



วารสารคณิตศาสตร์ Mathematical Journal 64(699) กันยายน – ธันวาคม 2562

โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

กลไพ่กับระบบเลขฐาน

Card Trick with Base Number System

เรวัต ถนัดกิจศิริณ

Raywat Tanadkithirun

Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science,
Chulalongkorn University, Bangkok 10330

Email: raywat.t@chula.ac.th

วันที่รับบทความ : 9 กรกฎาคม 2562

วันที่แก้ไขบทความ : 21 สิงหาคม 2562

วันที่ตอบรับบทความ : 4 กันยายน 2562

บทคัดย่อ

ในบทความนี้กลไพ่ 27 ใบของ มาร์ติน การ์ดเนอร์ ได้ถูกนำเสนอ การใช้ระบบเลขฐานสามารถอธิบายการแสดงกลไพ่นี้ นอกจากนี้เรายังเสนอการขยายวิธีการเล่นกลไพ่นี้ให้ทั่วไปยิ่งขึ้นด้วย

คำสำคัญ: กลไพ่ ระบบเลขฐาน

ABSTRACT

In this article, the 27 Card Trick of Martin Gardner is presented. The use of base number systems can explain how to perform the trick. Generalized versions of this card trick are also offered.

Keywords: Card trick, Base number system

1. บทนำ

ไฟถือกำเนิดมานานนับพันปีแล้ว โดยการเล่นไฟมีต้นกำเนิดมาจากประเทศจีนในช่วงคริสต์ศตวรรษที่ 12 หรือก่อนหน้านั้น [3] แล้วแพร่กระจายผ่านเส้นทางการค้าขายระหว่างประเทศมาเรื่อย ๆ จนถึงทวีปยุโรป และทวีความนิยมมากขึ้นสำหรับประเทศในแถบทวีปยุโรปในช่วงคริสต์ศตวรรษที่ 14 โดยไฟได้มีวิวัฒนาการมาเรื่อย ๆ ทั้งการเปลี่ยนแปลงจำนวนไฟในสำหรับ รูปแบบหน้าตาของไฟ หรือแม้แต่วัสดุที่ใช้ผลิตจากไม้มาเป็นกระดาษและพลาสติกในเวลาต่อมา จนกลายเป็นไฟที่เรารู้จักกันดีในปัจจุบัน มีเกมส์และกฎกติกามากมายที่ใช้ไฟในการเล่น ทั้งเพื่อความสนุก การพนัน หรือแม้กระทั่งการกีฬาอย่างกีฬาบริดจ์ ซึ่งมายากลก็เป็นอีกหนึ่งความบันเทิงที่สามารถใช้ไฟประกอบในการแสดงได้

ถ้าหากเราพูดถึงมายากลที่ใช้ไฟเป็นอุปกรณ์แล้ว เราอาจจะเคยเจอกลไฟที่ต้องใช้ทักษะความสามารถในการควบคุมไฟของผู้ทำการแสดงซึ่งต้องอาศัยการฝึกฝนอย่างจริงจังจึงจะสามารถเล่นได้อย่างแนบเนียนและเป็นธรรมชาติ เช่น การพลิกไฟสองใบแต่ให้ดูเหมือนเป็นใบเดียว การใช้นิ้วก้อยแอบคันกองไฟ หรือเทคนิคการสับและตัดไฟ เป็นต้น ในบางครั้งก็ต้องมีการเตรียมการบางอย่างก่อนทำการแสดง เช่น การเตรียมลำดับของไฟบางใบในกองไฟเอาไว้ล่วงหน้า การนับไฟตอนเริ่มทำการแสดงแต่แอบจำไฟบางใบเอาไว้ว่าอยู่ตำแหน่งใด หรือการแอบดูไฟใบล่างสุดก่อนทำการแสดง แต่ก็มีกลไฟจำนวนหนึ่งที่ผู้เล่นไม่จำเป็นต้องมีความสามารถในการควบคุมไฟหรือมีการเตรียมการก่อนทำการแสดง ยิ่งไปกว่านั้น กลไฟดังกล่าวยังสามารถใช้คณิตศาสตร์มาอธิบายผลเฉลยได้ด้วย หนึ่งในกลซึ่งอาจจะกล่าวได้ว่าโด่งดังที่สุดกลหนึ่งเมื่อพูดถึงกลไฟที่มีคณิตศาสตร์มาเกี่ยวข้องด้วยก็คือกลไฟ 27 ใบของ มาร์ติน การ์ดเนอร์ [2] ซึ่งเฉลยของกลนั้นสามารถใช้ระบบเลขฐานช่วยในการคิดได้

บทความนี้จะเล่าถึงวิธีการเล่นกลไฟ 27 ใบของ มาร์ติน การ์ดเนอร์ และการใช้ระบบเลขฐานช่วยทำให้การแสดงกลมีระบบที่ดี และการขยายวิธีการเล่นกลไฟนี้ให้ทวีปยิ่งขึ้นด้วย

