

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคโควิด-19 ในประเทศไทย

Mathematical Model for COVID-19 in Thailand

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร*, ณัฐดนัย ปานพวง, วุฒิชัย ศรีวงศ์แสน

Itthithep Navarasuchitr*, Natdanai Panpuang, Wuttichai Sriwongsan

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University

บทคัดย่อ

โรคโควิด-19 เป็นโรคที่อุบัติขึ้นใหม่ที่มีการแพร่ระบาดเป็นวงกว้าง ปัจจุบันทั่วโลกมีผู้ป่วยโรคโควิด-19 แล้วกว่า 100 ล้านราย และเสียชีวิตไม่ต่ำกว่า 2 ล้านราย งานวิจัยชิ้นนี้ได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ SIR มาวิเคราะห์สถานการณ์การติดต่อของโรคโควิด-19 ในประเทศไทย รวมถึงการวิเคราะห์ความเสถียรภาพของตัวแบบ โดยการจำลองค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน เพื่อคาดการณ์จำนวนผู้ติดเชื้อโรคโควิด-19 และใช้สมการโลจิสติกส์เพื่อคำนวณผู้ติดเชื้อรายใหม่ เพื่อควบคุมจำนวนผู้ติดเชื้อให้เพียงพอต่อวัคซีนที่จะเข้ามาในอนาคต

คำสำคัญ: โรคโควิด-19 แบบจำลอง SIR การวิเคราะห์ความเสถียรภาพ สมการโลจิสติกส์

Abstract

COVID-19 is a new virus disease that has been spreading out broadly. There are currently over 100 million people who are suffering from the disease and over 2 million people have died. The objective of this research is to simulate the mathematical model SIR to analyze the COVID-19 situation in Thailand and analysis on the stability by the simulation of different parameters. We use logistic equation to approximate the number of new cases in order to control the future use of the vaccine.

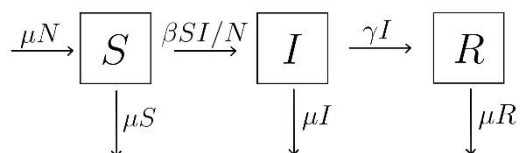
Keywords: COVID-19, SIR Model, Stability analysis, Logistic equation.

* Corresponding author : itthithep@g.swu.ac.th

บทนำ

สถานการณ์โรคโควิด-19 ในประเทศไทย ได้เริ่มต้นเมื่อวันที่ 13 มกราคม พ.ศ. 2563 ซึ่งเป็นนักท่องเที่ยวชาวจีนที่เข้ามาในประเทศไทยเมื่อวันที่ 12 มกราคม พ.ศ. 2563 หลังจากนั้นได้ตรวจพบผู้ติดเชื้อชาวไทยในเวลาต่อมา การระบาดระลอกแรกนั้นอยู่ในช่วงเดือนมีนาคมจนถึงเดือนเมษายน 2563 โดยในครั้งนั้นได้มีมาตรการล็อกดาวน์ จัดระยะห่าง (social distancing) ระหว่างกัน 2 เมตร มีการรณรงค์ให้ใช้หน้ากากผ้าหรือหน้ากากอนามัยเมื่อออกจากบ้าน และทำความสะอาดมือด้วยเจลหรือสเปรย์แอลกอฮอล์ การระบาดระลอกแรกใช้เวลา 2 เดือน จึงไม่พบผู้ติดเชื้อในประเทศ โดยผู้ที่พบเชื้อหลังจากนั้นเป็นผู้ที่เดินทางมาจากต่างประเทศ และเข้ารับการดูแลในสถานที่กักกันของรัฐ (State quarantine) และไม่พบการติดเชื้อภายในประเทศนานกว่า 100 วัน จนกระทั่งเมื่อช่วงกลางเดือนธันวาคม พ.ศ. 2563 ได้มีการพบการติดเชื้อภายในประเทศระลอกใหม่ (Newly Emerging) โดยเป็นกลุ่มแรงงานชาวต่างชาติที่ตลาดกุ้ง จังหวัดสมุทรสาคร โดยมีผู้ติดเชื้อสูงสุดจำนวน 959 รายในวันที่ 26 มกราคม พ.ศ. 2564 และเริ่มมีการจัดโซนสีแดงให้กับจังหวัดที่อยู่ในพื้นที่เสี่ยงพร้อมทั้งมาตรการต่าง ๆ ในการลดจำนวนผู้ติดเชื้อ สถานการณ์การเริ่มต้นขึ้นในเดือนมีนาคม พ.ศ. 2564 ได้เริ่มมีการผ่อนคลามาตรการต่าง ๆ จนกระทั่งเกิดกลุ่มคลัสเตอร์สถาบันเทคโนโลยีนานาชาติสิรินธรเมื่อเดือนเมษายน พ.ศ. 2564 ทำให้มีผู้ติดเชื้อเพิ่มสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว เนื่องจากเชื้อโควิด-19 ที่พบเป็นสายพันธุ์อังกฤษ (B.1.1.7) เป็นสายพันธุ์ที่มีความสามารถในการระบาดเร็วกว่าสายพันธุ์ปกติถึง 1.7 เท่า โดยมีผู้ติดเชื้อในแต่ละวันเพิ่มมากขึ้นถึง 2000 กว่าราย (<https://ddc.moph.go.th>) ดังนั้นกลุ่มผู้วิจัยจึงเห็นถึงความสำคัญของการศึกษาการระบาดของโรคโควิด-19 ในประเทศไทย โดยได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับโรคระบาด มาเป็นเครื่องมือในการศึกษางานวิจัยชิ้นนี้

