\bar{I}_p^* N_1 + b^2\beta\bar{I}_p^* N_1 T + b\beta\bar{I}_p^* m N_1 T + b\beta^2 \bar{I}_p^{*2} N_1^2 T - b^2\beta N_1 \bar{S}_j^* -$$
$$b\beta m N_1 \bar{S}_j^* - b^2\beta N_1 \bar{S}_a^* T - b\beta m N_1 \bar{S}_a^* T - b\beta^2 \bar{I}_p^* N_1^2 \bar{S}_a^* T - b\beta^2 \bar{I}_p^* N_1^2 \bar{S}_j^* T$$

จะได้ว่ารากสมการ $\lambda_1 < 0$ และ $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ เป็นรากอันดับสามของสมการลักษณะเฉพาะที่สอดคล้องกับเงื่อนไขเร้าเฮอร์วิท(Routh-Hurwitz) โดยการพิจารณา $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ และ $c_1 c_2 > c_3$ ซึ่งส่งผลให้ค่า $R_0 > 1$ ดังนั้นที่จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง E_1 มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ ดังทฤษฎีต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2 ถ้า $R_0 > 1$ แล้วจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง E_1 เป็นจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (locally asymptotically stable)

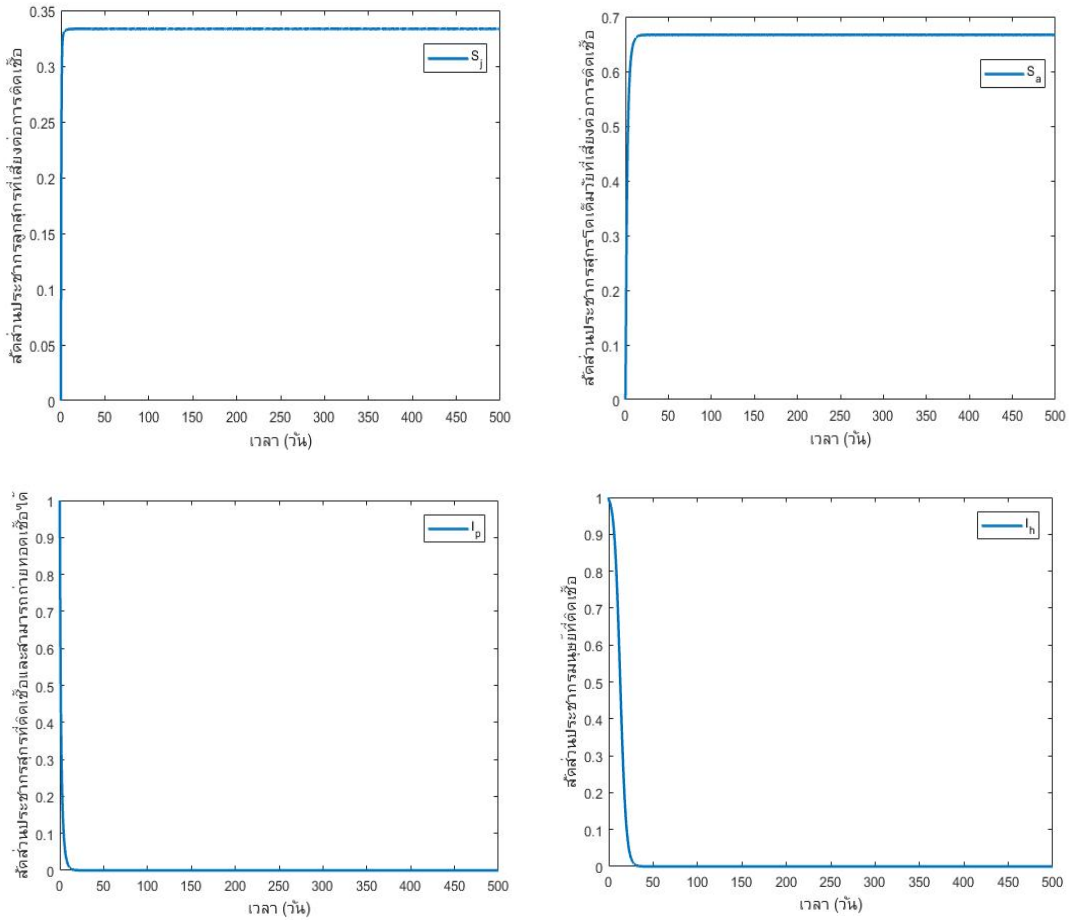
การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขผู้วิจัยได้สำรวจข้อมูลพารามิเตอร์จากงานวิจัยของ Shen et al. (2014) และค่าข้อมูลพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส ในสุกรและมนุษย์ซึ่งมีค่าต่าง ๆ ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส

