

การวิเคราะห์ความอ่อนไหวของแบบจำลองการแพร่ระบาดของ
โรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส
Sensitivity Analysis of *Streptococcus suis* Epidemic Model

พรวิไล ขาญกิจกรณ์*, สมบูรณ์ นิยม
Pornwilai Chankitkan*, Somboon Niyom

สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์
Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology,
Nakhon Sawan Rajabhat University

บทคัดย่อ

โรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส เป็นโรคที่เกิดจากเชื้อแบคทีเรียสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส และเป็นแบคทีเรียชนิดที่พบในสุกร ในบทความวิจัยผู้วิจัยได้สร้างแบบจำลองการระบาดของโรคจากสุกรสู่คนและ พิสูจน์ทฤษฎีบทของแบบจำลอง หาจุดสมดุลที่สภาวะไร้โรคและพิสูจน์ความเสถียรภาพเฉพาะที่และวงกว้างเชิงเส้นกำกับ หาค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) โดยวิธีรูนัดไป และวิเคราะห์ความอ่อนไหวของค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน ซึ่งผลลัพธ์จากการวิเคราะห์พบว่าจุดสมดุลที่สภาวะไร้โรคมีความเสถียรภาพเฉพาะที่สอดคล้องกับเงื่อนไขเร้าเฮอริวิท และมีความเสถียรภาพวงกว้างเชิงเส้นกำกับโดยการใชัพังก์ชันเลียปูนอฟ นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์ความอ่อนไหวพบว่าที่พารามิเตอร์ b (อัตราการเสียชีวิตของประชากรสุกร) ที่เพิ่มขึ้น 20% ทำให้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานลดลงจากเดิม $R_0 = 6.36$ เป็น $R_0 = 5.02$ ดังนั้นในการลดการระบาดของโรคเกิดโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส คือการทำให้สุกรที่ติดเชื้อเสียชีวิตเพิ่มขึ้นเพื่อเป็นการลดปริมาณแบคทีเรียในสิ่งแวดล้อมที่ส่งผลต่อการระบาดของโรคไปยังสุกรตัวอื่นในฟาร์มที่นำไปสู่การติดเชื้อในประชากรคน

คำสำคัญ: สเตรปโตค็อกคัส ซูอิส แบบจำลอง ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน วิเคราะห์ความอ่อนไหว

Abstract

Streptococcus suis infection is caused by bacteria *streptococcus suis* and found in swine. In this research, we constructed an epidemic model of swine with humans and prove the model theory. We investigated the local and global stability of the disease-free equilibrium point, a basic reproduction number (R_0) by using the next-generation method and sensitivity analysis of basic reproduction number. The results show that the disease-free equilibrium point is locally asymptotically stable according to the Routh-Hurwitz condition and globally

* Corresponding author: pornwilai.c@nsru.ac.th

asymptotically stable using the Lyapunov function. The results of sensitivity analysis found that if the parameter b (mortality rate of swine) increases by 20%, the basic reproduction number decreases from $R_0 = 6.36$ to $R_0 = 5.02$. Therefore, culling infected swine can reduce the amount of bacteria in the environment which affects the disease transmission to other swine farms, and it can spread to humans.

Keywords: *streptococcus suis*, model, basic reproduction number, sensitivity analysis

1. บทนำ

โรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส หรือโรคไข้หูดับเป็นโรคที่เกิดจากเชื้อแบคทีเรีย สเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ซึ่งเป็นแบคทีเรียชนิดที่พบในสุกรเกือบทุกตัว โดยเชื้อจะฝังอยู่ในระบบทางเดินหายใจเมื่อสุกรอยู่ในสภาวะแวดล้อมในฟาร์มที่แออัด มีความชื้น และมีร่างกายอ่อนแอเครียด จะส่งผลให้สุกรมีภูมิคุ้มกันที่ลดลงทำให้สุกรสามารถรับเชื้อได้ง่ายโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส เป็นโรคที่เกิดในสุกรแต่สามารถแพร่เชื้อจากสุกรสู่คนได้เมื่อผู้ป่วยได้รับเชื้อเข้าสู่ร่างกายภายใน 3 วันจะมีอาการไข้สูงร่วมกับปวดเมื่อยตามตัว ปวดศีรษะ บางรายติดเชื้อในกระแสเลือดรุนแรงถึงขั้นเสียชีวิตได้แต่ในรายที่รอดชีวิตบางรายยังคงมีความพิการหลงเหลืออยู่ เช่น หูหนวกทั้งสองข้าง และเป็นอัมพาตครึ่งซีก (กองโรคติดต่อทั่วไป, 2564)

จากสถานการณ์การแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ยังคงเป็นที่น่าสนใจของนักวิจัย จึงทำให้เกิดบทความวิจัยที่เกี่ยวกับการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ขึ้นโดย Shen et al. (2014) ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ในสุกรซึ่งจาก $R_0 = 1.1333$ ได้วิเคราะห์ความอ่อนไหวของพารามิเตอร์ ทำให้ได้ว่าถ้าสุกรได้รับการฉีดวัคซีน และในฟาร์มสุกรได้รับการฆ่าเชื้อจะทำให้สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้ สมเกียรติ ขำนุกักรักษ์ และ กิตติพงศ์ กลิ่นแมน (2561) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบการเรียนรู้ในการป้องกันโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ของประชาชนในจังหวัดนครสวรรค์ โดยในบทความได้เลือกกลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน ซึ่งผลของการทดลองพบว่าประชาชนมีความรู้และระดับพฤติกรรมในการป้องกันหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง จึงได้ข้อสรุปว่าในการป้องกันการติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส นั้นควรให้ประชาชนได้เสริมสร้างความรู้ เจตคติ และพฤติกรรมในการป้องกันโรคเพื่อให้ห่างไกลกับการติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส พรวิสัย ขาญกิจกรรม (2562) ได้สร้างแบบจำลองการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ในสุกรที่แพร่เชื้อสู่คนโดยในแบบจำลองได้เพิ่มปัจจัยอุณหภูมิอากาศ เพื่อพิจารณาว่าปัจจัยอุณหภูมิอากาศส่งผลต่อการระบาดของโรคหรือไม่ซึ่งจากแบบจำลองได้ผลลัพธ์ว่าที่อุณหภูมิอากาศสูงจะส่งผลให้สุกรติดเชื้อมากกว่าที่อุณหภูมิต่ำซึ่งส่งผลกระทบต่อการระบาดมายังคนมากขึ้นด้วย ต่อมา Elissa Giang et al. (2020) ได้ศึกษาเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ในสุกรที่มีอัตราการติดเชื้อซ้ำ โดยในบทความวิจัยได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงสุ่มในกลุ่มที่มีการเพิ่มจำนวนประชากรสุกรเข้าในฟาร์มเพื่อวิเคราะห์ถึงผลกระทบต่อการติดเชื้อในสุกรซึ่งจากแบบจำลองทำให้ได้ว่าเมื่อนำ