ในการศึกษาตัวแบบเกี่ยวกับโรคระบาด กลุ่มผู้วิจัยได้ใช้ตัวแบบคณิตศาสตร์พื้นฐาน SIR (Susceptible- Infectious - Recovered) ซึ่งคิดค้นโดย Kermack และ Mckendrick (Kermack W.O. & Mackendrick A.G. (1927)) ซึ่งแบ่งประชากรออกเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่ม Susceptible(S) เป็นกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ กลุ่ม Infectious (I) เป็นกลุ่มที่ติดเชื้อ กลุ่ม Recovered (R) เป็นกลุ่มที่มีภูมิคุ้มกัน โดยที่ N เป็นจำนวนประชากรทั้งหมด ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 1 แผนภาพตัวแบบ SIR

จากภาพที่ 1 เราจะได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \mu N - \frac{\beta SI}{N} - \mu S \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - (\mu + \gamma)I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R\end{aligned}\quad (1)$$

เมื่อ μ แทน อัตราการเกิดของมนุษย์ β แทน อัตราการแพร่เชื้อ และ γ แทน อัตราการหายป่วย เราจะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรทั้ง 4 ตัว คือ $N = S + I + R$

จากนั้นเราจะตรวจสอบความเสถียรภาพของระบบสมการ (1) และกำหนดค่าพารามิเตอร์เพื่อดูแนวโน้มของจำนวนผู้ติดเชื้อและใช้ตัวแบบนี้เพื่อควบคุมการแพร่ระบาดของโรคโควิด-19

วัตถุประสงค์งานวิจัย

1. เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SIR ที่ใช้อธิบายการแพร่ระบาดของโรคโควิด-19
2. เพื่อนำตัวแบบที่ได้ไปใช้อธิบายการแพร่กระจายของโรคโควิด-19 เพื่อดูแนวโน้มจำนวนผู้ติดเชื้อ
3. เพื่อนำตัวแบบที่ได้ไปใช้ในการลดจำนวนผู้ติดเชื้อลง เมื่อมีวัคซีนเข้ามาในประเทศไทย เพื่อควบคุมจำนวนผู้ติดเชื้อให้เพียงพอต่อการฉีดวัคซีน

วิธีดำเนินงานวิจัย

1. หาจุดสมดุลของระบบสมการ

จากระบบสมการ (1) พิจารณาหาจุดสมดุลของระบบสมการ ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 1 จากระบบสมการ (1) เราจะได้จุดสมดุล 2 จุด คือ

1. จุดสมดุลที่ไม่มีโรค $E_1 = (N, 0, 0)$
2. จุดสมดุลของการแพร่ระบาด

$$E_2 = \left(\frac{N(\mu + \gamma)}{\beta}, \frac{\beta \mu N - \mu N(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)}, \frac{\gamma(\beta N - N(\mu + \gamma))}{\beta(\mu + \gamma)} \right)$$

