

การออกแบบกระบวนการทดลองวัดความตึงผิวของของเหลว ด้วยวิธี Pendant Drop โดยใช้โปรแกรม Tracker

Design of an Experimental Procedure for Measuring Liquid Surface Tension Using the Pendant Drop Method and Tracker Software

วิชชุดา สุขนัย, รัชนีวรรณ ศรี*

Vitchuda Suknui, Ratchaneewan Siri*

สาขาวิทยาศาสตร์กายภาพ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

Division of Physical Science, Faculty of Science, Prince of Songkla University

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ออกแบบกระบวนการทดลองสำหรับการวัดความตึงผิวของของเหลวที่เหมาะสมกับข้อจำกัดด้านทรัพยากรและงบประมาณ (2) ประยุกต์ใช้เทคโนโลยีการวิเคราะห์ภาพด้วยโปรแกรม Tracker (3) ประเมินความเหมาะสมและความแม่นยำของกระบวนการทดลองที่พัฒนาขึ้นสำหรับการนำไปใช้ในการเรียนและการสอนจริงในอนาคต โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองวัดความตึงผิวของน้ำและน้ำมันพืช ด้วยวิธี Pendant Drop การดำเนินงานวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน (1) การออกแบบชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพหยดของของเหลว และ (2) การวิเคราะห์รูปร่างของหยดของเหลวจากภาพที่ได้ โดยประยุกต์ใช้โปรแกรม Tracker เพื่อวัดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ และคำนวณค่าความตึงผิว โดยใช้สมการยัง-ลาปลาซ ผลการวิจัยพบว่า (1) ชุดการทดลองที่พัฒนาขึ้นสามารถถ่ายภาพหยดของของเหลวได้ชัดเจน โดยใช้อุปกรณ์ต้นทุนต่ำและสอดคล้องกับข้อจำกัดด้านทรัพยากร (2) การประยุกต์ใช้โปรแกรม Tracker ในการวิเคราะห์ภาพสามารถวัดพารามิเตอร์และคำนวณค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยสมการยัง-ลาปลาซได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยค่าที่ได้มีแนวโน้มสอดคล้องกับค่ามาตรฐานของน้ำและน้ำมันพืช (3) กระบวนการทดลองมีความเหมาะสมต่อการประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอน เนื่องจากมีขั้นตอนไม่ซับซ้อนและให้ความคลาดเคลื่อนอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้

คำสำคัญ: ความตึงผิว สมการยัง-ลาปลาซ หยดของเหลว โปรแกรม Tracker

Abstract

This research aimed to: (1) design an experimental procedure for measuring the surface tension of liquids, suitable for resources and budget limitations, (2) apply image analysis technology using Tracker software, and (3) evaluate the developed experimental setup's feasibility

* Corresponding author : Ratchaneewan.s@psu.ac.th

and accuracy for future practical implementation in science education. The study focused on measuring the surface tension of water and vegetable oil using the Pendant Drop Method. The research process consisted of two main steps: (1) designing an experimental setup for capturing images of liquid droplets, and (2) analyzing the shape of the droplets from the captured images by applying Tracker software to measure relevant parameters and calculate surface tension using the Young–Laplace equation. The results demonstrated that: (1) the developed experimental setup was capable of capturing clear images of liquid droplets while employing low-cost equipment and aligning well with resource limitations; (2) the application of Tracker for image analysis effectively enabled the measurement of relevant parameters and the calculation of liquid surface tension using the Young–Laplace equation, with the obtained values showing trends consistent with the standard values of water and vegetable oil; and (3) the experimental procedure is suitable for instructional implementation, as it involves non-complex steps and yields measurement errors within acceptable limits.

Keywords: Surface tension, Young-Laplace equation, Liquid droplet, Tracker software

1. บทนำ

ความตึงผิวเป็นคุณสมบัติพื้นฐานของผิวสัมผัสระหว่างของเหลวกับอากาศ ซึ่งมีบทบาทสำคัญในหลายสาขาของวิทยาศาสตร์ อุตสาหกรรม และเทคโนโลยี ปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับความตึงผิว เช่น ความสามารถในการเปียก (wettability) แรงคาпилลารี (capillarity) การทำให้เป็นละออง (atomization) การพ่น (jetting) และพลศาสตร์ของผิวของเหลว ล้วนพบได้ทั้งในชีวิตประจำวันและในกระบวนการผลิต เช่น การเกิดฟองสบู่ การผลิตเซมิคอนดักเตอร์ อาหาร เครื่องดื่ม และเภสัชภัณฑ์ (de Farias et al., 2025) ความตึงผิวจึงเป็นแนวคิดสำคัญที่ช่วยอธิบายพฤติกรรมและการเปียกของวัตถุ นักวิทยาศาสตร์อย่าง ยัง-ลาปลาซ (Young-Laplace) ได้ระบุว่า การเปียกหรือไม่เปียกของวัตถุขึ้นอยู่กับมุมสัมผัสและความดันในหยดของเหลว ซึ่งสัมพันธ์กับความโค้งและความตึงผิว (Sudersan et al., 2023) ในด้านการเรียนการสอนวิชาฟิสิกส์ ควรบรรจุเนื้อหาเรื่องความตึงผิวเพื่อให้นักเรียนและนักศึกษาเข้าใจคุณสมบัติพื้นฐานนี้และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้จริง การออกแบบกิจกรรมหรือการทดลองที่ช่วยให้ผู้เรียนสังเกต วิเคราะห์ และวัดความตึงผิวได้ด้วยตนเอง จึงมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนฟิสิกส์ในปัจจุบัน การศึกษาความตึงผิวจึงต้องอาศัยวิธีการวัดที่เหมาะสม ปัจจุบันมีวิธีวัดหลายรูปแบบ เช่น Capillary Rise Method, Du Nouy Ring Method, Pendant Drop Method, Wilhelmy Plate Method, Maximum Bubble Pressure Method และ Rotating Drop Method (Dekker et al., 2025) ซึ่งแต่ละวิธีมีข้อดี ข้อจำกัด และความเหมาะสมแตกต่างกันตามลักษณะงานวิจัยและงบประมาณ วิธีที่ได้รับความนิยมสูง ได้แก่ Wilhelmy Plate Method ซึ่งใช้หลักการแรงต้านการยกแผ่นออกจากผิวของเหลว โดยต้องใช้แผ่นโลหะบางและเครื่องชั่งที่มีความละเอียดสูง อย่างไรก็ตาม เครื่องชั่งประเภทดังกล่าวมีราคาค่อนข้างสูงเมื่อ

