



สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

The Mathematical Association of Thailand
Under The Patronage of His Majesty The King

วารสารคณิตศาสตร์

Mathematical Journal

ISSN 0858-4788

ปริมา ๖๕ ฉบับที่ ๗๐๒ กันยายน – ธันวาคม ๒๕๖๓

Volume 65 Number 702 September – December 2020

บทความวิชาการ *Academic Article*

- คณิต คิดเชื่อมโยง : กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับ 1
Mathematical Connections: Learning Activities on “SEQUENCE”
เมธาสีทธิ์ ธัญรัตนศรีสกุล

บทความวิจัย *Research Article*

- การเปรียบเทียบตัวแบบพยากรณ์ราคากระเทียม โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติ 11
Comparison of Garlic Prices Forecast Model by Statistical Forecasting Methods
วรางคณา เรียนสุทธิ
- แนวทางการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 27
Learning Management Guideline to Enhance Mathematical Understanding
ชาญณรงค์ วิเศษสัตย์ และ วาสนาไทย วิเศษสัตย์
- ผลลัพธ์บางอย่างใน $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป 45
Some Results in $\mathcal{LA}^{**}$ -semigroups
ชฎารัตน์ ถาปิ่น และ ไพโรจน์ เยียรระยง
- การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟดัมเบลและกราฟไม้พาย 57
Edge-odd Graceful Labelings for Dumbbell Graph and Paddle Graph
ลลิตภัทร ชนุดหอม ทศติญา แก่นแก้ว ภัทรวดี หอมสมบัติ ณฐภัทร ลอยแก้ว และ อาธิติญา สูงสุด



วารสารคณิตศาสตร์

ISSN 0858-4788

โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ปริมา ๖๕ ฉบับที่ ๗๐๒ กันยายน – ธันวาคม ๒๕๖๓

Mathematical Journal

by The Mathematical Association of Thailand

Under The Patronage of His Majesty The King

Volume 65 Number 702 September – December 2020

ที่ปรึกษา นายกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รจิต วัฒนสินธุ์)

หัวหน้ากองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วาสนา สุขกระสานติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ศจี เพียรสกุล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ว่าที่ร้อยเอก ดร.ภณัฐ ก้วยเจริญพานิชก์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถานที่ติดต่อ สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ชั้น 9 อาคารมหาชิรฐานิศา

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

โทรศัพท์/โทรสาร 0-2252-7980 อีเมล MathThaiOrg@gmail.com

พิมพ์ที่ สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร 0-2218-3562 ถึง 63

<http://www.cuprint.chula.ac.th>

คุยกับกองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร

สวัสดี ท่านผู้อ่านวารสารคณิตศาสตร์ทุกท่าน

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ เล็งเห็นถึงความสำคัญของการส่งเสริมและสนับสนุนให้เกิดการเผยแพร่ผลงานทางด้านคณิตศาสตร์ จึงได้จัดทำวารสารคณิตศาสตร์ ขึ้น และนับเป็นระยะเวลากว่าสองปีที่วารสารคณิตศาสตร์ตีพิมพ์เผยแพร่สู่สาธารณชนในรูปแบบสื่ออิเล็กทรอนิกส์ โดยมีทั้งบทความวิจัย บทความวิชาการ และบทความทั่วไปให้ผู้ที่มีความสนใจได้ศึกษาและเรียนรู้

จากสถานการณ์การแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ได้งดการจัดกิจกรรมต่าง ๆ หลายกิจกรรม แต่สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ไม่ได้ปิดทำการ ยังคงมุ่งมั่นพัฒนางานด้านคณิตศาสตร์ให้ก้าวหน้าต่อไป โดยเฉพาะการเผยแพร่ความรู้ด้านคณิตศาสตร์ ผ่านทางวารสารคณิตศาสตร์ ซึ่งถือเป็นสิ่งสำคัญ และจำเป็น ที่จะต้องมีการพัฒนา เพื่อให้ทันยุคทันสมัยและมีความก้าวหน้าเสมอ ทั้งนี้ทางสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ มีความยินดีเป็นอย่างยิ่งที่จะให้การสนับสนุนกิจกรรมวิชาการอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

กองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร มีความห่วงใยสมาชิกทุกท่านเป็นอย่างยิ่ง ขอให้สมาชิกทุกท่านดูแลสุขภาพตนเองอย่างดีที่สุด และในโอกาสวันขึ้นปีใหม่ 2564 นี้ กองบรรณาธิการฝ่ายบริหารในนามสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ขอส่งความปรารถนาดีให้แก่ทุกท่าน ขอให้ทุกท่านมีความสุข สมหวัง มีครอบครัวที่อบอุ่น มีมิตรสหายที่ดี และประสบความสำเร็จในสิ่งที่ปรารถนาทุกประการ

สวัสดีวันปีใหม่ 2564

กองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วาสนา สุขกระสานดิ
รองศาสตราจารย์ ดร.ศจี เพียรสกุล
ว่าที่ร้อยเอก ดร.ภณัฐ ก้วยเจริญพานิช์

กองบรรณาธิการผู้ทรงคุณวุฒิภายใน

- | | |
|-----------------------------------|--|
| 1. ศ. ดร.พัฒน์ อุดมกะวานิช | จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 2. รศ. ดร.ณัฐชัย สีนาวงค์ | สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง |
| 3. รศ. ดร.นพพร แหยมแสง | มหาวิทยาลัยรามคำแหง |
| 4. รศ. ดร.วิราวรรณ ชินวิริยสิทธิ์ | มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี |
| 5. รศ. ดร.สิริพร ทิพย์คง | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 6. รศ. ดร.อัมจิตต์ เต็มวุฒิพงษ์ | จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 7. รศ. ดร.อุทุมพร พลาวงค์ | มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ |

กองบรรณาธิการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1. ศ. ดร.กฤษณะ เนียมมณี | จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 2. ศ. ดร.จิราวัลย์ จิตรถเวช | สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ |
| 3. ศ. ดร.ไพศาล นาคมหาชาสินธุ์ | จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 4. รศ. ดร.กาญจน์ภา อมรัชกุล | สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ |
| 5. รศ. ดร.ชานนท์ จันทรา | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 6. รศ. ดร.ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์ | มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ |
| 7. รศ. ดร.พิรุทธิ์ ขาญเศรษฐีกุล | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 8. รศ. ดร.เสนอ คุณประเสริฐ | มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ |
| 9. ผศ. ดร.มาลินี ชัยยะ | มหาวิทยาลัยศิลปากร |
| 10. ผศ. ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม | สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง |
| 11. ผศ. ดร.ศิริรัตน์ สิงห์นต์ | มหาวิทยาลัยรามคำแหง |
| 12. ผศ. ดร.สุพิศ ฤทธิแก้ว | มหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์ |
| 13. ผศ. ดร.สุริย์พร ขาวแพรกน้อย | มหาวิทยาลัยนเรศวร |
| 14. ผศ. ดร.มณฑิรา ดวงสาพล | มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |
| 15. ผศ. ดร.เอื้ออารีย์ บุญเพิ่ม | มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |
| 16. นายพิเชฐ เจียรมนิวัติสิน | นายกสมาคมนักคณิตศาสตร์ประกันภัย |

รายชื่อคณะกรรมการบริหารสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ประจำปี 2562 - 2563

1. ผศ.รจิต วัฒนสินธุ์	นายกสมาคม
2. อ. ดร.ฉวีวรรณ กิริติกร	อุปนายก
3. รศ. ดร.อุทุมพร พลาวงค์	กรรมการและเลขาธิการ
4. รศ. ดร.อัมจิตต์ เต็มวุฒิพงษ์	กรรมการและรองเลขาธิการ
5. ผศ.ปนิดา ศิริกุลวิเชฐ	กรรมการและเหรัญญิก
6. รศ.สุรวิทย์ ต้นเต่งผล	กรรมการและผู้ช่วยเหรัญญิก
7. ผศ.ลออ ชนวิริยะ	กรรมการและผู้ช่วยเหรัญญิก
8. ผศ.วาสนา สุขกระสานติ	กรรมการและบรรณาธิการวารสารคณิตศาสตร์
9. ว่าที่ ร.อ. ดร.ภณัฐ ก้วยเจริญพานิชก์	กรรมการและประชาสัมพันธ์
10. อ. ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์	กรรมการและผู้ช่วยประชาสัมพันธ์
11. รศ.ภรณ์ เจริญภักตร์	กรรมการและปฏิคม
12. รศ. ดร.รัชลิดา ลิปิกรณ์	กรรมการและฝ่ายดูแลเว็บไซต์
13. ศ. ดร.พัฒน์ อุดมกะวานิช	กรรมการ
14. รศ. ดร.ฉัฐไชย์ สีนาวงค์	กรรมการ
15. รศ. ดร.นพพร แหยมแสง	กรรมการ
16. รศ. ดร.พัชรา ไชยสุริยา	กรรมการ
17. รศ. ดร.วิชาญ ลีวศิริตฤกุล	กรรมการ
18. รศ. ดร.วิราวรรณ ชินวิริยสิทธิ์	กรรมการ
19. รศ. ดร.ศจี เพียรสกุล	กรรมการ
20. รศ. ดร.สิริพร ทิพย์คง	กรรมการ
21. รศ. ดร.อมร วาสนาวิจิตร	กรรมการ
22. รศ. ดร.อัจฉรา หาญชูวงศ์	กรรมการ
23. รศ.ศรีเสงี่ยม จักรใจ	กรรมการ
24. ผศ. ดร.เก่ง วิบูลย์ธัญญ์	กรรมการ
25. อ.นวลน้อย เจริญผล	กรรมการ
26. ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)	กรรมการ
27. ผู้อำนวยการศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (CEPMART)	กรรมการ

กติกาและคำแนะนำสำหรับผู้ประสงค์ส่งบทความเพื่อลงตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์

วารสารคณิตศาสตร์เป็นวารสารวิจัยและวิชาการ ที่จัดทำขึ้นโดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ เปิดรับบทความวิจัย บทความวิชาการ และบทความทั่วไป ที่เป็นภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษ โดยทุกบทความจะได้รับการคัดกรองจากผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อลงตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์

กติกาของวารสารคณิตศาสตร์

วารสารคณิตศาสตร์ได้ปฏิบัติตามเกณฑ์ทั้งเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพของศูนย์ดัชนีการอ้างอิงวารสารไทย (Thai Journal Citation Index Center : TCI) อย่างเคร่งครัด ดังนั้นจึงกำหนดกติกาและแนวทางในการบริหารจัดการวารสารคณิตศาสตร์ ดังนี้

ชื่อวารสาร (ภาษาไทย)	วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ชื่อวารสาร (ภาษาอังกฤษ)	<i>Mathematical Journal</i> by The Mathematical Association of Thailand Under The Patronage of His Majesty The King
กำหนดการเผยแพร่	ปีละ 3 ฉบับ ฉบับที่ 1 มกราคม – เมษายน ฉบับที่ 2 พฤษภาคม – สิงหาคม ฉบับที่ 3 กันยายน – ธันวาคม
ขอบเขตของ บทความที่จะรับ ตีพิมพ์ในวารสาร	บทความจะต้องเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ศึกษา หรือคณิตศาสตร์ประยุกต์ในสาขาต่าง ๆ เช่น • วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี • เศรษฐศาสตร์ การเงิน และการประกันภัย • บริหารธุรกิจ โลจิสติกส์ และซัพพลายเชน • วิศวกรรมศาสตร์ และสาขาอื่น ๆ ที่มีการนำทฤษฎีและหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้อย่างถูกต้อง

การพิจารณา กลั่นกรองบทความ ของวารสาร	ทุกบทความก่อนลงตีพิมพ์ในวารสารต้องได้รับการพิจารณากลั่นกรองจาก ผู้ทรงคุณวุฒิในสาขาที่เกี่ยวข้อง โดยผู้ทรงคุณวุฒิไม่มีส่วนได้ส่วนเสียกับ ผู้เขียน และบทความจะต้องได้รับการตอบรับให้ตีพิมพ์ (Accepted) จาก ผู้ทรงคุณวุฒิอย่างน้อย 2 ท่าน ทั้งนี้บทความจากผู้เขียนภายในสมาคมฯ จะได้รับการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒินอกทั้งหมด
ข้อตกลงการส่ง บทความ	บทความที่จะลงตีพิมพ์ต้องไม่เคยตีพิมพ์เผยแพร่ที่ไหนมาก่อน และต้องไม่อยู่ ระหว่างพิจารณาตีพิมพ์ในวารสารฉบับอื่น บทความต้องพิมพ์ด้วยอักษรฟอนต์ TH Sarabun New ทั้งภาษาไทย และ ภาษาอังกฤษ โดยมีความยาวไม่เกิน 20 หน้า และปฏิบัติตามข้อกำหนดใน การจัดทำเอกสารเพื่อลงตีพิมพ์ของวารสารคณิตศาสตร์อย่างเคร่งครัด
ลิขสิทธิ์วารสาร	เนื้อหา รูปภาพ และข้อมูลในบทความที่ลงตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ ถือเป็นข้อคิดเห็นและความรับผิดชอบของผู้เขียนบทความโดยตรง ซึ่ง กองบรรณาธิการวารสาร ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วย หรือร่วมรับผิดชอบใด ๆ บทความ ข้อมูล เนื้อหา รูปภาพ ฯลฯ ที่ได้รับการลงตีพิมพ์ในวารสาร คณิตศาสตร์ ถือเป็นลิขสิทธิ์ของวารสารคณิตศาสตร์ หากบุคคลหรือ หน่วยงานใดต้องการนำส่วนหนึ่งส่วนใด หรือ ทั้งหมด ไปเผยแพร่ต่อหรือ กระทำการใด ๆ จะต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสมาคม คณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ก่อนเท่านั้น