พิสูจน์ เราหาจุดสมดุลของระบบสมการ (1) ได้จาก

$$\mu N - \frac{\beta SI}{N} - \mu S = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\beta SI}{N} - (\mu + \gamma)I = 0 \quad (3)$$

$$\gamma I - \mu R = 0 \quad (4)$$

จากสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{\beta SI}{N} + \mu S &= \mu N \\ S \left(\frac{\beta I}{N} + \mu \right) &= \mu N \\ S &= \frac{\mu N}{\frac{\beta I}{N} + \mu} \\ &= \frac{\mu N^2}{\beta I + \mu N} \quad (5)\end{aligned}$$

จากสมการที่ (4) จะได้

$$\begin{aligned}\mu R &= \gamma I \\ R &= \frac{\gamma I}{\mu}\end{aligned}$$

จากสมการที่ (3) จะได้

$$I \left(\frac{\beta S}{N} - (\mu + \gamma) \right) = 0$$

นั่นคือ $I = 0$ หรือ $\frac{\beta S}{N} - (\mu + \gamma) = 0$

กรณีที่ 1: $I = 0$

$$\text{จะได้ } S = \frac{\mu N^2}{0 + \mu N} = N \text{ และ } R = \frac{\gamma \cdot 0}{\mu} = 0$$

ดังนั้น จุดสมดุลที่ไม่มีโรคคือจุด $E_1(S, I, R) = E_1(N, 0, 0)$

□

กรณีที่ 2: $\frac{\beta S}{N} - (\mu + \gamma) = 0$

จะได้

$$S = \frac{\mu N^2}{\beta \left(\frac{\beta \mu N - \mu N(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)} \right) + \mu N}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\mu N^2}{\left(\frac{\beta \mu N - \mu N(\mu + \gamma) + \mu N(\mu + \gamma)}{(\mu + \gamma)} \right)} \\
 &= \frac{\mu N^2(\mu + \gamma)}{\beta \mu N} \\
 &= \frac{N(\mu + \gamma)}{\beta}
 \end{aligned}$$

และ จะได้

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{\gamma \left(\frac{\beta \mu N - \mu N(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)} \right)}{\mu} \\
 &= \gamma \left(\frac{\beta N - N(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)} \right)
 \end{aligned}$$

ดังนั้น จุดสมดุลของการแพร่ระบาดคือจุด

$$E_2(S, I, R) = E_2 \left(\frac{N(\mu + \gamma)}{\beta}, \frac{\beta \mu N - \mu N(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)}, \frac{\gamma(\beta N - N(\mu + \gamma))}{\beta(\mu + \gamma)} \right) \square$$

2. หาค่า Basic Reproduction Number (R_0)

ค่า Basic Reproduction Number (R_0) คือ ค่าที่ใช้บอกจำนวนที่คน 1 คน จะแพร่เชื้อต่อให้กับคนอื่น ๆ เฉลี่ยกี่คน ในประชากรที่ไม่มีภูมิคุ้มกันมาก่อนและไม่มีมาตรการควบคุมโรค ถ้า $R_0 < 1$ แสดงว่า จำนวนผู้ติดเชื้อลดลง และโรคจะหมดไปในที่สุด แต่ถ้า $R_0 > 1$ แสดงว่า จำนวนผู้ป่วยจะเพิ่มขึ้น และจะเกิดการระบาด เรามีวิธีการหาค่า R_0 โดยใช้วิธีการเมทริกซ์รุ่นถัดไป (next generation matrix) (Van den Driessche & Watmough, (2002)) ดังนี้

กำหนดให้

$$\frac{dX}{dt} = f(X) - v(X)$$

เมื่อ

$$X = \begin{pmatrix} S \\ I \\ R \end{pmatrix}, \quad f(X) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\beta SI}{N} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v(X) = \begin{pmatrix} -\mu N + \frac{\beta SI}{N} + \mu S \\ (\mu + \gamma)I \\ -\gamma I + \mu R \end{pmatrix}$$

ให้ F และ V แทน เมทริกซ์จาโคเบียนของ $\mathbf{f}(X)$ และ $\mathbf{v}(X)$ ตามลำดับ จะได้ว่า

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta I}{N} & \frac{\beta S}{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{และ} \quad V = \begin{pmatrix} \frac{\beta I}{N} + \mu & \frac{\beta S}{N} & 0 \\ 0 & \mu + \gamma & 0 \\ 0 & -\gamma & \mu \end{pmatrix}$$