	สัญลักษ	ค่าพารามิเ	หน่วย
อัตราการเกิดและอัตราการตายของประชากรสุกร	b	0.75	ต่อวัน
อัตราการเจริญเติบโตของลูกสุกรที่เสี่ยงไปสู่ระยะสุกรโต	m	1.5	ต่อวัน
อัตราการแพร่เชื้อจากสุกรที่เสี่ยงไปยังสุกรที่ติดเชื้อ	β	0.000365	ต่อวัน
จำนวนประชากรสุกรทั้งหมด	N_1	300	ตัว
อัตราการเกิดและอัตราการตายของประชากรมนุษย์	μ	0.59	ต่อวัน
อัตราการแพร่เชื้อจากประชากรมนุษย์ที่เสี่ยงไปยังประชากร	β_1	1/7	ต่อวัน
จำนวนประชากรมนุษย์ทั้งหมด	N_2	100	คน
สภาวะไร้โรค			
อุณหภูมิอากาศ	T	5	องศาเซลเซียส
สภาวะระบาดเรื้อรัง			
อุณหภูมิอากาศ	T	50	องศาเซลเซียส

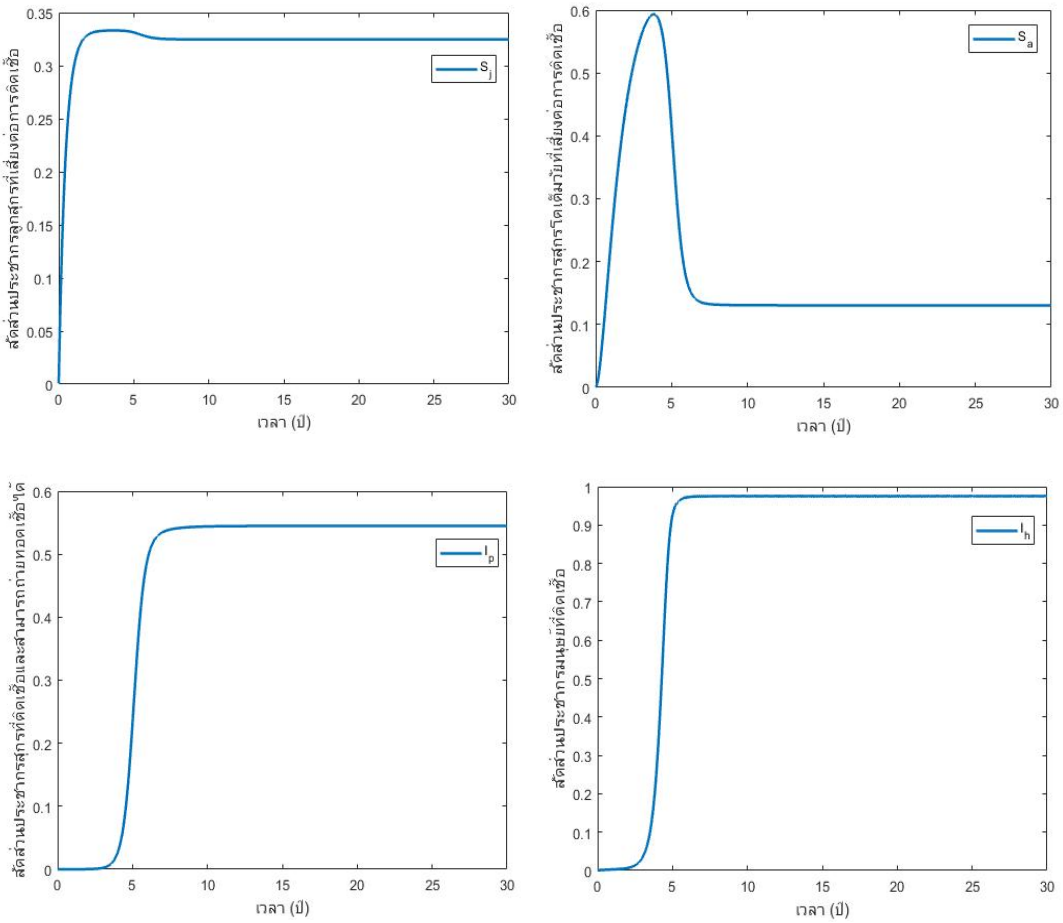
โดยสัดส่วนประชากรที่จุดสมดุลสภาวะไร้โรค $E_0 = (0.3333, 0.6667, 0, 0)$ แสดงดังภาพที่ 2 ดังนี้