เปรียบเทียบกับเครื่องชั่งทั่วไป แต่ให้ความแม่นยำสูงและสามารถวัดได้ต่อเนื่อง (de Farias et al., 2025) อีกวิธีหนึ่งคือวิธี Pendant Drop ซึ่งคำนวณความตึงผิวจากภาพหยดของของเหลว โดยเปรียบเทียบรูปร่างหยดจริงกับแบบจำลองเชิงทฤษฎี วิธีนี้มีความแม่นยำสูงและพัฒนาขึ้นอย่างมากตามความก้าวหน้าของเทคโนโลยีการวิเคราะห์ภาพ (Laurén, 2020) มีโปรแกรมหลากหลายที่ใช้สำหรับวิเคราะห์ภาพ ได้แก่ ImageJ, Matlab, Python และ Tracker ซึ่งแต่ละโปรแกรมมีข้อดี ข้อจำกัด ขึ้นอยู่กับประเภทของภาพ และวัตถุประสงค์ของงานวิจัย ซึ่งโปรแกรมที่นิยมใช้ในการเรียนการสอนฟิสิกส์ คือ โปรแกรม Tracker เป็นโปรแกรมวิเคราะห์ภาพและวิดีโอที่นิยมใช้ในการทดลองฟิสิกส์ สามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของวัตถุ คำนวณตัวแปรที่เกี่ยวข้อง เช่น ตำแหน่ง ความเร็ว ความเร่ง และวาดกราฟการเคลื่อนที่ ในงานวิจัยของ ปัญญาธิตา สุจริต และ พัทธรา สีนลอยมา (2564) ได้ศึกษาการประยุกต์ตามแนวระดับของการตกจากที่สูงโดยใช้โปรแกรม Tracker ผลการวิจัยพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างระยะจุดตกที่วัดด้วยมือกับการวิเคราะห์ระยะจุดตกด้วยโปรแกรม Tracker และความเร็วตามแนวระดับที่วิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Tracker กับการคำนวณความเร็วทางทฤษฎีมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในหัวข้อความตึงผิวมักจะถูกจำกัดอยู่ในภาคทฤษฎี เนื่องจากข้อจำกัดด้านเครื่องมือวัดความตึงผิวที่มีราคาสูงและการเตรียมการทดลองที่ซับซ้อน ส่งผลให้นักเรียนและนักศึกษาไม่มีโอกาสเรียนรู้ผ่านการทดลองจริง ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการออกแบบกระบวนการทดลองสำหรับการวัดความตึงผิวของของเหลว เพื่อใช้ในการเรียนการสอนปฏิบัติการฟิสิกส์ โดยมุ่งเน้นการออกแบบวิธีการที่เหมาะสมกับข้อจำกัดด้านทรัพยากรและงบประมาณ พร้อมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ร่วมกับเทคโนโลยี เช่น การวิเคราะห์ภาพด้วยซอฟต์แวร์ เพื่อเพิ่มความแม่นยำในผลการศึกษาและลดต้นทุนในกระบวนการทดลอง ซึ่งจะช่วยให้ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ลงมือปฏิบัติจริง วิเคราะห์ข้อมูล และเชื่อมโยงหลักการทางทฤษฎีกับการทดลองได้อย่างมีประสิทธิภาพ ผู้วิจัยวัดความตึงผิวด้วยวิธี Pendant Drop โดยใช้โปรแกรม Tracker ในการวิเคราะห์ภาพ และคำนวณหาความตึงผิวด้วยสมการยัง-ลาปลาซ

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อออกแบบกระบวนการทดลองสำหรับการวัดความตึงผิวของของเหลวที่เหมาะสมกับข้อจำกัดด้านทรัพยากรและงบประมาณ
 2. เพื่อประยุกต์ใช้เทคโนโลยีการวิเคราะห์ภาพด้วยโปรแกรม Tracker
 3. เพื่อประเมินความเหมาะสมและความแม่นยำของกระบวนการทดลองที่ออกแบบขึ้น
- สำหรับการนำไปใช้ในการเรียนการสอนจริงในอนาคต

3. วิธีดำเนินการวิจัย

ในการทดลองผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตเนื้อหาในหัวข้อความตึงผิวของของเหลว โดยมุ่งเน้นการทดลองหาความตึงผิวของน้ำและน้ำมันพืช ใช้วิธี Pendant Drop โดยใช้ น้ำพืชตราโบรส เป็นน้ำมันพืชที่สกัดจากผลปาล์มน้ำมัน ซึ่งน้ำและน้ำมันพืชมีสมบัติในการทนความร้อนสูงและมีความเสถียรสูง ไม่ระเหยง่าย ไม่ติดไฟง่าย

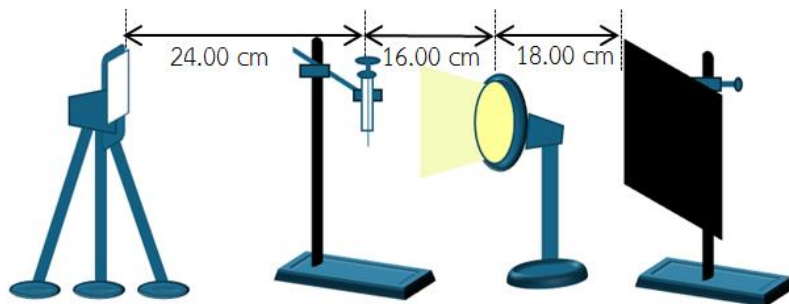
และไม่เกิดปฏิกิริยาเคมีที่อันตราย ไม่ก่อก้อนอุปกรณ์ทดลอง เป็นของใช้ในครัวเรือนที่สามารถหาได้ทั่วไปในท้องตลาด ช่วยลดต้นทุนในการจัดการทดลอง หรือการทดลองซ้ำหลายครั้ง จึงปลอดภัยสำหรับการใช้ในห้องทดลอง ในการวิจัยผู้วิจัยทำการทดลองในห้องปฏิบัติการที่มีอุณหภูมิ 24.5 ± 0.5 องศาเซลเซียส เนื่องจากอุณหภูมิมีผลต่อความตึงผิว การดำเนินงานวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน ขั้นที่ 1 การออกแบบชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพหยดของของเหลว แสดงดังภาพที่ 1 โดยมุ่งเน้นให้สามารถบันทึกหยดน้ำและหยดน้ำมันได้อย่างชัดเจนและแม่นยำ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการวิเคราะห์รูปร่างของหยดของเหลว ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์รูปร่างของหยดของเหลวจากภาพที่ได้ โดยประยุกต์ใช้เทคนิควิเคราะห์ภาพด้วยโปรแกรม Tracker เพื่อวัดพารามิเตอร์ของหยดของเหลว ได้แก่ รัศมีมีส่วนที่กว้างที่สุดของหยด (R_E) เพื่อนำมาคำนวณส่วนที่กว้างที่สุดของหยด (D_E) รัศมีระยะความกว้างของหยดที่วัดจากปลายของหยดของเหลวที่ระยะทาง D_E (D_S) จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณหาค่าความตึงผิวของของเหลว (γ) อาศัยสมการยัง-ลาปลาซ โดยแสดงดังสมการที่ 1