สูตรเข้าฟาร์มในรายเดือนจะทำให้ลดการสะสมของเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ได้มากกว่าการนำสูตรเข้าฟาร์มในรายสัปดาห์และในขณะเดียวกันได้เพิ่มการฆ่าเชื้อในฟาร์มทำให้ลดการระบาดได้ถึง 64%

จากบทความวิจัยที่เกี่ยวข้องทำให้ผู้วิจัยสนใจและได้แนวทางและพัฒนาการสร้างแบบจำลองการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสูตรสู่คนจากงานวิจัยของ Shen et al. (2014) สมเกียรติ ชำนุกรักษ์ และกิตติพงศ์ กลิ่นแมน (2561) และพรวิไล ชาญกิจกรรม (2562) โดยในแบบจำลองจะแบ่งประชากรออกเป็นกลุ่มประชากรคน กลุ่มประชากรสุกร และกลุ่มปริมาณจำนวนแบคทีเรียในสิ่งแวดล้อม ซึ่งในบทความวิจัยจะพิสูจน์ทฤษฎีบทของแบบจำลอง หาจุดสมดุลซึ่งในบทความวิจัยนี้มุ่งเน้นในการหาจุดสมดุลที่สภาวะไร้โรคเท่านั้น เพื่อที่จะนำไปหาค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) โดยวิธีรันถัดไป จากนั้นวิเคราะห์ความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับโดยใช้เงื่อนไขราฮูเธอร์วิทซ์ (Routh – Hurwitz) ที่สภาวะไร้โรค วิเคราะห์ความเสถียรภาพวงกว้างเชิงเส้นกำกับที่สภาวะไร้โรคโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟ (Lyapunov function) หาผลลัพธ์เชิงตัวเลขในโปรแกรม MATLAB ที่สภาวะไร้โรคเพื่อสนับสนุนผลลัพธ์เชิงทฤษฎี แสดงผลลัพธ์เชิงตัวเลขในรูปแบบของกราฟในการจำลองกรณีที่มีการระบาดของโรคเมื่อ $R_0 > 1$ และทำการวิเคราะห์ความอ่อนไหวของพารามิเตอร์ในค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

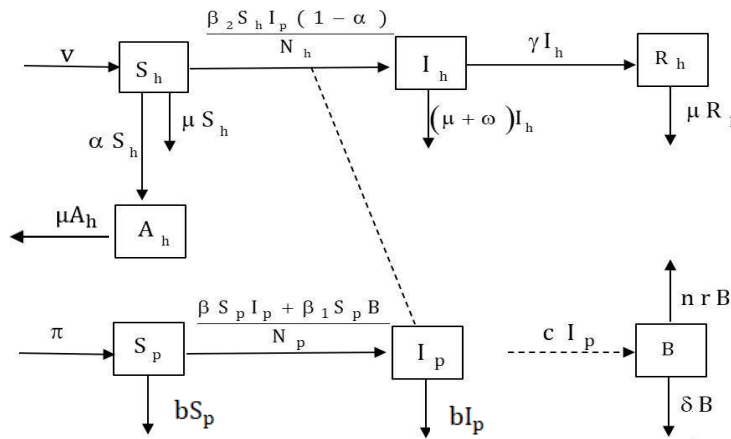
บทความวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อวิเคราะห์พารามิเตอร์ของแบบจำลองด้วยการคำนวณค่าความอ่อนไหวของพารามิเตอร์แต่ละพารามิเตอร์ในค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ซึ่งจะพิจารณาว่าพารามิเตอร์ใดส่งผลต่อการลดการแพร่ระบาดของโรคมากที่สุดเมื่อมีการระบาดของโรคกรณี $R_0 > 1$ ซึ่งทำให้ทราบว่าในการลดการระบาดของโรคต้องควบคุมพารามิเตอร์ใดที่ทำให้ค่า R_0 ลดลงซึ่งเป็นการบ่งบอกถึงแนวทางการควบคุมการระบาดของโรค

3. วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในบทความวิจัยได้สร้างแบบจำลองการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสูตรสู่คน โดยแบ่งกลุ่มประชากรคนออกเป็น 4 กลุ่มย่อย ได้แก่ กลุ่มประชากรคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ $S_h(t)$ โดยในกลุ่มประชากรคนจะมีอัตราการเกิด ν อัตราการเสียชีวิต μ และประชากรคนทั้งหมด N_h เมื่อประชากรคนที่เสี่ยงได้รับเชื้อแล้วจะมีอัตราการติดเชื้อ β_2 จากกลุ่มประชากรสุกรที่ติดเชื้อและแพร่เชื้อได้ $I_p(t)$ และประชากรคนที่เสี่ยงไม่ได้รับความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรค $(1 - \alpha)$ จะถูกย้ายไปอยู่ในกลุ่มประชากรคนที่ได้รับเชื้อ $I_h(t)$ โดยในกลุ่มประชากรคนที่ได้รับเชื้อจะมีอัตราการเสียชีวิตที่เกิดจากโรค ω เมื่อประชากรคนที่ได้รับเชื้อทำการรักษาโดยมีอัตราการฟื้นไข้ γ จะย้ายไปอยู่กลุ่มประชากรคนที่หายจากโรค $R_h(t)$ และสัดส่วนประชากรคนที่เสี่ยงที่ได้รับความรู้เกี่ยวกับโรค α จะย้ายไปอยู่ในกลุ่มประชากรคนที่ได้รับความรู้เกี่ยวกับโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส $A_h(t)$ และในกลุ่มประชากรสุกรจะมีอัตราการเกิด π อัตราการเสียชีวิต b และประชากรคนทั้งหมด N_p ซึ่งกลุ่ม

ประชากรสุกรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ $S_p(t)$ เมื่อได้รับเชื้อแบคทีเรียสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากกลุ่มปริมาณของแบคทีเรียในสิ่งแวดล้อม $B(t)$ ที่มีอัตราการแพร่เชื้อ β_1 จากสิ่งแวดล้อมและจากประชากรสุกรที่ติดเชื้อที่มีอัตราแพร่เชื้อในสุกรที่ติดเชื้อ β โดยประชากรสุกรที่เสี่ยงเมื่อได้รับเชื้อจะถูกย้ายเข้าไปอยู่ในกลุ่มประชากรสุกรที่ติดเชื้อ $I_p(t)$ และเชื้อแบคทีเรียจะกระจายในสิ่งแวดล้อมด้วยอัตราการกระจายของแบคทีเรีย c และปริมาณแบคทีเรียในสิ่งแวดล้อมจะลดลงได้จากอัตราการสลายของแบคทีเรีย δ และจำนวนการฆ่าเชื้อในสิ่งแวดล้อม n ที่มีประสิทธิภาพของอัตราการฆ่าเชื้อ r ซึ่งจากกลุ่มประชากรทั้งหมดสามารถอธิบายได้ด้วยแบบจำลองดังนี้