2. วิธีการเล่นกลไฟ 27 ใบของ มาร์ติน การ์ดเนอร์

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงวิธีการเล่นกลไฟ 27 ใบของ มาร์ติน การ์ดเนอร์ โดยจะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ การแสดงกล และเฉลยกล

2.1 การแสดงกล

นักมายากลคนหนึ่งใช้ไฟจำนวน 27 ใบเล่นกล โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ให้ผู้ชมเลือกไฟหนึ่งใบและจำเอาไว้ แต่ต้องไม่ให้นักมายากลรู้ว่าเป็นไฟอะไร จากนั้นให้สับไฟทั้งกองแล้วคืนนักมายากล
2. ให้ผู้ชมเลือกตัวเลขที่ชอบจากเลข 1 ถึง 27 มาหนึ่งตัวเลข โดยให้บอกด้วยว่าเลือกเลขอะไร สมมติว่าเป็นเลข x
3. นักมายากลทำการเปิดไฟที่ละใบลงบนโต๊ะให้เป็นสามกอง โดยไฟใบแรกถูกวางลงกองซ้าย ไฟใบที่สองถูกวางลงกองกลาง ไฟใบที่สามถูกวางลงกองขวา ไฟใบที่สี่ถูกวางลงกองซ้ายทับไฟใบแรก เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 27 ใบ โดยนักมายากลบอกให้ผู้ชมดูตามไปด้วยว่าไฟที่เลือกเอไว้นั้นอยู่กองไหน
4. ให้ผู้ชมชี้ว่าไฟที่เลือกไว้นั้นอยู่กองไหน
5. นักมายากลซ้อนทับไฟทั้งสามกองให้เป็นหนึ่งกอง
6. นักมายากลทำขั้นตอนที่ 3 ถึง 5 ซ้ำอีก 2 รอบ รวมทั้งหมดเป็น 3 รอบ
7. ให้ผู้ชมเปิดไฟใบที่ x โดยนับจากบนลงล่างของกองไฟ ผลปรากฏว่า ไฟใบนั้นคือไฟที่ผู้ชมเลือกไว้ในตอนแรกนั่นเอง

ในการแสดงนี้หน้าไฟจะคว่ำตลอดยกเว้นตอนที่เปิดไฟที่ละใบเพื่อเรียงเป็นสามกอง ส่วนการซ้อนทับไฟให้เป็นหนึ่งกองนั้นนักมายากลสามารถเลือกลำดับการซ้อนทับกองไฟได้เอง กลไฟนี้ไม่จำเป็นต้องมีการเตรียมการกับกองไฟมาก่อนหรือใช้เทคนิคการควบคุมไฟใด ๆ หากแต่ต้องใช้ความรวดเร็วในการคิดเลขที่ถูกต้องแม่นยำแทน

2.2 เฉลยกล

สังเกตว่าขั้นตอนที่นักมายากลสามารถทำอะไรซ้ำอย่างกับกองไฟได้ก็คือ ตอนที่นักมายากลนำไฟมาซ้อนทับกันให้เป็นหนึ่งกองซึ่งมีทั้งหมดสามครั้ง ดังนั้นลำดับการจัดเรียงกองไฟทั้งสามครั้งจึงเป็นหนทางเดียวที่นักมายากลจะสามารถควบคุมกองไฟได้ ในแต่ละรอบที่มีการรวมไฟให้เป็นกองเดียวนั้น นักมายากลสามารถนำกองไฟที่ผู้ชมชี้มาวางได้สามตำแหน่ง ได้แก่ กองบน กองกลาง หรือ กองล่าง ส่วนการสลับตำแหน่งการวางของอีกสองกองที่เหลือนั้น ไม่น่าจะมีผลต่อการติดตามตำแหน่งของไฟที่ผู้ชมเลือกไว้ ดังนั้น นักมายากลจึงสามารถเลือกวางกองไฟทั้งสามรอบได้ทั้งหมด $3 \times 3 \times 3 = 27$ รูปแบบ ซึ่งในแต่ละรูปแบบนั้นจะสามารถทำให้ไฟที่ผู้ชมเลือกไปอยู่ในตำแหน่งต่าง ๆ ทั้ง 27 ตำแหน่งได้นั่นเอง การที่จะหาว่ารูปแบบใดถึงจะทำให้ไฟที่ผู้ชมเลือกไปอยู่ตำแหน่ง x ได้นั้นสามารถใช้ระบบเลขฐานช่วยในการคิดได้

X-1	เลขฐาน 3		ครั้งที่ 1		ครั้งที่ 2		ครั้งที่ 3		
0	000		0	}	0	}	0		
1	001		1						
2	002		2						
3	010		0	}	1			}	
4	011		1						
5	012		2						
6	020		0	}	2				}
7	021		1						
8	022		2						
9	100		0	}	0	}			
10	101		1						
11	102		2						
12	110		0	}	1		}		
13	111		1						
14	112		2						
15	120		0	}	2			}	
16	121		1						
17	122		2						
18	200		0	}	0	}			
19	201		1						
20	202		2						
21	210		0	}	1		}		
22	211		1						
23	212		2						
24	220		0	}	2			}	
25	221		1						
26	222		2						