$$\gamma = \frac{\Delta \rho g D_E^2}{H} \quad (1)$$

โดยที่ $\Delta \rho$ คือ ผลต่างความหนาแน่นระหว่างของเหลวกับอากาศ และ $\frac{1}{H}$ เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนระหว่าง D_S และ D_E ซึ่งเป็นตัวกำหนดรูปร่างของหยดของเหลว มีรูปฟังก์ชันเป็น

$$\frac{1}{H} = a \left(\frac{D_S}{D_E} \right)^b \quad (2)$$

และ a, b มีค่าประมาณเท่ากับ 0.345 และ -2.5 ตามลำดับ (Goy et al., 2017)



ภาพที่ 1 การออกแบบชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพหยดของของเหลว

ขั้นที่ 1 การออกแบบชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพหยดของของเหลว

ชุดทดลองประกอบด้วย เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ แหล่งกำเนิดแสง สมาร์ทโฟน ขาดังกล้อง ชุดขาตั้ง และแคลมป์จับ

ผู้วิจัยการออกแบบชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพหยดของของเหลว มีขั้นตอนดังนี้

1. จัดตำแหน่ง ฉากทึบแสง แหล่งกำเนิดแสง เข็มฉีดยา สมาร์ทโฟน ดังภาพที่ 3

ในห้องทดลองที่ผู้วิจัยทำการทดลอง โต๊ะที่ใช้ทดลองมีขนาด กว้าง 90 เซนติเมตร ยาว 140 เซนติเมตร ซึ่งในการจัดตำแหน่ง ต้องคำนึงถึงความกว้างและความยาวของโต๊ะที่ใช้ ผู้วิจัยทดลองปรับระยะห่างเพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสม

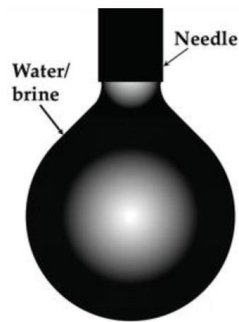
ระยะห่างระหว่างฉากทึบแสงกับแหล่งกำเนิดแสง เท่ากับ 18.00 เซนติเมตร ระยะนี้เพียงพอที่แสงกระจายอย่างสม่ำเสมอ ช่วยให้แสงสามารถกระจายทั่วฉากและให้ความแตกต่างระหว่างความมืดหรือความสว่างระหว่างหยดของของเหลวกับฉากได้ชัดเจน

ระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดแสงกับเข็มฉีดยา เท่ากับ 16.00 เซนติเมตร ผู้วิจัยเลือกระยะนี้เนื่องจากทำให้แสงสามารถส่องผ่านหยดของของเหลว และลดแสงสะท้อนจากผิวเข็มฉีดยาหรือฉากทำให้รายละเอียดภาพของหยดของเหลวชัดเจน

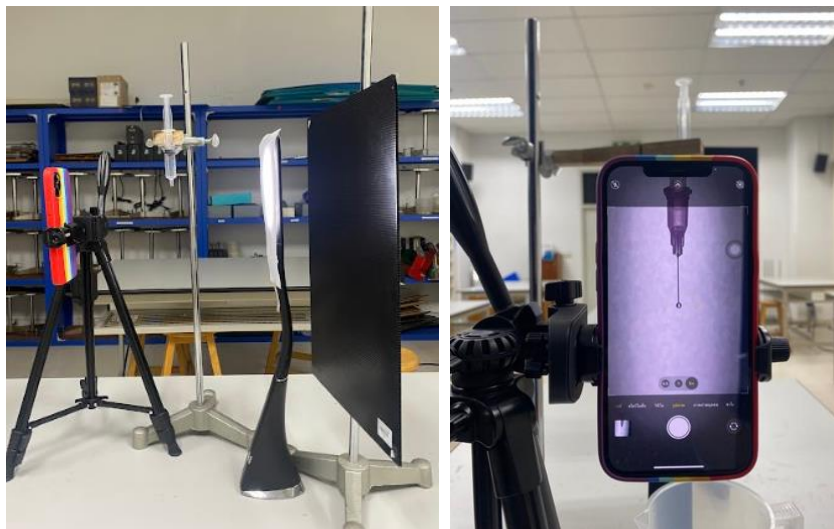
ระยะห่างระหว่างเข็มฉีดยากับสมาร์ทโฟน เท่ากับ 24.00 เซนติเมตร ระยะนี้ได้ขนาดภาพหยดของของเหลวที่มีความละเอียดเพียงพอ และลดความผิดเพี้ยนเชิงมุมได้ โดยใช้การซูมแทนการนำเลนส์ของสมาร์ทโฟนเข้าใกล้เข็มฉีดยามากเกินไป

2. ใช้เข็มฉีดยาดูดของเหลว ติดไว้ที่แคลมป์จับ และใส่เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ
3. ค่อย ๆ ฉีดของเหลวเพิ่มทีละน้อยจนเกิดหยดแขวนอยู่ที่ปลายเข็ม และเพิ่มปริมาตรของหยดก่อนที่หยดจะหลุดออกจากปลายเข็ม ให้ได้หยดของของเหลวที่มีเส้นโค้งยัง-ลาปลาซ ขนาดของหยดต้องสม่ำเสมอ ลักษณะรูปหยดของของเหลวมีขอบหยดคมชัด สม่ำเสมอตามแกนตั้ง ส่วนบนแคบมีบริเวณคอหยด ส่วนล่างป่อง ผิวเรียบต่อเนื่อง แสดงดังภาพที่ 2 เพื่อให้การวิเคราะห์รูปร่างของหยดของเหลวในการวัดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ มีความเหมาะสมและแม่นยำ
4. ใช้สมาร์ทโฟนถ่ายรูปหยดของเหลว

