



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ปริมา 71 เล่มที่ 715 พฤษภาคม – สิงหาคม 2569

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

คณิต คิด วิเคราะห์ : กิจกรรมการเรียนรู้

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอส

Analytical Thinking in Mathematics: Learning Activities on
Finding the General Term of S-Pattern Numbers

DOI: 10.14456/mj-math.2026.3

เมธาสิทธิ์ ธัญรัตน์ศรีสกุล

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนราชินีบูรณะ จังหวัดนครปฐม 73000

Mathasit Tanyarattanasrisakul

Mathematics Department, Rachineeburana School, Nakhon Pathom 73000

Email: mathasit24@gmail.com

วันที่รับบทความ : 20 ธันวาคม 2566

วันที่แก้ไขบทความ : 12 ธันวาคม 2567

วันที่ตอบรับบทความ : 29 สิงหาคม 2569

บทคัดย่อ

การคิดวิเคราะห์เป็นทักษะสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และสามารถส่งเสริมให้เกิดขึ้นได้ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแนวคิดและแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอส ที่ส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ ซึ่งทักษะการคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการแยกแยะส่วนต่าง ๆ ของข้อมูลออกเป็นส่วนย่อยเพื่อเข้าใจหลักการหรือความสัมพันธ์ของสิ่งที่วิเคราะห์ และขยายความรู้อย่างมีเหตุผลเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อมูลหรือข้อสรุปใหม่ โดยผู้เขียนได้เลือกใช้แนวคิดของ Marzano และ Kendall ที่จำแนกทักษะการคิดวิเคราะห์เป็น 5 ด้าน ได้แก่ การจับคู่

การแบ่งประเภท การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด การสร้างหลักการทั่วไป และการระบุ มาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งคำถามของครูและการทำกิจกรรมกลุ่มที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเชิงรูปตัวเอส ซึ่งเป็นจำนวนประเภทหนึ่งที่สามารถแสดงแทนด้วยการจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนระนาบ ให้มีลักษณะเป็นตัวอักษร “S” ในภาษาอังกฤษ

คำสำคัญ: ทักษะการคิดวิเคราะห์ การหาพจน์ทั่วไป จำนวนเชิงรูปตัวเอส

ABSTRACT

Analytical thinking is a critical skill for learning mathematics and can be fostered through appropriately designed learning activities. This article aims to present concepts and approaches for organizing learning activities on finding the general term of S-pattern numbers that promote analytical thinking skills. The key content includes the concept of analytical thinking, refers to an individual's ability to dissect information into smaller components to understand principles or relationships and to rationally expand knowledge, leading to the creation of new information or conclusions. In this article, the authors adopt the framework of Marzano and Kendall, which categorizes analytical thinking skills into five aspects: matching, classifying, analyzing errors, generalizing, and specifying. These aspects are used to design learning activities involving teacher questioning and group tasks related to S-shaped figurate numbers, numbers represent a specific type of arrangement of square tiles on a plane forming the shape of the letter “S” in English.

Keywords: Analytical thinking skills, Finding general term, S-Pattern numbers

1. บทนำ

การคิดวิเคราะห์ (Analytical Thinking) เป็นทักษะสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนสามารถตรวจสอบแนวคิดและข้อเท็จจริงผ่านองค์ประกอบที่เชื่อมโยงสัมพันธ์กันอยู่ ทำให้เข้าใจสถานการณ์และขั้นตอนวิธีการทำงานที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ชัดเจนยิ่งขึ้น [14] สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนที่มีทักษะการคิดวิเคราะห์ที่ดี ย่อมมีความชาญฉลาดในการแก้ปัญหาและมีพื้นฐานสำหรับการฝึกทักษะสำคัญอื่น ๆ ที่จำเป็นได้ด้วยตนเองในอนาคต เช่น ทักษะการคิดสร้างสรรค์ ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และทักษะการแก้ปัญหา [9, 11] ในมุมมองทางคณิตศาสตร์ศึกษา การคิดวิเคราะห์เป็น

ทักษะที่สำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนเช่นกัน เนื่องจากเป็นพื้นฐานของการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problem) การมีทักษะการคิดวิเคราะห์ที่ดีจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจส่วนต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา แยกแยะกลั่นกรอง และแจกแจงข้อเท็จจริง พิจารณาวิธีการที่เหมาะสม รวมทั้งสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล และสอดคล้องกับบริบทปัญหา [13, 18] อย่างไรก็ตาม นักเรียนจะมีทักษะการคิดวิเคราะห์ที่ดีได้นั้น ต้องอาศัยการส่งเสริมประสบการณ์การเรียนรู้ รวมทั้งการฝึกฝนจากกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นพัฒนาการคิด [1]

บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแนวคิดและแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอสที่ส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่กำลังศึกษาในเรื่อง ลำดับและอนุกรม หรือใช้เป็นกิจกรรมส่งเสริมทักษะการคิดนอกเวลาเรียน เพื่อเป็นแนวทางการออกแบบและจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับผู้ที่สนใจต่อไป

2. ทักษะการคิดวิเคราะห์

ทักษะการคิดวิเคราะห์ (Analytical Thinking Skills) มีการให้ความหมายโดยนักวิชาการหลายท่าน แต่โดยส่วนมากจะใช้แนวคิดจากอนุกรมวิธานของ Bloom ซึ่งเป็นแนวคิดดั้งเดิมที่มีชื่อเสียงทางด้านการศึกษา แนวคิดของ Anderson และ Krathwohl และแนวคิดของ Marzano และ Kendall โดยมีคำที่ใช้ร่วมกันคือ การแยกแยะออกเป็นส่วนย่อย และตรวจสอบความสัมพันธ์ของสิ่งเหล่านั้น