ที่จุด $E_1 = (N, 0, 0)$ จะได้

$$F_{E_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V_{E_1} = \begin{pmatrix} \mu & \beta & 0 \\ 0 & \mu + \gamma & 0 \\ 0 & -\gamma & \mu \end{pmatrix}$$

และ

$$V_{E_1}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mu} & \frac{-\beta}{\mu(\mu + \gamma)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu + \gamma} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma}{\mu(\mu + \gamma)} & \frac{1}{\mu} \end{pmatrix}$$

หาผลคูณของ $F_{E_1} V_{E_1}^{-1}$ จะได้

$$F_{E_1} V_{E_1}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{\mu + \gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

หาค่าลักษณะเฉพาะของ $F_{E_1} V_{E_1}^{-1}$ จาก $\det(F_{E_1} V_{E_1}^{-1} - \lambda I_3) = 0$ จะได้

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{\mu + \gamma} - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(-\lambda)(-\lambda)\left(\frac{\beta}{\mu + \gamma} - \lambda\right) = 0$$

ดังนั้น ค่าลักษณะเฉพาะของ $F_{E_1} V_{E_1}^{-1}$ คือ $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ และ $\lambda_3 = \frac{\beta}{\mu + \gamma}$

พิจารณา

$$\rho(F_{E_1} V_{E_1}^{-1}) = \max \left\{ |0|, |0|, \left| \frac{\beta}{\mu + \gamma} \right| \right\}$$

$$= \frac{\beta}{\mu + \gamma}$$

ดังนั้น รัศมีสเปกตรัม คือ $R_0 = \frac{\beta}{\mu + \gamma}$

3. ตรวจสอบความเสถียรภาพ

นำจุดสมดุล E_1 และ E_2 มาวิเคราะห์ความเสถียรภาพ จะได้ทฤษฎีบท ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2

1. ถ้า $R_0 < 1$ แล้ว จุดสมดุล E_1 จะเป็นจุดเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ
2. ถ้า $R_0 > 1$ แล้ว จุดสมดุล E_2 จะเป็นจุดเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ

พิสูจน์

ให้

$$f_1 = \mu N - \frac{\beta SI}{N} - \mu S$$

$$f_2 = \frac{\beta SI}{N} - (\mu + \gamma)I$$

$$f_3 = \gamma I - \mu R$$

จะได้เมทริกซ์จาโคเบียนของ $\mathbf{F} = (f_1, f_2, f_3)$ คือ

$$\mathbf{J}(\mathbf{F}) = \begin{pmatrix} \frac{-\beta I}{N} - \mu & \frac{-\beta S}{N} & 0 \\ \frac{\beta I}{N} & \frac{\beta S}{N} - (\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

กรณีที่ 1: ที่จุดสมดุล $E_1 = (N, 0, 0)$ จะได้

$$\mathbf{J}(\mathbf{F}_{E_1}) = \begin{pmatrix} -\mu & -\beta & 0 \\ 0 & \beta - (\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

หาค่าลักษณะเฉพาะของ $\mathbf{J}(\mathbf{F}_{E_1})$ จาก $\det(\mathbf{J}(\mathbf{F}_{E_1}) - \lambda I_3) = 0$ จะได้

$$\begin{vmatrix} -\mu - \lambda & -\beta & 0 \\ 0 & \beta - (\mu + \gamma) - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(-\mu - \lambda)(\beta - (\mu + \gamma) - \lambda)(-\mu - \lambda) = 0$$

$$(-\mu - \lambda)^2(\beta - (\mu + \gamma) - \lambda) = 0$$

$$(-\mu - \lambda)^2 \left((\mu + \gamma) \left(\frac{\beta}{\mu + \gamma} - 1 \right) - \lambda \right) = 0$$

$$(-\mu - \lambda)^2 (\mu + \gamma)(R_0 - 1) - \lambda = 0$$

จะได้ค่าลักษณะเฉพาะคือ $\lambda_1 = -\mu, \lambda_2 = -\mu$ และ $\lambda_3 = (\mu + \gamma)(R_0 - 1)$

ถ้า $R_0 < 1$ แล้ว ค่าลักษณะเฉพาะของ $\mathbf{J}(\mathbf{F}_{E_1})$ ทั้งหมดจะมีค่าน้อยกว่า 0