ภาพที่ 1 แบบจำลองการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสุกรสู่คน

จากภาพที่ 1 สามารถแสดงในรูประบบสมการเชิงอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{dS_h}{dt} = v - \frac{\beta_2 S_h I_p (1-\alpha)}{N_h} - (\alpha + \mu) S_h \quad (1)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \frac{\beta_2 S_h I_p (1-\alpha)}{N_h} - (\mu + \omega) I_h - \gamma I_h \quad (2)$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \gamma I_h - \mu R_h \quad (3)$$

$$\frac{dA_h}{dt} = \alpha S_h - \mu A_h \quad (4)$$

$$\frac{dS_p}{dt} = \pi - \left(\frac{\beta S_p I_p + \beta_1 S_p B}{N_p} \right) - b S_p \quad (5)$$

$$\frac{dI_p}{dt} = \frac{\beta S_p I_p + \beta_1 S_p B}{N_p} - b I_p \quad (6)$$

$$\frac{dB}{dt} = c I_p - nr B - \delta B \quad (7)$$

เมื่อ $N_h = S_h + I_h + R_h + A_h$ และ $N_p = S_p + I_p$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้น $S_h(0) > 0, I_h(0) \geq 0, R_h(0) \geq 0, A_h(0) \geq 0, S_p(0) > 0, I_p(0) \geq 0, B(0) > 0, N_h(0) > 0, N_p(0) > 0$ จากสมการ (1) ถึง (7) ทำให้ได้ขอบเขตค่าคงที่ของแบบจำลองที่อยู่ในรูป $\Omega = \left\{ (S_h(t), I_h(t), R_h(t), A_h(t), S_p(t), I_p(t), B(t)) \in \mathbb{R}_+^7 : N_h(t) \leq \frac{v}{\mu}, N_p(t) \leq \frac{\pi}{b} \right\}$ (8)

พิสูจน์ พิจารณากลุ่มประชากรคน เมื่อ $N_h = S_h + I_h + R_h + A_h$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{dN_h}{dt} &= \frac{dS_h}{dt} + \frac{dI_h}{dt} + \frac{dR_h}{dt} + \frac{dA_h}{dt} \\ \frac{dN_h}{dt} &= v - \mu N_h - \omega I_h \end{aligned} \quad (9)$$

จากสมการ (8) สมมติให้ไม่มีอัตราการเสียชีวิตที่เกิดจากโรค (ω) ทำให้สมการ (9) อยู่ในรูป

$$\frac{dN_h}{dt} \leq v - \mu N_h$$

ดังนั้น $N_h(t) \leq \frac{v - (v - \mu)N_h(0)e^{-\mu t}}{\mu}$ เมื่อ $t \rightarrow \infty, e^{-\mu t} \rightarrow 0$ จึงทำให้ได้ว่า $N_h(t) \leq \frac{v}{\mu}$

พิจารณากลุ่มประชากรสุกร เมื่อ $N_p = S_p + I_p$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{dN_p}{dt} &= \frac{dS_p}{dt} + \frac{dI_p}{dt} \\ \frac{dN_p}{dt} &\leq \pi - bN_p \end{aligned}$$

ดังนั้น $N_p(t) \leq \frac{\pi - (\pi - b)N_p(0)e^{-bt}}{b}$ เมื่อ $t \rightarrow \infty, e^{-bt} \rightarrow 0$ จึงทำให้ได้ว่า $N_p(t) \leq \frac{\pi}{b}$

3.2 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการมีจริง

บทตั้ง 1 ให้ Ω เป็นขอบเขตค่าคงที่

$$|t - t_0| \leq a, \|x - x_0\| \leq b; x = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_0 = (x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$$

โดยกำหนดให้ $f(t, x)$ เป็นไปตามเงื่อนไขของลิปชิตซ์ (Lipschitz Condition)

$$\|f(t, x_1) - f(t, x_2)\| \leq k\|x_1 - x_2\|$$

เมื่อ (t, x_1) และ (t, x_2) อยู่ใน Ω โดยที่ k เป็นค่าคงที่บวก $\delta \geq 0$ แล้วจะมีเวกเตอร์ผลเฉลย $x(t)$ ที่มีผลเฉลยเดียวของระบบสมการในช่วง $t - t_0 \leq \delta$ โดยมีเงื่อนไข $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ ต่อเนื่องบน Ω เมื่อ $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$

ทฤษฎีบท 1 ผลเฉลยของระบบสมการกับเงื่อนไขเริ่มต้น $S_h > 0, I_h \geq 0, R_h \geq 0, A_h \geq 0, S_p > 0, I_p \geq 0, B > 0$ มีอยู่จริงและมีเพียงหนึ่งเดียวใน $\mathbb{R}_+^7$ ทุก ๆ $t > 0$

พิสูจน์ จากสมการ (1) – (7) สามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\begin{aligned} f_1 &= v - \frac{\beta_2 S_h I_p (1-\alpha)}{N_h} - (\alpha + \mu) S_h \\ f_2 &= \frac{\beta_2 S_h I_p (1-\alpha)}{N_h} - (\mu + \omega) I_h - \gamma I_h \\ f_3 &= \gamma I_h - \mu R_h \\ f_4 &= \alpha S_h - \mu A_h \\ f_5 &= \pi - \frac{\beta S_p I_p + \beta_1 S_p B}{N_p} - b S_p \\ f_6 &= \frac{\beta S_p I_p + \beta_1 S_p B}{N_p} - b I_p \\ f_7 &= c I_p - nr B - \delta B \end{aligned} \quad (10)$$

โดยสามารถแสดงให้เห็นได้ว่า $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ เมื่อ $i, j = 1, 2, 3, \dots, 7$ มีความต่อเนื่องและมีขอบเขตโดยจากสมการแรกของระบบสมการ (10) ข้างต้นจะแสดงดังนี้

$$\frac{\partial f_1}{\partial S_h} = -\frac{\beta_2 I_p (1-\alpha)}{N_h} - (\alpha + \mu), \quad \left| \frac{\partial f_1}{\partial S_h} \right| = \left| -\frac{\beta_2 I_p (1-\alpha)}{N_h} - (\alpha + \mu) \right| < \infty,$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial I_h} = 0, \quad \left| \frac{\partial f_1}{\partial I_h} \right| = |0| < \infty,$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial R_h} = 0, \quad \left| \frac{\partial f_1}{\partial R_h} \right| = |0| < \infty,$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial A_h} = 0, \quad \left| \frac{\partial f_1}{\partial A_h} \right| = |0| < \infty,$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial S_p} = 0, \quad \left| \frac{\partial f_1}{\partial S_p} \right| = |0| < \infty,$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial I_p} = -\frac{\beta_2 S_h (1-\alpha)}{N_h}, \quad \left| \frac{\partial f_1}{\partial I_p} \right| = \left| -\frac{\beta_2 S_h (1-\alpha)}{N_h} \right| < \infty,$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial B} = 0, \quad \left| \frac{\partial f_1}{\partial B} \right| = |0| < \infty$$