ตามแนวคิดของ Bloom [7] ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นการแยกเนื้อหาของสิ่งที่ทำการวิเคราะห์ออกเป็นส่วนประกอบย่อย ๆ และพิจารณาว่าส่วนเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร มีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

- 1) การวิเคราะห์ส่วนประกอบ (Analysis of Elements) เป็นความสามารถในการแยกแยะเนื้อหาออกเป็นส่วนประกอบย่อย เพื่อระบุหรือจำแนกองค์ประกอบของสิ่งนั้น
- 2) การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ (Analysis of Relations) เป็นความสามารถในการระบุความสัมพันธ์ที่ทำให้ส่วนประกอบเหล่านั้นเชื่อมโยงกัน
- 3) การวิเคราะห์หลักการจัดระบบ (Analysis of Organizational Principles) เป็นความสามารถในการระบุหลักการ หรือวิธีการเรียงลำดับ ที่ทำให้ส่วนประกอบเหล่านั้นรวมกันเป็นหนึ่งเดียว ซึ่งรวมถึงเจตนาของผู้ที่สร้างสิ่งนั้นไว้

Anderson และ Krathwohl [4] ได้นำแนวคิดของ Bloom มาปรับปรุงใหม่ โดยให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์เช่นเดียวกัน แต่มีการปรับคำที่ใช้เรียกองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

1) การแยกแยะ (Differentiating) เป็นความสามารถในการจำแนกส่วนประกอบของโครงสร้างทั้งหมด โดยพิจารณาความเกี่ยวข้องหรือความสำคัญแต่ละส่วน เช่น การแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง หรือข้อมูลสำคัญออกจากข้อมูลที่ไม่สำคัญและให้ความสนใจกับข้อมูลที่สำคัญ

2) การจัดระบบ (Organizing) เป็นความสามารถในการระบุดังประกอบหรือจัดกลุ่มสิ่งที่มีลักษณะเหมือนกันหรืออยู่ภายใต้เงื่อนไขเดียวกันเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน

3) การระบุคุณลักษณะ (Attributing) เป็นความสามารถในการพิจารณามุมมอง อคติ ค่านิยม หรือเจตนาที่อยู่เบื้องหลังของสิ่งที่ถูกนำเสนอ ส่วนมากจะเกี่ยวข้องกับกิจกรรมการอ่านบทความและตีความมุมมองของผู้เขียนบทความนั้น

ขณะที่ Marzano และ Kendall [15] ได้อธิบายว่า การคิดวิเคราะห์เป็นความสามารถในการแยกแยะส่วนต่าง ๆ ในโครงสร้างของข้อมูลที่สัมพันธ์กัน เพื่อการขยายความรู้อย่างมีเหตุผล ซึ่งนำไปสู่การสร้างข้อมูลหรือข้อสรุปใหม่ โดยจำแนกเป็น 5 องค์ประกอบ ดังนี้

1) การจับคู่ (Matching) เป็นความสามารถในการระบุความเหมือนหรือความแตกต่างของข้อมูล มีพฤติกรรมที่สำคัญ ได้แก่ การจัดหมวดหมู่ การระบุความแตกต่าง การแยกแยะ การเรียงลำดับ และการเปรียบเทียบ

2) การแบ่งประเภท (Classifying) เป็นความสามารถในการระบุหลักการที่ทำให้ข้อมูลถูกจัดอยู่ในกลุ่มเดียวกัน มีพฤติกรรมที่สำคัญ ได้แก่ การระบุประเภท การระบุหมวดหมู่สำหรับข้อมูลแต่ละกลุ่มได้อย่างครบถ้วน และระบุหมวดหมู่ที่ทำให้ลดหรือเพิ่มจำนวนกลุ่มข้อมูลได้

3) การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด (Analyzing Errors) เป็นความสามารถในการระบุข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้และกระบวนการที่ใช้ มีพฤติกรรมที่สำคัญ ได้แก่ การระบุปัญหา การระบุสิ่งที่เข้าใจผิด การวิพากษ์วิจารณ์ และการปรับปรุงแก้ไข

4) การสร้างหลักการทั่วไป (Generalizing) เป็นความสามารถในการสรุปหลักการทั่วไปจากข้อมูลที่ทราบ มีพฤติกรรมที่สำคัญ ได้แก่ การระบุสิ่งที่สรุปได้ การระบุสิ่งที่สามารถอนุมานได้ การระบุหลักการ และการสร้างกฎ

5) การระบุ (Specifying) เป็นความสามารถในการคาดการณ์และสร้างข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการนำความรู้และกระบวนการไปใช้ มีพฤติกรรมที่สำคัญ ได้แก่ การระบุสิ่งที่คาดว่าจะเกิดขึ้น การระบุเงื่อนไขของการนำไปใช้ และการสร้างข้อโต้แย้งเพื่อยืนยันความถูกต้องของข้อมูล

แม้ว่าจะมีการนิยามความหมายของการคิดวิเคราะห์ไว้คล้ายคลึงกัน แต่แนวคิดของ Marzano และ Kendall จะเน้นไปที่การเรียนรู้ในตนเองและการแก้ปัญหา ส่วนแนวคิดของ Bloom และ Anderson และ Krathwohl จะเน้นพฤติกรรมการเรียนรู้ทั่วไปที่สามารถปรับใช้ได้ในทุกวิชา [10]