การส่งบทความและการติดต่อกองบรรณาธิการวารสารคณิตศาสตร์

ผู้ประสงค์จะส่งบทความ สามารถดาวน์โหลดไฟล์ template บทความ สำหรับพิมพ์ได้ที่
www.tci-thaijo.org/index.php/MJMATH หัวข้อ user_Manual ทั้งนี้ขอความกรุณาปฏิบัติตาม
 ข้อกำหนดในการจัดทำเอกสารเพื่อลงตีพิมพ์ และคำแนะนำใน template อย่างเคร่งครัด จากนั้น
 อัปโหลดไฟล์บทความทั้งชนิด Microsoft Word และ Portable Document Format (PDF) พร้อม
 ไฟล์แบบฟอร์มการส่งบทความเพื่อพิจารณาตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ (แบบฟอร์มส่งบทความ
 MJMATH.docx) ขึ้นที่ ระบบการส่งบทความ ที่ <https://www.tci-thaijo.org/index.php/MJMATH/about/submissions> หากมีปัญหาหรือข้อสงสัยใด ๆ สามารถติดต่อกองบรรณาธิการ
 ได้ที่อีเมล MathThaiOrg@gmail.com



สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

The Mathematical Association of Thailand
Under The Patronage of His Majesty The King

วารสารคณิตศาสตร์

Mathematical Journal

ISSN 0858-4788

ปริมา ๖๕ ฉบับที่ ๗๐๒ กันยายน – ธันวาคม ๒๕๖๓

Volume 65 Number 702 September – December 2020

บทความวิชาการ *Academic Article*

คณิต คิดเชื่อมโยง : กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับ

1

Mathematical Connections: Learning Activities on “SEQUENCE”

เมธาสีทธิ์ ธัญรัตนศรีสกุล

บทความวิจัย *Research Article*

การเปรียบเทียบตัวแบบพยากรณ์ราคากระเทียม โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติ

11

Comparison of Garlic Prices Forecast Model by Statistical Forecasting Methods

วรางคณา เรืองสุทธิ

แนวทางการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

27

Learning Management Guideline to Enhance Mathematical Understanding

ชาญณรงค์ วิเศษสัตย์ และ วาสนาไทย วิเศษสัตย์

ผลลัพธ์บางอย่างใน $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป

45

Some Results in $\mathcal{LA}^{**}$ -semigroups

ชฎารัตน์ ถาปิ่น และ ไพโรจน์ เยียรระยง

การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟดัมเบลและกราฟไม้พาย

57

Edge-odd Graceful Labelings for Dumbbell Graph and Paddle Graph

ลลิตภัทร ชนุดหอม ทศติญา แก่นแก้ว ภัทรวดี หอมสมบัติ ณฐภัทร ลอยแก้ว และ อาธิติญา สูงสุด



วารสารคณิตศาสตร์ Mathematical Journal 65(702) กันยายน – ธันวาคม 2563

โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

คณิต คิดเชื่อมโยง : กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับ

Mathematical Connections: Learning Activities on “SEQUENCE”

เมธาสิตธี ธัญรัตนศรีสกุล

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนราชินีบูรณะ นครปฐม 73000

Mathasit Tanyarattanasrisakul

Department of Mathematics, Rachineeburana School, Nakhon Pathom 73000

Email: mathasit24@gmail.com

วันที่รับบทความ : 26 ธันวาคม 2562

วันที่แก้ไขบทความ : 7 กุมภาพันธ์ 2563

วันที่ตอบรับบทความ : 23 กรกฎาคม 2563

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ซึ่งเป็นสาระหนึ่งของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และเป็นแนวทางเข้าสู่การเรียนรู้ในเรื่องแคลคูลัส ในลำดับต่อไป บทความนี้ได้นำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่องลำดับที่ประยุกต์มาจากการโจทย์ปัญหาของ Larson and Falvo ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ชื่อว่า Cube and Sequence ประกอบด้วย 1) ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 2) ความหมายของลำดับ 3) กิจกรรม Cube and Sequence 3.1) สาระของกิจกรรมการเรียนรู้ 3.2) สาระการเรียนรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาเชื่อมโยง และ 3.3) แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คำสำคัญ: ลำดับ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ABSTRACT

This article was a presentation of mathematics learning activities on the sequence, one of mathematics subjects in high school and as a guide to further study in calculus. This article presented learning activities on sequence applied from the problems of Larson and Falvo, which emphasizes on mathematical connections skill entitle of; cube and sequence including of 1) definition of mathematical connections 2) definition of sequence 3) Cube and Sequence activities, 3.1) the essence of learning activities 3.2) learning content and mathematical skills that were linked and 3.3) guidelines for organizing learning activities.

Keywords: Sequence, Mathematical connections, Mathematics instruction

1. บทนำ

ความมุ่งหมายหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) [2] คือ การพัฒนานักเรียนให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้าน ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นความสามารถของนักเรียนที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนที่มองเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะมองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ นักเรียนจะเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง และมีความคงทนในการเรียนรู้ ตลอดจนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ บทความนี้จึงมีวัตถุประสงค์ เพื่อนำเสนอแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่อง ลำดับ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ผ่านกิจกรรมที่มีชื่อว่า Cube and Sequence

2. ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [4] ได้อธิบายถึงความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Connections) หมายถึง กระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้ และทักษะกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ยิ่งขึ้น การที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาในคณิตศาสตร์ และเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ทำให้เข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง มีความคงทนในการเรียนรู้ ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และทำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคอง [5] ได้อธิบายว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมา กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ จีรวรรณ ใจเรื่อน และพรทิพย์ ไรจน์ศรีพิศาล [1] ได้อธิบายว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล เพื่อใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ หลักการ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงกันด้วยเหตุและผล โดยอาจใช้การคิดวิเคราะห์ การคิดแก้ปัญหา การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หรือกระบวนการคิดขั้นสูง ผสมผสานกับประสบการณ์เดิม เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาหรือการเรียนรู้แนวคิดที่ซับซ้อนในสถานการณ์ใหม่

3. ความหมายของลำดับ [3]

ลำดับ หมายถึง ฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกลำดับที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ ว่า ลำดับจำกัด และเรียกลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกว่า ลำดับอนันต์

ในการเขียนลำดับ จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกัน กล่าวคือ ถ้า a เป็นลำดับ ซึ่ง $a(1)=a_1, a(2)=a_2, a(3)=a_3, \dots, a(n)=a_n$ แล้ว

กรณี a เป็นลำดับจำกัด เขียนแทนลำดับด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

กรณี a เป็นลำดับอนันต์ เขียนแทนลำดับด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก a_1 ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ

a_2 ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่า พจน์ที่ 3 ของลำดับ

$\vdots$

a_n ว่า พจน์ที่ n ของลำดับ หรือพจน์ทั่วไปของลำดับ

4. กิจกรรม Cube and Sequence

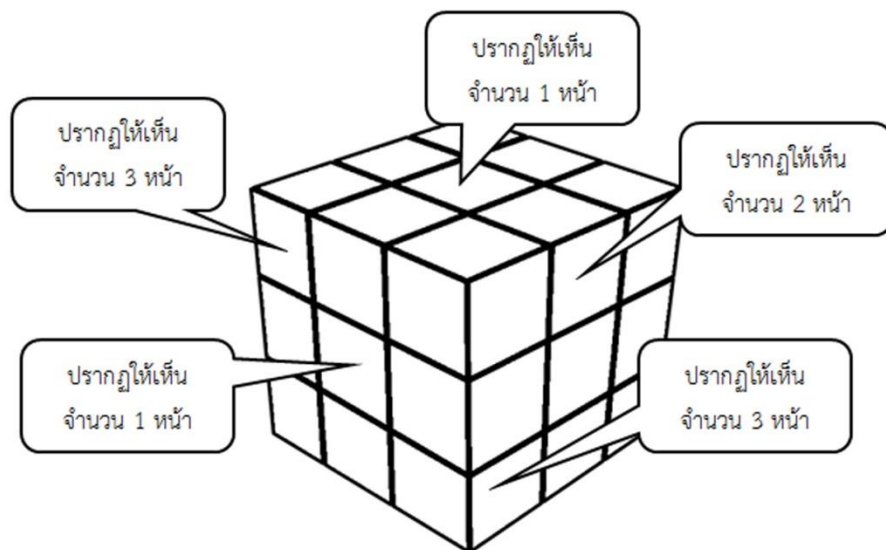
กิจกรรม Cube and Sequence เป็นกิจกรรมที่ผู้เขียนประยุกต์มาจากโจทย์ปัญหาของ Larson and Falvo [6] ที่เน้นการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ครูผู้จัดกิจกรรมจะไม่แสดงจำนวนให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับในทันที แต่จะใช้ลูกบาศก์ขนาดต่าง ๆ เป็นสื่อกลาง ซึ่งมีข้อดี คือ นักเรียนจะได้ใช้การสังเกตและการวิเคราะห์ พิจารณาจนได้จำนวนที่ต้องการ และนำมาสู่การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยนำเสนอสาระของกิจกรรมการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาเชื่อมโยง รวมทั้งแนวทางจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

4.1 สาระของกิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรม Cube and Sequence เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับ แต่ก่อนที่จะหาพจน์ทั่วไปนั้น นักเรียนจะต้องทำการวิเคราะห์เกี่ยวกับจำนวนหน้า ที่ปรากฏของลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ที่ประกอบกันเป็นลูกบาศก์ขนาด $3 \times 3 \times 3$ หน่วย ดังรูปที่ 4.1

ประเด็นที่ต้องการให้นักเรียนหาคำตอบ คือ

- 1) มีลูกบาศก์ที่ไม่มีหน้าปรากฏเลย (0 หน้า) จำนวนกี่ลูก
- 2) มีลูกบาศก์ที่มีหน้าปรากฏอยู่ 1 หน้า จำนวนกี่ลูก
- 3) มีลูกบาศก์ที่มีหน้าปรากฏอยู่ 2 หน้า จำนวนกี่ลูก และ
- 4) มีลูกบาศก์ที่มีหน้าปรากฏอยู่ 3 หน้า จำนวนกี่ลูก

รูปที่ 4.1 การวิเคราะห์จำนวนหน้าของลูกบาศก์ขนาด $3 \times 3 \times 3$ หน่วย

ในปัญหาเริ่มต้นของกิจกรรมการเรียนรู้นี้ นักเรียนสามารถหาคำตอบได้โดยการแจงนับได้ว่า คำตอบของข้อ 1) ข้อ 2) ข้อ 3) และข้อ 4) คือ 1, 6, 12 และ 8 ตามลำดับ ซึ่งอาจพบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ว่านักเรียน หาลูกบาศก์ที่ไม่ปรากฏหน้าให้เห็นเลย (0 หน้า) ไม่เจอ

ตารางที่ 4.1 จำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ปรากฏให้เห็นของลูกบาศก์ขนาด

 $3 \times 3 \times 3, 4 \times 4 \times 4, 5 \times 5 \times 5, 6 \times 6 \times 6$ และ $7 \times 7 \times 7$ หน่วย

ลูกบาศก์ขนาด (หน่วย)	จำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ปรากฏให้เห็น			
	0 หน้า	1 หน้า	2 หน้า	3 หน้า
$3 \times 3 \times 3$	1	6	12	8
$4 \times 4 \times 4$	8	24	24	8
$5 \times 5 \times 5$	27	54	36	8
$6 \times 6 \times 6$	64	96	48	8
$7 \times 7 \times 7$	125	150	60	8

อย่างไรก็ตามจำนวนเหล่านี้ไม่ใช่ลำดับที่จะให้นักเรียนศึกษา ลำดับที่สนใจจะปรากฏขึ้นเมื่อนักเรียนวิเคราะห์ในลักษณะคล้ายกันกับลูกบาศก์ขนาด $4 \times 4 \times 4$, $5 \times 5 \times 5$, $6 \times 6 \times 6$ และ $7 \times 7 \times 7$ หน่วย และนำคำตอบเหล่านั้นมาใส่ในตารางให้สมบูรณ์ ตัวอย่างดังตารางที่ 4.1

เมื่อพิจารณาตารางที่ 4.1 จะพบว่าจำนวนในหลักที่ 2 ถึงหลักที่ 5 เป็นชุดจำนวนที่เรียงต่อกันเป็นแบบรูป ครูผู้จัดกิจกรรมอาจให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของจำนวนที่เกิดขึ้นกับจำนวนที่แสดงขนาดของลูกบาศก์ในหลักที่ 1 และให้นักเรียนหาสูตรทั่วไปของจำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ปรากฏให้เห็นในรูปของตัวแปร m สำหรับลูกบาศก์ขนาด $m \times m \times m$ หน่วย เมื่อ $m = 3, 4, 5, \dots$ ทั้งนี้ เผลยคำตอบดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 เผลยจำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ปรากฏให้เห็นและสูตรทั่วไปของจำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ปรากฏให้เห็น สำหรับลูกบาศก์ขนาด $m \times m \times m$ หน่วย เมื่อ $m = 3, 4, 5, \dots$

ลูกบาศก์ขนาด (หน่วย)	จำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ปรากฏให้เห็น			
	0 หน้า	1 หน้า	2 หน้า	3 หน้า
$3 \times 3 \times 3$	1	6	12	8
$4 \times 4 \times 4$	8	24	24	8
$5 \times 5 \times 5$	27	54	36	8
$6 \times 6 \times 6$	64	96	48	8
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$m \times m \times m$	$(m-2)^3$	$6(m-2)^2$	$12(m-2)$	8

จากข้อมูลจำนวนหลักที่ 2 ถึงหลักที่ 5 ของตารางที่ 4.2 จะเห็นว่าเกิดชุดของจำนวนที่เรียงกันเป็นลำดับจำนวน 4 ลำดับ ได้แก่

ลำดับที่ 1 : 1, 8, 27, 64, ...

