



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปริมา 71 เล่มที่ 714 มกราคม – เมษายน 2569

<http://www.mathassociation.or.th>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี

An Analysis of Mathematical Errors and Misconceptions in
Similar Triangles Problems Among Grade 9 Students at
Suratthani School

DOI: 10.14456/mj-math.2026.1

ณารพา วีระวงษ์¹ บุญญิสสา แซ่หล่อ^{2,*} และ เกศรารัตน์ ไม้ทองงาม³

^{1,3}โรงเรียนสุราษฎร์ธานี สุราษฎร์ธานี 84000

²คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตสุราษฎร์ธานี
สุราษฎร์ธานี 84000

Naarpa Wirawong¹ Bunyisa Saelo^{2,*} and Katesrarat Maitongngam³

^{1,3}Suratthani School, Suratthani 84000

²Faculty of Science and Industrial Technology, Prince of Songkla University, Surat Thani Campus,
Suratthani 84000

Email: ¹naarpawirawong@gmail.com ²bunyisa.s@psu.ac.th ³Krukat7475@gmail.com

วันที่รับบทความ : 28 มกราคม 2567

วันที่แก้ไขบทความ : 21 สิงหาคม 2567

วันที่ตอบรับบทความ : 28 เมษายน 2569

* ผู้เขียนหลัก

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี จำนวน 45 คน โดยคัดเลือกมาอย่างเฉพาะเจาะจง เนื่องจากเป็นห้องเรียนที่มีความหลากหลายในกระบวนการคิด และกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน ที่สุ่มเลือกแบบกลุ่ม เพื่อสัมภาษณ์เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ การวิเคราะห์ข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ผลวิจัยพบว่า ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบของนักเรียน ดังนี้ 1. การใช้ข้อมูลผิด (ร้อยละ 64.44) 2. การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติ (ร้อยละ 35.56) 3. การตีความด้านภาษาผิดพลาด (ร้อยละ 26.67) 4. ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ (ร้อยละ 20.00) และ 5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (ร้อยละ 15.56) สำหรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ที่พบจากการทำแบบทดสอบ เรียงลำดับจากมากไปน้อยได้ ดังนี้ 1. การตีความผิด (ร้อยละ 64.44) 2. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ 53.33) 3. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (ร้อยละ 40.00) และ 4. การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข (ร้อยละ 17.78) ผลจากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายได้ข้อมูลที่สอดคล้องกับข้อมูลเชิงปริมาณ ผลการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับครูในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสม และยังสามารถนำไปสู่การพัฒนาการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับนักเรียนกลุ่มต่าง ๆ เช่น นักเรียนที่เรียนรู้ช้า หรือกลุ่มที่มีศักยภาพสูง

คำสำคัญ: มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

ABSTRACT

This study aims to analyze errors and misconceptions in solving mathematical problems related to similar triangles among Grade 9 students. The sample consisted of 45 Grade 9 students from Suratthani School, selected through purposive sampling

due to their diverse approaches to problem-solving. Additionally, six students were randomly selected for qualitative interviews to gather in-depth insights. The research instruments included a test on mathematical problems related to similar triangles, designed as an open-ended assessment with five questions. Data were analyzed using both quantitative and qualitative methods. The findings revealed five major types of errors in students' test responses: 1. incorrect use of information (64.44%), 2. distortion of theorems, rules, formulas, definitions, or properties (35.56%), 3. misinterpretation of language (26.67%), 4. technical errors in problem-solving (20.00%), and 5. lack of verification during problem-solving (15.56%). Regarding misconceptions, the study identified four main types in descending order of prevalence: 1. misinterpretation (64.44%), 2. inadequate understanding of mathematical facts (53.33%), 3. limited conceptualization (40.00%), and 4. overgeneralization beyond the given scope or conditions (17.78%). The qualitative interviews with the target group corroborated the quantitative data, providing additional insights. These findings are valuable for teachers in designing instructional strategies tailored to diverse learning needs, including students with slower learning progress and those with high potential. The study contributes to developing effective learning approaches that address specific student groups.

Keywords: Mathematical misconception, Mathematical errors

1. บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น การที่นักเรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีจำเป็นต้องให้นักเรียนมีความรู้ที่ถูกต้องในเนื้อหา

เพื่อให้สามารถนำไปต่อยอดในการเรียนรู้เนื้อหาต่อไปได้ หากนักเรียนยังไม่เข้าใจเนื้อหาหรือยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเนื้อหาอยู่ ย่อมเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้อย่างมาก ดังเช่น Ay [4] กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนถือเป็นหนึ่งในอุปสรรคสำคัญที่สุดในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งนี้จากการศึกษาวิจัยตั้งแต่ปี ค.ศ. 2004 - 2015 พบว่า มีการศึกษาในเรื่องดังกล่าวนี้เพิ่มขึ้นอย่างมากมายทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา โดยส่วนใหญ่จะใช้แบบทดสอบทั้งแบบปรนัยและปลายเปิด ในการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน แต่งานวิจัยทางด้านการพัฒนาการสอน เพื่อแก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนยังมีน้อย ซึ่งสอดคล้องกับ Moosapoor [6] ซึ่งได้ตรวจสอบระดับความตระหนักรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในหมู่ครูรุ่นใหม่ของโรงเรียนระดับประถมศึกษาในประเทศอิหร่าน และความสามารถในการเสนอแนวทางแก้ไข พบว่า ระดับความตระหนักรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของครูรุ่นใหม่ อยู่ที่ร้อยละ 78.20 โดยอยู่ในระดับดี และดีมาก ในทางกลับกัน ครูรุ่นใหม่ร้อยละ 72.90 มีความสามารถในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอยู่ในระดับอ่อน ถึงปานกลาง ผลการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่า ครูรุ่นใหม่มีข้อจำกัดในการระบุและแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน ซึ่งเป็นข้อมูลสำคัญสำหรับการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในอนาคต

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นสิ่งที่สำคัญ เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครู อาจารย์ ในการแก้ไขปัญหาการเรียนการสอนเนื้อหาต่าง ๆ และเพื่อเตรียมหรือปรับการสอนใหม่ ๆ สำหรับผู้เรียนในรุ่นต่อ ๆ ไป มีนักวิจัยจำนวนไม่น้อยที่ทำการศึกษาเรื่องดังกล่าวนี้ อาทิ ทองคำ นาสมตริก สมทรง สุวพานิช และอรุณี จันทรศิลา [1] ได้ทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งพบว่า นักเรียนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ 5 ด้าน คือ ด้านการขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านการตีความด้านภาษา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และด้านการใช้ข้อมูลผิด นอกจากนี้ พรธิดา สุขกรม [2] ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 และเขต 2 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์มากที่สุดคือ การมีมโนทัศน์ที่จำกัด รองลงมาคือ การมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข และการตีความผิด ตามลำดับ อัสวิน บรรเทา และหล้า ภวภูตานนท์ [3] ได้ศึกษาข้อบกพร่องและ

มโนคติที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเพื่อพัฒนาการสอน เรื่องการหารเศษส่วนของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า มโนคติที่คลาดเคลื่อนที่พบส่วนใหญ่เกี่ยวกับการเข้าใจว่าการหารเศษส่วนเหมือนการหารจำนวนเต็ม ซึ่งส่งผลให้กระบวนการแก้โจทย์ผิด

ข้อบกพร่อง (Error) คือ การแก้ปัญหาที่ผิดพลาดอันเนื่องมาจากการมีความรู้ ความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ หรือเกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ความประมาท ขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ การเข้าใจผิดของสัญลักษณ์หรือข้อความ ขาดประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อวัตถุประสงค์การเรียนรู้ และขาดความตระหนักหรือไม่สามารถที่จะตรวจสอบคำตอบที่ได้รับ ซึ่งข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์เหล่านี้เป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ ซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพทางการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ปัญหาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ครูผู้สอนมักจะประสบ คือ นักเรียนมีข้อบกพร่องเพราะนักเรียนบางคนท่องจำทฤษฎีได้ แต่พิสูจน์ไม่ได้ ถ้านักเรียนปราศจากความเข้าใจแล้ว นักเรียนจะคิดว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยุ้งยากและน่าเบื่อ เกิดความท้อแท้ไม่อยากเรียน หรือไม่ก็เรียนแบบขอไปที ขณะเดียวกัน ถ้าหากข้อบกพร่องนั้น ๆ ไม่ได้รับการแก้ไขก็จะส่งผลต่อความล้มเหลวในการเรียนเนื้อหานั้น ๆ และเนื้อหาที่เกี่ยวข้องทั้งในระดับเดียวกัน และระดับที่สูงขึ้น อีกทั้งจะทำให้ นักเรียนขาดพื้นฐานในการศึกษาวิชาอื่น ๆ ที่ต้องอาศัยวิชาคณิตศาสตร์เป็นฐานอีกด้วย การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะช่วยให้ครูผู้สอนสามารถหาจุดอ่อนของนักเรียนได้ และทราบถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อที่จะได้แก้ปัญหาให้ตรงจุด ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

จากการสอนในชั้นเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในการเรียนเกี่ยวกับโจทย์ปัญหามากที่สุด เนื่องจากโจทย์ปัญหามีความหลากหลาย และข้อความของโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ทำให้นักเรียนไม่ชอบแก้ปัญหาของโจทย์ปัญหาในลักษณะดังกล่าว ทั้งนี้ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนมีข้อผิดพลาดตั้งแต่การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา รวมไปถึงกระบวนการแสดงวิธีทำ การสรุปคำตอบ หนึ่งในหัวข้อที่สำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษา คือ เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดเรื่องความสัมพันธ์เชิงเรขาคณิต การวิเคราะห์สัดส่วน และการประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตาม จากการเรียนการสอนที่ผ่านมา นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังคงมีความยากลำบากในการทำความเข้าใจและแก้โจทย์ปัญหาในหัวข้อนี้ จากเหตุผลดังกล่าว การวิจัยในครั้งนี้ จึงได้มุ่งเน้น

การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี

เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี ในเรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ สาเหตุของการแก้โจทย์ปัญหาผิด ข้อมูลที่จะได้รับการวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนากระบวนการสอนและการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น อันจะส่งผลให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องและสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยยึดรูปแบบของ Movshovitz-Hadar, Zaslavsky และ Inbar [7] และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Graeber [5] มาช่วยในการวิเคราะห์แบบทดสอบและเป็นกรอบแนวคิดในการประเมิน

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแก้ปัญหาที่ผิดพลาดอันเนื่องมาจากการมีความรู้ความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ หรือการขาดความเอาใจใส่ ความประมาท ขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ การเข้าใจผิดของสัญลักษณ์หรือข้อความ ขาดประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อและวัตถุประสงค์การเรียนรู้ รวมทั้งขาดความตระหนักหรือไม่สามารถที่จะตรวจสอบคำตอบที่ได้รับ โดยลักษณะของข้อบกพร่องที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำแนวทางมาจาก Movshovitz-Hadar, Zaslavsky และ Inbar [7] ซึ่งข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยนี้ใช้การวิเคราะห์ 5 รูปแบบ ดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด (*Misused data*) คือ นักเรียนละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในการหาคำตอบและเพิ่มข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องเข้ามาในการแก้ปัญหา นักเรียนทำผิดคำสั่งจากสิ่งที่โจทย์ต้องการ นักเรียนใช้ข้อมูลที่จำเป็นมาแก้ปัญหาไม่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ และนักเรียนคัดลอกโจทย์ผิด