ในปัจจุบันมีงานวิจัยที่ค้นพบแนวทางการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนอย่างหลากหลาย เช่น การส่งเสริมผ่านการตั้งคำถามของครูในกิจกรรมการเรียนรู้ [17] การปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนหรือการทำกิจกรรมกลุ่ม [16] การจัดการเรียนรู้แบบสะเต็มศึกษา [12] การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ [3, 16] การใช้กลยุทธ์การให้ข้อมูลป้อนกลับ [5] การจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นฐานร่วมกับแผนผังความคิด [2]

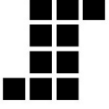
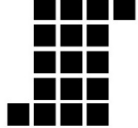
โดยสรุปแล้ว ทักษะการคิดวิเคราะห์เป็นความสามารถของบุคคลในการแยกแยะส่วนต่าง ๆ ของข้อมูลออกเป็นส่วนย่อย เพื่อเข้าใจหลักการหรือความสัมพันธ์ของสิ่งที่วิเคราะห์ และขยายความรู้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อมูลหรือข้อสรุปใหม่ ในบทความนี้ผู้เขียนเลือกใช้แนวคิดของ Marzano และ Kendall มาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งคำถามของครูและการทำกิจกรรมกลุ่มที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเชิงรูปตัวเอส เนื่องจากมีองค์ประกอบที่แสดงพฤติกรรมการปฏิบัติที่ชัดเจน ต่อเนื่อง เป็นลำดับ และเน้นไปที่การแก้ปัญหา

3. จำนวนเชิงรูปตัวเอส

จำนวนเชิงรูปภาพ (Figurate Numbers) หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า จำนวนเชิงรูปหลายเหลี่ยม (Polygonal Numbers) หมายถึง จำนวนซึ่งเขียนแทนด้วยจุดที่เรียงตัวกันบนระนาบในลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมปกติ โดยจำนวนแรกจะเป็น 1 เสมอ หรือจุดหนึ่งจุดนั่นเอง ส่วนจำนวนที่สองจะเท่ากับจำนวนจุดยอดมุมของรูปหลายเหลี่ยมปกตินั้น [6]

สำหรับจำนวนเชิงรูปตัวเอส (S-Pattern Numbers) ในบทความนี้ เป็นจำนวนประเภทหนึ่งที่เกิดแปลงมาจากจำนวนเชิงรูปภาพ ซึ่งแสดงแทนด้วยการจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเดียวกันบนระนาบให้มีลักษณะเป็นตัวอักษร “S” ในภาษาอังกฤษ การศึกษาเกี่ยวกับจำนวนนี้มีความเด่นชัดด้านการเชื่อมโยงระหว่างเรขาคณิต เลขคณิต และพีชคณิต เพื่อสร้างตัวแสดงแทนเชิงคณิตศาสตร์ในสิ่งเดียวกัน และเชื่อมโยงระหว่างความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense) กับ

ความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) Chandler, Gyamfi และ Preston [8] ได้นำเสนอจำนวนเชิงรูปตัวเอสในรูปแบบของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา โดยใช้ชื่อว่า S-Pattern Task จำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 1–5 เขียนแทนด้วย S_1, S_2, S_3, S_4 และ S_5 ตามลำดับ โดยสามารถแสดงการจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แทนจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 1–5 ได้ดังรูปที่ 3.1

S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
				
รูปที่ 1	รูปที่ 2	รูปที่ 3	รูปที่ 4	รูปที่ 5

รูปที่ 3.1 การจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสของจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 1 – 5

จากรูปที่ 3.1 ผู้เขียนนิยามจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ n คือ จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเดียวกันซึ่งเรียงกันเป็นรูปตัวเอส วิธีการเขียนรูปแสดงแทนจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ n ทำได้โดยการเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเดียวกันประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในแนวตั้ง ขนาดกว้าง $n - 1$ หน่วย และสูง $n + 1$ หน่วย จากนั้นต่อเติมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มุมล่างซ้ายและมุมบนขวา มุมละ 1 รูป

สำหรับแต่ละจำนวนนับ n ให้ S_n แทน จำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ n จะได้ว่า $S_n = n^2 + 1$ ในอีกมุมหนึ่ง สามารถเขียนจำนวนเชิงรูปตัวเอสในรูปอนุกรม ได้เป็น

$$S_n = 1 + [1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1)]$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$S_1 = 1 + 1 = 2$$

$$S_2 = 1 + [1 + 3] = 5$$

$$S_3 = 1 + [1 + 3 + 5] = 10$$

$$S_4 = 1 + [1 + 3 + 5 + 7] = 17$$

$$S_5 = 1 + [1 + 3 + 5 + 7 + 9] = 26$$

โดยสรุป จะได้ว่า จำนวนเชิงรูปตัวเอส มีพื้นฐานมาจากจำนวนเชิงรูปภาพ ซึ่งสามารถแสดงแทนด้วยการจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนระนาบให้มีลักษณะเป็นตัวอักษร “S” ในภาษาอังกฤษ การศึกษาจำนวนเชิงรูปตัวเอส จะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างเรขาคณิต เลขคณิต และพีชคณิต สะท้อนให้เห็นถึงการใช้ตัวแสดงแทนเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย การนำจำนวนเชิงรูปตัวเอสไปใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์ ครูผู้สอนจำเป็นต้องลำดับขั้นตอนและออกแบบกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้จับคู่ แบ่งประเภท วิเคราะห์ข้อผิดพลาด สร้างหลักการทั่วไป และระบุเงื่อนไขการนำไปใช้ ดังตัวอย่างที่จะได้อธิบายไว้ในหัวข้อถัดไป

4. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอส ให้บรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ซึ่งคือ การส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน มีกลยุทธ์สำคัญ คือ ต้องเป็นการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถทั้ง 5 องค์ประกอบของทักษะการคิดวิเคราะห์ ซึ่งสามารถใช้รูปแบบ วิธีการ หรือเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมและสนองต่อศักยภาพของนักเรียนที่แตกต่างกันได้อย่างหลากหลาย หรืออาจใช้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการตั้งคำถามของครูและการทำกิจกรรมกลุ่มที่สืบสวนหาคำตอบไปตามองค์ประกอบทั้ง 5 ด้าน

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอส ประกอบด้วย 6 กิจกรรม ดังนี้

1. กิจกรรมเตรียมความพร้อม

1) ครูทบทวนความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และยกตัวอย่างการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2-3 ตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

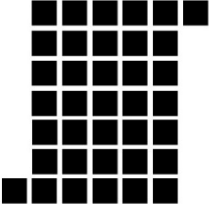
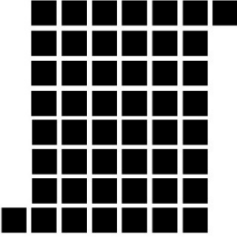
2) ครูแสดงภาพจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 5 บนหน้าจอ เป็นเวลา 3 วินาที แล้วซ่อนภาพ จากนั้น ให้นักเรียนบอกจำนวนของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เห็นบนหน้าจอ (ทำซ้ำสองครั้ง หากนักเรียนยังไม่สามารถตอบได้ในการดูครั้งแรก) และอภิปรายวิธีการได้มาซึ่งคำตอบร่วมกัน เช่น นักเรียนคนที่ 1 อาจตอบว่า มี 26 รูป โดยเห็นว่า ส่วนกลางของรูปมี 6 แถว 4 หลัก ทำให้ได้จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น $6 \times 4 = 24$ รูป และนำมารวมกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทางซ้ายและทางขวา ซึ่งมีอีก 2 รูป จึงทำให้ได้คำตอบเป็น 26 รูป นักเรียนคนที่ 2 อาจได้คำตอบเท่ากัน แต่เกิดจากการมองว่า เกิดจากการแบ่งครึ่งรูปในแนวนอนเป็นสองส่วน ซึ่งทำให้ได้รูปที่เหมือนกันภายใต้การหมุน แต่ละส่วนมีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวน 13 รูป ดังนั้น เมื่อนับทั้งสองส่วนรวม จึงได้ว่ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวน 26 รูป

3) ให้นักเรียนพิจารณาและอภิปรายร่วมกันว่า รูปที่แสดงนั้น มีลักษณะเหมือนตัวอักษรใด จากนั้นอธิบายให้นักเรียนทราบว่า รูปที่แสดงนั้นมีลักษณะเหมือนตัวเอส ซึ่งเป็นรูปที่แสดงแทนจำนวนที่ 5 ของจำนวนเชิงรูปตัวเอส ที่เรานำมาทำกิจกรรมในวันนี้

2. กิจกรรมสำรวจความสัมพันธ์ระหว่าง S_6 และ S_7

1) ครูนำเสนอจำนวนเชิงรูปตัวเอส ดังรูปที่ 3.1 จากนั้นอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่า สิ่งนี้เรียกว่าจำนวนเชิงรูปตัวเอส ซึ่งสามารถแสดงแทนด้วยการจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเดียวกันบนระนาบให้ มีลักษณะเป็นตัวอักษร “S” ในภาษาอังกฤษ และใช้สัญลักษณ์ S_n แทน จำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ n ซึ่งนักเรียนจะเห็นว่า ในรูปที่ 1 ตัวเอสเกิดจากการจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวน 2 รูป ดังนั้น $S_1 = 2$ ในรูปที่ 2 ตัวเอสเกิดจากการจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวน 5 รูป ดังนั้น $S_2 = 5$ และเช่นเดียวกันกับเมื่อสักครู่นี้ ที่นักเรียนพบว่า $S_5 = 26$