รูปที่ 2.1 การวางกองไฟในแต่ละครั้งสำหรับกลไฟ 27 ใบของ มาร์ติน การ์ดเนอร์

เนื่องจากเราแบ่งกองไฟเป็น 3 กองในแต่ละรอบ เราจะเลือกใช้ระบบเลขฐาน 3 สำหรับกลไฟ 27 ใบ ของ มาร์ติน การ์ดเนอร์ นี้ โดยเราจะต้องนำเลขที่ผู้ชมเลือกมาลบออกด้วย 1 ก่อนที่จะทำการแปลงเลขฐาน เพื่อให้ $x-1$ ในระบบเลขฐาน 3 นั้นเป็นแค่เลขไม่เกิน 3 ตำแหน่ง และต่อจากนี้เราจะนับตำแหน่งต่าง ๆ เริ่มที่ตำแหน่ง 0 รูป 2.1 จะบอกวิธีการวางกองไฟในแต่ละครั้งของ

นักมายากล สมมติว่า $x-1$ ในระบบเลขฐาน 3 คือ ABC_3 โดยที่ $A, B, C \in \{0, 1, 2\}$ เราจะให้เลข 0, 1, 2 แทน การวางกองไฟที่ผู้ชมชี้ไว้กองบน กองกลาง และกองล่าง ตามลำดับ นักมายากลจะต้องนำกองไฟที่ผู้ชมชี้ไว้กอง C สำหรับครั้งแรก ไว้กอง B สำหรับครั้งที่สอง และไว้กอง C สำหรับครั้งสุดท้าย นั่นจะทำให้ไฟที่ผู้ชมเลือกไว้ไปอยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้

เพื่อให้เป็นการง่ายต่อการเข้าใจว่าเหตุใดการทำเช่นนั้นจะทำให้ไฟที่ผู้ชมเลือกไปอยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้ เราจะอธิบายเหตุผลอย่างเป็นขั้นตอนโดยใช้ตัวอย่างประกอบ สมมติว่าเลขที่ผู้ชมเลือกเอาไว้คือเลข 12

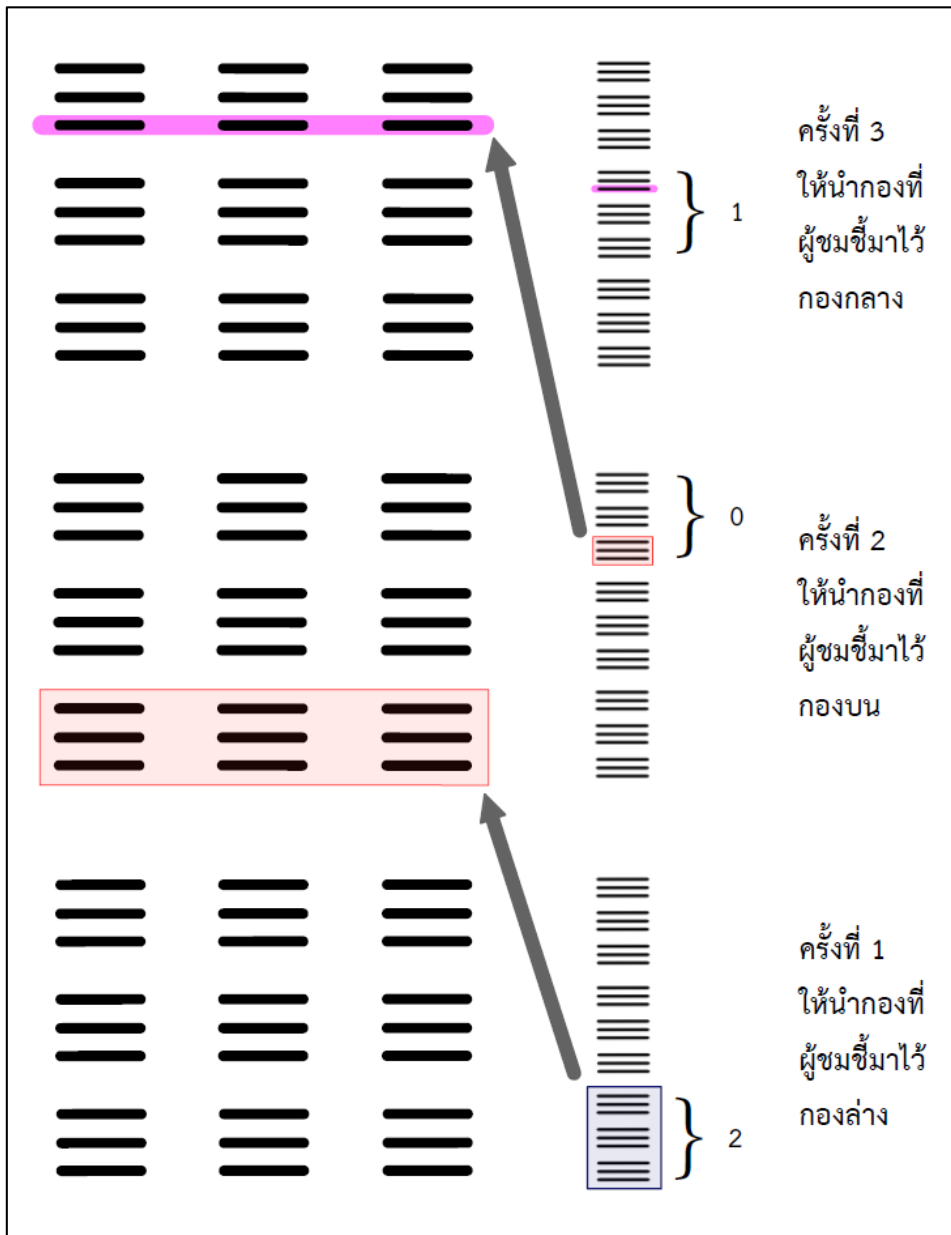
ขั้นตอนที่ 1 นักมายากลต้องการให้ไฟที่ผู้ชมเลือกไปอยู่ในตำแหน่งที่ 11 ในตอนจบ (เริ่มนับไปบนสุดเป็นตำแหน่งที่ 0) นักมายากลจึงนำเลข 12 มาลบออกด้วย 1 แล้วแปลงเป็นเลขฐาน 3 ได้เป็น

