



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปริมา 67 เล่มที่ 706 มกราคม – เมษายน 2565

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

คณิตศาสตร์เพื่อการลงทุน: การป้องกันการขาดทุนด้วยออปชั่น Mathematics for Investment: Loss Protection with Options

DOI: 10.14456/mj-math.2022.3

ศรัณย์พร แก้วคำลา^{1,*} กฤษณะ เนียมมณี² และ ทิพวัลย์ สันติวิธานนท์³

^{1, 2, 3}ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร 10330

Saranporn Kaewkhamla^{1,*} Kritsana Neammanee² and Tippawan Santiwipantont³

^{1, 2, 3}Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science,

Chulalongkorn University, Bangkok 10330

Email: ¹saranporn4217@gmail.com ²kritsana.n@chula.ac.th ³tippawan.s@chula.ac.th

วันที่รับบทความ : 19 กรกฎาคม 2564

วันที่แก้ไขบทความ : 12 มีนาคม 2565

วันที่ตอบรับบทความ : 19 เมษายน 2565

บทคัดย่อ

การลงทุนมีความเสี่ยงที่จะขาดทุน เราศึกษาวิธีใช้ออปชั่นเพื่อช่วยป้องกันการขาดทุนจากการลงทุนในหุ้น โดยให้เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอของวิธีการลงทุนในหุ้นร่วมกับออปชั่นที่จะทำให้การลงทุนได้กำไรเสมอ

คำสำคัญ: หุ้น ออปชั่น พุทออปชั่น คอลออปชั่น

* ผู้เขียนหลัก

ABSTRACT

Every investment carries the risk of loss. We study how to use options to help prevent investment losses. We provide sufficient and necessary conditions on how to invest in stocks with a hedge in options that will always make the investment profitable.

Keywords: Stock, Options, Put option, Call option

1. บทนำ

ปัจจุบันนักลงทุนมีทางเลือกในการลงทุนที่หลากหลายไม่ว่าจะเป็นการลงทุนในตราสารทุน (Equity instruments) ตราสารหนี้ (Bond) หรือตราสารอนุพันธ์ (Derivatives) ไม่ว่าจะเป็นการลงทุนประเภทใด ย่อมมีความเสี่ยงที่จะขาดทุน ผู้ลงทุนจึงต้องการการลงทุนที่มีประสิทธิภาพ เพื่อลดการขาดทุนในการลงทุน ในบทความนี้เราสนใจการลงทุนในหุ้นและออปชั่น เพื่อช่วยป้องกันการขาดทุนจากการลงทุน

ออปชั่น (Options) คือ สัญญาสิทธิในการซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิงระหว่างผู้ซื้อและผู้ขาย โดยผู้ขายให้สิทธิกับผู้ซื้อที่จะทำการซื้อหรือขายสินค้าตามจำนวน ราคาใช้สิทธิ (Strike price) คือราคาซื้อหรือขายหุ้นที่ผู้ซื้อออปชั่นจะสามารถใช้สิทธิได้ ณ วันใช้สิทธิที่ระบุไว้ในสัญญา โดยในวันที่เริ่มต้นทำสัญญานั้น ผู้ซื้อออปชั่นจะต้องจ่ายเงินจำนวนหนึ่งที่เรียกว่า “ค่าพรีเมียม” (Premium) ซึ่งคือค่าธรรมเนียมในการซื้อออปชั่นให้กับผู้ขายออปชั่น เพื่อแลกกับการได้สิทธิในการซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิงนั้นมาครอบครอง [1] ยกตัวอย่างเช่น นายเอซื้อออปชั่นที่ให้สิทธิในการขายหุ้น B ที่ราคาใช้สิทธิ 40 บาท ในอีก 1 เดือนข้างหน้า โดยมีค่าพรีเมียมหุ้นละ 2 บาท นายเอจะต้องจ่ายเงิน 2 บาทให้กับผู้ขายออปชั่นในวันที่ตกลงทำสัญญา และใน 1 เดือนข้างหน้า ไม่ว่าราคาหุ้น B จะขึ้นหรือลง ถ้านายเอเลือกที่จะใช้สิทธิ นายเอจะสามารถขายหุ้น B ได้ที่ราคา 40 บาท ให้กับผู้ที่นายเอซื้อออปชั่นมา

ออปชั่นแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. คอลออปชั่น (Call option) คือ ออปชั่นที่ให้สิทธิกับผู้ซื้อในการ “ซื้อ” สินทรัพย์อ้างอิง
2. พุทออปชั่น (Put option) คือ ออปชั่นที่ให้สิทธิกับผู้ซื้อในการ “ขาย” สินทรัพย์อ้างอิง

โดยเมื่อตกลงซื้อขายกันแล้วผู้ซื้อสามารถเลือกที่จะใช้สิทธิหรือไม่ก็ได้ โดยหากผู้ซื้อเลือกที่จะไม่ใช้สิทธิ สิทธิของออปชั่นนั้นก็จะหมดอายุไปตามเวลาที่กำหนด ส่วนผู้ขายออปชั่นนั้นมีภาระหน้าที่ที่จะต้องปฏิบัติตามสัญญาเมื่อผู้ซื้อขอใช้สิทธิที่มีอยู่นั้น [2]