ลำดับที่ 2 : 6, 24, 54, 96, ...

ลำดับที่ 3 : 12, 24, 36, 48, ... และ

ลำดับที่ 4 : 8, 8, 8, 8, ...

ซึ่งครูผู้จัดกิจกรรมสามารถใช้ชุดจำนวนเหล่านี้ในการสอนประเภทของลำดับที่แตกต่างกัน เช่น ลำดับที่เป็นค่าคงตัว ได้แก่ ลำดับที่ 4 ลำดับที่เป็นพหุคูณของจำนวน ได้แก่ ลำดับที่ 3 และลำดับที่

เกิดจากจำนวนยกกำลัง ได้แก่ ลำดับที่ 1 เป็นต้น และสุดท้ายให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ซึ่งจะพบว่า

ลำดับที่ 1 : 1, 8, 27, 64, ...	มีพจน์ทั่วไป คือ $a_n = n^3$
ลำดับที่ 2 : 6, 24, 54, 96, ...	มีพจน์ทั่วไป คือ $a_n = 6n^2$
ลำดับที่ 3 : 12, 24, 36, 48, ...	มีพจน์ทั่วไป คือ $a_n = 12n$
ลำดับที่ 4 : 8, 8, 8, 8, ...	มีพจน์ทั่วไป คือ $a_n = 8$

4.2 การการเรียนรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาเชื่อมโยง

1. การมองภาพในสามมิติ นักเรียนจะต้องอาศัยการมองภาพในสามมิติและการจินตนาการถึงการมีอยู่เชิงนามธรรม สำหรับการแยกแยะสิ่งที่ต้องการและไม่ต้องการซึ่งปะปนอยู่ในองค์ประกอบเดียวกัน

2. แบบรูปของจำนวน นักเรียนจะต้องวิเคราะห์ชุดของจำนวนที่ได้ เพื่อหาพจน์ทั่วไปของลำดับ หากนักเรียนสังเกตและหาความสัมพันธ์ของแบบรูปได้ นักเรียนก็จะสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้โดยง่าย

3. ลำดับ และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ นักเรียนจะต้องทำการเปรียบเทียบพจน์ทั่วไปของลำดับกับแบบรูปของจำนวนที่มีความคล้ายคลึงกัน

4.3 แนวทางจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประสบผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของกิจกรรมที่กำหนด นั่นคือ การส่งเสริมให้นักเรียนใช้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการหาคำตอบที่ต้องการ และสนองต่อศักยภาพของนักเรียนที่แตกต่างกัน ครูผู้จัดกิจกรรมอาจใช้รูปแบบ วิธีการ หรือเทคนิคการจัด การเรียนรู้ที่เหมาะสมกับนักเรียน หรืออาจใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ดังต่อไปนี้ (เวลาจัดกิจกรรม 50 นาที)

ชั้นนำเข้าสู่กิจกรรม

1. ครูทบทวนความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย
2. ครูทบทวนความรู้ในเรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติถึงลักษณะที่เพิ่มเติมจากรูปเรขาคณิตสองมิติ และให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงลักษณะของลูกบาศก์ เช่น อย่งไรถึงเรียกว่าลูกบาศก์ เหตุใดปริมาตรของลูกบาศก์จึงมีหน่วยเป็น หน่วย³ เป็นต้น

3. จากคำถามในข้อ 2 ให้นักเรียนพิจารณาว่าหากมีลูกบาศก์ที่มีขนาด 1 หน่วย จำนวน 27 ลูก นักเรียนสามารถนำมาวางประกอบกันเป็นลูกบาศก์ขนาดใดได้บ้าง อย่างไร และในการประกอบลูกบาศก์จำนวน 27 ลูก นักเรียนจะพบว่าลูกบาศก์บางลูกถูกซ่อนอยู่ด้านใน บางลูกแสดงให้เห็นเพียงหน้าเดียว เป็นต้น

ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแสดงภาพลูกบาศก์ขนาด $3 \times 3 \times 3$ หน่วย ที่เกิดจากการประกอบกันของลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ให้นักเรียนพิจารณาและหาว่า

- 1) มีลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ที่ไม่มีหน้าปรากฏเลยจำนวนกี่ลูก
- 2) มีลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ที่มีหน้าปรากฏอยู่ 1 หน้า จำนวนกี่ลูก
- 3) มีลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ที่มีหน้าปรากฏอยู่ 2 หน้า จำนวนกี่ลูก และ
- 4) มีลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ที่มีหน้าปรากฏอยู่ 3 หน้า จำนวนกี่ลูก

2. เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว ครูให้นักเรียนหาคำตอบจากคำถาม “ในลักษณะเดียวกันของลูกบาศก์ขนาด $9 \times 9 \times 9$ หน่วย

- 1) มีลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ที่ไม่มีหน้าปรากฏเลยจำนวนกี่ลูก
- 2) มีลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ที่มีหน้าปรากฏอยู่ 1 หน้า จำนวนกี่ลูก
- 3) มีลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย ที่มีหน้าปรากฏอยู่ 2 หน้า จำนวนกี่ลูก และ
- 4) มีลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วยที่มีหน้าปรากฏอยู่ 3 หน้า จำนวนกี่ลูก”

(ขั้นนี้นักเรียนจะพบปัญหาว่าไม่สามารถวาดภาพลูกบาศก์ขนาด $9 \times 9 \times 9$ หน่วย ได้โดยง่าย นั่นคือไม่สามารถใช้การสังเกตในการหาคำตอบได้นั่นเอง) ครูผู้จัดกิจกรรมอาจแนะนำให้ให้นักเรียนพิจารณาจากส่วนย่อยของปัญหา โดยให้หาคำตอบจากลูกบาศก์ขนาด $4 \times 4 \times 4$ หน่วย ขนาด $5 \times 5 \times 5$ หน่วย หรือ $6 \times 6 \times 6$ หน่วย ก่อน เป็นต้น พร้อมกับแจกเอกสารที่แสดงตารางที่ 4.1 ให้นักเรียนใช้พิจารณา

3. เมื่อนักเรียนหาคำตอบและเติมลงในตารางที่ 4.1 สมบูรณ์แล้ว ซึ่งพบว่าจำนวนในแต่ละหลักเรียงต่อกันเป็นแบบรูปของจำนวน ให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของจำนวนที่เกิดขึ้นกับจำนวนที่แสดงขนาดของลูกบาศก์ในหลักที่ 1 และหาสูตรทั่วไปของจำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ปรากฏให้เห็นในรูปของตัวแปร m สำหรับลูกบาศก์ขนาด $m \times m \times m$ หน่วย เมื่อ $m = 3, 4, 5, \dots$

4. ให้นักเรียนสังเกตจำนวนในหลักที่ 2 ถึงหลักที่ 5 ของตารางที่ 4.1 ซึ่งได้เติมคำตอบอย่างสมบูรณ์แล้ว ซึ่งจะเห็นว่าเกิดชุดของจำนวนที่เรียงกันเป็นลำดับจำนวน 4 ลำดับ ให้นักเรียนใช้ความรู้ เรื่อง ลำดับ หาพจน์ทั่วไป (a_n) ของลำดับทั้งสี่

ขั้นสรุปกิจกรรม

1. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า “การเติมคำตอบลงในตารางที่ 4.1 ให้สมบูรณ์และถูกต้อง นักเรียนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใด หรือมีวิธีการคิดอย่างไรบ้าง” (อาจปรับเป็นคำถามนำ เช่น “นักเรียนใช้การมองภาพในสามมิติอย่างไร” หรือ “นักเรียนมีการใช้แบบรูปมาช่วยในการหาคำตอบหรือไม่”)

2. ครูใช้การอภิปรายและสอบถามนักเรียนเกี่ยวกับลำดับที่เกิดขึ้นในตารางที่ 4.1 เช่น “นักเรียนเรียกลำดับ 8, 8, 8, 8, ... ว่าอย่างไร” (ลำดับที่เป็นค่าคงตัว) “มีลำดับที่เป็นพหุคูณของจำนวนหรือไม่” (ลำดับ 12, 24, 36, 48, ...) หรือ “ลักษณะของลำดับ 1, 8, 27, 64, ... เป็นอย่างไร” (เกิดจากการยกกำลังสาม) เป็นต้น

3. ครูใช้คำถาม “หากนักเรียนไม่มีความรู้ เรื่อง ลำดับ นักเรียนจะใช้วิธีการใดมาหาคำตอบที่เราต้องการ” เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของสาระการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับ ที่นักเรียนเรียนอยู่

5. สรุป

การจัดกิจกรรม Cube and Sequence จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้โดยการสังเกต วิเคราะห์ และตั้งคำถามที่นำไปสู่คำตอบที่ต้องการโดยอาศัยทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหา นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจว่าความรู้หรือทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องหนึ่งจะเป็นพื้นฐานก่อให้เกิดความรู้หรือทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องใหม่ รวมทั้งตระหนักว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์ไม่สามารถแยกออกจากกันได้โดยสิ้นเชิง และเข้าใจธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] จีราวรรณ ใจเรือน และพรทิพย์ โรจน์ศิริพิศาล. (2559). การใช้คำถามเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 22 (AMM 2017). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

- Jairean, J. & Rotsiraphisan, P. (2016). Using Questions to Promote Mathematical Connection Skills of Mathayomsuksa Five Students. *The 22nd Annual Meeting in Mathematics (AMM 2017)*. Chiang Mai: Chiang Mai University.
- [2] สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตร.
- Office of the Basic Education Commission. (2017). *Indicators and Core Content in Mathematics Learning Group (Revised Edition B.E. 2560) in Accordance with the Basic Education Foundation Curriculum, B.E. 2551*. Bangkok: Sahagornkankaset Printing House.
- [3] สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2011). *Textbook for Additional Subjects in Mathematics, Volume 6, Grade 10-12*. Bangkok: Printing of Office of the Welfare Promotion Commission for Teachers and Education Personnel, Lat Phrao.
- [4] สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2012). *Mathematical Skills and Processes*. Bangkok: Pattanakunnapapwichagan Publication.
- [5] อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Makhanong, A. (2010). *Mathematical Skills and Processes: Development for Development*. Bangkok: Chulalongkorn University Printing House.
- [6] Larson, R. and Falvo, D. C. (2011). *Precalculus with Limits*. Pennsylvania: Charlie Van Wagner.



วารสารคณิตศาสตร์ Mathematical Journal 65(702) กันยายน – ธันวาคม 2563

โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

การเปรียบเทียบตัวแบบพยากรณ์ราคากระเทียม โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติ

Comparison of Garlic Prices Forecast Model

by Statistical Forecasting Methods

วรางคณา เรียนสุทธิ์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ พัทลุง 93210

Warangkhan Riansut

Faculty of Science, Thaksin University, Phatthalung 93210

Email: warang27@gmail.com

วันที่รับบทความ : 9 กรกฎาคม 2562

วันที่แก้ไขบทความ : 11 ตุลาคม 2562

วันที่ตอบรับบทความ : 23 ธันวาคม 2562

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ การเปรียบเทียบตัวแบบพยากรณ์ราคากระเทียม โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแตร เพื่อสร้างตัวแบบพยากรณ์ที่ดีที่สุด อนุกรมเวลาราคากระเทียมเฉลี่ยต่อเดือนชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 สำหรับการสร้างตัวแบบพยากรณ์ ชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 สำหรับการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์ โดยใช้เกณฑ์ร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยและเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ต่ำที่สุด ผลการศึกษาพบว่า วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์มีความถูกต้องมากที่สุด

คำสำคัญ: กระเทียม วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์

วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแตร

ABSTRACT

The objective of this study was to compare the garlic prices forecast model by three statistical forecasting methods: Box-Jenkins method, Holt's exponential smoothing method and damped trend exponential smoothing method in order to create the best forecasting model. The first time series set of monthly garlic prices during January 2005 to August 2018 for constructing the forecasting models. The second set during September 2018 to February 2019 for comparing the accuracy of the forecasts via the criteria of the lowest mean absolute percentage error and root mean squared error. Research findings indicated that Holt's exponential smoothing method was the most accurate method.