$$12 - 1 = 11 = (1 \times 3^2) + (0 \times 3) + (2 \times 3^0) = 102_3$$

ขั้นตอนที่ 2 ให้พิจารณารูป 2.2 เนื่องจากไฟแต่ละกองที่นักมายากลต้องเลือกไปวางซ้อนทับกันมีกองละ 9 ใบ แสดงว่าในรอบที่ 3 นั้น นักมายากลจะต้องนำกองไฟที่ผู้ชมชี้ไปวางไว้กองกลางเท่านั้น ซึ่งตรงกับตำแหน่งที่เราคิดในระบบเลขฐาน 3 ซึ่งคือเลข 1

ขั้นตอนที่ 3 สำหรับกองไฟที่นักมายากลต้องนำไปวางไว้กองกลางในขั้นตอนที่ 2 นั้น นักมายากลจะต้องทำให้ไฟที่ผู้ชมเลือกไว้ไปอยู่ในตำแหน่งที่ 2 (เริ่มนับไปบนสุดเป็นตำแหน่งที่ 0 เมื่อพลิกกองไฟให้คว่ำแล้ว) ของกองไฟนั้นด้วย แต่เนื่องจากนักมายากลไม่รู้ว่าจะไฟใบนั้นอยู่กองย่อยไหนจนกว่าผู้ชมจะชี้ในรอบที่ 3 ไฟที่มีสิทธิ์เป็นไฟที่ผู้ชมเลือกคือไฟที่อยู่ในตำแหน่งที่ 2 ของทั้ง 3 กองย่อยนั่นเอง ซึ่งการที่จะเรียงไฟให้เป็น 3 ตำแหน่งดังกล่าวได้ ไฟที่มีสิทธิ์ทั้ง 3 ใบนั้นจะต้องอยู่ในตำแหน่งที่ 6, 7 และ 8 ของกองไฟที่รวมแล้วจากรอบที่ 2 ดังนั้นนักมายากลจะต้องวางกองไฟที่ผู้ชมชี้ในรอบที่ 2 ให้อยู่กองบนสุด ซึ่งตรงกับตำแหน่งที่เราคิดในระบบเลขฐาน 3 ซึ่งคือเลข 0

ขั้นตอนที่ 4 เนื่องจากนักมายากลไม่รู้ว่าจะไฟมีสิทธิ์ทั้ง 3 ใบนั้นอยู่ในตำแหน่งที่ 6, 7 และ 8 ของกองย่อยไหนในรอบที่ 2 จนกว่าผู้ชมจะชี้ในรอบที่ 2 ไฟที่มีสิทธิ์เป็นไฟที่ผู้ชมเลือกคือไฟที่อยู่ในตำแหน่งที่ 6, 7 และ 8 ของทั้ง 3 กองย่อยนั่นเอง ซึ่งการที่จะเรียงไฟให้เป็น 9 ตำแหน่งดังกล่าวได้ ไฟที่มีสิทธิ์ทั้ง 9 ใบนั้นจะต้องอยู่ในตำแหน่งที่ 18 ถึง 26 ของกองไฟที่รวมแล้วจากรอบแรก ดังนั้นนักมายากลจะต้องวางกองไฟที่ผู้ชมชี้ในรอบแรกให้อยู่กองล่างสุด ซึ่งตรงกับตำแหน่งที่เราคิดในระบบเลขฐาน 3 ซึ่งคือเลข 2