ดังนั้นจุดสมดุล E_1 เป็นจุดเสถียรภาพเชิงกำกับ □

กรณีที่ 2: ที่จุดสมดุล $E_2 = \left(\frac{N(\mu + \gamma)}{\beta}, \frac{\beta\mu N - \mu N(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)}, \frac{\gamma(\beta N - N(\mu + \gamma))}{\beta(\mu + \gamma)} \right)$

จะได้

$$\mathbf{J}(\mathbf{F}_{E_2}) = \begin{pmatrix} -\frac{\beta}{N} \left(\frac{\beta\mu N - \mu N(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)} \right) - \mu & -\frac{\beta}{N} \left(\frac{N(\mu + \gamma)}{\beta} \right) & 0 \\ \frac{\beta}{N} \left(\frac{\beta\mu N - \mu N(\mu + \gamma)}{\beta(\mu + \gamma)} \right) & \frac{\beta}{N} \left(\frac{N(\mu + \gamma)}{\beta} \right) - (\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -R_0\mu & -(\mu + \gamma) & 0 \\ R_0\mu - \mu & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

หาค่าลักษณะเฉพาะของ $\mathbf{J}(\mathbf{F}_{E_2})$ จาก $\det(\mathbf{J}(\mathbf{F}_{E_2}) - \lambda I_3) = 0$ จะได้

$$\begin{vmatrix} -R_0\mu - \lambda & -(\mu + \gamma) & 0 \\ R_0\mu - \mu & -\lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(-R_0\mu - \lambda)(-\lambda)(-\mu - \lambda) + (\mu + \gamma)(R_0\mu - \mu)(-\mu - \lambda) = 0$$

$$(-\mu - \lambda)[(-R_0\mu - \lambda)(-\lambda) + (\mu + \gamma)(R_0\mu - \mu)] = 0$$

$$(-\mu - \lambda)[\lambda^2 + \lambda(R_0\mu) + (\mu + \gamma)(R_0\mu - \mu)] = 0$$

จะได้ค่าลักษณะเฉพาะคือ $\lambda_1 = -\mu$ และค่ารากของพหุนาม $q(\lambda) = \lambda^2 + a_1\lambda + a_2$ เมื่อ

$$\begin{aligned} a_1 &= R_0\mu > 0 \\ a_2 &= (\mu + \gamma)(R_0\mu - \mu) \\ &= \mu(\mu + \gamma)(R_0 - 1) \end{aligned}$$

ค่าของ $a_2 > 0$ เมื่อ $R_0 > 1$

ดังนั้นตามเกณฑ์ของ **เร้าท์-เฮอริวิตซ์ (Routh-Hurwitz)** (Leah Edelstein-Keshet (2005))จะได้ว่า จุดสมดุล E_2 เป็นจุดเสถียรภาพเชิงกำกับ เมื่อ $R_0 > 1$ $\square$

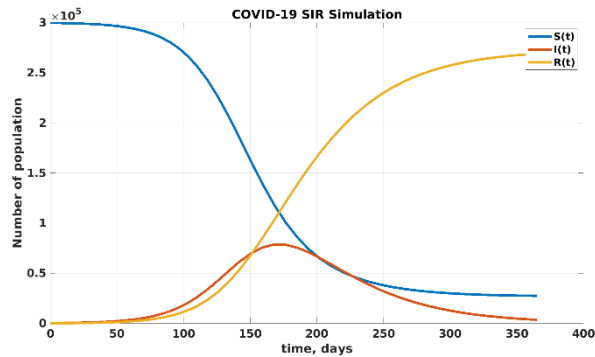
ผลการวิจัย

นำตัวแบบ SIR ที่ได้วิเคราะห์ความเสถียรภาพมาแทนค่าตัวแปรพารามิเตอร์ที่ได้จาก กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข โดยใช้ข้อมูลในช่วง 15 ธันวาคม พ.ศ. 2563 ถึง 28 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 (<https://ddc.moph.go.th/viralpneumonia/index.php>) ดังตารางที่ 1 โดยใช้วิธีการเชิงตัวเลขในการคำนวณผ่านโปรแกรมคำนวณ MATLAB