Keywords: Garlic, Box-Jenkins method, Holt's exponential smoothing method, Damped trend exponential smoothing method

1. บทนำ

กระเทียมเป็นสมุนไพรที่อุดมไปด้วยวิตามินและแร่ธาตุหลายชนิด และยังเป็นพืชที่มีธาตุซิลิเนียมสูงกว่าพืชชนิดอื่น ๆ อีกทั้งยังมีสารอะดีโนซีน (Adenosine) ซึ่งเป็นกรดนิวคลีอิกที่เป็นตัวสร้างกรดดีออกซีไรโบนิวคลีอิก หรือ DNA และกรดไรโบนิวคลีอิก หรือ RNA ของเซลล์ในร่างกาย กระเทียมมักนำมาใส่ในอาหารหลายชนิดเพื่อช่วยปรุงรสชาติ ไม่ว่าจะใช้ผัด แกง ทอด ยำ ต้มยำ หรือน้ำพริกต่าง ๆ และยังมีสรรพคุณช่วยลดอาการจุกเสียดแน่นท้อง ควบคุมระดับไขมันในเส้นเลือด ช่วยรักษาแผลทั้งแผลสดและแผลเรื้อรัง ลดการเกิดลิ่มเลือด ช่วยป้องกันโรคหัวใจ และช่วยยับยั้งการเกิดโรคมะเร็ง นอกจากนี้ยังมีการนำกระเทียมไปแปรรูปเป็นผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ อย่างหลากหลาย เช่น กระเทียมเสริมอาหาร กระเทียมสกัดผง สารสกัดน้ำมันกระเทียม กระเทียมดอง [4] จากการศึกษาราคากระเทียมเฉลี่ยต่อเดือนจากเว็บไซต์ของสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตรย้อนหลังตั้งแต่ปี พ.ศ. 2548 ถึงปัจจุบัน [9] พบว่า ราคากระเทียมมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นจากอดีตอย่างชัดเจน คือจากราคาประมาณ 20 บาทต่อกิโลกรัม ในเดือนมกราคม พ.ศ.2548 ขยับเพิ่มขึ้นจนมีราคาสูงถึง 96.31 บาทต่อกิโลกรัม ในเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2561 อย่างไรก็ตาม ราคากระเทียมมีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างรวดเร็ว เช่น ช่วงเดือนมกราคม พ.ศ.2559 ราคาอยู่ที่ 33.02 บาทต่อกิโลกรัม ต่อมา

เดือนกุมภาพันธ์ในปีเดียวกัน ราคาเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเป็น 68.80 บาทต่อกิโลกรัม และเพิ่มสูงขึ้นเรื่อย ๆ จนมีราคาสูงที่สุดเมื่อเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2561 คือ 96.31 บาทต่อกิโลกรัม หลังจากนั้นเมื่อเดือนมิถุนายนในปีเดียวกัน ราคากระเทียมกลับตกต่ำลงเหลือเพียง 33.52 บาทต่อกิโลกรัม ซึ่งปัญหาราคาตกต่ำอาจเกิดจากสภาพอากาศที่แปรปรวน เกษตรไม่สามารถเก็บเกี่ยวกระเทียมได้ตามช่วงเวลา เนื่องจากอากาศที่หนาวเย็นต่อเนื่องเป็นระยะเวลานาน เมื่ออากาศกลับสู่สภาพปกติทำให้ผลผลิตออกมาในตลาดพร้อมกัน จึงถูกกดราคาจากพ่อค้าคนกลางทำให้ราคากระเทียมตกต่ำ รวมถึงการเกิดปัญหาการลักลอบนำเข้ากระเทียมจากประเทศเพื่อนบ้าน [1, 2] เกษตรกรผู้ปลูกกระเทียมอาจมีคำถามว่าราคาจะยังคงผันผวนเช่นนี้ตลอดไปหรือไม่ ช่วงเดือนอะไรที่ราคาสูงหรือราคาตกต่ำ การพยากรณ์ทางสถิตินับเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยตอบคำถามเหล่านี้ได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงเริ่มสืบค้นงานวิจัยที่เกี่ยวกับการพยากรณ์ราคากระเทียมโดยใช้วิธีการทางสถิติ ซึ่งพบว่า ยังไม่เคยมีนักวิจัยท่านใดได้ทำการพยากรณ์ราคากระเทียมไว้เลย ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างและเปรียบเทียบตัวแบบพยากรณ์ราคากระเทียม โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแฉก เนื่องจากวิธีการพยากรณ์ทั้ง 3 วิธีนี้มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีเพียงส่วนประกอบของแนวโน้ม แต่ไม่มีความผันแปรตามฤดูกาล โดยมีหลายงานวิจัยที่ยืนยันผลว่าวิธีการพยากรณ์ทั้ง 3 วิธีนี้มีความเหมาะสม เช่น การศึกษาของวรางคณา กิริติวิบูลย์ [5, 6] และการศึกษาของวรางคณา เรียนสุทธิ์ และเกศรินทร์ ทองฤทธิ์ [7] หลังจากที่ได้ตัวแบบพยากรณ์จากวิธีการพยากรณ์ทั้ง 3 วิธีดังกล่าว ผู้วิจัยจะคัดเลือกตัวแบบที่มีความถูกต้องและเหมาะสมมากที่สุดเพียง 1 วิธี โดยใช้เกณฑ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) และเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Squared Error: RMSE) ของข้อมูลชุดที่ 2 ที่ต่ำที่สุด เพื่อใช้ในการพยากรณ์ราคากระเทียมในอนาคต ซึ่งจะส่งผลต่อการตัดสินใจ การบริหารการจัดการด้านความเสี่ยงต่าง ๆ อีกทั้งยังสามารถใช้ผลของการพยากรณ์เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของการวางแผนการปลูกกระเทียมได้อีกด้วย

2. วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยใช้อนุกรมเวลารายเดือนของราคากระเทียมแห่งใหญ่ละขนาด (บาทต่อกิโลกรัม) ซึ่งเป็นราคาสินค้าเกษตรกลุ่มพืชผักที่เกษตรกรขายได้ ณ ไร่นา

อนุกรมเวลาราคากระเทียมที่นำมาศึกษาได้มาจากเว็บไซต์ของสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร [9] ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 จำนวน 170 ค่า ผู้วิจัยได้แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ชุดที่ 1 คือ ข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 จำนวน 164 ค่า สำหรับการสร้างตัวแบบพยากรณ์ และชุดที่ 2 คือ ข้อมูลตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 จำนวน 6 ค่า สำหรับการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์ ด้วยเกณฑ์ MAPE และ RMSE ที่ต่ำที่สุด

การตรวจสอบว่าอนุกรมเวลาราคากระเทียมมีการเคลื่อนไหวจากแนวโน้ม และ/หรือ มีอิทธิพลของฤดูกาลหรือไม่ [4] ดำเนินการดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 การตรวจสอบแนวโน้มและอิทธิพลของฤดูกาล

การตรวจสอบแนวโน้ม	การตรวจสอบอิทธิพลของฤดูกาล
1. ตรวจสอบการแจกแจงปกติและความแปรปรวนเท่ากันของราคากระเทียมในแต่ละปี โดยใช้การทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ (Kolmogorov-Smirnov's Test) และการทดสอบของเลวินภายใต้การใช้มัธยฐาน (Levene's Test based on Median) ตามลำดับ	1. พิจารณาว่าอนุกรมเวลาราคากระเทียมมีการเคลื่อนไหวจากแนวโน้มหรือไม่ ถ้ามีต้องกำจัดแนวโน้มออกก่อนที่จะทดสอบค่าเฉลี่ยหรือมัธยฐานของอนุกรมเวลาในแต่ละเดือน
2. ตรวจสอบแนวโน้ม โดยถ้าราคากระเทียมในแต่ละปีมีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนเท่ากัน จะใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way Analysis of Variance: ANOVA) เพื่อตรวจสอบค่าเฉลี่ยของราคากระเทียมในแต่ละปี แต่ถ้าอนุกรมเวลาในแต่ละปีไม่มีการแจกแจงปกติหรือมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน จะใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวโดยลำดับที่ของครัสคาล-วอลลิส (Kruskal-Wallis's One-Way Analysis of Variance by Rank) เพื่อตรวจสอบมัธยฐานของราคากระเทียมในแต่ละปี	2. ตรวจสอบการแจกแจงปกติและความแปรปรวนเท่ากันของราคากระเทียมในแต่ละเดือนหลังจากกำจัดแนวโน้มออกแล้วโดยใช้สถิติเช่นเดียวกับข้อ 1 ของการตรวจสอบแนวโน้ม
	3. ตรวจสอบอิทธิพลของฤดูกาล โดยเลือกใช้สถิติทดสอบค่าเฉลี่ยหรือมัธยฐานของราคากระเทียมในแต่ละเดือน เช่นเดียวกับข้อ 2 ของการตรวจสอบแนวโน้ม

วิธีการสร้างตัวแบบพยากรณ์ และการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์ แสดงรายละเอียดดังนี้

2.1 การพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Method)

การพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีทั้งส่วนประกอบของแนวโน้มและความผันแปรตามฤดูกาล มีตัวแบบในรูปทั่วไป คือ $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ [11] แสดงดังสมการที่ (1) แต่สำหรับการศึกษาค้างนี้ พบว่า อนุกรมเวลาราคากระเทียมมีเพียงส่วนประกอบของแนวโน้ม แต่ไม่มีความผันแปรตามฤดูกาล ดังนั้นตัวแบบจะสามารถลดรูปเหลือเพียง $ARIMA(p, d, q)$ ดังสมการที่ (2)

$$SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s : \phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t = \delta + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad (1)$$

$$ARIMA(p, d, q) : \phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \delta + \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2)$$

เมื่อ Y_t แทน อนุกรมเวลา ณ เวลา t

ε_t แทน อนุกรมเวลาของความคลาดเคลื่อน

$\delta = \mu\phi_p(B)\Phi_P(B^s)$ แทน ค่าคงตัว โดยที่ μ แทน ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาที่คงที่

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ แทน ตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในลำดับที่ p กรณีไม่มีฤดูกาล (Non-Seasonal Autoregressive Operator of Order p : $AR(p)$)

$\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$ แทน ตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในลำดับที่ P กรณีมีฤดูกาล (Seasonal Autoregressive Operator of Order P : $SAR(P)$)

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ แทน ตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ q กรณีไม่มีฤดูกาล (Non-Seasonal Moving Average Operator of Order q : $MA(q)$)

$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$ แทน ตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ Q กรณีมีฤดูกาล (Seasonal Moving Average Operator of Order Q : $SMA(Q)$)

t แทน ช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_1 เมื่อ n_1 แทน จำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

s แทน จำนวนคาบของฤดูกาล

d และ D แทน ลำดับที่ของการหาผลต่างและผลต่างฤดูกาล ตามลำดับ

B แทน ตัวดำเนินการถอยหลัง (Backward Operator) โดยที่ $B^s Y_t = Y_{t-s}$

ขั้นตอนการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ แสดงรายละเอียดดังนี้

- 1) พิจารณาอนุกรมเวลาว่าคงที่หรือไม่ โดยพิจารณาจากกราฟของอนุกรมเวลาเทียบกับเวลา (Y_t, t) กราฟฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function: ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function: PACF) หากพบว่า อนุกรมเวลาไม่คงที่ ต้องแปลงอนุกรมเวลาให้คงที่ก่อนที่จะทำขั้นตอนต่อไป เช่น การแปลงข้อมูลด้วยการหาผลต่างหรือผลต่างฤดูกาล การแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมสามัญหรือลอการิทึมธรรมชาติ การแปลงข้อมูลด้วยเลขยกกำลัง เช่น ยกกำลัง 0.5 หรือยกกำลัง 2 [10]
- 2) กำหนดตัวแบบพยากรณ์ที่เป็นไปได้จากกราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาที่คงที่ นั่นคือ กำหนดค่า p, q, P และ Q พร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ
- 3) ตัดพารามิเตอร์ที่ไม่มีนัยสำคัญออกจากตัวแบบพยากรณ์ครั้งละ 1 ตัว จากนั้นจึงกำหนดตัวแบบพยากรณ์และประมาณค่าพารามิเตอร์ใหม่จนกว่าจะได้ตัวแบบพยากรณ์ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ที่มีนัยสำคัญทั้งหมด
- 4) คัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่มีค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayesian Information Criterion: BIC) ที่ต่ำที่สุด และมีค่าสถิติ Ljung-Box Q ที่ไม่มีนัยสำคัญ
- 5) พยากรณ์อนุกรมเวลา โดยใช้ตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดจากขั้นตอนที่ 4

2.2 การพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์

(Holt's Exponential Smoothing Method)

การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีส่วนประกอบของแนวโน้มที่เป็นเส้นตรงและไม่มีความผันแปรตามฤดูกาล โดยแนวโน้มเชิงเส้นตรงมีลักษณะเปลี่ยนค่าไปช้า ๆ ตามเวลาหรือมีค่าคงตัวเฉพาะแห่ง มีค่าคงตัวการปรับเรียบ 2 ตัว คือ ค่าคงตัวการปรับเรียบของค่าระดับ (Level: α) และค่าคงตัวการปรับเรียบของค่าความชัน (Trend: γ) [8] ข้อได้เปรียบของค่าพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ คือ ค่าพยากรณ์ประกอบด้วยค่าจากการปรับเรียบแยกกันระหว่างระดับและความชัน ซึ่งใช้ค่าคงตัวในการปรับเรียบต่างกัน [3] ตัวแบบพยากรณ์แสดงสมการที่ (3)

$$\hat{Y}_{t+m} = a_t + b_t(m) \quad (3)$$

เมื่อ $\hat{Y}_{t+m}$ แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t+m$ โดยที่ m แทน จำนวนช่วงเวลาที่ต้องการพยากรณ์ไปข้างหน้า

a_t และ b_t แทน ค่าประมาณ ณ เวลา t ของระยะตัดแกน Y และความชันของแนวโน้มตามลำดับ โดยที่ $a_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$ และ $b_t = \gamma(a_t - a_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$