รูปที่ 2.2 ตัวอย่างของการวางกองไฟในแต่ละครั้งของนักมายากล เมื่อผู้ชมเลือกเลข 12

สรุปแล้วในตัวอย่างนี้ นักมายากลจะต้องวางกองไฟที่ผู้ชมชี้ไว้กองล่างในรอบแรก กองบนในรอบที่ 2 และกองกลางในรอบที่ 3 ซึ่งตรงกับตำแหน่งการวางในระบบเลขฐาน 3 ซึ่งคือ 102_3 โดยมองจากขวามาซ้าย (เลข 0, 1, 2 แทนการวางกองไฟที่ผู้ชมชี้ไว้กองบน กองกลาง และกองล่าง ตามลำดับ)

สังเกตว่าจากไฟ 27 ใบในรอบแรกนั้น จะเหลืออยู่ 9 ใบที่มีสิทธิ์เป็นไฟที่ผู้ชมเลือกหลังจากการซื้อครั้งแรก และจะเหลือ 3 ใบหลังการซื้อครั้งที่ 2 และท้ายที่สุดแล้วจะเหลือเพียงใบเดียวเท่านั้นจากการซื้อครั้งที่ 3

ในการแสดงกลนั้น นักมายากลจะต้องคิดเลขฐาน 3 ในใจระหว่างที่ทำการแสดง ซึ่งสามารถทำได้ในระหว่างเวลาที่วางไฟเป็น 3 กองนั่นเอง ตัวอย่างเช่น ถ้าผู้ชมเลือกเลข 12

ขั้นตอนที่ 1 นักมายากลจะต้องนำเลข 12 มาลบออกด้วย 1 ก่อน ได้เป็นเลข 11

ขั้นตอนที่ 2 ใช้เลข 11 จากขั้นตอนที่ 1 เป็นตัวตั้ง หารด้วย 3 จะได้ผลหารเป็น 3 เศษ 2 ดังนั้น นักมายากลจะต้องนำกองไฟที่ผู้ชมซื้อในรอบแรกไปไว้กองที่เป็นเศษ 2 ซึ่งหมายถึงกองล่างนั่นเอง

ขั้นตอนที่ 3 นำผลหารที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 ซึ่งคือเลข 3 มาหารด้วย 3 ซึ่งจะได้ผลหารเป็น 1 เศษ 0 นั่นแปลว่าในรอบที่ 2 นั้น นักมายากลจะต้องนำกองไฟที่ผู้ชมซื้อไปไว้กองที่เป็นเศษ 0 ซึ่งหมายถึงกองบน

ขั้นตอนที่ 4 นำผลหารที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 ซึ่งคือเลข 1 มาหารด้วย 3 ซึ่งจะได้ผลหารเป็น 0 เศษ 1 นั่นแปลว่าในรอบสุดท้ายนั้น นักมายากลจะต้องนำกองไฟที่ผู้ชมซื้อไปไว้กองที่เป็นเศษ 1 ซึ่งหมายถึงกองกลาง

ขั้นตอนที่ 5 ทำการเปิดไฟในตำแหน่งที่ผู้ชมเลือกไว้ซึ่งคือเลข 12 โดยนับใบบนสุดเป็นใบที่ 1 จะได้ว่าไฟใบนั้นคือไฟใบที่ผู้ชมเลือกไว้ในตอนแรก

จะเห็นได้ว่าในขณะที่นักมายากลวางไฟเป็น 3 กองในแต่ละรอบ เขาก็จะมีเวลามากพอที่จะคำนวณในใจว่าจะนำกองไฟที่ผู้ชมซื้อในรอบนั้น ๆ ไปวางไว้ในตำแหน่งใด รูป 2.3 แสดงตัวอย่างการคิดเลขฐาน 3 ของเลข 0, 7, 11, 17 และ 26

$\begin{array}{r} 3 \overline{) 0} \\ 3 \overline{) 0} \\ 3 \overline{) 0} \\ \underline{0} \\ 0 = 000_3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 7} \\ 3 \overline{) 2} \quad 1 \\ 3 \overline{) 0} \quad 2 \\ \underline{0} \quad 0 \\ 7 = 021_3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 11} \\ 3 \overline{) 3} \quad 2 \\ 3 \overline{) 1} \quad 0 \\ \underline{0} \quad 1 \\ 11 = 102_3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 17} \\ 3 \overline{) 5} \quad 2 \\ 3 \overline{) 1} \quad 2 \\ \underline{0} \quad 1 \\ 17 = 122_3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 26} \\ 3 \overline{) 8} \quad 2 \\ 3 \overline{) 2} \quad 2 \\ \underline{0} \quad 2 \\ 26 = 222_3 \end{array}$
---	---	---	---	---