ตารางที่ 1 ค่าของพารามิเตอร์ต่าง ๆ

ตัวพารามิเตอร์	ชื่อเรียกตัวพารามิเตอร์	ค่าของพารามิเตอร์
N	ประชากร	300000
μ	อัตราการเกิด	0.00003
β	อัตราการติดเชื้อ	0.07142
γ	อัตราการหายป่วย	0.02641

ภาพที่ 2 แสดงพฤติกรรมของการระบาดที่เกิดขึ้นในช่วง 15 ธันวาคม พ.ศ. 2563 ถึง 28 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 โดยมีค่า $R_0 = 2.7$ เมื่อไม่มีมาตรการป้องกันใด ๆ จำนวนของผู้ติดเชื้อโควิด-19 จะสูงสุดที่สุดในเดือน มิถุนายน 2564 ประมาณที่ 78901 คน และจะลดลงจนถึง 0 เมื่อ ตุลาคม 2564

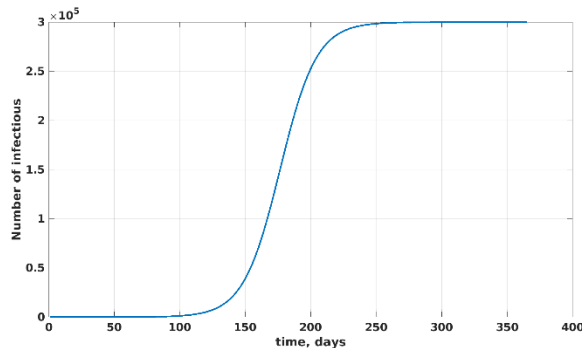


ภาพที่ 2 กราฟของตัวแบบ SIR เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.07142$, $\mu = 0.00003$ และ $\gamma = 0.02641$

ถ้าเราสมมติให้มีวัคซีนจำนวน 300000 โดส เข้ามาในประเทศไทย เราจะคำนวณจำนวนผู้ติดเชื้อโดยใช้สมการโลจิสติกส์

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K} \right), \quad P(0) = P_0 \quad (6)$$

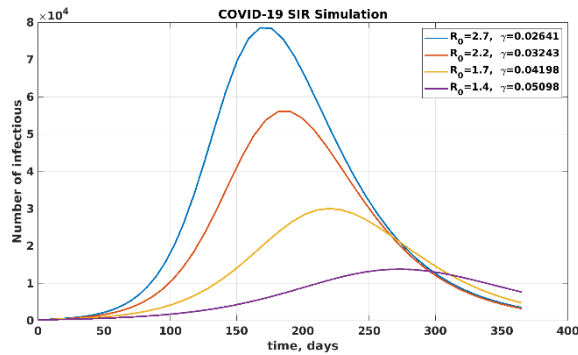
เมื่อ P คือ จำนวนประชากรที่ติดเชื้อ ณ เวลา t , r คือ อัตราการแพร่กระจายของเชื้อโรค และ K คือ ค่าความจุที่รองรับได้ โดยการแทนค่า $P(0) = 1$, $r = 0.07142$ และ $K = 300000$ จะได้กราฟดังรูปที่ 3



ภาพที่ 3 กราฟของสมการโลจิสติกส์ เมื่อกำหนดให้ $P(0) = 1$, $r = 0.07142$ และ $K = 300000$

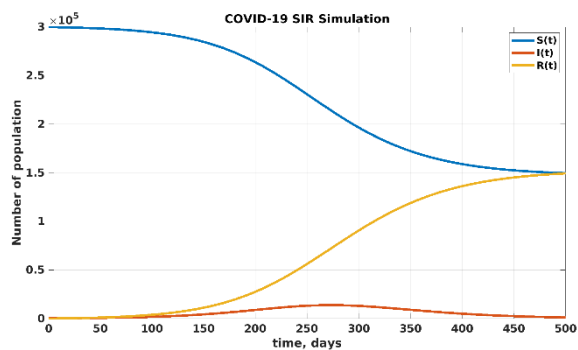
จากกราฟในภาพที่ 3 จะพบว่า จำนวนของผู้ติดเชื้อจะเพิ่มขึ้นถึง 300000 คน ภายในเวลาไม่ถึงหนึ่งปี โดยจำนวนของการติดเชื้อจะเพิ่มสูงขึ้นเมื่อเข้าสู่เดือนที่ 6 ดังนั้นเราจึงควรมีมาตรการป้องกันการติด