2) ให้นักเรียนแต่ละคนร่างภาพแสดงแทนจำนวนเชิงรูปตัวเอสสองจำนวนถัดไป นั่นคือ S_6 และ S_7 ลงในกระดาษที่แจกให้ เพื่อให้งานนี้สำเร็จ นักเรียนจะอาศัยการสังเกตและเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 1–5 ทั้งนี้ครูควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคิดว่า “นักเรียนคิดว่า จำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 1–5 มีความเหมือนและความแตกต่างกันอย่างไรบ้าง” ซึ่งนักเรียนคนที่ 1 อาจสังเกต เห็นว่า ภาพที่แสดงแทนจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 2–5 มีความเหมือนกันตรงที่แถวบนสุดและแถวล่างสุดของแต่ละรูป โดยจะมีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากัน และเท่ากับจำนวนที่แสดงลำดับของจำนวนเชิงรูปตัวเอส เช่น รูปที่ 4 มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแถวบนสุดและแถวล่างสุด แถวละ 4 รูป และเห็นว่ามี ความต่างกัน ในรูปที่ 1 ซึ่งไม่มีส่วนตรงกลางเหมือนรูปที่ 2–5 นักเรียนคนที่ 2 อาจเพิ่มเติมว่า สิ่งที่เหมือนกัน คือ ถ้าสนใจการจัดเรียงที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตรงส่วนกลางของจำนวนเชิงรูปตัวเอสแต่ละจำนวน จะมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นเศษอยู่ 2 รูป แต่ต่างกันตรงที่รูปที่ 1 ที่ไม่มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในส่วนตรงกลาง หากครูนำให้นักเรียนเกิดการอภิปรายในลักษณะดังกล่าวนี้ได้ จะเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการจับคู่ พร้อมทั้งเกิดมุมมองการคิดที่หลากหลาย ซึ่งอาจปรับให้เป็นการคิดเดี่ยวหรือคิดเป็นคู่ได้ตามความพร้อมของนักเรียน จากนั้นครูทำการเฉลยโดยแสดงแทนจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 6 และ 7 ดังรูปที่ 4.1 บนหน้าจอ ให้นักเรียนเปรียบเทียบกับรูปที่ตนเองร่างว่าเหมือนกันหรือไม่

S_6	S_7
	
รูปที่ 6	รูปที่ 7

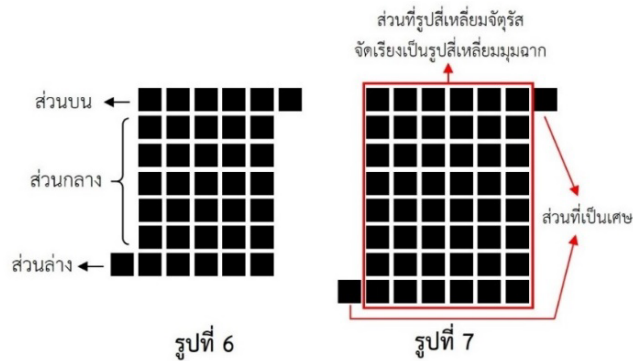
รูปที่ 4.1 จำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 6 และ 7

3. กิจกรรมการหาค่าของ S_{99}

ให้นักเรียนอธิบาย การหาค่าของจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 99 และสรุปคำตอบว่าค่าของ S_{99} เท่ากับเท่าไร เพื่อให้งานนี้สำเร็จ นักเรียนจะต้องพิจารณาแบบรูปของจำนวนผ่านการหาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่และส่วนประกอบต่าง ๆ ในรูปที่รวมกันเป็นจำนวนเชิงรูปตัวเอส จุดนี้ ครูควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่า จำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 1–7 มีส่วนประกอบใดบ้าง และส่วนประกอบเหล่านี้สัมพันธ์กับลำดับที่อย่างไร” เพื่อช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์และหาคำตอบได้

จากนั้นครูสุ่มนักเรียนตอบคำถาม 2–3 คน และให้เพื่อนในห้องแลกเปลี่ยนมุมมองแนวคิดที่ต่างกันออกไป เช่น นักเรียนคนที่ 1 อาจมองว่ามี 3 ส่วนประกอบ คือ ส่วนบน ส่วนล่าง และส่วนกลางรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งสัมพันธ์กับลำดับที่ โดยจำนวนลำดับที่ 6 ส่วนบนและส่วนล่างมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แถวละ 6 รูป ส่วนกลางมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด 5×5 ตารางหน่วย หรือเขียนได้เป็น $(6 - 1) \times (6 - 1)$ ตารางหน่วย ดังรูปที่ 4.2 ซ้ายมือ นักเรียนคนที่ 2 อาจมองว่า จำนวนเชิงรูปตัวเอส แต่ละรูปมีเพียง 2 ส่วนประกอบ คือ ส่วนที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจัดเรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตรงกลาง กับส่วนที่เป็นเศษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอีก 2 รูป ส่วนที่เป็นเศษนี้จะเท่ากับ 2 ไม่ว่าจะเป็นจำนวนใดก็ตาม หากพิจารณาจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 7 ส่วนที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตรงกลางจะมีขนาด 6×8 ตารางหน่วย หรือเขียนได้เป็น $(7 - 1) \times (7 + 1)$ ตารางหน่วย ดังรูปที่ 4.2 ขวามือ ซึ่งท้ายที่สุดแล้ว นักเรียนจะสามารถคำนวณและบอกได้ว่า จำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 99 มีค่าเท่ากับ 9,802 โดยนักเรียนคนที่ 1 คำนวณมาจาก $99 + 99 + (98 \times 98)$ และนักเรียนคนที่ 2 คำนวณมาจาก $2 + [(99 - 1) \times (99 + 1)]$

จากนั้นให้นักเรียนออกมาอธิบายแนวคิดของตนเองหน้าชั้นเรียน ขั้นตอนนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการแบ่งประเภท เชื่อมโยงความรู้สึกเชิงปริภูมิกับความรู้สึกเชิงจำนวน พร้อมกันได้แสดงให้นักเรียนคนอื่น ๆ เห็นว่า คำตอบหนึ่งอาจเกิดจากวิธีการและมุมมองที่แตกต่างกันออกไป



รูปที่ 4.2 การระบุส่วนประกอบของจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 6 และ 7