ทำให้ได้ว่า $\left| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right| < \infty$ เมื่อ $i, j = 1, 2, 3, \dots, 7$ โดยที่ $x_1 = S_h, x_2 = I_h, x_3 = R_h, x_4 = A_h,$

$x_5 = S_p, x_6 = I_p, x_7 = B$ โดยบทตั้ง 1 ผลเฉลยของระบบสมการจะมีผลเฉลยเดียว ส่วนในสมการอื่นจะพิสูจน์ในทำนองเดียวกัน

3.3 ผลลัพธ์ที่เป็นบวก

ทฤษฎีบท 2 ถ้า $S_h(0) > 0, I_h(0) \geq 0, R_h(0) \geq 0, A_h(0) \geq 0, S_p(0) > 0, I_p(0) \geq 0, B(0) > 0$ แล้วผลเฉลย $S_h(t), I_h(t), R_h(t), A_h(t), S_p(t), I_p(t), B(t)$ ของระบบสมการเป็นบวกทุก $t > 0$

พิสูจน์ จากสมการ (1)

$$\begin{aligned}\frac{dS_h}{dt} &= v - \frac{\beta_2 S_h I_p (1-\alpha)}{N_h} - (\alpha + \mu) S_h \leq v - (\alpha + \mu) S_h \\ \frac{dS_h}{dt} &\leq v - (\alpha + \mu) S_h\end{aligned}$$

ดังนั้น $\frac{dS_h}{dt} \leq 0$ ถ้า $S_h \geq \frac{v}{(\alpha + \mu)}$ ทำให้ได้ว่า $S_h \geq 0$ ทุก $t > 0$ และกลุ่มประชากรในสมการ (2) – (7) จะพิสูจน์ในทำนองเดียวกับสมการ (1)

3.4 จุดสมดุลที่สภาวะไร้โรค

ในการหาจุดสมดุลของแบบจำลองสามารถหาได้จากการนำสมการ (1) – (7) เท่ากับศูนย์

$$\frac{dS_h}{dt} = 0, \frac{dI_h}{dt} = 0, \frac{dR_h}{dt} = 0, \frac{dA_h}{dt} = 0, \frac{dS_p}{dt} = 0, \frac{dI_p}{dt} = 0, \frac{dB}{dt} = 0$$

ซึ่งจะทำให้ได้จุดสมดุลสภาวะไร้โรคซึ่งแสดงด้วย

$$E_{dfe} = (S_h^*, I_h^*, R_h^*, A_h^*, S_p^*, I_p^*, B^*) = \left(\frac{v}{(\alpha + \mu)}, 0, 0, 0, \frac{\alpha v}{\mu(\alpha + \mu)}, \frac{\pi}{b}, 0, 0 \right)$$

3.5 ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน

ในการหาค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (basic reproduction number : R_0) ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยที่ผู้ป่วยหนึ่งคนจะสามารถทำให้คนกลุ่มเสี่ยงป่วยเป็นจำนวนกี่คนในช่วงเวลาที่ยังมีการป่วยอยู่ โดยสามารถหาค่าสืบพันธุ์พื้นฐานได้โดยใช้วิธีรุ่นถัดไป (next generation method) โดย Van den Driessche, P. and Watmough, J. (2002). ซึ่งได้พิจารณากลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ ปริมาณของแบคทีเรียที่ทำให้เกิดโรคในสิ่งแวดล้อม และกลุ่มประชากรคนที่ได้รับเชือดังนี้

$$\frac{dI_h}{dt} = \frac{\beta_2 S_h I_p (1-\alpha)}{N_h} - (\mu + \omega) I_h - \gamma I_h$$

$$\frac{dI_p}{dt} = \frac{\beta_{Sp} I_p + \beta_{Sp} B}{N_p} - b I_p$$

$$\frac{dB}{dt} = c I_p - nr B - \delta B$$

ในการหาค่า R_0 จะหาได้จากวิธีที่โดดเด่นซึ่งแสดงด้วย $\rho(FV^{-1})$ ซึ่งจากวิธีรุ่นถัดไปจัดการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นให้อยู่ในรูป $\frac{dx}{dt} = F(X) - V(X)$ ซึ่ง $F(X)$ คือ เมทริกซ์ของผู้ป่วยที่เพิ่มขึ้น และ $V(X)$ คือ เมทริกซ์ของผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่ง

$$\text{โดยที่} \quad F = \begin{bmatrix} \frac{\beta_2 S_h I_p (1-\alpha)}{N_h} \\ \frac{(\beta S_p I_p + \beta_1 S_p B)}{N_p} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad V = \begin{bmatrix} (\mu + \omega + \gamma) I_h \\ b I_p \\ -c I_p + nr B + \delta B \end{bmatrix}$$

$$\text{และ} \quad X = \begin{bmatrix} I_h \\ I_p \\ B \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F} = \left[\frac{\partial F_i(E_{dfe})}{\partial x_i} \right], \quad \mathcal{V} = \left[\frac{\partial V_i(E_{dfe})}{\partial x_i} \right]$$

ใช้จุดสมดุลสภาวะไร้โรค E_{dfe} ทำให้ได้เมทริกซ์จาโคเบียน $\mathcal{F}$ และ $\mathcal{V}$ ดังนี้

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta_2 S_h^* (1-\alpha)}{N_h} & \frac{\beta S_p^*}{N_p} & 0 \\ 0 & \frac{\beta_1 S_p^*}{N_p} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \mathcal{V} = \begin{bmatrix} (\mu + \omega + \gamma) & 0 & 0 \\ 0 & b & -c \\ 0 & 0 & (nr + \delta) \end{bmatrix}$$

ทำให้ได้ว่า

$$FV^{-1}(E_{dfe}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta_2 S_h^* (1-\alpha)}{(\mu + \omega + \gamma) N_h} & \frac{\beta S_p^*}{b N_p} & \frac{\beta c S_p^*}{b N_p (nr + \delta)} \\ 0 & \frac{\beta_1 S_p^*}{b N_p} & \frac{\beta_1 c S_p^*}{b N_p (nr + \delta)} \end{bmatrix}$$

ดังนั้นค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน R_0 สามารถหาได้จากวิธีที่โดดเด่นของ $\rho(FV^{-1})$ ซึ่งจะพิจารณาจากค่าลักษณะเฉพาะเชิงบวกที่มากที่สุด ดังนั้นจะได้ว่า $R_0 = \left(\frac{\beta}{b} + \frac{\beta_1 c}{b(nr + \delta)} \right)$

3.6 การวิเคราะห์ความเสถียรภาพที่สภาวะไร้โรค

จาก $\mathcal{F}$ และ $\mathcal{V}$ ข้างต้น โดยสมการลักษณะเฉพาะ $\det((\mathcal{F} - \mathcal{V}) - \lambda I) = 0$ ณ จุดสมดุลที่สภาวะไร้โรคจะได้ว่า

$$\begin{vmatrix} -(\mu + \omega + \gamma) - \lambda & 0 & 0 \\ \frac{\beta_2 v(1-\alpha)}{(\mu + \alpha) N_h} & \frac{\beta \pi}{b N_p} - b - \lambda & c \\ 0 & \frac{\beta_1 \pi}{b N_p} & -(nr + \delta) - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