สมาร์ทโฟนที่ใช้ คือ ไอโฟน 12 Pro Max กล้องหลังความละเอียด 12 MP รูรับแสงขนาด f/1.6 อัตราเฟรม 1/2021s กำลังขยาย 5x ใช้โหมดภาพถ่ายต่อเนื่อง (Burst Mode) โดยแตะค้างที่ปุ่มชัตเตอร์แล้วลากไปทางซ้ายอย่างรวดเร็ว หรือใช้ปุ่มเพิ่มเสียง ถ่ายแบบ Burst โดยกดเพิ่มเสียงค้างไว้ ใช้ไฟจากคอมพิวเตอร์ เพื่อให้กล้องจับภาพได้เร็วขึ้น ใช้ฉากหลังสีทึบเพื่อให้หยดน้ำเด่นชัดในการวิเคราะห์ภาพ นำรูปที่ได้อัปโหลดใน google drive เพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูล โดยถ่ายภาพหยดของของเหลวที่เข็มฉีดยาเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ จำนวน 3 หยด



ภาพที่ 2 ลักษณะหยดของของเหลวที่ใช้ในการวิเคราะห์เพื่อหาความตึงผิว (Bikina & Shaik, 2018)



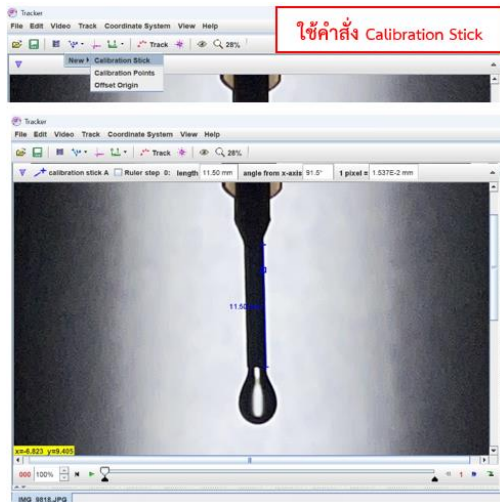
ภาพที่ 3 ชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพหยดของของเหลว

ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์รูปร่างของหยดของเหลวจากภาพที่ได้

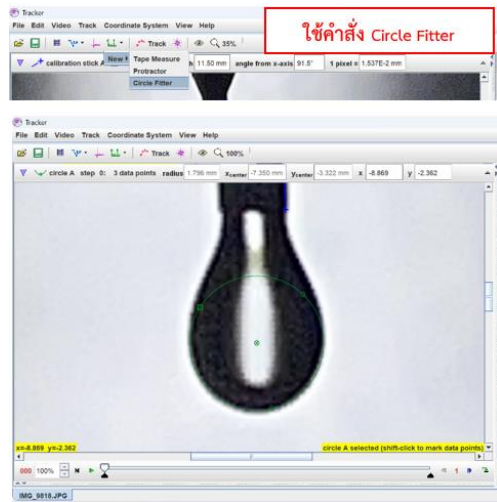
ประยุกต์ใช้เทคนิควิเคราะห์ภาพด้วยโปรแกรม Tracker เพื่อวัดพารามิเตอร์ของหยดของเหลว จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณหาความตึงผิวของของเหลว โดยอาศัยจากสมการยัง-ลาปลาซ ผู้วิจัยวิเคราะห์ภาพด้วยโปรแกรม Tracker วัดค่าพารามิเตอร์ของหยดของเหลวดังนี้

1. ใช้คำสั่ง Calibration Stick กำหนดมาตราส่วนให้กับภาพ เพื่อช่วยแปลงตำแหน่งจากพิกเซลเป็นหน่วยเซนติเมตร ภาพที่ 4
2. ใช้คำสั่ง Circle Fitter วิเคราะห์หาค่าศูนย์กลาง เพื่อวัดค่า R_E นำไปคำนวณหา D_E ภาพที่ 5
3. ใช้คำสั่ง Tape measure วัดค่า D_s ภาพที่ 6
4. นำค่า D_s, D_E แทนในสมการ 2 เพื่อหาค่า $\frac{1}{H}$

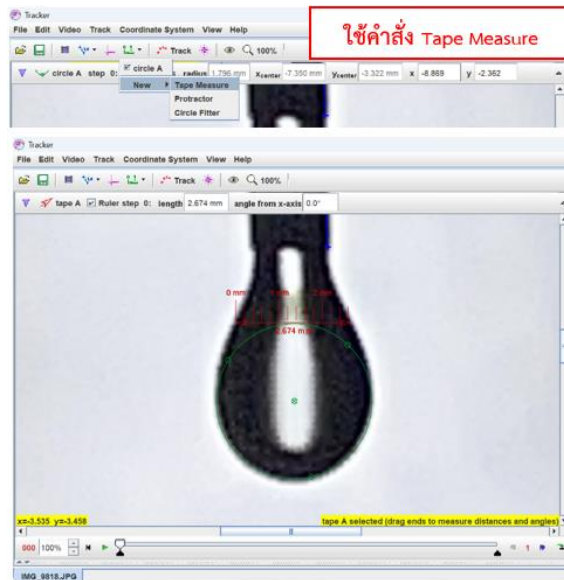
5. นำค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงโลก (g) มีค่า 9.81 m/s^2 (Goy et al., 2017) ความหนาแน่นอากาศ ($\rho_{\text{อากาศ}}$) มีค่า 1.184 kg/m^3 (Wang et al., 2020) ความหนาแน่นของของเหลว ($\rho_{\text{ของเหลว}}$), $\frac{1}{H}$ และ D_E แทนในสมการ 1 เพื่อหาค่าความตึงผิว โดยของเหลวที่ใช้ คือ น้ำกับน้ำมัน ความหนาแน่นของน้ำ ($\rho_{\text{น้ำ}}$) มีค่า 997 kg/m^3 (Plaza & Turnwe, 2015) และความหนาแน่นของน้ำมัน ($\rho_{\text{น้ำมัน}}$) มีค่า 906 kg/m^3