จากความหมายของออปชั่นข้างต้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น เราจะยกตัวอย่างการลงทุนในคอลออปชั่นและพุทออปชั่น โดยอ้างอิงจาก กฎณะ [3] ดังนี้

ตัวอย่าง 1.1 นาย ก ซื้อคอลออปชั่นหุ้น ADVA ที่ราคาใช้สิทธิ 100 บาท ในอีก 3 เดือนข้างหน้า โดยออปชั่นมีค่าพรีเมียมหุ้นละ 5 บาท

นาย ก ควรจะอย่างไร

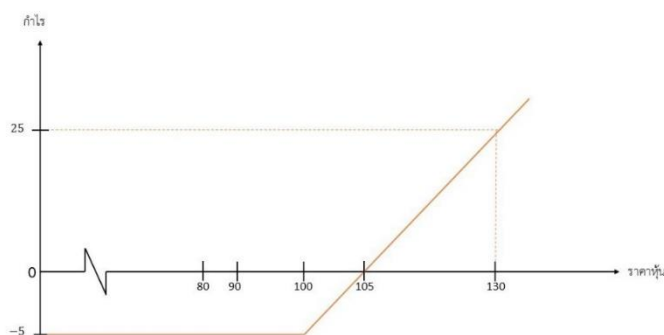
1. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น ADVA มีราคาหุ้นละ 80 บาท
2. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น ADVA มีราคาหุ้นละ 130 บาท

วิธีทำ เนื่องจากนาย ก ซื้อคอลออปชั่น นั่นคือ ซื้อสิทธิในการซื้อไว้ที่ราคาใช้สิทธิ 100 บาท

1. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น ADVA มีราคาหุ้นละ 80 บาท นาย ก ควรเลือกที่จะไม่ใช้สิทธิ เนื่องจากราคาหุ้นในตลาดมีราคาต่ำกว่าราคาใช้สิทธิ ทำให้นาย ก จะขาดทุนเพียงค่าพรีเมียมหุ้นละ 5 บาท เท่านั้น

2. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น ADVA มีราคาหุ้นละ 130 บาท นาย ก ควรใช้สิทธิ โดยจ่ายเงินเพียง 100 บาท ในการซื้อหุ้น ซึ่งต่ำกว่าราคาหุ้นในตลาด ทำให้ต้นทุนในการซื้อหุ้น คือ $100 + 5 = 105$ บาท ดังนั้นนาย ก จะได้กำไรจากการใช้สิทธิ $130 - 105 = 25$ บาท

จากตัวอย่าง 1.1 นาย ก ควรเลือกใช้สิทธิคอลออปชั่นหุ้น ADVA ถ้าราคาหุ้นอีก 3 เดือนข้างหน้าไม่ต่ำกว่า 100 บาท และไม่ควรมีการใช้สิทธิถ้าราคาหุ้นน้อยกว่า 100 บาท เราจะได้กราฟราคาหุ้นกับกำไรของนาย ก ดังนี้



รูปที่ 1.1 กราฟแสดงผลตอบแทนจากการลงทุนของตัวอย่าง 1.1

ตัวอย่าง 1.2 นาย ข ซื้อพุดออปชั่นหุ้น AAV ที่ราคาใช้สิทธิ 100 บาท ในอีก 3 เดือนข้างหน้า โดยออปชั่นมีค่าพรีเมียมหุ้นละ 5 บาท

นาย ข ควรจะอย่างไร

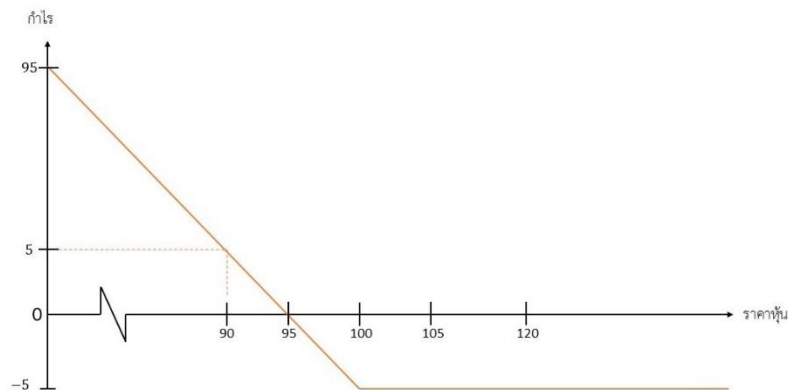
1. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น AAV มีราคาหุ้นละ 90 บาท
2. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น AAV มีราคาหุ้นละ 120 บาท

วิธีทำ เนื่องจากนาย ข ซื้อพุดออปชั่น นั่นคือ ซื้อสิทธิในการขายไว้ที่ราคาใช้สิทธิ 100 บาท

1. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น AAV มีราคาหุ้นละ 90 บาท นาย ข ควรใช้สิทธิพุดออปชั่น เนื่องจากทำให้ขายหุ้นได้ราคาสูงกว่าขายในตลาด หุ้นละ $100 - 90 = 10$ บาท เมื่อหักค่าพรีเมียมแล้ว นาย ข จะยังได้กำไรหุ้นละ $10 - 5 = 5$ บาท

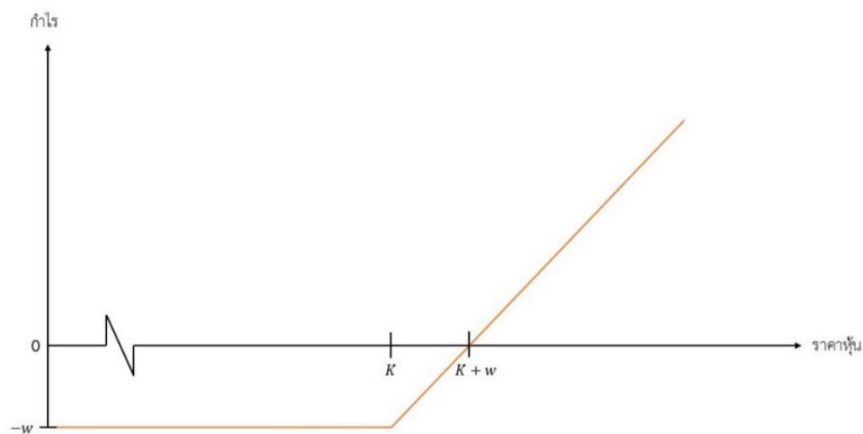
2. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น AAV มีราคาหุ้นละ 120 บาท นาย ข ควรเลือกไม่ใช้สิทธิพุดออปชั่น เนื่องจากจะทำให้ขายหุ้นในตลาดได้ในราคา 120 บาท ซึ่งสูงกว่าราคาใช้สิทธิ ทำให้นาย ข จะขาดทุนเพียงค่าพรีเมียมหุ้นละ 5 บาท

จากตัวอย่าง 1.2 นาย ข ไม่ควรใช้สิทธิพุดออปชั่นหุ้น AAV ถ้าราคาหุ้นอีก 3 เดือนข้างหน้าไม่ต่ำกว่า 100 บาท และควรใช้สิทธิถ้าราคาหุ้นน้อยกว่า 100 บาท เราจะได้กราฟราคาหุ้นกับกำไรของนาย ข ดังนี้

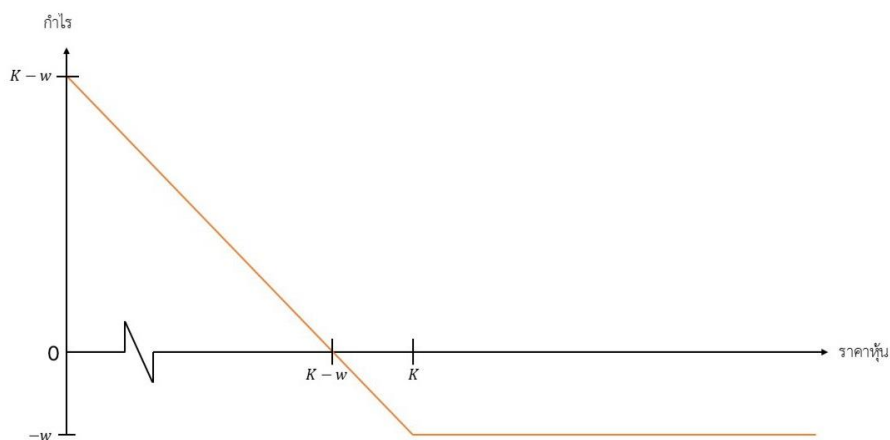


รูปที่ 1.2 กราฟแสดงกำไรจากการลงทุนของตัวอย่าง 1.2

เมื่อกำหนดให้ w คือค่าพรีเมียมของออปชั่น และ K คือราคาใช้สิทธิของออปชั่น จะได้กราฟแสดงกำไรจากการซื้อคอลออปชั่น และพุดออปชั่น ดังนี้



รูปที่ 1.3 กราฟแสดงกำไรจากการซื้อคอลออปชั่น



รูปที่ 1.4 กราฟแสดงกำไรจากการซื้อพุทออปชั่น

จากกราฟ ถ้าราคาหุ้นในอนาคต มีราคา x จะได้ว่า

1. ผู้ที่ซื้อสิทธิคอลออปชั่น จะได้กำไรก่อนหักค่าพรีเมียม $\max(x - K, 0)$
2. ผู้ที่ซื้อสิทธิพุทออปชั่น จะได้กำไรก่อนหักค่าพรีเมียม $\max(K - x, 0)$

2. การป้องกันความเสี่ยงโดยใช้ออปชั่น

จากตัวอย่าง 1.1 และตัวอย่าง 1.2 จะเห็นว่า คอลออปชั่นจะช่วยป้องกันความเสี่ยงในการลงทุนในกรณีที่ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิต่ำกว่าราคาหุ้น ณ ปัจจุบัน และพุทออปชั่นยังสามารถทำกำไรได้