ซึ่งสามารถหาค่าลักษณะเฉพาะได้จาก $\det((\mathcal{F} - \mathcal{V}) - \lambda I) = 0$ เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$ และได้ศึกษาเงื่อนไขที่ทำให้จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคมีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับดังนี้

ทฤษฎีบท 3 จุดสมดุลสภาวะไร้โรค E_{dfe} มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (locally asymptotically stable) เมื่อ $R_0 < 1$

ที่จุดสมดุลสภาวะไร้โรค $E_{dfe} = \left(\frac{v}{(\alpha+\mu)}, 0, 0, \frac{\alpha v}{\mu(\alpha+\mu)}, \frac{\pi}{b}, 0, 0 \right)$ จะได้สมการลักษณะเฉพาะ $\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$ โดยที่

$$a_1 = b(1 - R_0) + \delta + r + nr + \mu + \omega + \frac{\beta_1 c}{(nr + \delta)}$$

$$a_2 = (1 - R_0)(b(r + nr) + b(r + \mu + \omega)) + \frac{\beta_1 c(r + \mu + \omega)}{(nr + \delta)} + (nr + \delta)(r + \mu + \omega)$$

$$a_3 = b(r + \mu + \omega)(nr + \delta)(1 - R_0)$$

จะได้ว่า $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ สอดคล้องกับเงื่อนไขเฮิร์วิท (Routh – Hurwitz) จากการพิจารณา $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ และ $a_1 a_2 > a_3$ (Edelstein- Keshet, 1988; Banerjee, 2014) เมื่อ $R_0 < 1$ ทำให้ได้ว่าจุดสมดุลสภาวะไร้โรค E_{dfe} มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับดังทฤษฎีบท 3

บทนิยาม 1 ให้ x^* เป็นจุดสมดุลของระบบ $\dot{x} = f(x)$ เมื่อ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง และมีฟังก์ชันค่าจริงต่อเนื่อง V บนย่านใกล้เคียงที่มีจุดสมดุล $x^* \in \Omega$ ซึ่งจะเป็นฟังก์ชันเลียปูนอฟ (Lyapunov function) ก็ต่อเมื่อ

1. $V(x^*) = 0$ และ $V(x) > 0$ ถ้า $x \neq x^*$
2. $\dot{V}(x^*) \leq 0$ ใน $\Omega - x^*$

ทฤษฎีบท 4 ถ้า $R_0 < 1$ แล้วจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค

$$E_{dfe} = (S_h^*, I_h^*, R_h^*, A_h^*, S_p^*, I_p^*, B^*) = \left(\frac{v}{(\alpha+\mu)}, 0, 0, \frac{\alpha v}{\mu(\alpha+\mu)}, \frac{\pi}{b}, 0, 0 \right)$$

จะกว้างเชิงเส้นกำกับ (globally asymptotically stable)

พิสูจน์ เนื่องจากการพิสูจน์นี้จะพิจารณาฟังก์ชันเลียปูนอฟ $V_1 : \Omega \rightarrow \mathbb{R}_+$ ซึ่งกำหนดให้

$$V_1(t) = V_1(S_p(t), I_p(t), B(t)) = S_p - S_p^* - S_p^* \ln \frac{S_p}{S_p^*} + I_p + \frac{\beta_1 S_p^* B}{N_p(\delta + nr)} \quad (11)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า $V_1(t) \geq 0$ สำหรับทุก ๆ $(S_p(t), I_p(t), B(t))^T \in \Omega$ และ $V_1(S_p^*, I_p^*, B^*) = 0$ จากนั้นหาอนุพันธ์ของสมการ (11) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \left(1 - \frac{S_p^*}{S_p}\right) \frac{dS_p}{dt} + \frac{dI_p}{dt} + \left(\frac{\beta_1 S_p^*}{N_p(\delta + nr)}\right) \frac{dB}{dt} \\ &= \left(1 - \frac{S_p^*}{S_p}\right) \pi - bS_p \left(1 - \frac{S_p^*}{S_p}\right) + \frac{S_p^* I_p b R_0}{N_p} - bI_p \end{aligned}$$

จากขอบเขตค่าคงที่ของแบบจำลองในสมการ (8) เมื่อ $N_p \leq \frac{\pi}{b}$ ทำให้ได้สมการดังนี้

$$= (S_p - S_p^*) \left(\frac{\pi}{S_p} - b\right) + (R_0 - 1)bI_p$$

ดังนั้น $\dot{V}_1(t) \leq 0$ เนื่องจาก $\frac{\pi}{S_p} \geq b$, $S_p \leq S_p^*$ และ $R_0 < 1$ ซึ่งทำให้ได้ว่าจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค E_{dfe} มีความเสถียรภาพวงกว้างเชิงเส้นกำกับ เมื่อ $R_0 < 1$