α และ γ แทน ค่าคงตัวการปรับเรียบ โดยที่ $0 < \alpha < 1$ และ $0 < \gamma < 1$

t แทน ช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_t เมื่อ n_t แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

2.3 การพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแดม

(Damped Trend Exponential Smoothing Method)

การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแดม มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีส่วนประกอบของแนวโน้มที่เป็นเส้นตรงและไม่มีความผันแปรตามฤดูกาลเช่นเดียวกับการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ แต่อัตราการเปลี่ยนแปลงของแนวโน้มนั้นไม่ว่าจะเพิ่มขึ้นหรือลดลงจะช้ากว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของแนวโน้มที่เป็นเส้นตรงของการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ เราอาจอธิบายแนวโน้มในลักษณะนี้ได้ด้วยแนวโน้มแบบแดม (Damped Trend) โดยที่ยอมรับว่าความชันลดลงตามเวลา ถ้าให้ $0 < \phi < 1$ แสดงขนาดที่ลดลงต่อหน่วยเวลา เราจะได้ว่า b_t คือ ความชัน ณ เวลา t แล้ว ϕb_t จะเป็นความชันที่เวลา $t+1$ และ $\phi b_t + \phi^2 b_t$ จะเป็นความชันที่เวลา $t+2$ ฉะนั้นค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลาภายใต้ข้อสมมุตินี้เมื่อพยากรณ์ ณ เวลา $t+m$ หรือพยากรณ์ล่วงหน้า m หน่วยเวลา จะเขียนตัวแบบพยากรณ์ได้ดังสมการที่ (4) [3]

$$\hat{Y}_{t+m} = a_t + b_t \sum_{i=1}^m \phi^i \quad (4)$$

เมื่อ $\hat{Y}_{t+m}$ แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t+m$ โดยที่ m แทน จำนวนช่วงเวลาที่ต้องการพยากรณ์ไปข้างหน้า

a_t และ b_t แทน ค่าประมาณ ณ เวลา t ของระยะตัดแกน Y และความชันของแนวโน้มตามลำดับ โดยที่ $a_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + \phi b_{t-1})$ และ $b_t = \gamma(a_t - a_{t-1}) + (1-\gamma)\phi b_{t-1}$

α , γ และ ϕ แทน ค่าคงตัวการปรับเรียบ โดยที่ $0 < \alpha < 1$, $0 < \gamma < 1$ และ $0 < \phi < 1$

t แทน ช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_t เมื่อ n_t แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

2.4 การเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์

การวิจัยครั้งนี้ได้คัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่มีความถูกต้องและเหมาะสมกับอนุกรมเวลาราคากระเทียม โดยการเปรียบเทียบราคาคะเทียมของข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 กับค่าพยากรณ์จากวิธีการทางสถิติทั้ง 3 วิธี เพื่อคำนวณค่า MAPE และ

RMSE โดยตัวแบบพยากรณ์ที่ให้ค่า MAPE และ RMSE ต่ำที่สุด จัดเป็นตัวแบบที่มีความถูกต้องและเหมาะสมกับอนุกรมเวลาชุดนี้มากที่สุด เนื่องจากให้ค่าพยากรณ์ที่มีความแตกต่างกับข้อมูลจริงน้อยที่สุด เกณฑ์ MAPE และ RMSE [8] แสดงดังสมการที่ (5) และ (6) ตามลำดับ จากนั้นผู้วิจัยจะใช้ตัวแบบพยากรณ์ที่มีความถูกต้องและเหมาะสมมากที่สุดในการพยากรณ์ราคากระเทียม ตั้งแต่เดือนมีนาคมถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2562 ต่อไป

$$MAPE = \frac{100}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} \left| \frac{e_t}{Y_t} \right| \quad (5)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} e_t^2} \quad (6)$$

เมื่อ $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ แทน ความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ณ เวลา t

Y_t แทน อนุกรมเวลา ณ เวลา t

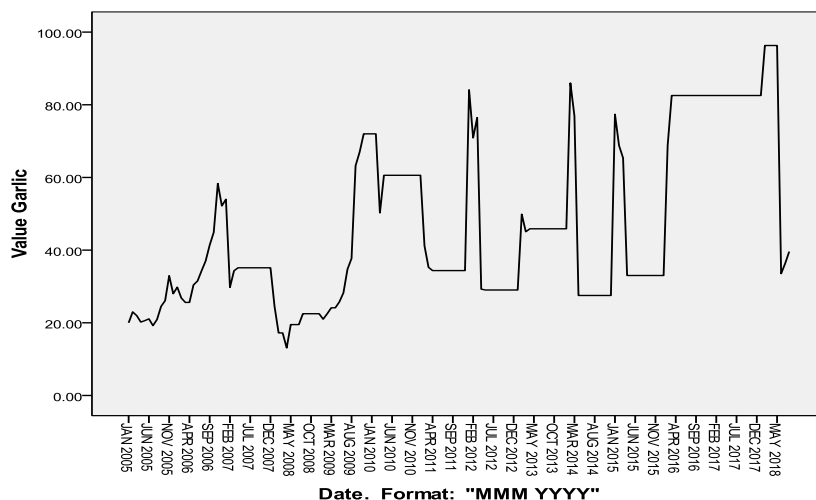
$\hat{Y}_t$ แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

t แทน ช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_2 โดยที่ n_2 แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 2

3. ผลการวิจัย

จากการพิจารณาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาราคากระเทียมชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 จำนวน 164 ค่า ดังรูปที่ 3.1 พบว่า อนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน โดยคาดว่าไม่อาจมีความผันแปรตามฤดูกาล นอกเหนือจากการพิจารณากราฟของอนุกรมเวลาเทียบกับเวลาแล้ว ผู้วิจัยยังได้ตรวจสอบว่าอนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้มและไม่มีตามฤดูกาลจริงหรือไม่โดยการทดสอบสมมุติฐาน ซึ่งพบว่า อนุกรมเวลาในแต่ละปีไม่มีการแจกแจงปกติและความแปรปรวนไม่เท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จึงตรวจสอบมัธยฐานในแต่ละปีโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว โดยลำดับที่ของคริสคอล-วอลลิส ผลการตรวจสอบคือ ราคากระเทียมในแต่ละปีมีมัธยฐานแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 (Kruskal-Wallis: $\chi^2 = 109.415$, p-value < 0.0001) หมายความว่า อนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้ม ซึ่งอาจเป็นแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงก็ได้ และเนื่องจากอนุกรมเวลาในแต่ละเดือนมีการเคลื่อนไหวของข้อมูลที่ไม่คงที่ จึงปรับแนวโน้มออกด้วยการหาร พบว่า อนุกรมเวลาไม่มีการแจกแจงปกติและความแปรปรวนเท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จึงตรวจสอบค่าเฉลี่ยในแต่ละเดือนโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว ผลการ

ตรวจสอบคือ ราคากระเทียมในแต่ละเดือนเมื่อปรับแนวโน้มออกด้วยการหาค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน (ANOVA: $F = 0.875$, $p\text{-value} = 0.567$) หมายความว่า อนุกรมเวลาชุดนี้ไม่มีส่วนประกอบของความผันแปรตามฤดูกาล

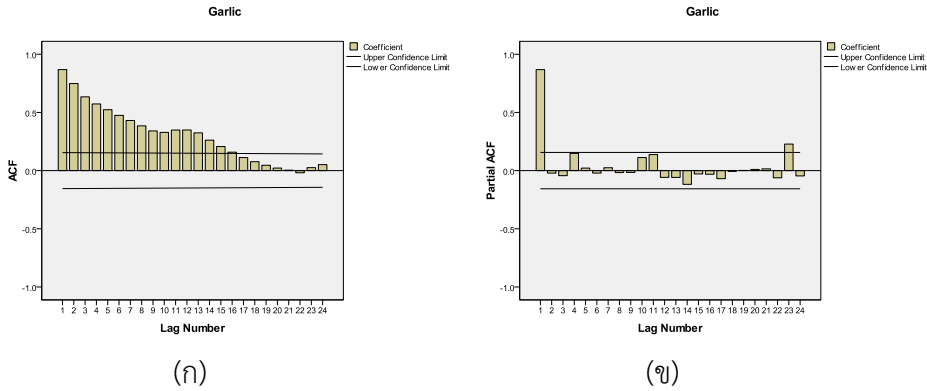


รูปที่ 3.1 ลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาราคากระเทียม ชุดที่ 1
ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561

3.1 ผลการพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์

จากการตรวจสอบความคงที่ของอนุกรมเวลาราคากระเทียมชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 จำนวน 164 ค่า ดังรูปที่ 3.2 พบว่า กราฟ ACF รูป3.2(ก) มีลักษณะการเคลื่อนไหวแบบลดลงอย่างช้า ๆ และกราฟ PACF รูป3.2(ข) มีช่วงเวลาที่ 1 (Lag 1) ที่มีค่าความสัมพันธ์สูงเกินจากขอบเขตที่กำหนดอย่างชัดเจน นั่นหมายความว่า อนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้ม ผลที่ได้มีความสอดคล้องกับที่สรุปไว้ในรูปที่ 3.1 และการทดสอบสมมติฐาน

จากการพิจารณาผลต่างลำดับที่ 1 ($Z_t = Y_t - Y_{t-1}$) ดังรูปที่ 3.3 พบว่า อนุกรมเวลา ยังไม่มีความคงที่ โดยผลต่างลำดับที่ 1 มีความแปรปรวนเพิ่มขึ้นเมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นผู้วิจัยจึงทำการแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมธรรมชาติ พร้อมกับกำจัดแนวโน้มออกด้วยการหาผลต่างลำดับที่ 1 ($d = 1$) ได้กราฟ ACF และ PACF แสดงดังรูปที่ 3.4 ซึ่งพบว่า อนุกรมเวลามีลักษณะคงที่



รูปที่ 3.2 กราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาราคากะเทียม

เนื่องจากผลการทดสอบด้วยวิธี Augmented Dickey-Fuller Test พบว่า $t = -9.06291$ น้อยกว่าค่าวิกฤต (-4.03767) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จึงกำหนดตัวแบบพยากรณ์ที่เป็นไปได้เริ่มต้น คือ ตัวแบบ ARIMA(1, 1, 1) พร้อมกับประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยตัวแบบพยากรณ์ที่มีพารามิเตอร์ ทุกตัวมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 มีค่า BIC ต่ำที่สุด (BIC = -2.904) และมีค่าสถิติ Ljung-Box Q ไม่มี นัยสำคัญที่ระดับ 0.01 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 21.283, p-value = 0.168) คือ ตัวแบบ ARIMA(1, 1, 1) ไม่มีพจน์ค่าคงตัว ซึ่งจากสมการที่ (2) สามารถเขียนเป็นตัวแบบได้ดังนี้

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B)Z_t = (1 - \theta_1 B)\varepsilon_t : Z_t = \ln Y_t$$

$$(1 - B - \phi_1 B + \phi_1 B^2)Z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} : Z_t = (1 + \phi_1)Z_{t-1} - \phi_1 Z_{t-2} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

จากการแทนค่าประมาณพารามิเตอร์ จะได้ตัวแบบพยากรณ์แสดงดังนี้

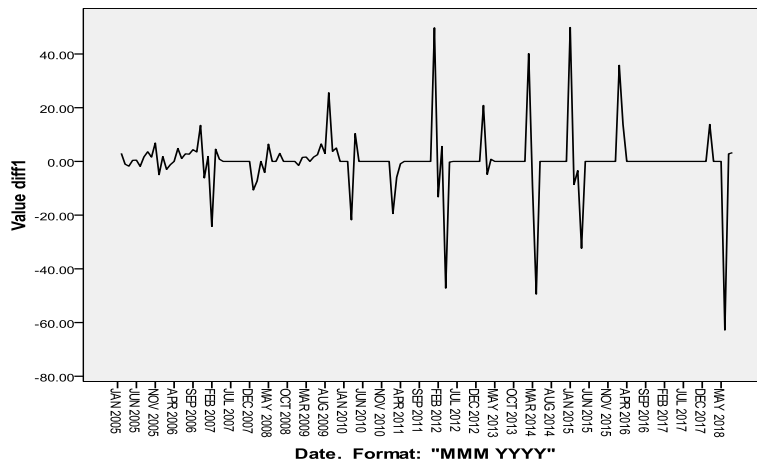
$$\hat{Z}_t = 1.85651Z_{t-1} - 0.85651Z_{t-2} - 0.97142e_{t-1} \quad \text{หรือ}$$

$$\hat{Y}_t = \exp\{1.85651Z_{t-1} - 0.85651Z_{t-2} - 0.97142e_{t-1}\} \quad (7)$$

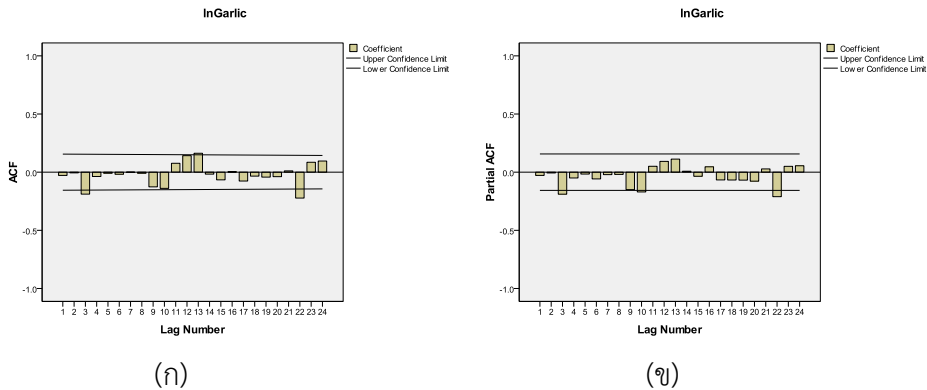
เมื่อ $\hat{Y}_t$ แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