ในกรณีดังกล่าว โดยในตัวอย่างต่อไปนี้จะยกตัวอย่างการลงทุนในหุ้นและออปชั่นที่สามารถป้องกันความเสี่ยงได้

ตัวอย่าง 2.1 นาย ก มีเงินลงทุน 10,000 บาท ต้องการซื้อหุ้น PTT ที่มีราคา ณ ปัจจุบันหุ้นละ 50 บาท โดยนาย ก แบ่งเงิน 9,000 บาท ไปซื้อหุ้น PTT นำเงินอีก 700 บาท และ 300 บาท ไปซื้อ พุทออปชั่น และคอลออปชั่น ของหุ้น PTT ตามลำดับ โดยออปชั่นมีค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น และมีราคาใช้สิทธิ 60 บาท ในอีก 1 เดือนข้างหน้า นาย ก จะได้ผลตอบแทนจากการลงทุนเท่าใด ถ้าในอีก 1 เดือนข้างหน้า หุ้น PTT มีราคาหุ้นละ 40 บาท

วิธีทำ นาย ก แบ่งเงิน 9,000 บาท ไปซื้อหุ้น PTT ดังนั้น จะซื้อหุ้น PTT ได้ $\frac{9000}{50} = 180$ หุ้น

จากที่นาย ก แบ่งเงิน 700 บาท และ 300 บาท ไปซื้อพุทออปชั่น และคอลออปชั่น ของหุ้น PTT ตามลำดับ และมีค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น ดังนั้น นาย ก จะซื้อพุทออปชั่นได้ $\frac{700}{4} = 175$ หุ้น และซื้อคอลออปชั่นได้ $\frac{300}{4} = 75$ หุ้น

ในการคำนวณผลตอบแทน จะแบ่งผลตอบแทนออกเป็น 3 ส่วน คือ ผลตอบแทนจากหุ้น ผลตอบแทนจากพุทออปชั่น และผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

ส่วนที่ 1 ผลตอบแทนจากหุ้น

เนื่องจากราคาหุ้น PTT ในอีก 1 เดือนข้างหน้า มีราคาหุ้นละ 40 บาท ทำให้อีก 1 เดือนข้างหน้า นาย ก จะขาดทุนจากหุ้น PTT หุ้นละ $50 - 40 = 10$ บาท จำนวน 180 หุ้น ทำให้ขาดทุนเป็นจำนวน $10(180) = 1,800$ บาท

ส่วนที่ 2 ผลตอบแทนจากพุทออปชั่น

เนื่องจาก ราคาหุ้น PTT ณ วันใช้สิทธิต่ำกว่าราคาใช้สิทธิของพุทออปชั่น เราจะเลือกใช้สิทธิ เนื่องจากจะทำให้ขายหุ้น PTT ได้ในราคา 60 บาท ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิหุ้นละ $60 - 40 = 20$ บาท จำนวน 175 หุ้น เป็นจำนวนเงิน $20(175) = 3,500$ บาท แต่นาย ก ต้องจ่ายค่าพรีเมียม $4(175) = 700$ บาท ดังนั้น ผลตอบแทนจากพุทออปชั่น คือ $3500 - 700 = 2,800$ บาท

ส่วนที่ 3 ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

เนื่องจาก ราคาหุ้น PTT ณ วันใช้สิทธิต่ำกว่าราคาใช้สิทธิของพุทออปชั่น เราจะเลือกไม่ใช้สิทธิ เนื่องจากจะทำให้ซื้อหุ้น PTT ได้ในราคา 40 บาท ทำให้นาย ก จะขาดทุนค่าพรีเมียม $4(75) = 300$ บาท

จากผลตอบแทนทั้ง 3 ส่วน จะได้ว่าผลตอบแทนจากการลงทุนทั้งหมดคือ $-1800 + 2800 - 300 = 700$ บาท

จากตัวอย่าง 2.1 จะเห็นได้ว่า แม้ว่าเราจะขาดทุนจากผลตอบแทนจากหุ้น PTT แต่เราจะได้กำไรจากการใช้สิทธิพหุออปชั่น ทำให้พอร์ตการลงทุนมีกำไรในที่สุด ในตัวอย่างต่อไปนี้จะหาผลตอบแทนของการลงทุนในตัวอย่าง 2.1 ในกรณีที่ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิ มีราคาใด ๆ เปรียบเทียบกับการลงทุนในหุ้นเพียงอย่างเดียว

ตัวอย่าง 2.2 นาย ก มีเงินลงทุน 10,000 บาท ต้องการซื้อหุ้น PTT ที่มีราคา ณ ปัจจุบันหุ้นละ 50 บาท โดยนาย ก มีแนวทางการลงทุน 2 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 : นำเงินลงทุนทั้งหมดไปซื้อหุ้น PTT