4. ผลการวิจัย

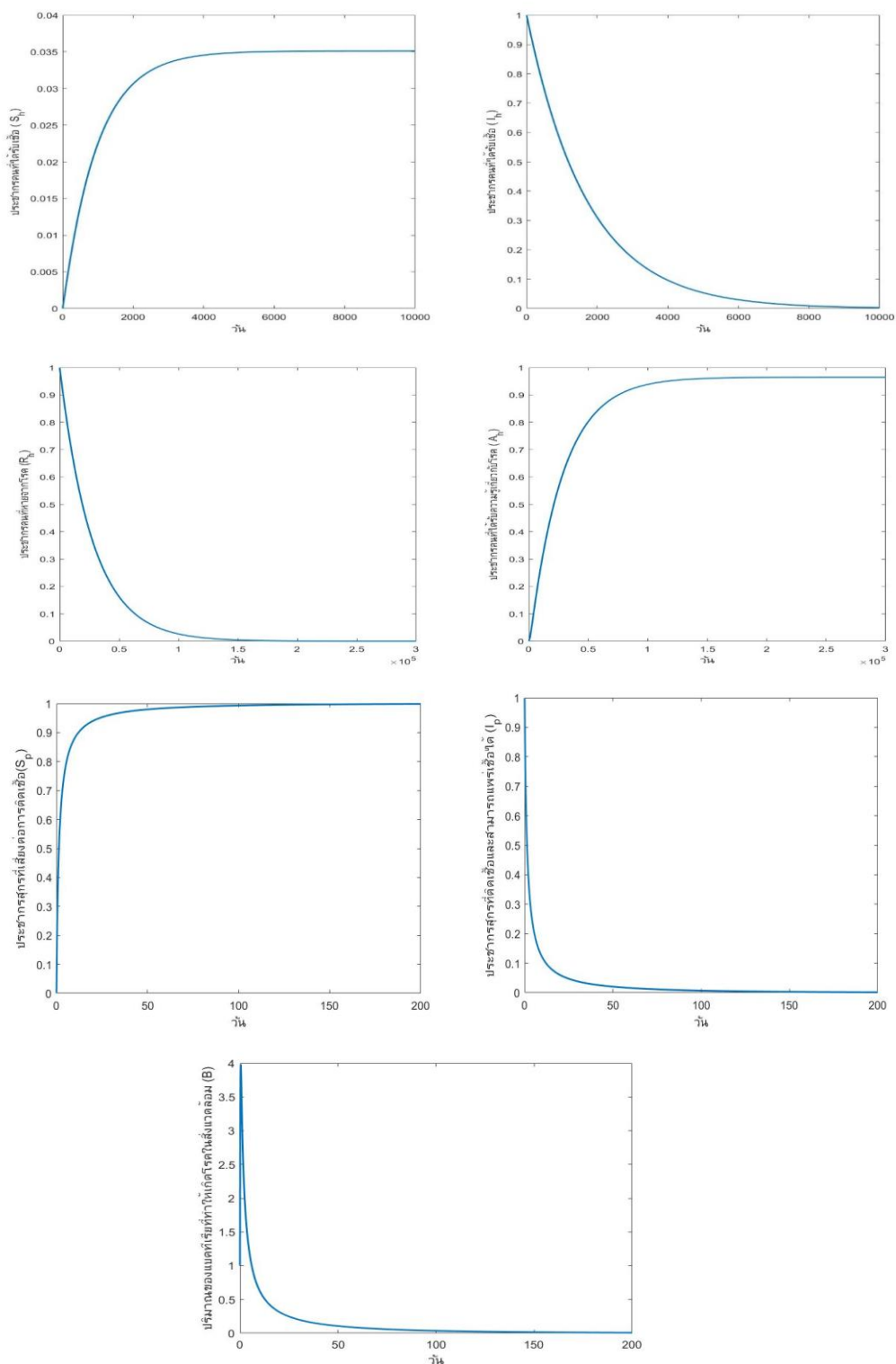
4.1 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

ในบทความวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ในสุกรและคน เพื่อนำมาใช้วิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงตัวเลขโดยค่าพารามิเตอร์ที่ใช้แสดงตามตารางดังนี้

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองการแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส

พารามิเตอร์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย	อ้างอิง
v	$1/(365 \times 70)$	ต่อวัน	Chamnan, A et al., 2021
μ	$1/(365 \times 70)$	ต่อวัน	Chamnan, A et al., 2021
ω	$1/(365 \times 65)$	ต่อวัน	สำนักงานป้องกันควบคุมโรคที่ 9, 2564
β_2	$1/7$	ต่อวัน	พรวิสัย ขาญกิจกรรณ์, 2562
α	0.001		จำลองค่า
γ	0.000001	ต่อวัน	จำลองค่า
γ	0.001	ต่อวัน	จำลองค่า
β_1	0.1415	ต่อวัน	จำลองค่า
β_1	0.9195	ต่อวัน	จำลองค่า
π	0.75	ต่อวัน	Shen et al.,2014
b	0.75	ต่อวัน	Shen et al.,2014
β	0.0000365	ต่อวัน	Shen et al.,2014
c	30	ต่อวัน	Shen et al.,2014
δ	5	ต่อวัน	จำลองค่า
n	13	ครั้งต่อวัน	Shen et al.,2014
r	0.06		จำลองค่า

จากการวิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงทฤษฎีความเสถียรภาพที่สภาวะไร้โรคนั้น เพื่อเป็นการสนับสนุนผลลัพธ์เชิงทฤษฎี ผู้วิจัยจะวิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงตัวเลขที่สภาวะไร้โรค $E_{dfe} = \left(\frac{v}{(\alpha+\mu)}, 0, 0, \frac{\alpha v}{\mu(\alpha+\mu)}, \frac{\pi}{b}, 0, 0 \right)$ โดยจากตารางที่ 1 หาผลลัพธ์เชิงตัวเลขในโปรแกรม MATLAB เพื่ออธิบายถึงประชากรในแต่ละกลุ่มจุดสมดุลสภาวะไร้โรค $E_{dfe} = (0.0351, 0, 0, 0.9649, 1, 0, 0)$ ดังแสดงในภาพที่ 2

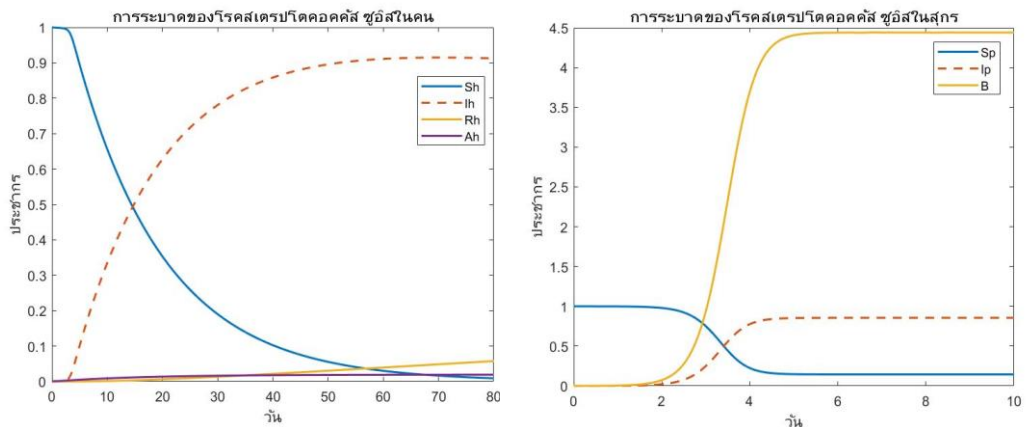


ภาพที่ 2 แสดงกลุ่มประชากรคนและประชากรสุกรในแต่ละกลุ่มที่สภาวะไร้โรค

จากภาพที่ 2 ทำให้เห็นได้ว่าผลลัพธ์เชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล

$E_{dfe} = (0.0351, 0, 0, 0.9649, 1, 0, 0)$ โดยที่ $R_0 = 0.98$

นอกจากการวิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงตัวเลขที่สภาวะไร้โรคแล้วนั้น จากสมการ (1) – (7) ของแบบจำลอง ผู้วิจัยได้คำนวณผลลัพธ์เชิงตัวเลขในโปรแกรม MATLAB ของการระบาดของโรคโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ในตารางที่ 1 ซึ่งจะแสดงกลุ่มประชากรต่าง ๆ ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แสดงการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสุกรสู่คน