เรียงเศษจากล่างขึ้นบน

รูปที่ 2.3 ตัวอย่างการคิดเลขฐาน 3 ของเลข 0, 7, 11, 17 และ 26

3. การประยุกต์กลไฟกับระบบเลขฐาน

จากที่เราได้เห็นไปก่อนหน้านี้แล้วว่าวิธีการเล่นกลไฟ 27 ใบของ มาร์ติน การ์ดเนอร์ นั้น สามารถทำได้โดยการนำเลขที่ผู้ชมเลือกมาลบ 1 แล้วแปลงเป็นเลขฐาน 3 และเลือกวงกองไฟที่ผู้ชมชี้ในแต่ละรอบตามตำแหน่งจากหลักต่าง ๆ ของเลขฐาน 3 ที่ได้ โดยเรียงตามลำดับจากขวามาซ้าย โดยที่เลข 0, 1 และ 2 หมายถึงตำแหน่ง กองบน กองกลาง และกองล่าง ตามลำดับ เราสามารถดัดแปลงแนวคิดนี้ไปสู่เลขฐานอื่น ๆ ได้อีก รวมถึงการเปลี่ยนจำนวนรอบที่เปิดไฟเพื่อให้ผู้ชมชี้กองไฟอีกด้วย

ตัวอย่างเช่น เราเลือกใช้เลขฐาน 5 และจะเปิดไฟเพื่อให้ผู้ชมชี้กองไฟจำนวน 4 รอบ ซึ่งทำให้เราต้องใช้ไฟทั้งหมดจำนวน $5^4 = 625$ ใบ ซึ่งเราสามารถใช้เวลาจำนวน 12 สำหรับที่ด้านหลังโหม้หลอดตายแตกต่างกัน และเพิ่มไฟโจ๊กเกอร์ (joker) ลงไปอีกหนึ่งใบ รวมทั้งหมดเป็น $(12 \times 52) + 1 = 625$ ใบพอดี เราจะปิดตาและหันหลังให้ในขณะที่ผู้ชมเลือกไฟและจำทั้งด้านหน้าและด้านหลังของไฟ และเราจะให้ผู้ชมเลือกเลขที่ชอบจากเลข 1 ถึง 625 มาหนึ่งตัวเลข จากนั้นเราจะทำการเปิดไฟแบบเดิมที่เราเคยทำ แต่คราวนี้ในแต่ละรอบนั้นเราจะเปิดไฟออกเป็น 5 กอง และให้ผู้ชมชี้กองไฟที่มีไฟที่เลือกไว้ ทำเช่นนี้ 4 รอบ ส่วนเทคนิคสำคัญที่เราต้องคิดระหว่างที่ทำการเปิดไฟทีละใบก็คือ เราต้องนำเลขที่ผู้ชมเลือกมาลบออกด้วยหนึ่งก่อน (ห้ามลืมเด็ดขาด) จากนั้นก็นำมาหาร 5 ได้เศษเท่าไรให้เรา นำกองไฟที่ผู้ชมชี้ไปไว้ในตำแหน่งของเศษที่ได้ โดยเศษ 0, 1, 2, 3 และ 4 หมายถึงตำแหน่งของกองไฟจากบนลงล่างตามลำดับ (เมื่อคว่ำหน้าโพล่งแล้ว) ส่วนไฟกองอื่นที่ผู้ชมไม่ได้ชี้จะวางตำแหน่งไหนก็ได้ จากนั้นนำผลหารที่ได้ไปคิดต่อในรอบต่อ ๆ ไปเช่นเดิมจนครบ 4 รอบ แล้วไฟใบที่ผู้ชมเลือกไว้ก็จะมาอยู่ในตำแหน่งที่เราต้องการเอง

เรายังสามารถประยุกต์การเล่นกลไฟนี้กับระบบเลขฐานที่แต่ละหลักมีฐานแตกต่างกัน [1] ซึ่งในบทความนี้จะขอเรียกว่า “ระบบเลขฐานผสม” ตัวอย่างเช่น เราเลือกใช้เลขหลักแรก (นับจากทางขวามาซ้าย) เป็นฐาน 4 หลักที่สองเป็นฐาน 2 หลักที่สามเป็นฐาน 5 และหลักที่สี่เป็นฐาน 3 ซึ่งทำให้เราต้องใช้ไฟทั้งหมด $4 \times 2 \times 5 \times 3 = 120$ ใบ เราสามารถเขียนเลขแต่ละเลขตั้งแต่ 0 ถึง 119 ให้อยู่ในรูป

$$ABCD_{(3,5,2,4)} := (A \times (5 \times 2 \times 4)) + (B \times (2 \times 4)) + (C \times 4) + D$$