แบบที่ 2 : แบ่งเงิน 9,000 บาท ไปซื้อหุ้น PTT และเงินอีก 700 บาท และ 300 บาท ไปซื้อพหุออปชั่น และคอลออปชั่น ของหุ้น PTT ตามลำดับ โดยออปชั่นมีค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น และมีราคาใช้สิทธิ 60 บาท ในอีก 1 เดือนข้างหน้า

นาย ก จะได้ผลตอบแทนจากการลงทุนแต่ละแบบเท่าใด ถ้าในอีก 1 เดือนข้างหน้า หุ้น PTT มีราคาหุ้นละ x บาท

วิธีทำ นาย ก มีเงิน 10,000 บาท ดังนั้น นาย ก จะสามารถซื้อหุ้นในแต่ละแบบได้ ดังนี้

แบบที่ 1: นาย ก จะซื้อหุ้น PTT ได้ $\frac{10000}{50} = 200$ หุ้น

แบบที่ 2: นาย ก จะซื้อหุ้น PTT ได้ $\frac{9000}{50} = 180$ หุ้น ซื้อพหุออปชั่นได้ $\frac{700}{4} = 175$ หุ้น และซื้อคอลออปชั่นได้ $\frac{300}{4} = 75$ หุ้น

ให้ $P_1(x)$ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนแบบที่ 1

เนื่องจากราคาหุ้น PTT ณ ปัจจุบัน มีราคาหุ้นละ 50 บาท ทำให้อีก 1 เดือนข้างหน้า นาย ก จะได้กำไรจากหุ้น PTT หุ้นละ $x - 50$ บาท จำนวน 200 หุ้น ดังนั้น

$$P_1(x) = (x - 50)200 \text{ เมื่อ } x \geq 0$$

ให้ $P_2(x)$ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนแบบที่ 2

แบ่งผลตอบแทนออกเป็น 3 ส่วน คือ ผลตอบแทนจากหุ้น ผลตอบแทนจากพหุออปชั่น และผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

ส่วนที่ 1 ผลตอบแทนจากหุ้น

ในทำนองเดียวกันกับแบบที่ 1 จะได้ว่าผลตอบแทนจากหุ้น PTT คือ

$$(x - 50)180 \text{ เมื่อ } x \geq 0$$

ส่วนที่ 2 ผลตอบแทนจากพุดออปชั่น

แบ่งการคำนวณผลตอบแทนเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิน้อยกว่าราคาใช้สิทธิของพุดออปชั่น ($0 \leq x < 60$)

จะเลือกใช้สิทธิ ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิ $(60 - x)175$ บาท แต่นาย ก ต้องจ่ายค่าพรีเมียม $4(175) = 700$ บาท ดังนั้น ผลตอบแทนจากพุดออปชั่น คือ

$$(60 - x)175 - 700$$

กรณีที่ 2 ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิมากกว่าหรือเท่ากับราคาใช้สิทธิของพุดออปชั่น ($x \geq 60$)

จะเลือกไม่ใช้สิทธิ ทำให้เสียค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น จำนวน 175 หุ้น ดังนั้น จะเสียค่าพรีเมียม $4(175) = 700$ บาท

ส่วนที่ 3 ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

แบ่งการคำนวณผลตอบแทนเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิน้อยกว่าราคาใช้สิทธิของคอลออปชั่น ($0 \leq x < 60$)

จะเลือกไม่ใช้สิทธิ ทำให้เสียค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น จำนวน 75 หุ้น ดังนั้น จะเสียค่าพรีเมียม $4(75) = 300$ บาท

กรณีที่ 2 ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิมากกว่าหรือเท่ากับราคาใช้สิทธิของคอลออปชั่น ($x \geq 60$)

จะเลือกใช้สิทธิ ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิ $(x - 60)75$ บาท แต่นาย ก ต้องจ่ายค่าพรีเมียม $4(75) = 300$ บาท ดังนั้น ผลตอบแทนจากคอลออปชั่นคือ