ภาพที่ 2 แสดงสัดส่วนของประชากรลูกสุกรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรสุกรโตเต็มวัยที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรสุกรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และประชากรมนุษย์ที่ติดเชื้อ ในสภาวะไร้โรค

โดยจากภาพที่ 2 จะแสดงให้เห็นได้ว่าผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล $E_0 = (0.3333, 0.6667, 0, 0)$ โดยที่ $R_0 = 0.9383$

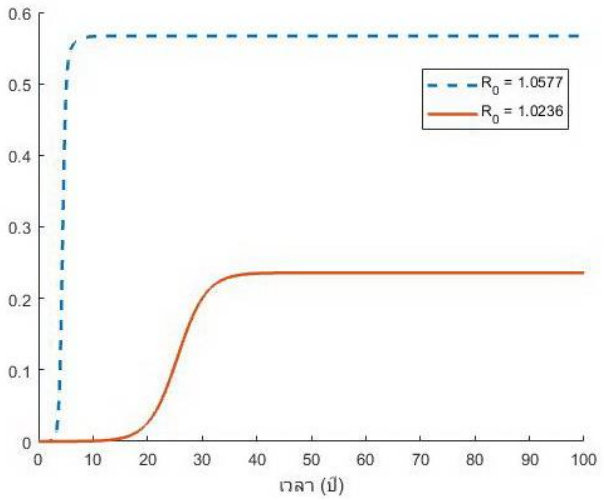
สัดส่วนประชากรที่จุดสมดุลสภาวะระบาดเรื้อรัง $E_1 = (\bar{S}_j^*,\ \bar{S}_a^*,\ \bar{I}_p^*,\ \bar{I}_h^*)$ แสดงดังภาพที่ 3 ดังนี้



ภาพที่ 3 แสดงสัดส่วนของประชากรลูกสุกรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรสุกรโตเต็มวัยที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรสุกรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และประชากรมนุษย์ที่ติดเชื้อ ในสภาวะระบาดเรื้อรัง

โดยจากภาพที่ 3 จะแสดงให้เห็นได้ว่าผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล $E_1 = (0.3247,\ 0.1305,\ 0.5448,\ 0.9754)$ โดยที่ $R_0 = 1.0554$

และแสดงผลกระทบของอุณหภูมิอากาศ T ที่ส่งผลกระทบกับประชากรสุกรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อไปยังมนุษย์ได้โดยแสดงดังภาพที่ 4 ดังนี้



ภาพที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิอากาศ T ที่แตกต่างกัน

จากภาพที่ 4 ทำให้เห็นได้ว่าที่ค่าอุณหภูมิ T ที่แตกต่างกันนั่นคือที่ $T = 25$ องศาเซลเซียส (กราฟเส้นทึบสีส้ม) และ $T = 60$ องศาเซลเซียส(กราฟเส้นประสีน้ำเงิน) จะส่งผลกระทบต่อประชากรสุกรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อไปยังมนุษย์ได้นั่นคือ เมื่ออุณหภูมิอากาศสูงจะส่งผลให้จำนวนสุกรที่ติดเชื้อมีจำนวนที่มากขึ้น และอุณหภูมิอากาศต่ำจะส่งผลให้จำนวนสุกรที่ติดเชื้อมีจำนวนที่น้อย ซึ่งจากสำนักงานป้องกันควบคุมโรคที่ 7 จังหวัดขอนแก่น (2562) ได้กล่าวถึงการแพร่ระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส ว่ามักเกิดในช่วงเข้าสู่ฤดูฝนทำให้ในฟาร์มสุกรมีความชื้นและอาจทำให้สุกรป่วยและติดเชื้อได้ง่าย ซึ่งอุณหภูมิอากาศเป็นปัจจัยที่ทำให้เกิดความชื้นนั่นคือ ถ้าอุณหภูมิอากาศสูงจะทำให้อากาศมีความชื้นต่ำ และอุณหภูมิอากาศต่ำจะทำให้อากาศมีความชื้นสูง ดังนั้นจึงเป็นเหตุผลหนึ่งในการสนับสนุนว่าปัจจัยอุณหภูมิอากาศมีผลต่อการแพร่ระบาดของโรค

อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการสร้างแบบจำลองการแพร่ระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส โดยพิจารณาจากผลกระทบอุณหภูมิอากาศโดยได้เพิ่มปัจจัยด้านอุณหภูมิอากาศเพื่อให้ทราบถึงผลกระทบของอุณหภูมิต่อการแพร่ระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิส ซึ่งในงานวิจัยได้รวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องและงานวิจัยต่าง ๆ เพื่อนำมาสร้างแบบจำลองการระบาดของโรคโดยกำหนดกลุ่มประชากรมีขนาดคงที่ซึ่งแสดงให้อยู่รูปของระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญโดยได้แบ่งกลุ่มประชากรสุกรออกเป็น 3 กลุ่มย่อย คือ ประชากรลูกสุกรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรสุกรโตเต็มวัยที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อและประชากรสุกรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ กลุ่มประชากรมนุษย์ได้แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มย่อย คือ ประชากรมนุษย์ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ และประชากรมนุษย์ที่ติดเชื้อ

จากผลการศึกษาผู้วิจัยได้พิจารณาจุดสมดุลที่สภาวะไร้โรค E_0 สภาวะระบาดเรื้อรัง E_1 และค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน $R_0 = \frac{\sqrt{\beta^2 N_1^2(b^2(-1+T)^2+2b(m-\beta N_1)(-1+T)+(m+\beta N_1)^2T^2)}}{\beta N_1(b+(b+m-\beta N_1)T)}$ พบว่าที่จุดสมดุลสภาวะไร้โรคผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล $E_0 = (0.3333, 0.6667, 0, 0)$ เมื่อ $R_0 = 0.9383$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขเร้าเฮอร์วิท เมื่อ $R_0 < 1$ แล้วทำให้จุดสมดุลที่สภาวะไร้โรคเกิดความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ และจุดสมดุลที่สภาวะระบาดเรื้อรังผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล $E_1 = (0.3247,\ 0.1305,\ 0.5448,\ 0.9754)$ เมื่อ $R_0 = 1.0554$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขเร้าเฮอร์วิท เมื่อ $R_0 > 1$ แล้วทำให้จุดสมดุลที่สภาวะระบาดเรื้อรังเกิดความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ

จากการศึกษาทำให้ผู้วิจัยทราบว่าค่า T หรือค่าอุณหภูมิอากาศนั้นมีผลกระทบต่อการระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิสในสุกรที่แพร่เชื้อมาสู่มนุษย์ ซึ่งพบได้ว่าค่าอุณหภูมิอากาศต่ำจะส่งผลให้จำนวนสุกรที่ติดเชื้อมีจำนวนที่น้อย และอุณหภูมิอากาศสูงจะส่งผลให้จำนวนสุกรที่ติดเชื้อมีจำนวนที่มากขึ้นอีกด้วย ดังนั้นในการคำนวณหาค่า T ที่มีความเหมาะสมในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งได้นั้นจะทำให้เราสามารถที่จะพยากรณ์หาจำนวนสุกรที่ติดเชื้อและแพร่เชื้อไปยังมนุษย์ในอนาคตได้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ทำให้เกิดการเฝ้าระวังและทราบถึงโอกาสของการเกิดโรคในอนาคต นำไปสู่การวางแผนเตรียมการป้องกันและควบคุมโรคเพื่อลดจำนวนผู้ป่วยที่ติดเชื้อจากสเตรปโตคอคคัส ซูอิสในอนาคตต่อไป

อย่างไรก็ตามในการศึกษาการแพร่ระบาดของโรคสเตรปโตคอคคัส ซูอิสที่พิจารณาจากผลกระทบอุณหภูมิอากาศ เนื่องจากอุณหภูมิอากาศที่ใช้เป็นค่าที่ได้จากการจำลองสมการไม่ได้เกิดจากการวัดค่าจากข้อมูลจริงจึงอาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณจำนวนประชากรสุกรที่ติดเชื้อที่แตกต่างจากความเป็นจริงค่อนข้างมาก ซึ่งในงานวิจัยครั้งต่อไปสามารถนำข้อมูลจริงมาใช้ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อศึกษาความเป็นไปได้ของผลเฉลยเชิงตัวเลขว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลจริง

เอกสารอ้างอิง

กชกร ดิเรกศิลป์, ธีรวรรณ ผิวขาว และอดิศักดิ์ สมอ่อน. (2550). ความชุกของเชื้อสเตรปโตคอคคัสซูอิส (*Streptococcus suis*) ในต่อมทอนซิลของสุกรอนุบาลที่เลี้ยงในโรงเรือนอีแวป. *วารสารวิจัย มข, 12* (2), 167- 172.