2. การตีความด้านภาษาผิดพลาด (*Misinterpreted language*) คือ นักเรียนตีความจากประโยคภาษาที่โจทย์กำหนดให้มาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

3. การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติ (*Distorted theorem or definition*) คือ นักเรียนใช้ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติผิด

4. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (*Unverified solution*) คือ ขั้นตอนในการแก้ปัญหานักเรียนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์ต้องการหรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ หรือขั้นตอนในการแก้ปัญหานักเรียนผิด

5. ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ (*Technical error*) คือ การขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ คือ ความคิดหรือความเข้าใจที่แตกต่างจากความเป็นจริง อย่างเป็นระบบ ซึ่งอาจเกิดจากการรับรู้จากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สมบูรณ์ ไม่ชัดเจนของแต่ละบุคคล ซึ่งผู้เรียนมักไม่รู้สึกรู้ว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เนื่องจากคิดว่าตนเองเข้าใจถูกต้อง ในการวิจัยครั้งนี้ จำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Graeber [5] ซึ่งสามารถแบ่งประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 4 ประเภท ดังนี้

1. การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข (*Overgeneralizations*) เป็นการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยาม ไปใช้ในกรณีอื่นทั่วไป ซึ่งเกินกว่าขอบเขตหรือเงื่อนไขที่ได้รับรู้ไว้

2. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (*Defective understanding about mathematics truths*) เป็นความเข้าใจที่มีพื้นฐานมาจากสัญชาตญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิด

3. การตีความผิด (*Mistranslations*) เป็นการแปลความหมาย หรือสื่อความหมายของข้อมูล ไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง

4. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (*Limited conceptions*) เป็นการมีมโนทัศน์เพียงบางส่วน ซึ่งไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้อง

4. วิธีดำเนินการวิจัย

4.1 ประชากร กลุ่มตัวอย่าง และกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย

ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 4 ห้อง รวมทั้งหมด 180 คน

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/5 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวนทั้งหมด 45 คน ซึ่งใช้วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เนื่องจากเป็นห้องเรียนที่มีความหลากหลายในกระบวนการคิดจากการสังเกตชั้นเรียน

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/5 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 6 คน ซึ่งคัดเลือกมาจากกลุ่มตัวอย่าง โดยพิจารณาเลือกจากคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนเมื่อภาคเรียนที่ผ่านมา จากนั้นแบ่งระดับคะแนนเป็นสามกลุ่ม และสุ่มเลือกมากลุ่มละ 2 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มที่มีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนน้อย ปานกลาง และมาก เพื่อเป็นตัวแทนที่เหมาะสมที่สุดของกลุ่มตัวอย่าง และเป็นกลุ่มสำหรับการสัมภาษณ์เชิงลึก เพื่อเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ

4.2 ตัวแปรที่จะศึกษา

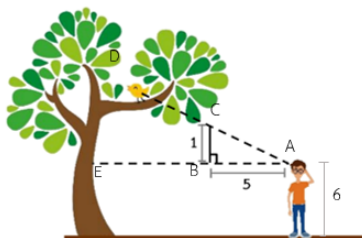
1. *ตัวแปรอิสระ* ได้แก่ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
2. *ตัวแปรตาม* ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

4.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

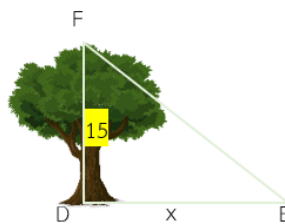
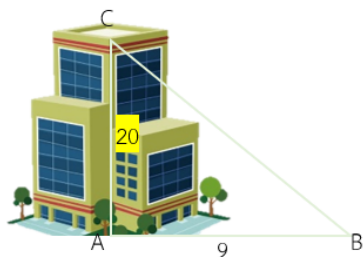
1. แบบทดสอบสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีลักษณะเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความตรงเชิงวัตถุประสงค์ จำนวน 3 คน เพื่อดูความเหมาะสมของแบบทดสอบและได้ปรับแก้ไขตาม

คำแนะนำ เกี่ยวกับคำที่ใช้ จากนั้นให้นักเรียน จำนวน 5 คน (ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง) อ่านข้อสอบและ
 ปรับการเขียนอีกครั้ง โดยได้แบบทดสอบ จำนวน 5 ข้อ ดังนี้

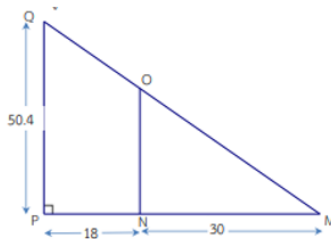
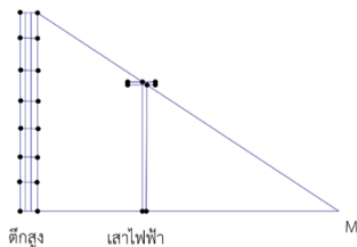
1. อักสูง 6 ฟุต มองขึ้นไปเห็นนกที่เกาะบนต้นไม้ ดังภาพ โดยอักยืนอยู่ห่างจากต้นไม้ 30 ฟุต ถามว่า
 ต้นไม้ต้นนี้สูงเท่าไร (นกและยอดไม้อยู่ในแนวเดียวกัน)



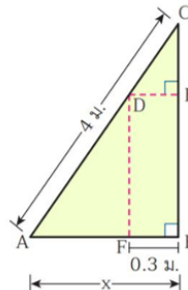
2. ตึกหลังหนึ่งสูง 20 เมตร มีเงาทอดยาว 9 เมตร ต้นไม้ซึ่งสูง 15 เมตร จะมีเงาทอดยาวเท่าไร
 (การสังเกตเงาของตึกกับเงาของต้นไม้เกิดขึ้นในเวลาเดียวกัน)