Z_{t-j} แทน ลอการิทึมธรรมชาติของอนุกรมเวลา ณ เวลา $t - j$

e_{t-j} แทน ความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ณ เวลา $t - j$ โดยที่ $e_{t-j} = Z_{t-j} - \hat{Z}_{t-j}$



รูปที่ 3.3 กราฟผลต่างลำดับที่ 1 ($Z_t = Y_t - Y_{t-1}$) เทียบกับเวลา



รูปที่ 3.4 กราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาราคากระเทียม
เมื่อแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมธรรมชาติและผลต่างลำดับที่ 1

3.2 ผลการพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์

จากการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ที่ทำการแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมธรรมชาติ พบว่า $BIC = -2.863$ และตัวแบบที่ได้มีค่าสถิติ Ljung-Box Q ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 24.299, p-value = 0.083) ตัวแบบพยากรณ์แสดงดังนี้

$$\hat{Z}_{t+m} = 3.67874 + 0.00607m$$

หรือ

$$\hat{Y}_{t+m} = \exp\{3.67874 + 0.00607m\} \quad (8)$$

เมื่อ $\hat{Y}_{t+m}$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$ โดยที่ $m=1$ แทนเดือนกันยายน พ.ศ.2561

3.3 ผลการพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแฉก

จากการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแฉกที่ทำการแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมธรรมชาติ พบว่า BIC = -2.826 และตัวแบบที่ได้มีค่าสถิติ Ljung-Box Q ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 25.621, p-value = 0.042) ตัวแบบพยากรณ์แสดงดังนี้

$$\hat{Z}_{t+m} = 3.6754 + 0.08258 \sum_{i=1}^m (0.00313)^i$$

หรือ

$$\hat{Y}_{t+m} = \exp \left\{ 3.6754 + 0.08258 \sum_{i=1}^m (0.00313)^i \right\} \quad (9)$$

เมื่อ $\hat{Y}_{t+m}$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$ โดยที่ $m=1$ แทนเดือนกันยายน พ.ศ.2561

3.4 ผลการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์

จากการเปรียบเทียบค่าจริงกับค่าพยากรณ์ราคากระเทียมของข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 โดยการคำนวณค่า MAPE และ RMSE ในสมการที่ (5) และ (6) ตามลำดับ ได้ผลแสดงดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ค่า MAPE และ RMSE ของข้อมูลชุดที่ 2

ช่วงเวลา	ราคากระเทียม	ราคากระเทียม จากการพยากรณ์โดยวิธี		
		บ็อกซ์-เจนกินส์	โฮลต์	แฉก
ก.ย. 2561	42.39	41.32	39.84	39.47
ต.ค. 2561	42.39	42.84	40.08	39.47
พ.ย. 2561	42.39	44.20	40.32	39.47
ธ.ค. 2561	42.39	45.39	40.57	39.47
ม.ค. 2562	42.39	46.44	40.82	39.47
ก.พ. 2562	42.39	47.36	41.07	39.47
MAPE		6.0352	<u>4.5765</u>	6.8884
RMSE		3.0201	<u>1.9851</u>	2.9200

จากตารางที่ 3.1 พบว่า เมื่อใช้ตัวแบบพยากรณ์ของวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ ในสมการที่ (8) ได้ค่า MAPE และ RMSE ต่ำที่สุด ดังนั้นวิธีการพยากรณ์นี้จึงเป็นวิธีที่มีความถูกต้องและเหมาะสมกับอนุกรมราคากระเทียมชุดนี้มากที่สุด โดยวิธีการพยากรณ์นี้มีความผิดพลาดจากการพยากรณ์ร้อยละ 4.5765 (MAPE = 4.5765) หรือมีความผิดพลาดจากการพยากรณ์ 1.9851 บาทต่อกิโลกรัม (RMSE = 1.9851)

4. อภิปรายและสรุปผล

การวิจัยครั้งนี้ได้นำเสนอวิธีการสร้างและคัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลา ราคากระเทียม โดยใช้ข้อมูลจากเว็บไซต์ของสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2548 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 จำนวน 170 ค่า ผู้วิจัยได้แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ชุดที่ 1 คือ ข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 จำนวน 164 ค่า สำหรับการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแฉก ชุดที่ 2 คือข้อมูลตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 จำนวน 6 ค่า สำหรับการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์ด้วยเกณฑ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (MAPE) และเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ที่ต่ำที่สุด ผลการศึกษาพบว่า วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์เป็นวิธีที่มีความถูกต้องและเหมาะสมมากที่สุด ซึ่งมีตัวแบบพยากรณ์ดังนี้

$$\hat{Y}_{t+m} = \exp\{3.67874 + 0.00607m\}$$

เมื่อ $\hat{Y}_{t+m}$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$ โดยที่ $m = 1$ แทนเดือนกันยายน พ.ศ.2561

เมื่อใช้วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ในการพยากรณ์ราคากระเทียมตั้งแต่เดือนมีนาคมถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2562 พบว่า ราคากระเทียมค่อนข้างคงที่แต่ยังคงมีราคาคงต่ำในช่วงนี้ สอดคล้องกับที่คมชัดลึก [1] และเชียงใหม่นิวส์ [2] ได้รายงานไว้ว่า ราคากระเทียมยังคงตกต่ำ ซึ่งเกิดจากสภาพอากาศที่แปรปรวน เกษตรกรไม่สามารถเก็บเกี่ยวกระเทียมได้ตามช่วงเวลา เมื่ออากาศกลับสู่สภาพปรกติทำให้ผลผลิตออกสู่ตลาดพร้อมกัน ผลผลิตจึงล้นตลาดเกินความต้องการของผู้บริโภค อีกทั้งยังเกิดจากปัญหาการลักลอบนำเข้ากระเทียมจากประเทศเพื่อนบ้าน

การศึกษานี้ยังได้พิจารณาวิธีการพยากรณ์อื่น ๆ ได้แก่ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของบราวน์ (Brown's Exponential Smoothing Method) [5] และวิธีการพยากรณ์รวม (Combined Forecasting Method) [6] ผลการศึกษาพบว่า ค่า MAPE และ RMSE ของทั้ง 2 วิธีการพยากรณ์นี้สูงกว่าทุกวิธีที่ได้ศึกษาในครั้งนี้ อย่างไรก็ตาม ราคากระเทียมมีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ อาจเพราะสถานการณ์การผลิต สถานการณ์ตลาด ปริมาณความต้องการบริโภคภายในและต่างประเทศ สถานะเศรษฐกิจ นโยบายการค้า-การส่งออกระหว่างประเทศ หรือปัจจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ดังนั้นจึงควรพิจารณาตัวแปรเหล่านี้เพื่อใช้ในการสร้างตัวแบบพยากรณ์ให้มีความถูกต้องเหมาะสมมากยิ่งขึ้น โดยการสร้างเป็นตัวแบบถดถอย (Regression Model) ซึ่งผู้อ่านสามารถศึกษาวิธีการสร้างตัวแบบลักษณะนี้ได้จาก Montgomery, Peck and Vining [12] อีกทั้งเมื่อมีราคากระเทียมที่เป็นปัจจุบันหรือราคากระเทียมมีความผันผวนมากขึ้น ผู้วิจัยควรนำมาปรับปรุงตัวแบบเพื่อให้ได้ตัวแบบพยากรณ์ที่มีความเหมาะสมสำหรับการพยากรณ์ค่าในอนาคตต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] คมชัดลึก. (2558). *เกษตรกรเดือดร้อนกระเทียมราคาตก*. สืบค้น 2561, ตุลาคม 14, จาก <http://www.komchadluek.net/news/local/200883>
Komchadluek. (2015). *Farmers Suffering from Garlic Prices Fall*. Retrieved 2018, October 14, from <http://www.komchadluek.net/news/local/200883>
- [2] เชียงใหม่นิวส์. (2561). *ผู้ปลูกกระเทียมเชียงใหม่เดือดร้อน พาณิชย์ยื่นมีมาตรการช่วยเหลือ*. สืบค้น 2561, ตุลาคม 14, จาก <https://www.chiangmainews.co.th/page/archives/719689>
Chiangmainews. (2018). *Garlic Growers in Chiang Mai Suffer, Ministry of Commerce Confirms There are Help Measures*. Retrieved 2018, October 14, from <https://www.chiangmainews.co.th/page/archives/719689>
- [3] มุกดา แมนมินทร์. (2549). *อนุกรมเวลาและการพยากรณ์*. กรุงเทพฯ: โฟร์พรีนติ้ง.
Manmin, M. (2006). *Time Series and Forecasting*. Bangkok: Foreprinting.
- [4] เมดไทย. (2561). *กระเทียม สรรพคุณและประโยชน์ของกระเทียม 49 ข้อ!*. สืบค้น 2561, ตุลาคม 14, จาก <https://medthai.com/กระเทียม/>

- Medthai. (2018). *Garlic: Properties and Benefits of Garlic 49 Articles!*. Retrieved 2018, October 14, from <https://medthai.com/กระเทียม/>
- [5] วรางคณา กิริติวิบูลย์. (2558ก). ตัวแบบพยากรณ์จำนวนผู้ประกันตนภาคสมัครใจ (มาตรา 39). *วารสารวิจัยรามคำแหง (มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)*, 18(1), น. 21 - 35.
- Keerativibool, W. (2015a). Forecasting Model for the Number of Insured Persons (Article 39). *Ramkhamhaeng Research Journal of Humanities and Social Sciences*, 18 (1), p. 21 - 35.
- [6] วรางคณา กิริติวิบูลย์. (2558ข). การพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน. *วารสารวิจัยและพัฒนา มจร.*, 38(3), น. 211 - 223.
- Keerativibool, W. (2015b). Forecasting the Rainfall in Muang, Nan Province. *KMUTT Research and Development Journal*, 38 (3), p. 211 - 223.
- [7] วรางคณา เรียนสุทธิ์ และ เกศรินทร์ ทองฤทธิ. (2560). การพยากรณ์ราคาข้าวโพดเลี้ยงสัตว์ของประเทศไทย. *วารสารวิชาการและวิจัย มทร.พระนคร*, 11 (1), น. 1 - 14.
- Riansut, W. and Thongrit, K. (2017). Forecasting the Prices of Field Corn in Thailand. *RMUTP Research Journal*, 11(1), p. 1 - 14.
- [8] สมเกียรติ เกตุเอี่ยม. (2548). *เทคนิคการพยากรณ์* (พิมพ์ครั้งที่ 2). สงขลา: มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- Ket-iam, S. (2005). *Forecasting Technique* (2nd ed.). Songkhla: Thaksin University.
- [9] สำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร. (2562). *ราคาสินค้าเกษตรที่เกษตรกรขายได้ ณ ไร่นา*. สืบค้น 2562, เมษายน 3, จาก <http://www.oae.go.th/view/1/ดัชนีราคาและผลผลิต/TH-TH>
- Office of Agricultural Economics. (2019). *Prices of Agricultural Products that Farmers Sell at Farmland*. Retrieved 2019, April 3, from <http://www.oae.go.th/view/1/ดัชนีราคาและผลผลิต/TH-TH>
- [10] Bowerman, B. L. and O'Connell, R.T. (1993). *Forecasting and Time Series: An Applied Approach* (3rd ed.). California: Duxbury Press.
- [11] Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (1994). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (3rd ed.). New Jersey: Prentice Hall.

- [12] Montgomery, D. C., Peck, E. A., and Vining, G. G. (2006). *Introduction to Linear Regression Analysis* (4th ed.). New York: John Wiley and Sons.