4. กิจกรรมการค้นหาค่าจุดผิดพลาด

ครูยกประเด็นการหาค่าจำนวนเชิงรูปตัวเอส โดยใช้ภาพแสดงแทนของจำนวนที่ 5 เป็นกรณีตัวอย่าง และอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ แนวคิดที่ใช้การแบ่งครึ่งรูปในแนวนอนเป็นส่วนบนและส่วนล่าง ซึ่งมีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากัน และเท่ากับ $1 + [(5 - 1) \times (5 - 2)] = 13$ ทำให้ได้ว่า $S_5 = 2 \times 13 = 26$ แล้วให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่า สามารถใช้แนวคิดนี้ในการหาค่าจำนวนเชิงรูปตัวเอสได้ทุกจำนวนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งนักเรียนอาจตอบว่า “ไม่ได้ เนื่องจากภาพที่แสดงจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 4 เราไม่สามารถแบ่งครึ่งในแนวนอนได้” หรือ “ไม่ได้ ลองดูจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ 3 ถึงแม้จะแบ่งครึ่งได้ แต่การคำนวณแต่ละส่วน ไม่ใช่ $1 + [(3 - 1) \times (3 - 2)]$ แน่นนอน” ขั้นนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด ซึ่งนักเรียนสามารถระบุปัญหาหรือข้อผิดพลาดจากการใช้แนวคิดที่ครูเสนอได้

5. กิจกรรมการค้นหาค่าพจน์ทั่วไป

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ช่วยกันเขียนสูตรสำหรับการหาพจน์ทั่วไป หรือ S_n ของจำนวนเชิงรูปตัวเอส พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดลงในกระดาษที่แจกให้ ขั้นตอนนี้ให้นักเรียนจะนำหลักการที่ได้จากขั้นก่อนหน้ามาใช้ในการหาพจน์ทั่วไปในมุมมองที่หลากหลาย ตัวอย่างสูตรการหาพจน์ทั่วไปที่อาจเกิดขึ้นในชั้นเรียนแสดงดังตารางที่ 4.1

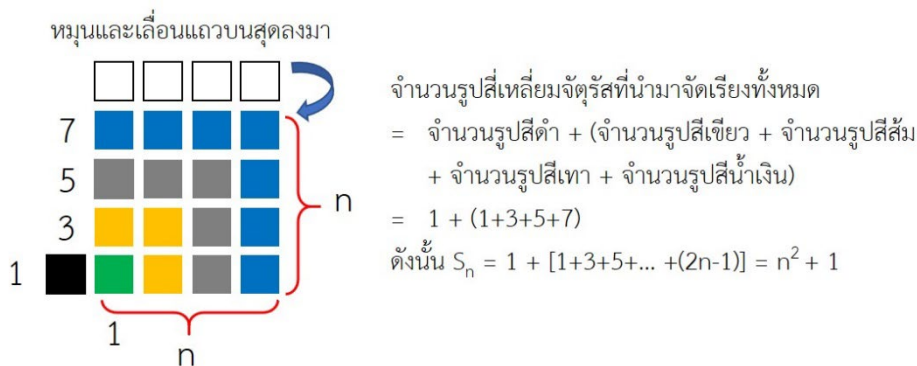
ตารางที่ 4.1 ตัวอย่างสูตรพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอส

กลุ่ม	แนวคิดของนักเรียน	ภาพประกอบ	สูตรพจน์ทั่วไป ของจำนวนเชิงรูปตัวเอส
1	แถวบนและแถวล่าง มีจำนวนเท่ากับ n ซึ่งรวมกันได้ $2n$ ตรงกลางคิดได้เป็น $(n-1) \times (n-1)$ ทำให้ได้ว่า จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่นำมาจัดเรียงเท่ากับ $[(n-1) \times (n-1)] + 2n$	กรณี $n = 5$ 	$S_n = [(n-1) \times (n-1)] + 2n$
2	ต่อเติมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสีแดง เพื่อให้การจัดเรียงทั้งหมดเป็น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $(n+1) \times (n+1)$ ตารางหน่วย แต่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เติมเข้าไปเป็น ส่วนที่ไม่ต้องการ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $n + n = 2n$ ทำให้ได้ว่า จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่นำมาจัดเรียงเท่ากับ $[(n+1) \times (n+1)] - 2n$	กรณี $n = 5$ 	$S_n = [(n+1) \times (n+1)] - 2n$
3	หมุนและเลื่อนแถวบนสุดลงมาเป็น หลักที่สี่ด้านขวามือ (สีน้ำเงิน) ทำให้ได้การจัดเรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยม จัตุรัสขนาด $n \times n = n^2$ เมื่อนำมารวมกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่เป็นเศษอีก 1 รูป ทำให้ได้ว่า จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่นำมาจัดเรียงเท่ากับ $n^2 + 1$	กรณี $n = 4$ หมุนและเลื่อนแถวบนสุดลงมา 	$S_n = n^2 + 1$

สำหรับนักเรียนที่มีความรู้เรื่องอนุกรมเลขคณิต อาจต่อยอดแนวคิดของนักเรียนกลุ่มที่ 3 โดยมองว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $n \times n$ ตารางหน่วย ที่ได้นี้ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอนุกรมได้เป็น $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1)$ และเขียน S_n ในรูปอนุกรมได้เป็น

$$S_n = 1 + [1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1)] = n^2 + 1$$

แสดงแนวคิดนี้ ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอส โดยใช้อนุกรม