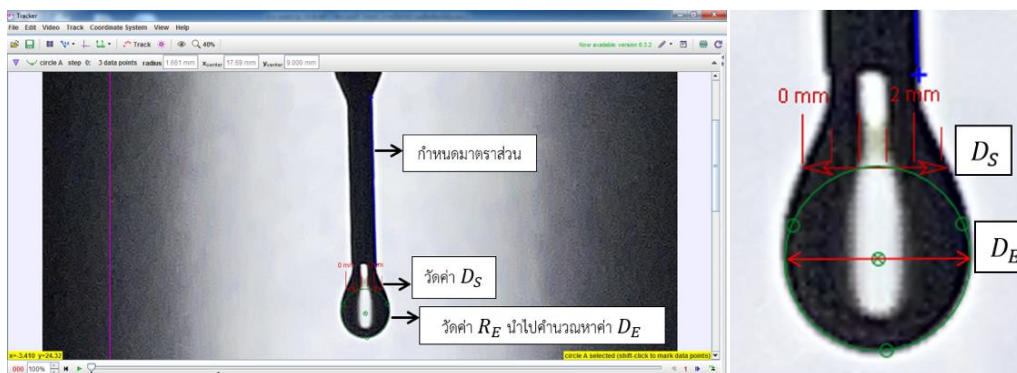
ภาพที่ 4 กำหนดมาตราส่วนให้กับภาพ



ภาพที่ 5 วิเคราะห์หาค่าศูนย์กลาง เพื่อวัดค่า R_E



ภาพที่ 6 วัดค่า D_s



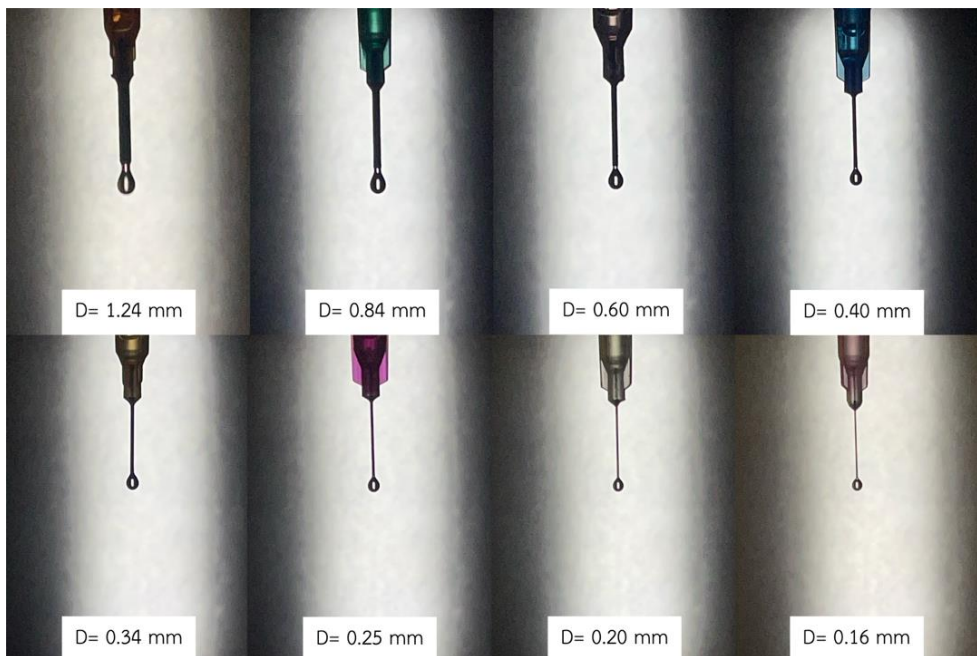
ภาพที่ 7 หน้าต่างโปรแกรม Tracker และการวิเคราะห์รูปร่างของหยดของเหลว

4. ผลการวิจัย

จากการออกแบบชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพหยดของของเหลว ได้ภาพถ่ายหยดของเหลวเมื่อใช้เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ โดยหยดน้ำและน้ำมัน แสดงดังภาพที่ 8 และภาพที่ 9 ตามลำดับ



ภาพที่ 8 รูปร่างของหยดน้ำที่หยดด้วยเข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ



ภาพที่ 9 รูปร่างของหยดน้ำมันที่หยดด้วยเข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ

ผลการวิเคราะห์ภาพรูปร่างของหยดของเหลวจากภาพที่ได้ ประยุกต์ใช้เทคนิควิเคราะห์ภาพด้วยโปรแกรม Tracker เพื่อวัดพารามิเตอร์ของหยดของเหลว จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณหาค่าความตึงผิวของเหลว โดยอาศัยสมการยัง-ลาปลาซ แสดงดังตารางที่ 1 และ 2 การประเมินความแม่นยำของการทดลอง มีการเปรียบเทียบค่าความตึงผิวที่ได้จากการทดลองกับค่ามาตรฐานที่ทดสอบโดยสำนักงานเครื่องมือวิทยาศาสตร์ และการทดสอบ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ จากเครื่อง Optical Contact Angle Analyzer ค่าความตึงผิวของน้ำ มีค่า 0.06840 ± 0.00120 N/m และค่าความตึงผิวของน้ำมัน มีค่า 0.03113 ± 0.00550 N/m

ตารางที่ 1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของหยดน้ำและค่าความตึงผิวของน้ำเมื่อใช้เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง
ขนาดต่าง ๆ