โดยที่ $A \in \{0, 1, 2\}$, $B \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $C \in \{0, 1\}$, $D \in \{0, 1, 2, 3\}$ ได้เสมอและได้เพียงรูปแบบเดียวเท่านั้น ในบทความนี้เราจะเรียกระบบเลขฐานผสมนี้ว่า ระบบเลขฐานผสม (3, 5, 2, 4) รูป 3.1 แสดงตัวอย่างการคิดเลขฐานผสม (3, 5, 2, 4) ของบางตัวเลข

4 13	4 41	4 78	4 111	4 115
2 3 1	2 10 1	2 19 2	2 27 3	2 28 3
5 1 1	5 5 0	5 9 1	5 13 1	5 14 0
3 0 1	3 1 0	3 1 4	3 2 3	3 2 4
0 0	0 1	0 1	0 2	0 2
13 = 0111 _(3,5,2,4)	41 = 1001 _(3,5,2,4)	78 = 1412 _(3,5,2,4)	111 = 2313 _(3,5,2,4)	115 = 2403 _(3,5,2,4)

รูปที่ 3.1 ตัวอย่างการคิดเลขฐานผสม (3, 5, 2, 4) ของเลข 13 41 78 111 และ 115

สังเกตว่าเลขที่ใช้ได้คือเลขตั้งแต่ 0 ถึง 119 เท่านั้น นั่นทำให้เราสามารถใช่วิธีการเดิมในการเล่นกลไฟสำหรับไฟจำนวน 120 ใบนี้ได้ โดยเราจะให้ผู้ชมเลือกเลขที่ชอบจากเลข 1 ถึง 120 และเราจะทำการเปิดไฟแบบเดิมที่เราเคยทำแต่คราวนี้จำนวนกองไฟที่เราแบ่งในแต่ละรอบจะไม่เท่ากัน โดยเราจะแบ่งไฟออกเป็น 4 กองในรอบแรก 2 กองในรอบที่สอง 5 กองในรอบที่สาม และ 3 กองในรอบที่สี่ และให้ผู้ชมชี้กองไฟที่มีไฟที่เลือกไว้เช่นเดิม ส่วนเคล็ดลับในการแสดงกลก็คือ เราต้องนำเลขที่ผู้ชมเลือกมาลบออกด้วยหนึ่งก่อนในตอนแรก จากนั้นก็นำมาหาร 4 ได้เศษเท่าไรให้เรานำกองไฟที่ผู้ชมชี้ไปไว้ในตำแหน่งของเศษที่ได้โดยคิดการเรียงตำแหน่งจากบนลงล่างแบบเดิม จากนั้นนำผลหารที่ได้ไปคิดต่อในรอบต่อ ๆ ไปเช่นเดิมจนครบ 4 รอบ โดยในแต่ละรอบที่เหลือเราจะหารด้วยเลข 2, 5 และ 3 ตามลำดับ ไฟใบที่ผู้ชมเลือกไว้ก็จะมาปรากฏอยู่ในตำแหน่งที่ผู้ชมได้เลือกไว้ตั้งแต่ตอนเริ่มการแสดงได้อย่างน่าอัศจรรย์

สำหรับในกลเดียวกันนี้เรายังสามารถสลับตำแหน่งเลขฐาน หรือเปลี่ยนตัวประกอบที่คูณกันแล้วได้จำนวนไฟได้อีกหลากหลายรูปแบบ ซึ่งทำให้วิธีการเล่นกลในแต่ละแบบอาจแตกต่างกัน หรือเหมือนกันได้ในบางตัวเลข รูป 3.2 แสดงตัวอย่างการคิดเลขฐานผสม (4, 2, 3, 5), (2, 2, 6, 5) และ (4, 5, 6) ของตัวเลขบางตัวเลข