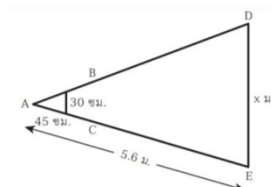
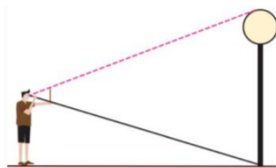
3. ชายคนหนึ่งยืนบนพื้นราบที่จุด M มองเสาไฟฟ้าและยอดตึกหลังหนึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป
 ถ้าชายคนนั้นยืนห่างจากเสาไฟฟ้า 30 เมตร เสาไฟฟ้าห่างจากตึก 18 เมตร และตึกสูง 50.40 เมตร เสาไฟฟ้าจะสูงกี่
 เมตร



4. บ้านโดยยาว 4 เมตร พาดอยู่กับผนังตึก เมื่อช่างทาสีขึ้นบันไดไปได้ 2 ใน 3 ของความยาวของบันได เขา
ทำแปรงตก ถ้าจุดที่แปรงตกลงมาถูกพื้นดินห่างจากผนังตึก 0.3 เมตร ดังรูป จงหาว่าเชิงบันไดอยู่ห่างจากผนังตึก
เท่าไร



5. นานกับนิตได้ไปเที่ยวที่สวนสาธารณะแห่งหนึ่ง นานบอกนิตว่า “ฉันเคยหาความสูงของโคมไฟในสวน
ได้โดยไม่ต้องวัดความสูงโดยตรงเพียงแต่นำเชือกที่มีอยู่ในรถซึ่งยาวเมตร 6 เมตร ไปผูกไว้กับโคนเสาโดยปลาย
เชือกส่วนที่ใช้ผูกกับโคนเสาไฟยาว 40 เซนติเมตร และใช้มือซ้ายจับปลายเชือกอีกข้างเดินถอยหลังออกมาจนเชือก
ตึง จับปลายเชือกนี้ไว้ในระดับสายตา มือขวาถือไม้บรรทัดซึ่งยาว 30 เซนติเมตรในแนวตั้งให้ปลายด้านล่างของไม้
บรรทัดอยู่ที่แนวเส้นเชือก ปรับระยะเลื่อนไม้บรรทัดเข้าหรือออกตามแนวเส้นเชือก จนกระทั่งมองเห็นปลายไม้
บรรทัดด้านบนอยู่ในแนวเดียวกันกับยอดโคมไฟ แล้ววัดระยะจากปลายเชือกด้านที่ติดกับตาถึงปลายของไม้บรรทัด
ได้ 45 เซนติเมตร โดยวิธีการนี้จะหาความสูงของโคมไฟได้” ถ้านัดหาความสูงของโคมไฟดวงนี้ตามที่นานบอก
นิตจะหาความสูงของโคมไฟได้ประมาณกี่เมตร



2. **แบบสัมภาษณ์** เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงคุณภาพของกลุ่มเป้าหมาย โดยให้ผู้เชี่ยวชาญ
จำนวน 3 คน เพื่อพิจารณาความเหมาะสม และความถูกต้อง ทั้งนี้มีการปรับแก้คำที่ใช้

4.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยมีขั้นตอน
การเก็บข้อมูล ดังนี้

1. จัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 6 คาบ คาบละ 50 นาที
2. หลังเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ ทดสอบโดยใช้แบบทดสอบสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

3. สัมภาษณ์เชิงลึกกลุ่มเป้าหมาย เพื่อเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ และเป็นข้อมูลเสริมข้อมูลเชิงปริมาณ

4.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์และตรวจสอบแบบทดสอบสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ตามเกณฑ์คะแนนแบบรูบริก ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนไว้ดังนี้

ตารางที่ 4.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก สำหรับแบบทดสอบสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เกณฑ์การให้คะแนน	ระดับคะแนน
1. เขียนกำหนดจุดบนแต่ละด้าน พร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของด้านนั้น ๆ	
1.1 เขียนกำหนดจุดบนแต่ละด้าน พร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของด้านนั้น ๆ ครบถ้วน	2
1.2 เขียนกำหนดจุดบนแต่ละด้าน พร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของด้านนั้น ๆ ไม่ครบถ้วน	1
1.3 ไม่เขียนกำหนดจุดบนแต่ละด้าน และบอกความสัมพันธ์ของด้านนั้น ๆ	0
2. แสดงและให้เหตุผลได้ว่า มีมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ 3 คู่ ได้คู่ละ 1 คะแนน	3
3. สามารถสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมคล้ายกัน ได้ถูกต้อง	1
4. เขียนแสดงแนวคิดได้ถูกต้อง	1
5. สรุปคำตอบได้ถูกต้อง	1

2. แปลความหมายข้อมูลจากการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมาย โดยจัดเป็นกลุ่มตามข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ 5 รูปแบบ ดังนี้ 1. การใช้ข้อมูลผิด 2. การตีความด้านภาษาผิดพลาด 3. การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติ 4. การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา 5. ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ และจัดกลุ่มตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ 4 ด้าน ดังนี้ 1. การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข 2. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ 3. การตีความผิด 4. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด แล้วนำเสนอด้วยวิธีการเขียนบรรยาย

5. ผลการวิจัย

วัตถุประสงค์ข้อที่ 1 เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จากข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมมาได้ พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีดังนี้

ตารางที่ 5.1 ผลการวิเคราะห์ลักษณะข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์
เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