เส้นผ่านศูนย์กลางเข็ม (mm)	R_E (mm)	D_E (mm)	D_S (mm)	D_S/D_E	$1/H$	ความตึงผิว (N/m)	ค่าเฉลี่ย	MD	%error
1.24	1.661	3.322	2.571	0.77	0.65	0.071			
	1.623	3.246	2.406	0.74	0.73	0.075	0.07231	0.00184	5.56
	1.670	3.340	2.586	0.77	0.65	0.071			
0.84	1.607	3.214	2.418	0.75	0.70	0.071			
	1.581	3.162	2.377	0.75	0.70	0.069	0.07107	0.00163	3.83
	1.566	3.132	2.275	0.73	0.77	0.074			
0.60	1.441	2.882	1.972	0.68	0.89	0.072			
	1.445	2.890	1.990	0.69	0.88	0.072	0.07172	0.00038	4.73
	1.442	2.884	1.985	0.69	0.88	0.071			
0.40	1.351	2.702	1.757	0.65	1.01	0.072			
	1.371	2.742	1.806	0.66	0.98	0.072	0.07218	0.00015	5.38
	1.355	2.710	1.764	0.65	1.01	0.072			
0.34	1.280	2.560	1.579	0.62	1.15	0.074			
	1.306	2.612	1.645	0.63	1.10	0.073	0.07308	0.00056	6.61
	1.294	2.588	1.625	0.63	1.10	0.072			
0.25	1.187	2.374	1.380	0.58	1.34	0.074			
	1.196	2.392	1.399	0.58	1.32	0.074	0.07332	0.00053	6.95
	1.164	2.328	1.341	0.58	1.37	0.073			
0.20	1.143	2.286	1.336	0.58	1.32	0.067			
	1.147	2.294	1.354	0.59	1.29	0.066	0.06737	0.00073	1.52
	1.146	2.292	1.335	0.58	1.33	0.068			
0.16	1.045	2.090	1.098	0.53	1.72	0.074			
	1.046	2.092	1.121	0.54	1.64	0.070	0.07188	0.00114	4.97
	1.049	2.098	1.116	0.53	1.67	0.072			
0.08	0.987	1.974	1.030	0.52	1.75	0.067			
	0.921	1.842	0.861	0.47	2.31	0.077	0.07090	0.00377	3.59
	0.997	1.994	1.033	0.52	1.79	0.069			

ตารางที่ 1 แสดงผลการหาค่าความตึงผิวของน้ำด้วยวิธี Pendant Drop โดยใช้เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.24, 0.84, 0.60, 0.40, 0.34, 0.25, 0.20, 0.16 และ 0.08 มิลลิเมตร โดยวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ R_E , D_s จากภาพด้วยโปรแกรม Tracker และคำนวณค่าความตึงผิวตามสมการที่ 1 พบว่า ค่าความตึงผิวเฉลี่ย เท่ากับ 0.07231, 0.07107, 0.07172, 0.07218, 0.07308, 0.07332, 0.06737, 0.07188 และ 0.07090 นิวตันต่อเมตร ตามลำดับ

ตารางที่ 2 แสดงค่าพารามิเตอร์ของหยดน้ำมันและค่าความตึงผิวของน้ำมันเมื่อใช้เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ

เส้นผ่านศูนย์กลางเข็ม (mm)	R_E (mm)	D_E (mm)	D_s (mm)	D_s/D_E	1/H	ความตึงผิว (N/m)	ค่าเฉลี่ย	MD	%error
1.24	1.400	2.800	2.162	0.77	0.66	0.046	0.04494	0.00120	36.32
	1.342	2.684	2.003	0.75	0.72	0.046			
	1.370	2.740	2.130	0.78	0.65	0.043			
0.84	1.224	2.448	1.919	0.78	0.63	0.034	0.03337	0.00024	6.93
	1.227	2.454	1.939	0.79	0.62	0.033			
	1.222	2.444	1.927	0.79	0.62	0.033			
0.60	1.153	2.306	1.717	0.74	0.72	0.034	0.03404	0.00001	8.94
	1.143	2.286	1.690	0.74	0.73	0.034			
	1.166	2.332	1.752	0.75	0.71	0.034			
0.40	1.075	2.150	1.526	0.71	0.81	0.033	0.03303	0.00090	5.92
	1.063	2.126	1.483	0.70	0.85	0.034			
	1.060	2.120	1.519	0.72	0.79	0.032			
0.34	1.024	2.048	1.385	0.68	0.92	0.034	0.03328	0.00061	6.67
	1.030	2.060	1.430	0.69	0.86	0.032			
	1.035	2.070	1.426	0.69	0.88	0.033			
0.25	0.972	1.944	1.293	0.67	0.96	0.032	0.03243	0.00049	4.08
	0.952	1.904	1.246	0.65	1.00	0.032			
	0.988	1.976	1.314	0.66	0.96	0.033			
0.20	0.903	1.806	1.108	0.61	1.17	0.034	0.03362	0.00152	7.69
	0.913	1.826	1.166	0.64	1.06	0.031			
	0.916	1.832	1.114	0.61	1.20	0.036			
0.16	0.876	1.752	1.098	0.63	1.11	0.030	0.03091	0.00046	0.70
	0.897	1.794	1.130	0.63	1.10	0.031			
	0.871	1.742	1.073	0.62	1.16	0.031			

ตารางที่ 2 แสดงผลการหาค่าความตึงผิวของน้ำมันด้วยวิธี Pendant Drop โดยใช้เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.24, 0.84, 0.60, 0.40, 0.34, 0.25, 0.20 และ 0.16 มิลลิเมตร โดยวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ R_E , D_S จากภาพด้วยโปรแกรม Tracker และคำนวณค่าความตึงผิวตามสมการที่ 1 พบว่า ค่าความตึงผิวเฉลี่ยเท่ากับ 0.04494, 0.03337, 0.03404, 0.03303, 0.03328, 0.03243, 0.03362 และ 0.03091 นิวตันต่อเมตรตามลำดับ

5. อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

จากการออกแบบชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพของหยดน้ำและหยดน้ำมัน ได้ภาพถ่ายของหยดน้ำและหยดน้ำมันที่หยดด้วยเข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ ดังภาพที่ 8 และภาพที่ 9 ภาพหยดน้ำและหยดน้ำมันเป็นหยดห้อยอยู่ปลายเข็มที่กำลังจะหลุดออกจากปลายเข็ม มีลักษณะรูปร่างสมมาตรในแนวดิ่ง มีคอหยดและโค้งนูนตามแรงโน้มถ่วงส่วนบนแคบและส่วนล่างกว้าง ซึ่งรูปร่างนี้ทำให้สามารถคำนวณค่าความตึงผิวได้ง่ายและแม่นยำ น้ำหนักของหยดของเหลวและความตึงผิวมีความสมดุลกัน รูปร่างของหยดของเหลวถูกควบคุมโดยสมการยัง-ลาปลาซ ซึ่งการคำนวณค่าความตึงผิวโดยใช้สมการยัง-ลาปลาซ มีความแม่นยำสูงเมื่อหยดของเหลวมีรูปร่างเปลี่ยนไปจากทรงกลมอย่างชัดเจน สอดคล้องกับ Saad et al. (2011) ระบุว่าความแม่นยำของการวัดความตึงผิวโดยใช้วิธี Pendant Drop ขึ้นอยู่กับรูปร่างของหยดของเหลวเป็นหลัก เมื่อรูปร่างของหยดของเหลวใกล้เคียงกับทรงกลม ประสิทธิภาพของการวิเคราะห์รูปร่างจะลดลง แสดงให้เห็นว่าชุดการทดลองสำหรับถ่ายภาพหยดของเหลวสามารถนำไปใช้งานได้จริง สามารถนำภาพหยดน้ำและหยดน้ำมันหาค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ R_E , D_E , D_S คำนวณหาค่าความตึงผิวต่อไป จากข้อมูลในตารางที่ 1 และ ตารางที่ 2 พบว่า เมื่อเข็มฉีดยามีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเพิ่มขึ้น ค่าส่วนที่กว้างที่สุดของหยดของเหลว (D_E) และระยะความกว้างของหยดที่วัดจากปลายของหยดของเหลวที่ระยะทาง D_E (D_S) มีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น ในขณะที่ค่าฟังก์ชัน $\frac{1}{H}$ มีค่าลดลง การเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ดังกล่าว ส่งผลโดยตรงต่อรูปร่างหยดของของเหลวจากภาพที่ 8 และภาพที่ 9 สังเกตได้ว่าเมื่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเข็มฉีดยาเพิ่มขึ้น รูปร่างหยดของของเหลวมีลักษณะยืดตัวมากขึ้น อันเนื่องมาจากอิทธิพลของแรงโน้มถ่วง นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบระหว่างหยดน้ำและหยดน้ำมัน พบว่า ค่า D_S , D_E และ $\frac{1}{H}$ ของหยดน้ำมีค่าสูงกว่าของหยดน้ำมัน ส่งผลให้หยดน้ำมีรูปร่างใกล้เคียงทรงกลมมากกว่าหยดน้ำมัน ขณะที่หยดน้ำมันมีลักษณะยืดตัวมากกว่า ทั้งนี้เนื่องจากน้ำมีค่าความตึงผิวสูงกว่าน้ำมัน จึงสามารถต้านทานแรงโน้มถ่วงและคงรูปร่างทรงกลมได้ดีกว่า ในทางกลับกัน น้ำมันซึ่งมีค่าความตึงผิวดำกว่า จึงเกิดการยืดตัวของหยดได้ง่ายกว่าภายใต้แรงโน้มถ่วง และจากภาพหยดน้ำและหยดน้ำมัน ขนาดเข็มเล็กที่สุดที่สามารถถ่ายภาพหยดของเหลวได้ คือ เข็มที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.08 มิลลิเมตร แต่ไม่สามารถถ่ายภาพของหยดน้ำมันได้ เนื่องจากขนาดของเข็มมีขนาดเล็กมาก โดยน้ำมันมีความหนืดสูงกว่าน้ำ ส่งผลให้การไหลของน้ำมันผ่านเข็มไปอย่างช้า นอกจากนี้ น้ำมันยังมีค่าความตึงผิวดำกว่าน้ำ ทำให้มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลต่ำ สำหรับการเป็ยผิวโลหะของน้ำสามารถเป็ยผิวโลหะได้ดีกว่า จึงสามารถรวมตัวเป็นหยด

และหลุดจากปลายเข็มได้ง่าย ในขณะที่น้ำมันกระจายตัวไปตามผิวโลหะมากกว่า ส่งผลให้ไม่สามารถเกิดเป็นหยดที่ปลายเข็ม จึงเป็นอุปสรรคต่อการถ่ายภาพของหยดน้ำมันเมื่อใช้เข็มขนาดเล็กมาก

จากการวิเคราะห์รูปร่างของหยดน้ำและหยดน้ำมัน จากภาพที่ได้โดยประยุกต์ใช้เทคนิควิเคราะห์ภาพด้วยโปรแกรม Tracker จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณหาค่าความตึงผิวของของเหลว โดยอาศัยสมการยัง-ลาปลาซ แสดงดังตารางที่ 1 และ 2 ซึ่งการหาค่าความตึงผิวเมื่อใช้เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ โดยภาพรวมค่าความตึงผิวที่ได้มีร้อยละความคลาดเคลื่อนเทียบกับค่ามาตรฐานที่ทดสอบ ไม่เกินร้อยละ 10 แสดงให้เห็นว่าสามารถใช้โปรแกรม Tracker วิเคราะห์ภาพของหยดน้ำและหยดน้ำมันได้ สอดคล้องกับงานวิจัย Pratidhina et al. (2021) ที่ใช้โปรแกรม Tracker ในการสร้างแบบจำลองในรายวิชา Advanced Physics Experiment เพื่อแปลความหมายกราฟห้วงข้อการเลี้ยวเบนของแสงแบบฟรานโฮเฟอร์ ในส่วนของเข็มขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.24 มิลลิเมตร ซึ่งมีขนาดใหญ่ที่สุดที่ใช้ในงานวิจัยนี้ จะเห็นได้ว่าค่าความตึงผิวของน้ำที่ได้มีค่าเฉลี่ย 0.07231 N/m มีร้อยละความผิดพลาด 5.56 ค่าความตึงผิวของน้ำมันที่ได้มีค่าเฉลี่ย 0.04494 N/m มีร้อยละความผิดพลาด 36.32 เนื่องจากน้ำมันมีความตึงผิวต่ำและความหนืดสูง เมื่อใช้เข็มขนาดใหญ่ น้ำหนักของน้ำมันมีค่ามากทำให้หยดน้ำมันยืดยาว เกิดการเสียรูปของหยดและหลุดออกก่อนที่จะเป็นหยดสมบูรณ์ จึงทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณความตึงผิวมีค่าความคลาดเคลื่อนสูง