จากภาพที่ 3 เป็นกราฟแสดงการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสุกรสู่คนจะเห็นได้ว่าในกราฟ b กลุ่มประชากรสุกรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ $S_p(t)$ ลดลงเนื่องจากปริมาณของแบคทีเรียที่ทำให้เกิดโรคในสิ่งแวดล้อม $B(t)$ มีปริมาณที่เพิ่มขึ้นและกลุ่มประชากรสุกรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ $I_p(t)$ ที่เพิ่มขึ้นซึ่งส่งผลให้กราฟ a ในกลุ่มประชากรคนที่ได้รับเชื้อ $I_h(t)$ (เส้นประ) มีจำนวนการติดเชื้อที่สูงขึ้นในขณะที่กลุ่มประชากรคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ $S_h(t)$ มีจำนวนที่ลดลง โดยจากการคำนวณมีค่า $R_0 = 6.36$

4.2 การวิเคราะห์ความอ่อนไหว

โดย Michael A. Mikucki. (2012). ได้ทำการศึกษาการวิเคราะห์ความอ่อนไหวของค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ในการหาพารามิเตอร์ที่ส่งผลต่อการเพิ่มหรือลดจำนวนผู้ติดเชื้อในการแพร่ระบาดของโรค ซึ่งในบทความวิจัยนี้จะวิเคราะห์ความอ่อนไหวของพารามิเตอร์ที่สัมพันธ์กับค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ที่ส่งผลต่อการแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสุกรสู่คน ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสูตร

$$C_p^{R_0} = \frac{\partial R_0}{\partial p} \times \frac{p}{R_0}$$

โดยที่ p คือ พารามิเตอร์ของการแพร่ระบาดของโรค

จาก $R_0 = \left(\frac{\beta}{b} + \frac{\beta_1 c}{b(nr+\delta)} \right)$ และค่าพารามิเตอร์ในตารางที่ 1 นำไปคำนวณค่าความอ่อนไหวของแต่ละพารามิเตอร์ใน R_0 โดยในบทความวิจัยจะแสดงการคำนวณค่าความอ่อนไหวของ R_0 ต่อพารามิเตอร์ b ดังนี้

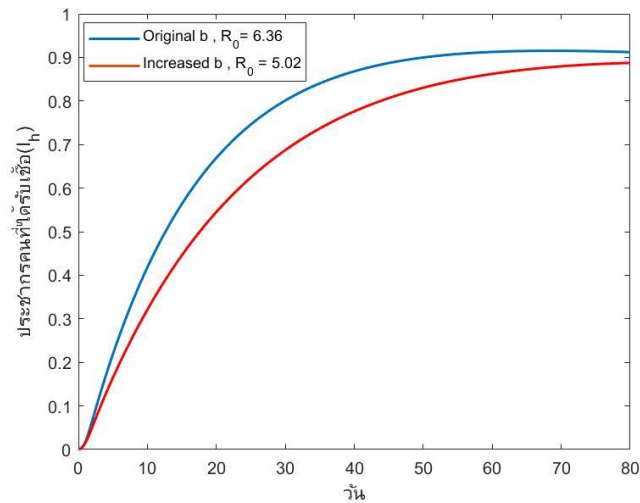
$$\begin{aligned} C_b^{R_0} &= \frac{\partial R_0}{\partial b} \times \frac{b}{R_0} \\ &= \left(-\frac{\beta}{b^2} - \frac{\beta_1 c(nr+\delta)}{b^2(nr+\delta)^2} \right) \times \frac{b}{R_0} \\ &= -\frac{\beta b}{b^2 R_0} - \frac{\beta_1 c b}{b^2(nr+\delta) R_0} \\ &= -1.0000 \end{aligned}$$

ซึ่งผลการคำนวณความอ่อนไหวของแต่ละพารามิเตอร์แสดงได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ค่าความอ่อนไหวของการแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิสของแต่ละพารามิเตอร์

พารามิเตอร์	คำอธิบาย	ค่าความอ่อนไหว
β	อัตราการแพร่เชื้อในประชากรสุกร	+0.0000007
β_1	อัตราการแพร่เชื้อของแบคทีเรียในสิ่งแวดล้อม	+1.0000
c	อัตราการกระจายของแบคทีเรียจากสุกรที่ติดเชื้อ	+1.0000
b	อัตราการเสียชีวิตของประชากรสุกร	-1.0000
δ	อัตราการสลายของแบคทีเรีย	-0.8651
n	จำนวนการฆ่าเชื้อในสิ่งแวดล้อม	-0.1349
r	ประสิทธิภาพของอัตราการฆ่าเชื้อ	-0.1349

จากค่าความอ่อนไหวในตารางที่ 2 จะเห็นได้ว่ามีค่าที่เป็นบวกในพารามิเตอร์ β , β_1 , c เมื่อเพิ่มค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวจะส่งผลให้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าเพิ่มขึ้นทำให้เกิดการแพร่ระบาดของโรคมามากขึ้น และในส่วน of ค่าที่เป็นลบในพารามิเตอร์ b , δ , n , r เมื่อเพิ่มค่าพารามิเตอร์จะส่งผลให้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าลดลงทำให้การแพร่ระบาดของโรคลดลง ซึ่งในบทความวิจัยสนใจวิเคราะห์กรณีพารามิเตอร์ที่เป็นลบเนื่องจากส่งผลให้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานลดลงและยังส่งผลให้การแพร่ระบาดในสุกรน้อยลงจนกระทั่งทำให้เกิดการติดเชื้อในประชากรคนทีน้อยลงด้วย ซึ่งจากผลการวิเคราะห์ในตารางที่ 2 ทำให้เห็นได้ชัดเจนว่าพารามิเตอร์ b ให้ค่าความอ่อนไหวที่เป็นลบมากที่สุด ซึ่งจะส่งผลให้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ในแบบจำลองลดลง เมื่อคำนวณโดยการปรับค่าพารามิเตอร์ที่เพิ่มขึ้น 20% จากเดิม $b = 0.75$ เป็น $b = 0.95$ โดยการเปรียบเทียบจะแสดงดังกราฟในภาพที่ 4 ดังนี้



ภาพที่ 4 กราฟแสดงผลของค่าพารามิเตอร์ b ในกลุ่มประชากรคนที่ได้รับเชื้อ $I_h(t)$

จากภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่าพารามิเตอร์ b ที่เพิ่มขึ้นจากเดิม $b = 0.75$ เป็น $b = 0.95$ โดยมีค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเดิมเป็น $R_0 = 6.36$ ทำให้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานลดลงเป็น $R_0 = 5.02$ ซึ่งจะส่งผลให้ประชากรคนที่ได้รับเชื้อลดลงอย่างเห็นได้ชัด ดังนั้นทำให้ได้ว่าการลดการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสุกรสู่คน นั่นคือการกำจัดให้สุกรที่พบว่าติดเชื้อเสียชีวิตเพิ่มขึ้นเพื่อลดปริมาณแบคทีเรียในสิ่งแวดล้อมที่ส่งผลต่อการระบาดของโรคไปยังสุกรตัวอื่นซึ่งจะนำไปสู่การติดเชื้อในประชากรคน

5. อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบจำลองการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสุกรสู่คนโดยในบทความวิจัยได้พิสูจน์ทฤษฎีบทของแบบจำลอง หาจุดสมดุลที่สภาวะไร้โรค หาค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน วิเคราะห์ความเสถียรภาพเฉพาะที่และวงกว้างเชิงเส้นกำกับที่สภาวะไร้โรค แสดงการวิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงตัวเลขที่สภาวะไร้โรคเพื่อสนับสนุนผลลัพธ์เชิงทฤษฎี จากนั้นแบบจำลองได้แสดงการวิเคราะห์การระบาดของโรคในรูปแบบกราฟ และวิเคราะห์พารามิเตอร์ที่ส่งผลต่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐานด้วยการคำนวณค่าความอ่อนไหว

ผลการวิจัยพบว่าจากการพิสูจน์ความเสถียรภาพที่สภาวะไร้โรค E_{dfe} มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขเฮิร์ชวิทและมีความเสถียรภาพวงกว้างเชิงเส้นกำกับโดยฟังก์ชันเลียปูนอฟ และการวิเคราะห์เชิงตัวเลขที่สภาวะไร้โรคเข้าสู่จุดสมดุล $E_{dfe} = (0.0351, 0, 0, 0.9649, 1, 0, 0)$ โดยที่ $R_0 = 0.98$ จากนั้นวิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงตัวเลขการระบาดของโรคโดยกราฟในภาพที่ 3 ทำให้ได้ว่าเมื่อประชากรสุกรติดเชื้อจะส่งผลให้มีปริมาณแบคทีเรียในสิ่งแวดล้อมสูงขึ้น ซึ่งส่งผลให้กลุ่มประชากรคนที่ได้รับเชื้อเพิ่มขึ้นด้วย ซึ่งจากการคำนวณมีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน $R_0 = 6.36$ และเมื่อคำนวณค่าความอ่อนไหวของพารามิเตอร์ $\beta, \beta_1, c, b, \delta, n, r$ ในค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน พบว่าที่ค่าพารามิเตอร์ b ให้ค่าพารามิเตอร์ที่เป็นลบที่

มากที่สุดซึ่งเมื่อเพิ่มค่าพารามิเตอร์พารามิเตอร์ b จากเดิม $b = 0.75$ เป็น $b = 0.95$ ทำให้ได้ $R_0 = 6.36$ ลดลงเป็น $R_0 = 5.02$ ดังนั้นทำให้ได้ว่าการลดการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส จากสุกรสู่คน นั้นคือการกำจัดให้สุกรมีการเสียชีวิตเพิ่มขึ้น แต่เพื่อให้ส่งผลกระทบต่อระบบฟาร์มในบทความวิจัยจะมุ่งเน้นไปที่การทำลายสุกรที่พบว่าติดเชื้อมีการเสียชีวิตที่เพิ่มขึ้นเพื่อเป็นการลดปริมาณแบคทีเรียในสิ่งแวดล้อมที่ส่งผลต่อการระบาดของโรคไปยังสุกรตัวอื่นที่จะนำไปสู่การติดเชื้อในประชากร ซึ่งผลของการวิจัยครั้งนี้จะสามารถนำไปเป็นแนวทางการควบคุมการระบาดของโรคโดยจะนำไปสู่การเฝ้าระวังการระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส ที่ระบาดในสุกรและสามารถแพร่เชื้อสู่คนได้ในอนาคต

อย่างไรก็ตามการวิจัยครั้งนี้พารามิเตอร์บางค่าเกิดจากการจำลองขึ้นมาอาจทำให้ผลลัพธ์มีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง ดังนั้นจึงเสนอแนะให้ข้อมูลจริงเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับสถานการณ์จริงและในบทความวิจัยในอนาคตสามารถเพิ่มปัจจัยพารามิเตอร์อื่นในแบบจำลองซึ่งจะทำให้ได้แนวทางของการลดการระบาดของโรคมามากขึ้น

6. เอกสารอ้างอิง

- กองโรคติดต่อทั่วไป. (2564, 11 กันยายน). กรมควบคุมโรคเตือนประชาชนหลีกเลี่ยงการรับประทานหมูดิบหรือสุก ๆ ดิบ ๆ เสี่ยงป่วยด้วยโรคใช้หูดับหรือถึงขั้นเสียชีวิตได้. <https://ddc.moph.go.th/brc/news.php?news=19165&deptcode=brc>
- พรวิทย์ ขาญกิจกรรณ์. (2562). แบบจำลองการแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิส โดยพิจารณาผลกระทบจากอุณหภูมิอากาศ. วารสารวิชาการวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. 11(13), 51-64. <https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/JSTNSRU/article/view/189869>
- สมเกียรติ ขำนุกักรักษ์ และ กิติพงศ์ กลิ่นแมน. (2561). การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ในการป้องกันโรคติดเชื้อสเตรปโตค็อกคัส ซูอิสของประชาชน จังหวัดนครสวรรค์. วารสารสมาคมเวชศาสตร์ป้องกันแห่งประเทศไทย, 8(3), 430 – 440. <https://he01.tci-thaijo.org/index.php/JPMAT/article/download/167868/120971/>
- สำนักงานป้องกันควบคุมโรคที่ 9. (2564, 21- 27 มีนาคม). สถานการณ์โรคสำคัญที่เฝ้าระวังทางระบาดวิทยาในพื้นที่เขตสุขภาพที่ 9 สัปดาห์ที่ 12 ปี พ.ศ. 2564. <http://odpc9.ddc.moph.go.th/hot/64-situation-12.pdf>
- Chamnan, A., Pongsumpun, P., Tang, I., & Wongvanich, N. (2021). Local and global stability analysis of dengue disease with vaccination and optimal control. *Symmetry* 2021, 13, 1917. <https://doi.org/10.3390/sym13101917>
- Banerjee, S. (2014). *Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications*. London: Taylor & Francis.
- Edelstein – Keshet, L. (1988). *Applications of Continuous Models to Population Dynamics. Mathematical Models in Biology*. pp. 233 – 234. New York: Random House Publisher.

- Giang, E., Hetman, B., Sageant, J., Poljak, Z. & Greer, A. (2020). Examining the effect of host recruitment rates on the transmission of streptococcus suis in nursery swine populations. *Pathogens* 2020, 9, 174. <https://doi:10.3390/pathogens9030174>.
- Michael A. Mikucki. (2012). *Sensitivity analysis of the basic reproduction number and other quantities for infectious disease models*. [Master's thesis]. Colorado State University.
- Shen, C., Li, M., Zhang, W., Yi, Y., Wang, Y., Hou, Q., Huang, B. & Lu, C. (2014). Modeling transmission dynamics of Streptococcus suis with stage structure and sensitivity analysis. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2014, 1-10. <https://doi.org/10.1155/2014/432602>
- Van den Driessche, P. & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Bioscience*, 180(1-2), 29-48. [https://doi.org/10.1016/s0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/s0025-5564(02)00108-6).