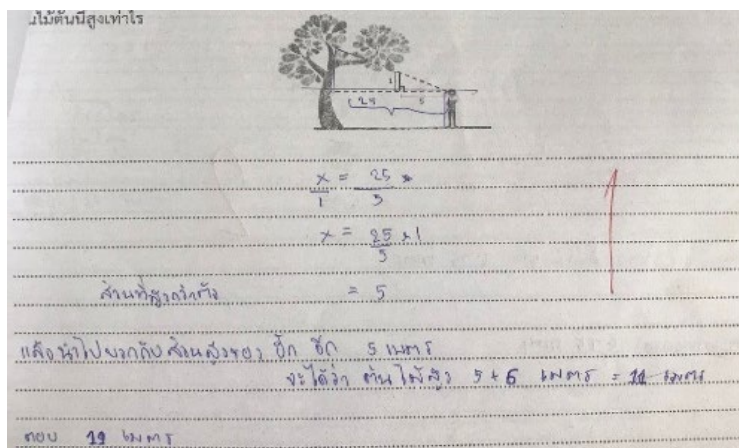
ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	
	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ
1. การใช้ข้อมูลผิด	29	64.44
2. การตีความด้านภาษาผิดพลาด	12	26.67
3. การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติ	16	35.56
4. การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา	7	15.56
5. ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ	9	20.00

จากตารางที่ 5.1 พบว่า ในจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 45 คน มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เรียงลำดับจากมากไปน้อย ดังนี้ การใช้ข้อมูลผิด จำนวน 29 คน หรือร้อยละ 64.44 ซึ่งเกิดจากนักเรียนใช้ข้อมูลในการแก้ปัญหาที่ผิดเนื่องจากเข้าใจความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดผิด รองลงมาเป็น การบิดเบือนสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จำนวน 16 คน หรือร้อยละ 35.56 ซึ่งทำให้ได้วิธีการแก้ปัญหาที่ผิดหลักการตีความด้านภาษาผิดพลาด จำนวน 12 คน หรือร้อยละ 26.67 ทำให้ตีความจากสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนดให้มาแสดงเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ จำนวน 9 คน หรือร้อยละ 20.00 มีความบกพร่องในการคิดคำนวณ ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ และลำดับสุดท้าย การขาดการตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา จำนวน 7 คน หรือร้อยละ 15.56 ทำให้คำตอบสุดท้ายไม่สำเร็จ

จากข้อมูลการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 6 คน พบว่า

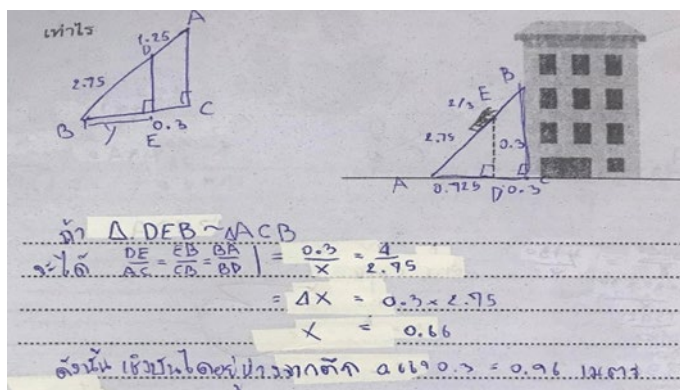
1. การใช้ข้อมูลผิด (โจทย์ข้อ 1) พบว่า ในการทำแบบทดสอบ นักเรียนมีการนำข้อมูลที่ผิดไปใช้แทนค่า ซึ่งเกิดจากสิ่งที่โจทย์ระบุบอกว่า “ฮักยืนห่างจากต้นไม้ 30 ฟุต” ซึ่งจากรูปที่กำหนด นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมเล็กมีด้านยาว 5 นักเรียนจึงเขียนส่วนที่เหลือว่า 25 เมื่อรวมกันจะได้เป็นระยะห่าง

จากอีกถึงต้นไม้ ทำให้นำข้อมูลที่ผิดมาใช้แทนค่าระยะห่างจากภาพใหญ่เป็น 25 จากที่ต้องเป็น 30 ดังภาพที่ 5.1



ภาพที่ 5.1 แสดงการใช้ข้อมูลผิด

2. การตีความด้านภาษาผิดพลาด (โจทย์ข้อ 4) พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจการกำหนดค่าต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดมาสู่การใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายและการแทนค่าในสูตรได้ ทำให้แทนค่าและคำนวณผิด ดังภาพที่ 5.2



ภาพที่ 5.2 แสดงการตีความด้านภาษาผิดพลาด

3. การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติ (โจทย์ข้อ 4) พบว่า นักเรียนมองว่าภาพเป็นการชนกัน ไม่ได้มองว่า ภาพซ้อนทับกัน ไม่ได้มองถึงความเป็นรูปสามเหลี่ยม จึงทำให้เกิดการกำหนดความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมหนึ่งรูปคล้ายกับรูปสี่เหลี่ยมอีกหนึ่งรูป เกิดการบิดเบือนจากสมบัติของความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม และทำให้มีการใช้ทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันผิด เนื่องจากทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน กล่าวว่า ถ้าอัตราส่วนของความยาว

การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี

ของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูป
นั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน แต่จากกระบวนการใช้ไม่ได้พิจารณาถึงความเป็นรูปสามเหลี่ยม
สองรูปที่คล้ายกัน ดังภาพที่ 5.3

วิธีทำ $\frac{2}{3} = \frac{x}{4}$ $x = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} = 2.66$
คำตอบ $2.66 =$ จุดที่ห่างจากสี่เหลี่ยม
 เชิงบันไดห่างจากผนังตึก $= 2.66 + 0.3 = 2.96$ เมตร
ตอบ เชิงบันไดห่างจากผนังตึก 2.69 เมตร

ภาพที่ 5.3 แสดงการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติ

4. การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (โจทย์ข้อ 5) พบว่า นักเรียนมีการเปลี่ยน
หน่วยของโจทย์ จากเมตรเป็นเซนติเมตร แต่เนื่องจากโจทย์ให้ตอบเป็นเมตร นักเรียนเห็นว่า ตนเอง
ได้ค่า x ซึ่งเป็นค่าของตัวแปรที่กำหนดมาแล้ว จึงสรุปตอบและลืมตรวจสอบว่า ตนเองได้มีการ
เปลี่ยนหน่วยเป็นเซนติเมตร ซึ่งต้องเปลี่ยนหน่วยกลับมาเป็นเมตร จึงทำให้ได้คำตอบผิด แต่
กระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง ซึ่งเป็นผลมาจากการขาดการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของ
ตนเอง ดังภาพที่ 5.4

วิธีทำ $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$
 $\frac{4.5}{5.6 \times 100} = \frac{30}{x}$
 $\frac{4.5x}{5.6 \times 100} = 30$
 $x = 343.3$
คำตอบ 343.3 m. Ans.