มาลี ศรีพรหม, ณัฐกร จันทร์ชัย, เจษฎา กลยนีย์, ฤทธิเดช อินอุเทน และ ตระกูลไทย ฉายแม้น. (2016). ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคไข้หวัดใหญ่ โดยพิจารณาผลกระทบจากปริมาณน้ำฝน. *SNRU Journal of Science and Technology, 8* (2), 233 – 239.

ยุทธพล เทียมสุวรรณ .(2562). *สเตรปโตคอคคัส ซูอิส (Streptococcus Suis; S.suis) อย่าคิดว่าเรื่องเล็ก*. สืบค้นจาก https://www.swinethailand.com/15586815/สเตรปโตคอคคัส-ซูอิส-อย่าคิดว่าเรื่องเล็ก

สมเกียรติ ขำนุกรักษ์ และกิติพงศ์ กลิ่นแมน.(2561). การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ในการป้องกันโรคติดเชื้อสเตร็พโตค็อกคัส ซูอิสของประชาชน จังหวัดนครสวรรค์. *วารสารสมาคมเวชศาสตร์ป้องกันแห่งประเทศไทย, 8* (3), 430-440.

สำนักงานป้องกันควบคุมโรคที่ 7 จังหวัดขอนแก่น.(2562). *สคร. 7 เตือนประชาชนงดกินเนื้อหมูปรุงดิบหรือสุกๆดิบๆ เสี่ยงป่วยด้วยโรคไข้หูดับ อาจทำให้หูหนวกถาวรหรือเสียชีวิตได้*. สืบค้นจาก https://ddc.moph.go.th/th/site/newsview/view/7023

สำนักสารสนเทศ สำนักงานปลัดกระทรวงสาธารณสุข.(2561). *กรมควบคุมโรค เตือนประชาชนระวังกินหมูสุก ๆ ดิบ ๆ เสี่ยง "โรคไข้หูดับ" อาจทำให้หูหนวกถาวรหรือเสียชีวิตได้*. สืบค้นจาก https://pr.moph.go.th/?url=pr/detail/2/02/118642/

Aranda, D.F., Villanueva, R.J., Arenas, A.J. & Gonzalez-Parra, G.C. (2008). Mathematical modeling of Toxoplasmosis disease in varying size populations. *Computers and Mathematics with Applications, 56* (3), 690–696.

Gautam, K. & Gautam, K. (2015). Study of mathematical modeling on effect of swine Flu. *International Journal of Research in Advance Engineering (IJRAE), 1* (8), 1-6.

Gonzalez-Parra, G.C., Arenas, A.J., Aranda, D.F., Villanueva, R.J. &Jodar, L. (2009). Dynamics of a model of Toxoplasmosis disease in human and cat populations. *Computers and Mathematics with Applications, 57* (10), 1692–1700.

Edelstein-Keshet, L. (1988). *Mathematical Models in Biology*. New York: McGraw-Hil

Shen, C., Li, M., Zhang, W., Yi, Y., Wang, Y., Hou, Q., Huang, B. & Lu, C. (2014). Modeling transmission dynamics of *Streptococcus suis* with stage structure and sensitivity analysis. *Hindawi Publishing Corporation Discrete Dynamics in Nature and Society*, *2014*, 1-10.

Yongzhen, P., Xuehui, J., Changguo, L. & Shujing, G. (2018). Dynamics of a model of Toxoplasmosis disease in cat and human with varying size populations. *Mathematics and Computers in Simulation, 44*, 52-59.

Yosyingyong, P. & Viriyapong, R. (2017). Mathematical modeling the effects of vaccination on HBV infection in Thailand. *วารสารวิทยาศาสตร์บูรพา (ฉบับพิเศษ)*, *22*, 400-410.

วันที่รับบทความ 17 พ.ค. 62, วันที่แก้ไขบทความ 31 พ.ค. 62, วันที่ตอบรับบทความ 10 มิ.ย. 62