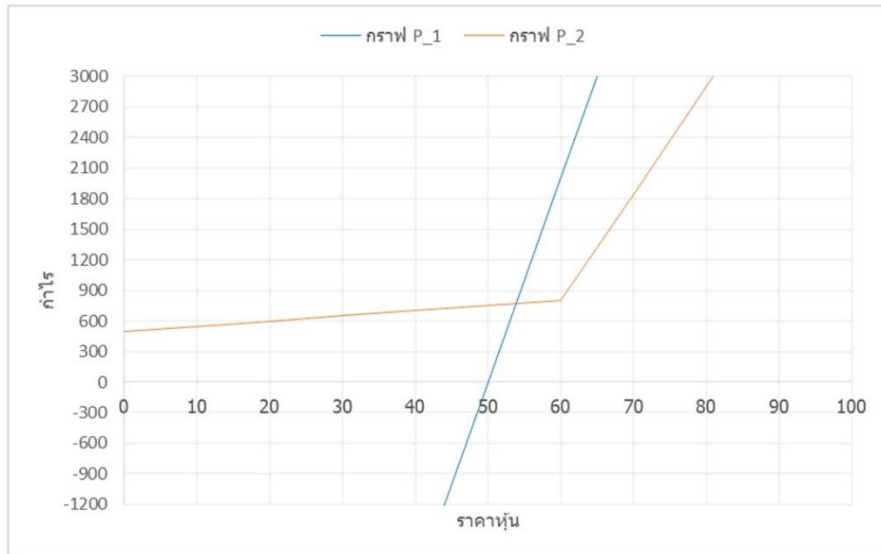
$$(x - 60)75 - 300$$

จากผลตอบแทนทั้ง 3 ส่วน ทำให้ได้ว่า

$$P_2(x) = \begin{cases} (x - 50)180 + (60 - x)175 - 700 - 300 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 60 \\ (x - 50)180 - 700 + (x - 60)75 - 300 & \text{เมื่อ } x \geq 60 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 5x + 500 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 60 \\ 255x - 14500 & \text{เมื่อ } x \geq 60 \end{cases}$$

จะได้กราฟของ P_1 และ P_2 ดังนี้



รูปที่ 2.1 กราฟแสดงผลตอบแทนจากการลงทุน ตัวอย่าง 2.2

จากกราฟจะเห็นได้ว่า การลงทุนแบบที่ 2 จะได้กำไรเสมอ ต่างกับการลงทุนแบบที่ 1 ที่เมื่อราคาหุ้นต่ำกว่า 50 บาท จะขาดทุน

ในบทความนี้เราจะศึกษาหาเงื่อนไขที่จะทำให้การลงทุนในหุ้นร่วมกับออปชั่นจะได้กำไรเสมอ ซึ่งผลลัพธ์เป็นไปดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

3. ทฤษฎีบทหลัก

ในหัวข้อนี้ เราจะพิสูจน์ทฤษฎีบทซึ่งให้เงื่อนไขวิธีการลงทุนที่ใช้ออปชั่นช่วยในการกำจัดการขาดทุน โดยเราพิจารณาการลงทุนในหุ้นควบคู่กันกับการลงทุนในออปชั่น กำหนดให้

B	คือ เงินลงทุนเริ่มต้น	S_0	คือ ราคาหุ้น ณ ปัจจุบัน
x	คือ ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิ	K	คือ ราคาใช้สิทธิของออปชั่น
n_p	คือ จำนวนพุดออปชั่นที่ลงทุน	p	คือ ค่าพรีเมียมของพุดออปชั่น
n_c	คือ จำนวนคอลออปชั่นที่ลงทุน	c	คือ ค่าพรีเมียมของคอลออปชั่น

ในการพิสูจน์ทฤษฎีบท เราต้องการบทยังต่อไปนี้

บทตั้ง 3.1 กำหนดให้

$P_1(x)$ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนในหุ้นเพียงอย่างเดียว

$P_2(x)$ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนในหุ้นและออปชั่น

แล้วจะได้ว่า

$$1. P_1(x) = \frac{B(x-S_0)}{S_0}$$

$$2. P_2(x) = \begin{cases} P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p\right)x + n_p K & \text{เมื่อ } 0 \leq x < K \\ P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c\right)x - n_c K & \text{เมื่อ } x \geq K \end{cases}$$

บทพิสูจน์

1. จะสังเกตได้ว่า การลงทุนในหุ้นเพียงอย่างเดียว จะสามารถซื้อหุ้นได้ $\frac{B}{S_0}$ หุ้น และผลตอบแทนจากหุ้น ณ วันใช้สิทธิ คือ $x - S_0$ บาทต่อหุ้น ดังนั้น

$$P_1(x) = \frac{B(x - S_0)}{S_0} \quad (1)$$

2. เนื่องจาก

$$P_2(x) = \text{ผลตอบแทนจากหุ้น} + \text{ผลตอบแทนจากพื้ทออปชั่น} + \text{ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น} \quad (2)$$

ดังนั้นในการคิดผลตอบแทนจะแบ่งผลตอบแทนออกเป็น 3 ส่วน คือ ผลตอบแทนจากหุ้น ผลตอบแทนจากพื้ทออปชั่น และผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

ส่วนที่ 1 ผลตอบแทนจากหุ้น

ถ้าซื้อพื้ทออปชั่นและคอลออปชั่นที่ราคาใช้สิทธิ K บาท จำนวน n_p และ n_c หุ้น ตามลำดับ จะต้องจ่ายค่าพรีเมียมทั้งหมด $n_p p + n_c c$ บาท นั้นหมายความว่า จะเหลือเงิน $B - (n_p p + n_c c)$ บาท ทำให้สามารถซื้อหุ้นได้ $\frac{B - (n_p p + n_c c)}{S_0}$ หุ้น

เนื่องจากซื้อหุ้นไว้จำนวน $\frac{B - (n_p p + n_c c)}{S_0}$ หุ้น และผลตอบแทนของหุ้น ณ วันใช้สิทธิ คือ $x - S_0$ บาทต่อหุ้น ดังนั้น ผลตอบแทนจากหุ้น คือ

$$\begin{aligned} \frac{(B - (n_p p + n_c c))(x - S_0)}{S_0} &= \frac{B(x - S_0)}{S_0} - \frac{(n_p p + n_c c)(x - S_0)}{S_0} \\ &= P_1(x) - \frac{(n_p p + n_c c)(x - S_0)}{S_0} \end{aligned} \quad (3)$$