ภาพที่ 5.4 แสดงการขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

5. ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ (โจทย์ข้อ 3) พบว่า นักเรียนคิดคำนวณผิดในส่วนของ

$\frac{x}{50.4} = \frac{30}{48}$ ซึ่งจะต้องได้ว่า $x = \frac{30 \times 50.4}{48}$ แต่นักเรียนคำนวณได้เป็น $x = \frac{40 \times 50.4}{48}$ ซึ่งเกิดจากการเขียนค่าผิดจาก 30 เป็น 40 จึงทำให้คำนวณหาค่าของตัวแปร x ผิด ดังภาพที่ 5.5

หา x

$$x = 30$$

$$50.4 \times 48$$

$$x = \frac{40 \times 50.4}{48}$$

$$x = 40 \times 1.5$$

$$= 60 \text{ นิ้ว}$$

∴ เสาไม้สูง 60 เมตร

ภาพที่ 5.5 แสดงข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ

วัตถุประสงค์ข้อที่ 2 เพื่อวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ทำการวิเคราะห์จากแบบทดสอบสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของนักเรียน ซึ่งสามารถสรุปลักษณะของหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ที่พบ ได้ดังตารางที่ 5.2

จากตารางที่ 5.2 พบว่า ในจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 45 คน มีหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนเรียงลำดับจากมากไปน้อยได้ดังนี้ การตีความผิด จำนวน 29 คน หรือร้อยละ 64.44 โดยแปลข้อความจากโจทย์ปัญหาเป็นความสัมพันธ์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันผิด ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ จำนวน 24 คน หรือร้อยละ 53.33 การมีหมโนทัศน์ที่จำกัด จำนวน 18 คน หรือร้อยละ 40.00 ซึ่งคือการมีหมโนทัศน์เพียงบางส่วนที่ไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ให้ถูกต้อง ลำดับสุดท้าย คือ การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข จำนวน 8 คน หรือร้อยละ 17.78

การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี

ตารางที่ 5.2 ผลการวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	
	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ
1. การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข	8	17.78
2. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์	24	53.33
3. การตีความผิด	29	64.44
4. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด	18	40.00

ผลจากการวิเคราะห์เชิงคุณภาพที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มเป้าหมาย พบข้อมูลที่น่าสนใจดังนี้

1. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (โจทย์ข้อ 4) มีข้อมูลที่นักเรียนมีความเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ที่น่าสนใจอยู่ 2 ประเด็น คือ

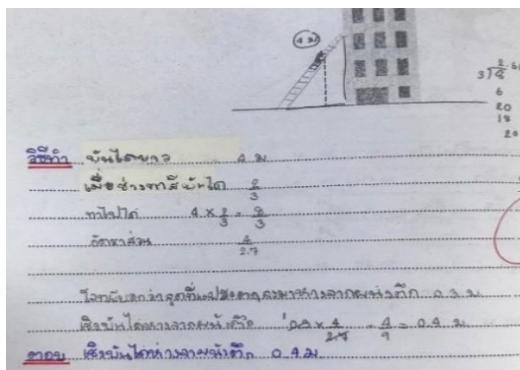
1.1 นักเรียนกำหนดความสัมพันธ์ของด้านคู่ที่สมนัยกัน เป็น $\frac{BC}{BE} = \frac{BC}{BE - EC}$ และนักเรียน

ใช้การตัด BC และ BE ทำให้ค่าที่ได้คือ $-\frac{1}{EC}$ ซึ่งไม่สามารถทำได้ เพราะผิดหลักการทางคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 5.6

Sol. $AB = 4$
 $DB = 3$
 $BC = 1$
 $BE = BC - EC = 1 - EC = \frac{3}{2}$
 $\frac{1}{EC} = \frac{3}{2}$
 $1 = \frac{3}{2}(-EC)$
 $-EC = \frac{3}{2}$
 $BE = \frac{3}{2}$

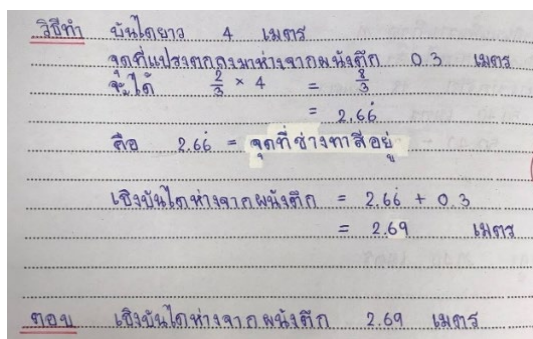
ภาพที่ 5.6 แสดงการคำนวณผิดพลาด เพราะมีความเข้าใจที่บกพร่องทางคณิตศาสตร์

1.2 นักเรียนมีความเข้าใจว่า ระยะทางการขึ้นบันไดของช่างทาสี มีระยะเท่ากับระยะทางจากจุดเชิงบันไดถึงตำแหน่งที่แปรงทาสีตก เพราะจุดเริ่มต้นของเชิงบันไดเป็นจุดเริ่มต้นของการขึ้นบันไดของช่างทาสี นักเรียนจึงนำระยะทางที่ช่างทาสีขึ้นไปได้แล้วทำแปรงทาสีตกคูณกับระยะทางจากจุดที่แปรงทาสีตกห่างจากตึก แล้วสรุปเป็นความยาวตั้งแต่เชิงบันไดถึงตึก ซึ่งเป็นการใช้สัญชาติญาณเพียงอย่างเดียวและมีการให้เหตุผลที่ผิดเกี่ยวกับการหาระยะห่างจากเชิงบันไดถึงจุดที่แปรงทาสีตก ดังภาพที่ 5.7