วารสารคณิตศาสตร์ Mathematical Journal 65(702) กันยายน – ธันวาคม 2563

โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

แนวทางการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

Learning Management Guideline to Enhance Mathematical Understanding

ชาญณรงค์ วิเศษสัตย์^{1,*} และ วาสนาไทย วิเศษสัตย์²

¹สาขาวิชาหลักสูตรและการเรียนการสอน คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏร้อยเอ็ด ร้อยเอ็ด 45120

²โรงเรียนรณย์บุรีพิทยาคม รัชมังกลาภิเชก บุรีรัมย์ 31000

Channarong Wisetsat^{1,*} and Wasanathai Wisetsat²

¹Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education,

Roi Et Rajabhat University, Roi Et 45120

²Romburipittayakhom Ratchamungklapisek School, Buriram 31000

Email: ¹chanwi7@gmail.com ²wasanathai@hotmail.com

วันที่รับบทความ : 21 ตุลาคม 2562

วันที่แก้ไขบทความ : 21 มกราคม 2563

วันที่ตอบรับบทความ : 7 เมษายน 2563

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การวิจัยในครั้งนี้ดำเนินการ 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 การสังเคราะห์เอกสาร และร่างแนวทางการจัดการเรียนรู้ แหล่งข้อมูล ได้แก่ เอกสารงานวิจัยต่างประเทศ และผู้เชี่ยวชาญในการพิจารณาความเหมาะสม เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แบบวิเคราะห์แนวคิดที่เหมาะสม และแบบประเมิน

* ผู้เขียนหลัก

ความเหมาะสมของแนวคิด ระยะที่ 2 การศึกษาข้อมูลเชิงประจักษ์ และพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้ แหล่งข้อมูล ได้แก่ สถาบันการศึกษาแห่งชาติ ประเทศสิงคโปร์ และโรงเรียนลำปลายมาศพัฒนา ประเทศไทย สำหรับศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แบบสังเกตการจัดการเรียนการสอน แบบสัมภาษณ์การจัดการเรียนการสอน และแบบประเมินความเหมาะสมของการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า จากการสังเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 จัดการเรียนรู้รูปแบบ ขั้นตอนที่ 2 จัดการเรียนรู้กิจกรรม และขั้นตอนที่ 3 จัดการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ สำหรับแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินความเข้าใจนักเรียนจากพฤติกรรมที่แสดงออกได้ มี 6 ประการ ได้แก่ 1) สามารถอธิบายความเข้าใจ 2) สามารถแปลความให้เกิดความหมายที่ชัดเจน 3) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ 4) สามารถมองข้อดี ข้อเสียจากสิ่งที่เข้าใจ 5) สามารถเห็นความสำคัญของสิ่งที่เข้าใจ และ 6) สามารถสร้างองค์ความรู้จากสิ่งที่เข้าใจ

คำสำคัญ: ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แนวทางการจัดการเรียนรู้ การประเมินความเข้าใจ

ABSTRACT

This research aimed to study the learning management guideline to enhance mathematical understanding. There were two phases of the study. First, the researcher analyzed the related documents and draft guidelines for learning management. The data sources: researches and 5 specialists. Research instruments were analysis of suitable concepts form and suitability assessment form. Second, the fieldwork was applied for authentic study and development learning management guidelines. The data sources: 2 academies for studying the teaching and learning of mathematics are National Institute of Education (NIE), Singapore and Lamplaimat Pattana School, Thailand. Research instruments were activities observation form, activities interview form, relations analysis form and suitability assessment form. The results showed that: the syntax of teaching to enhance mathematical understanding have 3 steps; step1: concrete, step2: semi-concrete and step3: method. The mathematical understanding

assessment guideline have 6 facets; 1) can explain, 2) can interpret, 3) can apply, 4) have perspective, 5) can empathies and 6) have self – knowledge.

Keywords: Mathematical understanding, Learning management guideline, Understanding assessment

1. บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์สำคัญที่มนุษย์สามารถนำมาแก้ปัญหา และพัฒนานวัตกรรมให้มีความเจริญ ตลอดจนการนำไปใช้ในการดำรงชีวิตประจำวันแต่ปัญหาสำคัญในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การที่ผู้เรียนไม่ได้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ อย่างแท้จริง สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา [12] ก็ได้เห็นความสำคัญในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่าจะต้องจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ให้เกิดความเข้าใจ อย่างแท้จริง ในบริบทการศึกษาประเทศไทย มีความต้องการส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง ดังหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ได้กำหนดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ในสาระการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย สาระจำนวนและพีชคณิต สาระการวัดและเรขาคณิต สาระสถิติและความน่าจะเป็น และสาระแคลคูลัส โดยแต่ละสาระได้ระบุความเข้าใจไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ [1]

สภาพปัจจุบันในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่นั้น ยังเน้นสอนให้จำเนื้อหาให้ได้ ซึ่งการสอนเช่นนี้เป็นเพียงการบอกคณิตศาสตร์เท่านั้น เพราะการสอนในลักษณะเช่นนี้ทำให้นักเรียนไม่ได้เกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง [10] แนวคิดที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางในทางคณิตศาสตร์ศึกษา คือ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียน ซึ่งจะเห็นได้จากงานวิจัยหลาย ๆ งานและการพยายามที่จะนำเอาไปใช้ในทางคณิตศาสตร์ศึกษา เพื่อที่จะสนับสนุนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ [9] สอดคล้องกับสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา [12] ได้เสนอการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่าจะต้องจัดให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยความเข้าใจ สามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองบนพื้นฐานของประสบการณ์และความรู้เดิม

จากการที่ผู้วิจัยกล่าวมาจะเห็นว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สำคัญ ที่ควรพัฒนาแนวทางในการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ขึ้น เพื่อเป็นแนวทางสำคัญให้กับครูคณิตศาสตร์ ตลอดจนคณะครูศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ในการผลิตและพัฒนานักศึกษาวิชาชีพครู

ให้สามารถจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยในฐานะที่รับผิดชอบในการผลิตบัณฑิตวิชาชีพรู จึงสนใจศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จาก 4 แนวคิด ได้แก่ แนวคิดการสอนเพื่อความเข้าใจ แนวคิดการสอนคิดเชิงคณิตศาสตร์ แนวคิดการสร้างประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ แนวคิดเทคโนโลยีการศึกษา [6, 7, 8, 11] และพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนการเรียนรู้รูปรธรรม ขั้นตอนการเรียนรู้รู้งัรธรรม และขั้นตอนการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ โดยมีแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะบอกถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจใน 6 ลักษณะ คือ สามารถอธิบายความเข้าใจ สามารถแปลความให้เกิดความหมายที่ชัดเจน สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ สามารถมองข้อดี ข้อเสียจากสิ่งที่เข้าใจสามารถเห็นความสำคัญของสิ่งที่เข้าใจ และสามารถสร้างองค์ความรู้จากสิ่งที่เข้าใจ [13] อันจะนำไปสู่การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพต่อไป

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

3. ขอบเขตของการวิจัย

1. ขอบเขตด้านประชากร

1.1 ประชากร คือรายงานวิจัยต่างประเทศ ที่มีการศึกษาเกี่ยวกับการส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

1.2 กลุ่มตัวอย่างเป็นเอกสารการวิจัยในต่างประเทศ ทั้งสิ้น จำนวน 54 เรื่อง

2. ขอบเขตด้านเวลา

2.1 กำหนดระยะเวลาในการวิจัย ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562

2.2 กำหนดเวลาในการสืบค้นงานวิจัยนี้ กำหนดตั้งแต่ พ.ศ.2557 จนถึง พ.ศ.2562

3. ขอบเขตด้านเนื้อหา

3.1 กำหนดเนื้อหางานวิจัย คือ เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

3.2 กำหนดเนื้อหาในการศึกษาข้อมูลเชิงประจักษ์ คือ การจัดการเรียนการสอนส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

4. วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยโดยแบ่งขั้นตอนการวิจัยออกเป็น 2 ระยะ ดังนี้

1. ระยะที่ 1 การสังเคราะห์เอกสาร และร่างแนวทางการจัดการเรียนรู้

1.1 แหล่งข้อมูล

1) เอกสารงานวิจัยต่างประเทศ เกี่ยวกับการส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่สืบค้นจากฐานข้อมูล 4 ฐาน ได้แก่ ProQuest Springer ERIC และ Emerald ซึ่งผู้วิจัยเลือกแบบเจาะจง ทั้งสิ้น จำนวน 54 เรื่อง

2) ผู้เชี่ยวชาญ ด้านหลักสูตรการสอน และด้านการสอนคณิตศาสตร์ รวม 5 ท่าน ในการพิจารณาความเหมาะสม

1.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1) แบบวิเคราะห์แนวคิดที่เหมาะสม จำนวน 3 ด้าน ได้แก่ ด้านแนวคิดที่เหมาะสมสำหรับยึดเป็นนิยามความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ด้านแนวคิดที่เหมาะสมสำหรับยึดเป็นแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และด้านแนวคิดที่เหมาะสมสำหรับนำไปสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

2) แบบประเมินความเหมาะสมของแนวคิด ซึ่งแบบประเมินความเหมาะสมของแนวคิดเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ

1.3 ขั้นตอนดำเนินงาน

1) ศึกษาเอกสารงานวิจัยทั้งไทยและต่างประเทศ เกี่ยวกับการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยสืบค้นจากฐานข้อมูล 4 ฐาน ได้แก่ ProQuest Springer ERIC และ Emerald ซึ่งผู้วิจัยเลือกแบบเจาะจง โดยใช้คำค้น “Mathematical Understanding + Teaching + Learning” ได้งานวิจัยทั้งสิ้น จำนวน 54 เรื่อง

2) วิเคราะห์แนวคิดที่เหมาะสมสำหรับยึดเป็นนิยามความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้แนวคิดที่เหมาะสม คือ แนวคิดของกระทรวงศึกษาธิการ [1] โดยความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ คือ ความเข้าใจในสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย สาระจำนวนและพีชคณิต สาระการวัดและเรขาคณิต

สาระสถิติและความน่าจะเป็น และสาระแคลคูลัส โดยแต่ละสาระได้ระบุความเข้าใจไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้

3) วิเคราะห์แนวคิดที่เหมาะสมสำหรับยึดเป็นแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ได้แนวคิดที่เหมาะสม คือ แนวคิดของ Wiggins and McTighe [13] โดยแนวคิดนี้จะบอกถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจใน 6 ลักษณะ

4) วิเคราะห์แนวคิดที่เหมาะสมสำหรับนำไปสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 แนวคิด ได้แก่ 1) แนวคิดการสอนเพื่อความเข้าใจของ Barmby [6] 2) แนวคิดการสอนคิดเชิงคณิตศาสตร์ของ Inprasitha, Masami and Ban-Har [11] 3) แนวคิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนของ Charlesworth [7] และ 4) แนวคิดเทคโนโลยีการศึกษาของ Edwards [8]

5) ประเมินความเหมาะสมของแนวคิดพื้นฐาน โดยผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรการสอนและด้านการสอนคณิตศาสตร์ รวม 5 ท่าน แล้ววิเคราะห์โดยการหาค่าเฉลี่ย ซึ่งแปลความหมายโดยปรับเกณฑ์ของบุญชม ศรีสะอาด [3] พบว่า แนวคิดที่เหมาะสมสำหรับยึดเป็นนิยามความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ได้ค่าเฉลี่ย 4.75 มีความเหมาะสมมากที่สุด แนวคิดที่เหมาะสมสำหรับยึดเป็นแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ได้ค่าเฉลี่ย 4.58 มีความเหมาะสมมากที่สุด แนวคิดที่เหมาะสมสำหรับนำไปสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ได้ค่าเฉลี่ย 4.35 มีความเหมาะสมมากที่สุด ดังนั้นสามารถกำหนดเป็นแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนาร่างแนวทางการจัดการเรียนรู้ได้

6) สังเคราะห์แนวคิดพื้นฐาน และพัฒนาร่างแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนการเรียนรู้รูปรธรรม ขั้นตอนการเรียนรู้กึ่งรูปรธรรม และขั้นตอนการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ

1.4 ผลการวิจัย

ผลการวิจัยของระยะที่ 1 การสังเคราะห์เอกสาร และร่างแนวทางการจัดการเรียนรู้ แสดงผลการวิจัย ดังตาราง 4.1 และตาราง 4.2

ตาราง 4.1 ศึกษาเอกสารงานวิจัย และวิเคราะห์แนวคิดที่เหมาะสม
สำหรับพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้

ฐานข้อมูล	งานวิจัย	ประเด็น	แนวคิดที่เหมาะสม
1. ProQuest	14 เรื่อง	นิยามความ	แนวคิดของกระทรวงศึกษาธิการ [1] ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ คือ ความเข้าใจในสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย สาระจำนวนและพีชคณิต สาระการวัดและเรขาคณิต สาระสถิติและความน่าจะเป็น และสาระแคลคูลัส โดยแต่ละสาระได้ระบุความเข้าใจไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้
2. Springer	13 เรื่อง	เข้าใจทาง	
3. ERIC	15 เรื่อง	คณิตศาสตร์	
4. Emerald	12 เรื่อง	พฤติกรรม การแสดง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	
		พฤติกรรม การแสดง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	แนวคิดของ Wiggins and McTighe [13] เป็นแนวคิดเกี่ยวกับพฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจ มี 6 ประการ ได้แก่ 1) สามารถอธิบายความเข้าใจ 2) สามารถแปลความให้เกิดความหมายที่ชัดเจน 3) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ 4) สามารถมองข้อดี ข้อเสียจากสิ่งที่เข้าใจ 5) สามารถเห็นความสำคัญของสิ่งที่เข้าใจ และ 6) สามารถสร้างองค์ความรู้จากสิ่งที่เข้าใจ
		ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	แนวคิดสำหรับสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 แนวคิด ได้แก่ 1) แนวคิดการสอนเพื่อความเข้าใจของ Barmby [6] 2) แนวคิดการสอนคิดเชิงคณิตศาสตร์ของ Inprasitha, Masami and Ban-Har [11] 3) แนวคิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนของ Charlesworth [7] และ 4) แนวคิดเทคโนโลยีการศึกษาของ Edwards [8]

จากตาราง 4.1 จะได้ว่า แนวคิดของกระทรวงศึกษาธิการ [1] เหมาะสมสำหรับยึดเป็นนิยามความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แนวคิดของ Wiggins and McTighe [13] เหมาะสมสำหรับยึดเป็นแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะบอกถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจใน 6 ลักษณะ แนวคิดสำหรับนำไปสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 แนวคิด ได้แก่ 1) แนวคิดการสอนเพื่อความเข้าใจของ Barmby [6] 2) แนวคิดการสอนคิดเชิงคณิตศาสตร์ของ Inprasitha, Masami and Ban-Har [11] 3) แนวคิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนของ Charlesworth [7] และ 4) แนวคิดเทคโนโลยีการศึกษาของ Edwards [8]