ส่วนที่ 2 ผลตอบแทนจากพุดอปชั่น

จะคำนวณโดยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิ น้อยกว่าราคาใช้สิทธิของพุดอปชั่น ($0 \leq x < K$)

จะเลือกใช้สิทธิ ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิ $K - x$ บาทต่อหุ้น จะได้ว่ารายรับจากการใช้สิทธิพุดอปชั่นทั้งหมดคือ $(K - x)n_p$ บาท แต่ต้องเสียค่าพรีเมียม n_pp บาท ทำให้ได้ผลตอบแทนจากพุดอปชั่น คือ

$$(K - x)n_p - n_pp = n_pK - n_px - n_pp$$

กรณีที่ 2 ถ้าราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิมากกว่าหรือเท่ากับราคาใช้สิทธิของพุดอปชั่น ($x \geq K$)

จะเลือกไม่ใช้สิทธิ ทำให้ขาดทุนค่าพรีเมียม n_pp บาท

จากทั้ง 2 กรณี จะได้ว่า

$$\text{ผลตอบแทนจากพุดอปชั่น} = \begin{cases} n_pK - n_px - n_pp & \text{เมื่อ } 0 \leq x < K \\ -n_pp & \text{เมื่อ } x \geq K \end{cases} \quad (4)$$

ส่วนที่ 3 ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

จะคำนวณโดยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิ น้อยกว่าราคาใช้สิทธิของคอลออปชั่น ($0 \leq x < K$)

จะเลือกไม่ใช้สิทธิ ทำให้ขาดทุนค่าพรีเมียม n_cc บาท

กรณีที่ 2 ถ้าราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิมากกว่าหรือเท่ากับราคาใช้สิทธิของคอลออปชั่น ($x \geq K$)

จะเลือกใช้สิทธิ ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิ $x - K$ บาทต่อหุ้น จะได้ว่ารายรับจากการใช้สิทธิคอลออปชั่นทั้งหมดคือ $(x - K)n_c$ บาท แต่ต้องเสียค่าพรีเมียม n_cc บาท ทำให้ได้ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น คือ

$$(x - K)n_c - n_cc = n_cx - n_cK - n_cc$$

จากทั้ง 2 กรณี จะได้ว่า

$$\text{ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น} = \begin{cases} -n_cc & \text{เมื่อ } 0 \leq x < K \\ n_cx - n_cK - n_cc & \text{เมื่อ } x \geq K \end{cases} \quad (5)$$

จาก (2) – (5) จะได้ว่า

เมื่อ $0 \leq x < K$

$$\begin{aligned} P_2(x) &= \left(P_1(x) - \frac{(n_p p + n_c c)(x - S_0)}{S_0} \right) + n_p K - n_p x - n_p p - n_c c \\ &= P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p \right) x + n_p K \end{aligned}$$

และเมื่อ $x \geq K$

$$\begin{aligned} P_2(x) &= \left(P_1(x) - \frac{(n_p p + n_c c)(x - S_0)}{S_0} \right) - n_p p + (n_c x - n_c K - n_c c) \\ &= P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) x - n_c K \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$P_2(x) = \begin{cases} P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p \right) x + n_p K & \text{เมื่อ } 0 \leq x < K \\ P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) x - n_c K & \text{เมื่อ } x \geq K \end{cases}$$

□

ต่อไปนี้เป็นทฤษฎีบทหลักที่ให้เงื่อนไขที่ทำให้การลงทุนในหุ้นร่วมกับออปชั่นไม่ขาดทุน

ทฤษฎีบท 3.2 กำหนดให้ $S_0 < K$ จะได้ว่า การลงทุนจะได้กำไรเสมอ ($P_2(x) > 0$) ก็ต่อเมื่อ

$$\frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} < B < n_p K$$

บทพิสูจน์ (→) สมมติการลงทุนได้กำไรเสมอ ($P_2(x) > 0$) สำหรับทุก $x \geq 0$

จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า

$$P_2(0) = -B + n_p K > 0$$

นั่นคือ

$$B < n_p K \quad (6)$$

และจากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า

$$P_2(K) = \frac{B(K - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} \right) K > 0$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned} \frac{B(K - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} \right) K &> 0 \\ B(K - S_0) - (n_p p + n_c c)K &> 0 \\ B(K - S_0) &> (n_p p + n_c c)K \\ B &> \frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} \end{aligned} \quad (7)$$

จาก (6) และ (7) จะได้ว่า

$$\frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} < B < n_p K$$

(←) สมมติว่า $\frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} < B < n_p K$

จะแสดงว่า $P_2(x) > 0$ สำหรับทุก $x \geq 0$ โดยเริ่มต้นด้วยการแสดงว่า $P_2(K) > 0$ และ $P_2(0) > 0$