ภาพที่ 5.7 แสดงความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์

2. การตีความผิด (โจทย์ข้อ 4) พบว่า นักเรียนตีความผิดเกี่ยวกับระยะที่ช่างทาสีขึ้นไปได้บนบันได ว่าเป็น ระยะห่างเท่ากับจุดของเชิงบันไดถึงจุดที่แปรงทาสีตก นักเรียนจึงคำนวณหาระยะห่างนี้จากความยาวของบันไดคูณกับสองในสาม และนักเรียนยังตีความผิดเกี่ยวกับระยะห่างจากเชิงบันไดถึงตำแหน่งของช่างทาสีกับระยะห่างจากเชิงบันไดถึงจุดที่แปรงทาสีตก โดยนักเรียนเข้าใจว่าทั้งสองระยะมีระยะห่างเท่ากัน จึงทำให้คำนวณผิด ดังภาพที่ 5.8



ภาพที่ 5.8 แสดงการตีความผิด

3. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (โจทย์ข้อ 2) พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์เพียงบางส่วน ทำให้นำข้อมูลไปใช้ไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนเข้าใจผิดเกี่ยวกับความหมายของอัตราส่วนที่เท่ากันของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งการเท่ากันนั้นต้องเป็นด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูป แต่นักเรียนนำด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปแรกเปรียบเทียบกับเท่ากันด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปที่สอง จึงทำให้ใช้ข้อมูลที่ไม่ถูกต้องในการแก้ปัญหา ดังภาพที่ 5.9

∞
ด้าน 20 เมตร มีเงาทอดยาว 9 เมตร
ด้าน 15 เมตร มีเงาทอดยาว (x เมตร)
 $\frac{20}{9} = \frac{x}{15}$
 $300 = 9x$
 $x = 300$
 $x = 33\frac{1}{3}$ เมตร

ภาพที่ 5.9 แสดงการมีมโนทัศน์ที่จำกัด

6. การอภิปรายผล

จากการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี สามารถอภิปรายผลของการวิจัยได้ดังนี้

1. ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์

พบว่า ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีอยู่ 5 รูปแบบ คือ 1. การใช้ข้อมูลผิด 2. การตีความด้านภาษาผิดพลาด 3. การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติ 4. การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และ 5. ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ และจากข้อมูลจากการสัมภาษณ์และวิเคราะห์แบบทดสอบสามารถเรียงลำดับรูปแบบข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากมากไปน้อย ได้ดังนี้ 1. การใช้ข้อมูลผิด เกิดจากการวิเคราะห์ข้อมูลไม่ละเอียด การไม่เข้าถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และความสับสนในการนำค่ามาแทนในเงื่อนไขที่มีการตีความที่ผิด 2. การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติ เป็นการใช้ทฤษฎีบทที่ไม่ตรงตามเงื่อนไขของทฤษฎีบท เช่น ทฤษฎีบทที่กล่าวว่า ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยม

ที่คล้ายกัน เมื่อนักเรียนนำทฤษฎีบทไปใช้งาน แต่ไม่ได้ตรวจสอบว่า ด้านของรูปสามเหลี่ยมคู่ใด เป็นด้านที่สมนัยกัน จึงเกิดการบิดเบือนในการใช้ทฤษฎีบท 3. การตีความด้านภาษาผิดพลาด ในแต่ละข้อความสามารถทำให้คนเรามีความเข้าใจไม่ตรงกันได้ ถ้าหากไม่ได้ทำความเข้าใจโจทย์อย่างแท้จริง เนื่องจากโจทย์ปัญหามีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งทำให้บางคนอาจมองไม่ออกในสิ่งที่โจทย์ ต้องการสื่อสาร ปัจจัยนี้มาจากการที่ไม่สามารถมองนามธรรมเป็นรูปธรรมได้ 4. ข้อบกพร่องใน เทคนิคการทำ เกิดจากความสับสนในการตอบคำถาม โดยเกิดจากการเขียนวิธีทำแบบลัดจนเกินไป จนทำให้ข้อมูลบางอย่างหายไป เช่น มีการเปลี่ยนหน่วย แต่สรุปยังคงใช้เป็นหน่วยเดิม แต่ค่าเป็นค่า ของหน่วยใหม่ หรือการบกพร่องของการสรุปจากสิ่งที่หามาได้ไม่ใช้ทั้งหมดที่โจทย์ถาม จึงทำให้ กระบวนการวิธีทำถูกต้อง แต่ขั้นตอนสรุปได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ครบถ้วน และ 5. ขาดการตรวจสอบ ในระหว่างการแก้ปัญหา เกิดจากการรีบร้อน หรือการคิดที่ไม่เป็นสัดส่วน จึงทำให้ค่าตัวเลขที่คิดไว้ ผิดเพี้ยน ส่วนใหญ่จะเกิดจากความสับสนในการคิดคำนวณ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

พบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ มีอยู่ 4 ประเภท คือ 1. การอ้างอิงเกิน ขอบเขตหรือเงื่อนไข 2. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ 3. การตีความผิด และ 4. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด และจากข้อมูลจากการสัมภาษณ์และวิเคราะห์แบบทดสอบสามารถ เรียงลำดับรูปแบบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากมากไปน้อย ได้ดังนี้ 1. การตีความผิด ข้อความจะเป็นข้อมูลในนามธรรม ซึ่งหากไม่ทำความเข้าใจที่ละขั้นตอนก็จะทำให้ มองนามธรรมเป็นรูปธรรมผิดพลาด จนเกิดการตีความจากโจทย์ผิดในส่วนของเนื้อหาที่โจทย์ กำหนดให้มากับความสัมพันธ์ของข้อมูล 2. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เกิดจากความไม่เข้าใจในเนื้อหาอย่างแท้จริง ใช้ความรู้สึกหรือสัญชาตญาณตามความรู้สึกเพียง อย่างเดียว ทำให้การคำนวณมีความผิดพลาด เนื่องจากไม่เข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง 3. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด การมีความรู้แค่เพียงบางส่วนซึ่งมาจากความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับ ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาที่ไม่แท้จริง ทำให้นำข้อมูลไปใช้ได้ ไม่ถูกต้อง เนื่องจากมีความเข้าใจเพียงบางส่วน จึงอาจจะเลยประเด็นสำคัญบางอย่างจากโจทย์ และ 4. การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข เป็นการนำทฤษฎี หรือบทนิยาม ไปใช้หาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ทราบ แต่ไม่ได้คำนึงถึงการนำไปใช้ว่าสามารถนำไปใช้ได้ในส่วนใดบ้าง จึงเกิดการอ้างอิงข้อมูลที่ไม่

ขอบเขต หรืออาจเป็นการหยิบข้อมูลมาใช้หาค่า โดยข้อมูลส่วนนั้นไม่ได้มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ถาม จึงกลายเป็นการใช้ข้อมูลเกินขอบเขต

7. บทสรุป

การวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี แสดงให้เห็นถึงปัญหาสำคัญในความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาพื้นฐาน เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนหลายคนมีความยากลำบากในการประยุกต์ใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหา มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์อีกมาก ซึ่งชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นแก้ไขข้อบกพร่องในเนื้อหาเฉพาะจุด และการสร้างความชัดเจนในแนวคิด เพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและความเข้าใจในเนื้อหา การเห็นความสำคัญของการเรียนรู้ของนักเรียนที่แตกต่างกัน ข้อค้นพบจากงานวิจัยนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาหลักสูตร การอบรมครู และการสร้างเครื่องมือวัดเพื่อประเมินและแก้ไขปัญหาการเรียนรู้ของนักเรียน ทั้งนี้ งานวิจัยนี้ยังเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการศึกษาต่อในอนาคตที่มุ่งยกระดับคุณภาพการศึกษาคณิตศาสตร์และพัฒนาทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น รวมถึงการประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง

8. ข้อเสนอแนะ

8.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1. ครูสามารถนำลักษณะข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากวิจัยครั้งนี้ ไปประยุกต์ใช้ในการปรับการเรียนการสอน เพื่อข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกิดน้อยลง
2. ครูสร้างตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น โดยนำผลของการวิจัยนี้มาประกอบการสร้างโจทย์ที่หลากหลาย
3. ครูอาจมีการนำนวัตกรรมเข้ามามีส่วนร่วมในการตรวจสอบข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน จากประเด็นว่า มีความแตกต่างกันของข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในประเด็นไหนบ้าง เพราะสาเหตุใด และมีปัจจัยแทรกซ้อนหรือไม่

8.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. การศึกษาถึงสาเหตุและปัจจัยที่ส่งผลต่อข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับสามเหลี่ยมคล้าย ที่ได้ทำการวิจัยในครั้งนี้
2. การนำวิธีการสอนแบบต่าง ๆ รวมถึงสื่อ เข้ามาช่วยพัฒนาการคิดแก้ปัญหา เพื่อลดการเกิดข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
3. การศึกษาถึงข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเชิงลึก กับกลุ่มตัวอย่างอย่างละเอียด โดยมีการเก็บข้อมูลตลอดภาคการเรียน เพื่อให้ข้อมูลมีความชัดเจนยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] ทองคำ นาสมตริก สมทรง สุวพานิช และ อรุณี จันท์ศิลา. (2555). การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วารสารวิชาการ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์, 4 (1), น. 75 – 88.
Nasamtruk, T., Suwaphanit, S. and Chansila, A. (2012). Analysis of Mathematical Misconception on Linear Equation in One Variable in Matayomsueksa I Students. *Academic Journal of Humanities and Social Sciences Buriram Rajabhat University*, 4 (1), p. 75 – 88.
- [2] พรธิดา สุขกรม. (2557). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2. [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช].
Sukkrom, P. (2014). *A Study of Misconceptions and Mistakes in Mathematics of Eleventh Grade Students in Schools Under The Secondary Educational Service Area Office 1 and 2*. [Unpublished Master's Thesis]. Chulalongkorn University.
- [3] อัครวิณ บรรเทา และ หล้า ภาณุตานนท์. (2558). การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การหารเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วารสารวิจัย มข. (ฉบับบัณฑิตศึกษา) สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์. 3 (3), น. 12 – 24.

- Bantao, U. and Pavaputanon, L. (2015). Analysis of Prathomsuksa 6th Students' Mathematics Errors and Misconceptions on Division of Fraction. *KKU Research Journal of Humanities and Social Sciences (Graduate Studies)*, 3 (3), p. 12 – 24.
- [4] Ay, Y. (2017). A Review of Research on The Misconceptions in Mathematics Education. *Education Research Highlights in Mathematics, Science and Technology*, 2017, p. 21 – 31.
- [5] Graeber, A. O. (1992). *Methods and Materials for Preservice Teacher Education in Diagnostic and Prescriptive Teaching of Secondary Mathematics*. Project Final Report (p. 4 – 51). University of Maryland.
- [6] Moosapoor, M. (2023). New Teachers' Awareness of Mathematical Misconceptions in Elementary Students and Their Solution Provision Capabilities. *Hindawi Education Research International*. 2023, DOI: 10.1155/2023/4475027.
- [7] Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O. and Inbar, S. (1987) An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. 18 (1), p. 3 – 14.