$\begin{array}{r} 5 \overline{)13} \\ 3 \overline{)2} \ 3 \\ 2 \overline{)0} \ 2 \\ 4 \overline{)0} \ 0 \\ \underline{0} \ 0 \end{array}$ $13 = 0023_{(4,2,3,5)}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)41} \\ 3 \overline{)8} \ 1 \\ 2 \overline{)2} \ 2 \\ 4 \overline{)1} \ 0 \\ \underline{0} \ 1 \end{array}$ $41 = 1021_{(4,2,3,5)}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)78} \\ 3 \overline{)15} \ 3 \\ 2 \overline{)5} \ 0 \\ 4 \overline{)2} \ 1 \\ \underline{0} \ 2 \end{array}$ $78 = 2103_{(4,2,3,5)}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)111} \\ 3 \overline{)22} \ 1 \\ 2 \overline{)7} \ 1 \\ 4 \overline{)3} \ 1 \\ \underline{0} \ 3 \end{array}$ $111 = 3111_{(4,2,3,5)}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)115} \\ 3 \overline{)23} \ 0 \\ 2 \overline{)7} \ 2 \\ 4 \overline{)3} \ 1 \\ \underline{0} \ 3 \end{array}$ $115 = 3120_{(4,2,3,5)}$
$\begin{array}{r} 5 \overline{)13} \\ 6 \overline{)2} \ 3 \\ 2 \overline{)0} \ 2 \\ 2 \overline{)0} \ 0 \\ \underline{0} \ 0 \end{array}$ $13 = 0023_{(2,2,6,5)}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)41} \\ 6 \overline{)8} \ 1 \\ 2 \overline{)1} \ 2 \\ 2 \overline{)0} \ 1 \\ \underline{0} \ 0 \end{array}$ $41 = 0121_{(2,2,6,5)}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)78} \\ 6 \overline{)15} \ 3 \\ 2 \overline{)2} \ 3 \\ 2 \overline{)1} \ 0 \\ \underline{0} \ 1 \end{array}$ $78 = 1033_{(2,2,6,5)}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)111} \\ 6 \overline{)22} \ 1 \\ 2 \overline{)3} \ 4 \\ 2 \overline{)1} \ 1 \\ \underline{0} \ 1 \end{array}$ $111 = 1141_{(2,2,6,5)}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)115} \\ 6 \overline{)23} \ 0 \\ 2 \overline{)3} \ 5 \\ 2 \overline{)1} \ 1 \\ \underline{0} \ 1 \end{array}$ $115 = 1150_{(2,2,6,5)}$
$\begin{array}{r} 6 \overline{)13} \\ 5 \overline{)2} \ 1 \\ 4 \overline{)0} \ 2 \\ \underline{0} \ 0 \end{array}$ $13 = 021_{(4,5,6)}$	$\begin{array}{r} 6 \overline{)41} \\ 5 \overline{)6} \ 5 \\ 4 \overline{)1} \ 1 \\ \underline{0} \ 1 \end{array}$ $41 = 115_{(4,5,6)}$	$\begin{array}{r} 6 \overline{)78} \\ 5 \overline{)13} \ 0 \\ 4 \overline{)2} \ 3 \\ \underline{0} \ 2 \end{array}$ $78 = 230_{(4,5,6)}$	$\begin{array}{r} 6 \overline{)111} \\ 5 \overline{)18} \ 3 \\ 4 \overline{)3} \ 3 \\ \underline{0} \ 3 \end{array}$ $111 = 333_{(4,5,6)}$	$\begin{array}{r} 6 \overline{)115} \\ 5 \overline{)19} \ 1 \\ 4 \overline{)3} \ 4 \\ \underline{0} \ 3 \end{array}$ $115 = 341_{(4,5,6)}$

รูปที่ 3.2 ตัวอย่างการคิดเลขฐานผสม (4, 2, 3, 5) (รูปบน), (2, 2, 6, 5) (รูปกลาง) และ (4, 5, 6) (รูปล่าง) ของเลข 13, 41, 78, 111 และ 115

นอกจากนี้เรายังสามารถเปลี่ยนวิธีการเล่นกลนี้ จากที่ให้ผู้ชมเลือกเลขที่ชอบในตอนแรกแล้วเราทำให้ไฟที่ผู้ชมเลือกไปปรากฏอยู่ในตำแหน่งนั้น เป็นการให้ผู้ชมเลือกว่าในแต่ละรอบจะให้ไฟกองย่อยกองไหนซ้อนกองไหนบ้างแต่ไม่ได้ให้ผู้ชมเลือกตัวเลขที่ชอบในตอนแรก แต่เราจะแอบคำนวณตามไปโดยนำตัวเลขตำแหน่งที่ผู้ชมเลือกคูณกับค่าประจำตำแหน่งนั้น ๆ (ขึ้นอยู่กับว่าเราใช้เลขฐานอะไร) แล้วบวกสะสมไปเรื่อย ๆ จนในตอนจบเราก็บอกว่าไฟใบนั้นจะไปอยู่ที่ตำแหน่งใดในกองไฟแทนก็ได้เช่นกัน

4. สรุป

เราสามารถใช้ระบบเลขฐานมาช่วยให้การแสดงกลไพ่ 27 ใบของ มาร์ติน การ์ดเนอร์ ดำเนินไปโดยง่าย นอกจากนี้เรายังสามารถขยายวิธีการเล่นกลไพ่นี้ให้ทั่วไปยิ่งขึ้นโดยใช้ระบบเลขฐานผสม รวมถึงรูปแบบการแสดงกลที่เปลี่ยนไปด้วย ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าผู้อ่านจะได้รับความบันเทิงในการอ่านบทความนี้ และสามารถนำไปเล่นกลเพื่อความสุข รวมถึงเห็นประโยชน์และการนำไปใช้ของระบบเลขฐานมากขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] Bolker, E. D. (2010). Gergonne's Card Trick, Positional Notation, and Radix Sort. *Mathematics Magazine*, 83 (1), p. 46 - 49.
- [2] Gardner, M. (1956). *Mathematics, Magic and Mystery*. New York: Dover Publications.
- [3] Hargrave, C. P. (2000). *A History of Playing Cards and a Bibliography of Cards and Gaming*. Mineola, New York: Dover Publications.