เชื่อให้ลดลง เพื่อรอการเข้ามาของวัคซีนในอนาคต เมื่อเราสามารถจำกัดการติดเชื้อให้ลดลงได้แล้ว ค่าของ R_0 ก็จะลดลง และค่าของ γ ก็จะเพิ่มสูงขึ้น ดังรูปที่ 4



ภาพที่ 4 กราฟของตัวแบบ SIR เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.07142$, $\mu = 0.00003$ และ R_0 ต่าง ๆ กัน

เนื่องจากเรามีมาตรการป้องกันที่เข้มงวดทั้ง การเว้นระยะห่าง การสวมหน้ากากอนามัย ล้างมือบ่อย ๆ และการล็อกดาวน์ในพื้นที่เสี่ยง จะทำให้เราสามารถลดค่า R_0 ลงมาได้ ในการระบาดระลอกแรก ถึงแม้จะยังไม่สามารถลดได้น้อยกว่า 1 ก็ตาม เช่นในกรณีนี้ที่ $R_0 = 1.4$ ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 กราฟของตัวแบบ SIR เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.07142$, $\mu = 0.00003$ และ $\gamma = 0.05098$

จากภาพที่ 5 จะพบว่า เมื่อค่า R_0 ลดลง จำนวนผู้ติดเชื้อจะเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ และจำนวนผู้ติดเชื้อมากที่สุดมีจำนวนไม่มาก และผู้รักษาอาการจนหายจะมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น

อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากการนำตัวแบบทางคณิตศาสตร์ SIR มาใช้ในการศึกษาการแพร่กระจายของโรคโควิด-19 ในประเทศไทย โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เราจะพบว่าเมื่อ $R_0 = 2.7$ ซึ่งเกิดขึ้นในการระบาดระลอกแรก ถ้าเราไม่มีมาตรการป้องกันใด ๆ เกิดขึ้น จำนวนผู้ติดเชื้อจะสูงถึง 78901 ราย แต่เมื่อเรามีมาตรการต่าง ๆ เช่น การเว้นระยะห่าง การสวมหน้ากากอนามัย ล้างมือบ่อย ๆ และการล็อกดาวน์ในพื้นที่เสี่ยง เป็นต้น จะพบว่า R_0 จะมีค่าลดลง ซึ่งจะทำให้จำนวนผู้ติดเชื้อรายใหม่มีจำนวนลดลงด้วย ประกอบกับการมีวัคซีนเข้ามาในประเทศไทย จะทำให้เกิดภูมิคุ้มกันหมู่ (herd immunity) ซึ่งอาจทำให้โรคโควิด-19 ไม่แพร่ระบาดในประเทศไทยในภายภาคหน้า แต่อย่างไรก็ตามในปัจจุบันสถานการณ์โรคโควิด-19 ในประเทศไทยค่า R_0 ยังมีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ เนื่องจากยังมีการพบปะสังสรรค์ การเดินทางไปหาสุกั้น การอยู่รวมกันของชุมชนแออัด รวมทั้งการเดินทางเข้าสู่ประเทศไทยของชาวต่างชาติ ดังนั้น เราจึงต้องมีการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ตลอดเวลา ตามสถานการณ์ในปัจจุบัน ผู้ที่สนใจสามารถนำตัวแบบนี้ไปสร้างตัวแบบประเภทอื่นที่มีความละเอียดมากขึ้น หรือนำไปใช้กับโรคระบาดชนิดอื่น ๆ ได้

เอกสารอ้างอิง

- กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข.(2563 – 2564). รายงานสถานการณ์การติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019. อ้างอิงจาก <https://ddc.moph.go.th/viralpneumonia/index.php>
- Leah Edelstein-Keshet. (2005). *Mathematical Models in Biology*. Canada. SIAM.
- Pierre, N.V.Tu. (1992). *Dynamical Systems, An Introduction with Applications in Economics and Biology* (2nd ed). Canada. Springer-Verlag.
- Van den Driessche, P. (2002). Reproduction Numbers and Subthreshold Endemic Equilibrium for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*. 180, 29-48. [https://doi.org/10.1016/S0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00108-6)
- Kermack, W. O., and McKendrick, A. G. (1927). A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics. *Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 115(772), 700-721. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>