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มถ่ายภาพผลงานลงในกลุ่มส่งงานออนไลน์ที่สร้างขึ้น จากนั้นครูแสดงภาพผลงานเหล่านั้นบนหน้าจอทีละภาพ พร้อมกับให้นักเรียนร่วมกันศึกษาแนวคิดของเพื่อน ๆ จากภาพที่แสดง ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการหาพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอสนี้ จะส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการสร้างหลักการทั่วไป ซึ่งเกิดจากการที่นักเรียนสรุปหลักการจากลักษณะการจัดเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปตัวเอส จำนวนที่ 1-7 และสร้างสูตรที่สอดคล้องกันขึ้นมา

6. กิจกรรมการตรวจสอบสูตรพจน์ทั่วไป

1) ครูและนักเรียนพูดคุยถึงสิ่งที่ทำร่วมกันมาทั้งหมดว่า มีลำดับขั้นตอนอย่างไร แล้วสุดท้ายนักเรียนได้รับแนวคิดใดที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไรบ้าง

2) ครูยกประเด็นการหาสูตรพจน์ทั่วไปที่นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างขึ้น ซึ่งจะพบว่า มีความแตกต่างกันในการเขียน และใช้คำถามกับนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่าสูตรการคำนวณของนักเรียนแต่ละกลุ่มเหมือนหรือต่างกัน” จากนั้นให้นักเรียนใช้การจัดรูปพีชคณิต เพื่อให้สูตรพจน์ทั่วไปของนักเรียนอยู่ในรูปอย่างง่าย ซึ่งจะพบว่าสูตรในรูปอย่างง่าย คือ $S_n = n^2 + 1$ ขั้นตอนนี้ นอกจากจะส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการสร้างหลักการทั่วไปแล้ว ยังจะเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความรู้ทางพีชคณิตมาช่วยในการสร้างข้อสรุป และสร้างการเชื่อมโยงระหว่างมุมมองทางเรขาคณิต เลขคณิต และพีชคณิต ได้เป็นอย่างดี

3) ครูใช้คำถามกับนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่า สามารถแทนค่า n เป็น -10 หรือ 0.5 ลงในสูตรของนักเรียนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด” นักเรียนอาจตอบได้โดยง่ายว่า “ไม่ได้ เพราะ n เป็นจำนวนแทนลำดับที่ จะเริ่มตั้งแต่ 1, 2, 3, ...” หรือ “ไม่ได้ เพราะ n ต้องเป็นจำนวนนับ” จากนั้นครูใช้คำถามกับนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่าการนำสูตรของนักเรียนไปใช้ ควรระบุเงื่อนไขใดบ้าง” นักเรียนอาจตอบว่า

“ต้องระบุว่า n เป็นจำนวนนับ” หรือ “ใช้สำหรับจำนวนเชิงรูปตัวเอสเท่านั้น” และครูใช้คำถามต่อว่า “จำนวนเชิงรูปตัวเอสที่ใช้กับสูตรของนักเรียนต้องการมีเขียนรูปตัวเอสอย่างไร” ครูควรปล่อยเวลาให้นักเรียนคิดหาคำอธิบายวิธีการเขียนจำนวนเชิงรูปตัวเอส เพื่อให้สามารถใช้งานสูตรของนักเรียนได้ ซึ่งนักเรียนอาจตอบว่า “วิธีการเขียนรูปแสดงแทนจำนวนเชิงรูปตัวเอส จำนวนที่ n ทำได้โดยการเรียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเดียวกันประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในแนวตั้งขนาดกว้าง $n - 1$ หน่วย และสูง $n + 1$ หน่วย จากนั้นต่อเติมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มุมล่างซ้ายและมุมบนขวา มุมละ 1 รูป” ลำดับถัดไปครูถามนักเรียนว่า “อย่างนั้น แสดงว่าถ้าจะนำสูตรของนักเรียนไปใช้จะต้องเขียนรูปตัวเอสตามวิธีการนี้เท่านั้นใช่หรือไม่” นักเรียนควรตอบว่า “ใช่” ขึ้นตอนนี้จะส่งเสริมความสามารถในการระบุ โดยนักเรียนจะได้สร้างข้อโต้แย้ง เพื่อยืนยันความถูกต้อง รวมทั้งระบุเงื่อนไขของการนำสูตรการหาพจน์ทั่วไปของจำนวนเชิงรูปตัวเอสไปใช้ได้ด้วยตนเอง

โดยสรุปแล้ว การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนรูปตัวเอส ที่ส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์จะสอดแทรกกิจกรรมย่อย ๆ ที่ฝึกฝนองค์ประกอบของทักษะการคิดวิเคราะห์ ได้แก่ การจับคู่ การแบ่งประเภท การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด การสร้างหลักการทั่วไป และการระบุ โดยครูจะเป็นผู้ตั้งคำถาม ยกกรณีต่าง ๆ ขึ้นมากระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิดและการทำกิจกรรมกลุ่ม รวมทั้งจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน เพื่ออำนวยความสะดวกในการคิดของนักเรียน