การออกแบบกระบวนการทดลองวัดความตึงผิวของของเหลวด้วยวิธี Pendant Drop โดยใช้โปรแกรม Tracker สามารถคำนวณหาค่าความตึงผิวได้อย่างมีประสิทธิภาพ ความตึงผิวของน้ำมีร้อยละความคลาดเคลื่อนเมื่อเทียบกับค่ามาตรฐานที่ทดสอบไม่เกินร้อยละ 10 ซึ่งถือว่าเป็นเกณฑ์ที่ยอมรับได้สำหรับใช้ในการเรียนและการสอน สอดคล้องกับงานวิจัยของ Kratz and Kierfeld (2020) ซึ่งชี้ให้เห็นว่าการวัดความตึงผิวด้วยวิธี Pendant Drop โดยอาศัยสมการยัง-ลาปลาซ ทำให้สามารถคำนวณหาความตึงผิวได้อย่างแม่นยำจากภาพถ่ายเพียงภาพเดียวของหยดของเหลว แม้ในกรณีการศึกษาความตึงผิวของน้ำมันจะมีความคลาดเคลื่อนมากกว่าร้อยละ 10 เมื่อใช้เข็มที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 1.24 mm แต่โดยรวมกระบวนการทดลองมีความเหมาะสมและแม่นยำเพียงพอที่จะนำไปประยุกต์ใช้เป็นสื่อการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนและนักศึกษาเข้าใจคุณสมบัติพื้นฐานของความตึงผิว ตลอดจนฝึกทักษะการสังเกต การวิเคราะห์ และวัดความตึงผิวได้อย่างถูกต้องด้วยตนเอง

6. ข้อเสนอแนะในงานวิจัย

1. จากงานวิจัยนี้ สามารถพัฒนาเป็นปฏิบัติการในรายวิชาฟิสิกส์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายหรือระดับอุดมศึกษา โดยให้ผู้เรียนทดลองวัดความตึงผิวของของเหลวหลายชนิดที่ใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น น้ำบริสุทธิ์ น้ำเกลือ น้ำหวาน ฯลฯ และวิเคราะห์ภาพหยดของของเหลวด้วยโปรแกรม Tracker เพื่อเปรียบเทียบผลและอภิปรายผลความตึงผิวของสารแต่ละชนิด

2. งานวิจัยนี้ สามารถบูรณาการกับการจัดการเรียนรู้แบบ STEM โดยให้ผู้เรียนใช้สมาร์ทโฟนถ่ายภาพหยดของของเหลว วิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ด้วยโปรแกรม Tracker และนำข้อมูลไปคำนวณความตึงผิวโดยใช้โปรแกรม Excel ซึ่งช่วยพัฒนาทักษะการใช้เทคโนโลยีและการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

3. กระบวนการทดลองที่พัฒนาขึ้น สามารถต่อยอดเป็นหัวข้อโครงงานวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาได้อย่างเหมาะสม โดยใช้ชุดการทดลองดังกล่าวเป็นเครื่องมือหลักในการศึกษา เช่น การศึกษาผลของอุณหภูมิที่มีผลต่อค่าความตึงผิวของของเหลว หรือศึกษาลักษณะรูปร่างของหยดของเหลวที่มีผลต่อค่าพารามิเตอร์ที่นำไปคำนวณค่าความตึงผิวโดยใช้สมการยัง-ลาปลาซ

7. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ที่เอื้อเฟื้องบประมาณและสถานที่ สำหรับการทำงานวิจัย ซึ่งทำให้การดำเนินงานวิจัยลุล่วงไปด้วยดี

8. เอกสารอ้างอิง

- ปัญญชิตา สุจริต และ พัทธรา สีนลอยมา. (2564). การวิเคราะห์ระยะจุดตกตามแนวระดับของการตกจากที่สูง โดยใช้โปรแกรมแทรกเกอร์. *วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี*, 23(2), 27-34. https://li01.tci-thaijo.org/index.php/sci_ubu/article/view/249655
- Bikkina, P. & Shaik, I. (2018). Interfacial Tension and Contact Angle Data Relevant to Carbon Sequestration. In R.K. Agarwal (Ed.), *Carbon capture, utilization and sequestration*. techOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.79414>
- de Farias, E. C. C., Ferman, R. K. S. & de Mendonça, A. de J. S. M. (2025). Comparison between the wilhelmy surface tension measurement method and the pendant drop shape analysis method. *Acta Polytechnica*, 65(3), 276- 281. <https://doi.org/10.14311/AP.2025.65.0276>
- Dekker, P. J., Diddens, C., van der Linden, M. N. & Lohse, D. (2025, August 12). *Hidden in plain sight: How evaporation impacts the pendant drop method*. <https://arxiv.org/pdf/2508.07349>
- Goy, N.-A., Denis, Z., Lavaud, M., Grolleau, A., Dufour, N., Deblais, A. & Delabre, U. (2017). Surface tension measurement with a smartphone. *The Physics Teacher*, 55(8), 498-499. <https://doi.org/10.1119/1.5008349>
- Kratz, F. S. & Kierfeld, J. (2020). Pendant drop tensionmetry: A machine learning approach. *The Journal of chemical Physics*, 153(9), 1-16. <https://doi.org/10.1063/5.0018814>
- Laurén, S. (2020, September 1). *Pendant drop method for surface tension measurements*. Biolin Scientific. <https://www.biolinscientific.com/blog/pendant-drop-method-for-surface-tension-measurements>
- Plaza, M. & Turner, C. (2015). Pressurized hot water extraction of bioactives. *Trends in Analytical Chemistry*, 71, 39-54. <https://doi.org/10.1016/j.trac.2015.02.022>

- Pratidhina, E., Rosana, D. & Kuswanto, H. (2021). Implementation of a Tracker-Assisted Modeling Activity in an Online Advanced Physics Experiment Course. *Journal of Education and e-Learning Research*, 8(8), 222-229. <https://doi.org/10.20448/journal.509.2021.82.222.229>
- Saad, S., Policova, Z. & Neumann, A. W. (2011). Design and accuracy of pendant drop methods for surface tension measurement. *Colloids and Surface A Physicochemical and Engineering Aspect*, 384(1), 442-452. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2011.05.002>
- Sudersan, P., Müller, M., Hormozi, M., Li, S., Butt, H.-J. & Kappl, M. (2023). Method to measure surface tension of microdroplets using standard AFM cantilever tips. *Langmuir*, 39(30), 10367-10374. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.3c00613>
- Wang, Y., Boulic, M., Phipps, R., Plagmann, M. & Cunningham, C. (2020). Experimental Performance of a Solar Air Collector with a Perforated Back Plate in New Zealand. *Energies*, 13(6), 1-16. <https://doi.org/10.3390/en13061415>