พิจารณา $x = 0$ จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า

$$P_2(0) = -B + n_p K$$

จาก $B < n_p K$ ดังนั้น $P_2(0) > 0$

พิจารณา $x = K$ จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P_2(K) &= \frac{B(K - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) K - n_c K \\ &= \frac{B(K - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} \right) K \\ &= \frac{B(K - S_0) - (n_p p + n_c c)K}{S_0} \end{aligned}$$

จาก $B > \frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0}$ จะได้ว่า $B(K - S_0) > (n_p p + n_c c)K$

ดังนั้น $P_2(K) > 0$

ต่อมาจะแบ่งการพิสูจน์ออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณี 1 $x > K$

จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า สำหรับ $x > K$

$$\begin{aligned} P_2(x) &= P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) x - n_c K \\ &= \frac{B(x - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) x - n_c K \end{aligned}$$

ดังนั้น สำหรับ $x \in (K, \infty)$

$$P_2'(x) = \frac{B - n_p p - n_c c + n_c S_0}{S_0}$$

เนื่องจาก $K > K - S_0 > 0$ จะได้ว่า $\frac{K}{K - S_0} > 1$ เพราะฉะนั้น $\frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} > n_p p + n_c c$

และจาก $B > \frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0}$ ดังนั้น $B > n_p p + n_c c$ ทำให้ได้ว่า สำหรับ $x \in (K, \infty)$

$$P_2'(x) > 0$$

และจาก P_2 เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง เพราะฉะนั้น P_2 เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง (K, ∞)

ดังนั้น สำหรับ $x > K$ จะได้ว่า $P_2(x) > P_2(K) > 0$

กรณี 2 $0 < x < K$

จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า สำหรับ $0 < x < K$

$$\begin{aligned} P_2(x) &= P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p \right) x + n_p K \\ &= \frac{B(x - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p \right) x + n_p K \end{aligned}$$

ดังนั้น สำหรับ $x \in (0, K)$

$$P_2'(x) = \frac{B - n_p p - n_c c - n_p S_0}{S_0}$$

แบ่งพิจารณาออกเป็น 2 กรณีย่อย ดังนี้

กรณี 2.1 $B \geq n_p p + n_c c + n_p S_0$

จะได้ว่า $P_2'(x) \geq 0$ สำหรับ $x \in (0, K)$

จาก P_2 เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง เพราะฉะนั้น P_2 เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(0, K)$

ดังนั้น สำหรับ $x \in (0, K)$

$$P_2(x) > P_2(0) = -B + n_p K$$

จาก $B < n_p K$ ดังนั้น $P_2(x) > 0$ สำหรับ $x \in (0, K)$

กรณี 2.2 $B < n_p p + n_c c + n_p S_0$

จะได้ว่า $P_2'(x) < 0$ สำหรับ $x \in (0, K)$

จาก P_2 เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง เพราะฉะนั้น P_2 เป็นฟังก์ชันลดบนช่วง $(0, K)$

ดังนั้น สำหรับ $x \in (0, K)$

$$P_2(x) > P_2(K) > 0$$

□

บทแทรก 3.3 กำหนดให้ $S_0 < K$ จะได้ว่า การลงทุนในหุ้นร่วมกับพุดอปชั้นอย่างเดียว โดยไม่ลงทุนในคอลออปชัน จะได้กำไรเสมอ ก็ต่อเมื่อ $\frac{n_p p K}{S_0} < B < n_p K$

บทพิสูจน์ ได้โดยตรงจากทฤษฎีบท 3.2 โดยที่ $n_c = 0$

□

ข้อสังเกต 3.4 จากทฤษฎีบท 3.2 ถ้าไม่มีการลงทุนในพุดอปชั้น (นั่นคือ $n_p = 0$) จะมีโอกาสที่จะไม่ได้กำไรจากการลงทุน เนื่องจากเงื่อนไข $\frac{n_c c K}{S_0} < B < 0$ ไม่จริง

เอกสารอ้างอิง

- [1] บริษัทหลักทรัพย์ ธนชาติ จำกัด (มหาชน). (2563). *ออปชั่น คืออะไร*. สืบค้น 3 เมษายน 2564, จาก https://www.thanachartsec.co.th/TNS_CMS/Front/Upload/TFEX_CO/Option-Th.htm
Thanachart Securities. (2020). *What is options*. Retrieved April 3, 2021, from https://www.thanachartsec.co.th/TNS_CMS/Front/Upload/TFEX_CO/Option-Th.htm
- [2] บริษัทหลักทรัพย์ บัวหลวง จำกัด (มหาชน). (2563). *SET50 Index Options*. สืบค้น 12 มิถุนายน 2563, จาก https://www01.bualuang.co.th/th/db_set50options.php
Bualuang Securities. (2020). *SET50 Index Options*. Retrieved June 12, 2020, from https://www01.bualuang.co.th/th/db_set50options.php
- [3] กฤษณะ เนียมมณี. (2562). *MATH DERIVATIVES*. กรุงเทพฯ
Neammanee, K. (2019). *MATH DERIVATIVES*. Bangkok.