5. สรุป

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนรูปตัวเอส ที่ส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ นอกจากช่วยให้นักเรียนได้ฝึกฝนทุกองค์ประกอบของทักษะการคิดวิเคราะห์ที่จะเป็นพื้นฐานสำคัญของการคิดขั้นสูงอื่น ๆ แล้ว นักเรียนยังได้ฝึกคิดผ่านมุมมองต่าง ๆ ที่เชื่อมโยงสัมพันธ์กัน ทั้งเรขาคณิต เลขคณิต และพีชคณิต นั่นคือ ได้สร้างความเข้าใจผ่านตัวแสดงแทนเชิงคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน และสะท้อนให้เห็นว่าหากครูต้องการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ สามารถออกแบบกิจกรรมโดยคำนึงถึงการพัฒนาการคิดให้ครบทั้ง 5 องค์ประกอบผ่านการตั้งคำถามของครูและการใช้กิจกรรมกลุ่มได้อีกแนวทางหนึ่ง ดังที่แสดงตัวอย่างไว้ในบทความนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] ไพฑูรย์ สินลารัตน์. (2558). *ศาสตร์การคิด*. กรุงเทพฯ. มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต.
Sinlarat, P. (2015). *Science of Thinking*. Bangkok: Dhurakij Pundit University.
- [2] ภัทรพร ทำคาม ดนุชา สลึงค์ และศักดิ์ สุวรรณฉาย. (2561). การพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นฐาน (BBL) ร่วมกับแผนผังความคิด. *วารสารราชพฤกษ์*, 16 (1), 124 – 131.
Tamkham, P., Saleewong, D. and Suwonnachaiy, S. (2018). The Development of Analytical Thinking Skill Mathematics Subject of Grade 6 Students through Brain Based Learning with Mind Mapping. *Ratchaphruek Journal*, 16 (1), p. 124 – 131.
- [3] อนุพงศ์ สิงห์อำ ปันดดา สังข์ศรีแก้ว และภูชิต ภูขำนิ. (2567). การพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และการรับรู้ตนเองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติพื้นฐาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กระบวนการ 5Es ร่วมกับแนวคิดเมตาคognition. *วารสารมนุษยศาสตร์ สังคมศาสตร์ และนวัตกรรม มหาวิทยาลัยกาฬสินธุ์*, 3 (2), 48 – 59.
Singam, A., Sangsrikaew, P. and Phchumni, P. (2024). Ability of Analytical Thinking Critically and Self-efficacy in Mathematics on Basic Statistics in High School Grade 12 by Using the 5Es Process and Metacognition Concept. *Kalasin University Journal of Humanities Social Sciences and Innovation*, 3 (2), p. 48 – 59.
- [4] Anderson, L. W. and Krathwohl, D. R. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Education Objectives*. New York: Longman.
- [5] Astuti, Y., Febrianti, S. A., Akbar, B. and Safahi, L. (2021). Students' Analytical Thinking Ability through the Strategy of Giving Feedback on Excretion System Learning. *BIOEDUSCIENCE*, 5 (3), p. 196 – 200.
- [6] Baker, J. (2016). Figurate Numbers. *Spreadsheets in Education (eJSiE)*, 9 (1), p. 1 – 6.
- [7] Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives*. New York: Longman.
- [8] Chandler, K., Gyamfi, K. A. and Preston, R. (2023). Making Connections Explicit. *Mathematics Teacher: Learning & Teaching PK-12*, 116 (8), p. 572 – 585.

- [9] Hanifah, J. A., Cholily, Y.M. and Ummah, S. K. (2023). Analysis of Students' Analytical Thinking Ability and Mathematical Communication Using Online Group Investigation Learning Model. *Mathematics Education Journals*, 7 (1), p. 100 – 113.
- [10] Irvine, J. (2017). A Comparison of Revised Bloom and Marzano's New Taxonomy of Learning. *Research in Higher Education Journal*, 33, p. 1 – 16.
- [11] Joynes, C., Rossignoli, S. and Kuofi, E. F. A. (2019). *21st Century Skills: Evidence of Issues in Definition, Demand and Delivery for Development Contexts*. Brighton, UK: Institute of Development Studies.
- [12] Koyimah, Wahono, W., Nadi, S. and Kurnia, P. B. (2020). Effectiveness of Interactive Microcontroller Based Speed Sensors to Improve Students' Analytic Thinking Skills. *International Journal of Online and Biomedical Engineering*, 16 (9), p. 173 – 182 .
- [13] Maison, Kurniawan, D. A., Wirayuda, R. P. and Chen, D. (2022). Process Skills-Based E-Module: Impact on Analytical Thinking Skills. *Jurnal Penelitian dan Pengembangan Pendidikan Fisika (JPPPF)*, 8 (1), p. 23 – 34.
- [14] Majeed, B. H. (2016). The Conceptual Mathematical Knowledge and Analytical Thinking for the First Stage Students at Math Sciences Department, Faculty of Education for Pure Sciences, IBN Alhaithem, University of Baghdad. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 6 (12), p. 1379 – 1392.
- [15] Marzano, R. J. and Kendall, J. S. (2008). *Designing & Assessing Educational Objectives: Applying the New Taxonomy*. California: Corwin Press.
- [16] Mavuru, L. and Ramnarain, U. (2020). Learners' Socio-Cultural Backgrounds and Science Teaching and Learning: A Case Study of Township Schools in South Africa. *Cultural Studies of Science Education*, 15, p. 1067 – 1095.
- [17] Ong, K. K. A., Hart, C. E. and Chen, P. K. (2016). Promoting Higher-Order Thinking Through Teacher Questioning: A Case Study of a Singapore Science Classroom. *New Waves Educational Research & Development*, 19 (1), p. 1 – 19.

- [18] Qolfathiriyus, A., Sujadi, I. and Indriati, D. (2019). Characteristic Profile of Analytical Thinking in Mathematics Problem Solving. *Journal of Physics: Conf. Series*, 1157 (1), p. 1 – 6.