จากตาราง 4.2 การสังเคราะห์แนวคิด 4 แนวคิด จะได้ร่างขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนการเรียนรู้รูปรธรรม ขั้นตอนการเรียนรู้กิ่งรูปธรรม และขั้นตอนการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ ซึ่งผู้วิจัยจะนำไปประกอบการศึกษาข้อมูลเชิงประจักษ์ และพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้ในระยะต่อไป

ตาราง 4.2 การสังเคราะห์แนวคิด สำหรับพัฒนาร่างแนวทางการจัดการเรียนรู้
เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

แนวคิดพื้นฐาน	กิจกรรมการเรียนรู้	ร่างแนวทางการจัดการเรียนรู้
แนวคิดการสอนเพื่อความเข้าใจของ Barmby [6]	ลักษณะกิจกรรมการเรียนรู้จะมุ่งสอนให้ผู้เรียนเข้าใจจริง ไม่ใช่เพียงหาคำตอบได้ การเรียนรู้จะเป็นการเรียนรู้ผ่านการปฏิบัติจริงจนเกิดภาพความเข้าใจที่ถูกต้องในสมองของผู้เรียน และถ่ายทอดความเข้าใจออกมาได้ในรูปแบบต่าง ๆ ให้ผู้อื่นเข้าใจตามได้	จัดการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 3 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นตอนการเรียนรู้รูปรธรรม คือ การจัดการเรียนรู้โดยการใช้สื่อที่เอื้อต่อการเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นสื่อจริง จับต้องได้ มองเห็นเป็นรูปธรรม ใช้จัดการเรียนรู้ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติจริง นานพอสมควรจนสมองของนักเรียนจดจำภาพ
แนวคิดการสอนคิดเชิงคณิตศาสตร์ของ Inprasitha, Masami and Ban-Har [11]	กิจกรรมการเรียนรู้เป็นการเรียนรู้ที่กระตุ้นการคิดผู้เรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้สอนจะมีคำถาม สื่อ หรือกิจกรรมที่ท้าทายให้ผู้เรียนได้เรียนรู้	

แนวคิดพื้นฐาน	กิจกรรมการเรียนรู้	ร่างแนวทางการจัดการเรียนรู้
	ออกแบบ แสดงขั้นตอน วิธีทำ คิด และ ใคร่ครวญจนนำไปสู่ความเข้าใจ	และกระบวนการใช้สื่อได้อย่าง ถูกต้อง
แนวคิด ประสบการณ์ทาง คณิตศาสตร์สำหรับ ผู้เรียนของ Charlesworth [7]	เป็นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการ เรียนรู้ผ่านการลงมือทำจริง มีการใช้สื่อ เป็นรูปธรรม ปฏิบัติจริงจนเกิด ประสบการณ์ ซึ่งประสบการณ์จะเอื้อต่อ การเกิดความคิดรวบยอด ทาง คณิตศาสตร์ และนำไปสู่ความเข้าใจอัน ลึกซึ้งในการเรียนรู้	2) ขั้นตอนการเรียนรู้กึ่งรูปธรรม คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้การ วาดภาพ ลักษณะกระบวนการ เรียนรู้จะคล้ายกับขั้นที่ผ่านมา เพียงแค่เปลี่ยนจากการใช้สื่อจริง เป็นการวาดภาพลงในสมุดแทน 3) ขั้นตอนการเรียนรู้สัญลักษณ์
แนวคิดเทคโนโลยี สำหรับการศึกษา ของ Edwards [8]	เป็นการเรียนรู้ที่นำความรู้ทางเทคโนโลยี มาประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้การ เรียนการสอนมีคุณภาพ อาทิเช่น การใช้ เทคโนโลยีออกแบบสื่อการเรียนรู้ เป็น ต้น การใช้เทคโนโลยีผนวกการสอน การ ใช้ Application ใหม่ ๆ ในการเรียนการ สอน เป็นต้น	และวิธีการ คือ การจัดการเรียนรู้ แบบแสดงขั้นตอน วิธีทำ สัญลักษณ์ ซึ่งไม่มีการใช้ หรือ วาดภาพ สื่อแล้ว แต่ในขณะที่ แก้ปัญหา นักเรียนจะเกิดภาพการ ใช้สื่อในสมองที่ต้องควบคู่ไป กับการแสดงสัญลักษณ์อย่าง เข้าใจถูกต้อง

2. ระยะที่ 2 ศึกษาข้อมูลเชิงประจักษ์ และพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้

2.1 แหล่งข้อมูล

- 1) สถาบันการศึกษาแห่งชาติ ประเทศสิงคโปร์ ซึ่งเป็นสถาบันการพัฒนาครูให้เกิดความ
เข้าใจในการสอนที่ถูกต้อง ตลอดจนส่งเสริมทักษะและเทคนิคการสอนสำหรับครู
- 2) โรงเรียนลำปลายมาศพัฒนา ซึ่งเป็นโรงเรียนนาร่องการปฏิรูปการศึกษา ประเทศไทย
- 3) ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรการสอน และด้านการสอนคณิตศาสตร์ รวม 5 ท่าน ในการ
พิจารณาความเหมาะสม

2.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 1) แบบสังเกตการจัดการเรียนการสอน
- 2) แบบสัมภาษณ์การจัดการเรียนการสอน
- 3) แบบประเมินความเหมาะสมของแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.3 ขั้นตอนการดำเนินงาน

- 1) ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องในการสร้างแบบสังเกตการเรียนการสอน และแบบสัมภาษณ์
- 2) สร้างแบบสังเกตการจัดการเรียนการสอน และแบบสัมภาษณ์การจัดการเรียนการสอน แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน จำนวน 3 ท่าน ด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ท่าน รวมเป็น 5 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องเหมาะสม และปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ จนได้แบบสังเกตการเรียนการสอน และแบบสัมภาษณ์การจัดการเรียนการสอนฉบับสมบูรณ์
- 3) ศึกษาข้อมูลเชิงประจักษ์ สถาบันการศึกษาแห่งชาติ ประเทศสิงคโปร์ โดยผู้วิจัยสังเกตการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแบบสังเกต จากนั้นสัมภาษณ์วิทยากรอบรมครูเพิ่มเติมโดยใช้แบบสัมภาษณ์การจัดการเรียนการสอน ผลการศึกษาพบว่าการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์นั้น ควรออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ไม่ใช่การบอกความรู้ แต่ควรเป็นการจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง หรือการแลกเปลี่ยนวิคิดกับเพื่อน ในส่วนของขั้นตอนการเรียนรู้ควรจะเริ่มเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปยาก เน้นความเข้าใจความคิดรวบยอดที่ถูกต้องทางคณิตศาสตร์
- 4) ศึกษาข้อมูลเชิงประจักษ์ โรงเรียนลำปลายมาศพัฒนา โดยผู้วิจัยสังเกตการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแบบสังเกต และสัมภาษณ์ครูผู้จัดสอนเพิ่มเติมโดยใช้แบบสัมภาษณ์การจัดการเรียนการสอน ผลการศึกษาพบว่าการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นสถานศึกษามีแนวทางในการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 6 ประการ ได้แก่ การอธิบายความเข้าใจ การแปลความให้เกิดความหมายที่ชัดเจน การประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ การมองข้อดีหรือข้อเสียจากสิ่งที่เข้าใจ การเห็นความสำคัญของสิ่งที่เข้าใจ และสร้างองค์ความรู้จากสิ่งที่เข้าใจ นอกจากนี้ยังมีรูปแบบการจัดการเรียนการสอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

5) นำข้อมูลที่สังเกตได้จากทั้ง 2 แห่ง แก้ไขปรับปรุงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และปรับปรุงแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ให้มีความเหมาะสมยิ่งขึ้น

6) ประเมินความเหมาะสมของการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม ซึ่งแบบประเมินความเหมาะสมเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ

7) ผู้วิจัยวิเคราะห์ความเหมาะสมของแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์โดยการหาค่าเฉลี่ย ซึ่งแปลความหมายโดยปรับเกณฑ์ของบุญชม ศรีสะอาด [3] คือ เหมาะสมมากที่สุดมีค่าเท่ากับ 4.51 - 5.00 คะแนน เหมาะสมมากมีค่าเท่ากับ 3.51 - 4.50 คะแนน เหมาะสมปานกลาง มีค่าเท่ากับ 2.51 - 3.50 คะแนน เหมาะสมต่ำมีค่าเท่ากับ 1.51 - 2.50 คะแนน เหมาะสมต่ำที่สุดมีค่าเท่ากับ 0.01 - 1.50 คะแนน

2.4 ผลการวิจัย

ผลการวิจัยระยะที่ 2 การศึกษาข้อมูลเชิงประจักษ์ และพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้ประเมินความเหมาะสมของแนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญ ผลการประเมินความเหมาะสมของแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แสดงดังตาราง 4.3

ตาราง 4.3 ผลการประเมินความเหมาะสมของแนวทางการจัดการเรียนรู้
เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	องค์ประกอบ	ความเหมาะสม	แปลความ
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	1) ขั้นตอนการเรียนรู้รูปรธรรม	ค่าเฉลี่ย 4.56	เหมาะสมมากที่สุด
	2) ขั้นตอนการเรียนรู้กิจรูปรธรรม	ค่าเฉลี่ย 4.75	เหมาะสมมากที่สุด
	3) ขั้นตอนการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ	ค่าเฉลี่ย 4.24	เหมาะสมมาก
	โดยรวม	ค่าเฉลี่ย 4.52	เหมาะสมมากที่สุด
แนวทางการประเมินความ	1) สามารถอธิบายความเข้าใจ	ค่าเฉลี่ย 4.63	เหมาะสมมากที่สุด
	2) สามารถแปลความให้เกิดความหมายที่ชัดเจน	ค่าเฉลี่ย 4.28	เหมาะสมมาก

รายการ ประเมิน	องค์ประกอบ	ความ เหมาะสม	แปลความ
เข้าใจทาง คณิตศาสตร์	3) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ใน สถานการณ์ใหม่	ค่าเฉลี่ย 4.15	เหมาะสมมาก
	4) สามารถมองข้อดี ข้อเสียจาก สิ่งที่เข้าใจ	ค่าเฉลี่ย 4.26	เหมาะสมมาก
	5) สามารถเห็นความสำคัญของ สิ่งที่เข้าใจ	ค่าเฉลี่ย 4.14	เหมาะสมมาก
	6) สามารถสร้างองค์ความรู้จาก สิ่งที่เข้าใจ	ค่าเฉลี่ย 3.21	เหมาะสม ปานกลาง
	โดยรวม	ค่าเฉลี่ย 4.12	เหมาะสมมาก

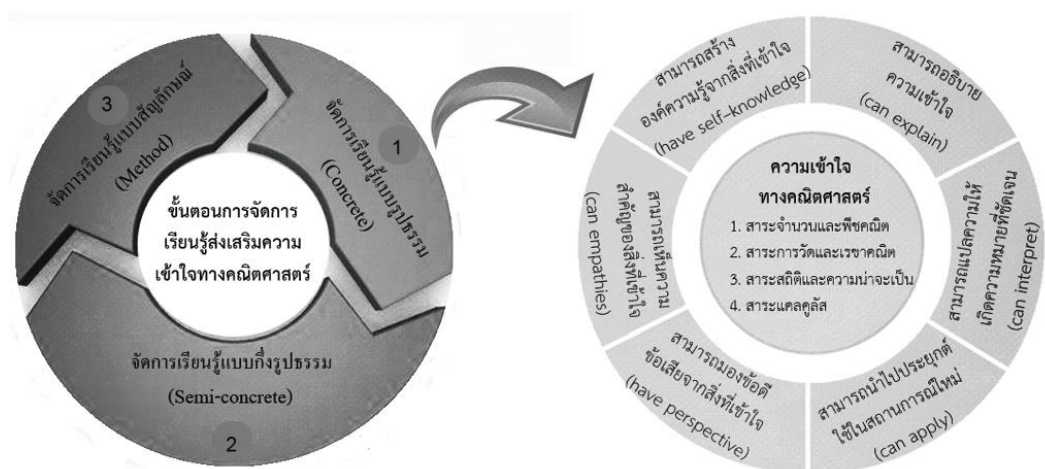
จากตาราง 4.3 จะได้ว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมของขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยรวมมีความเหมาะสมมากที่สุดโดยค่าเฉลี่ย 4.52 แนวทางการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยรวมมีความเหมาะสมมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 4.12 ดังนั้นสามารถนำแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้

5. สรุปผลการวิจัย

แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วย ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 จัดการเรียนรู้รูปแบบ คือ การจัดการเรียนรู้โดยการใช้สื่อที่เอื้อต่อการเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นสื่อจริง จับต้องได้ มองเห็นเป็นรูปแบบ ใช้จัดการเรียนรู้ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติจริง นานพอสมควรจนสมองของนักเรียนจดจำภาพและกระบวนการใช้สื่อได้อย่างถูกต้อง ขั้นตอนที่ 2 จัดการเรียนรู้รูปแบบ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้การวาดภาพ ลักษณะกระบวนการเรียนรู้จะคล้ายกับขั้นที่ผ่านมา เพียงแต่เปลี่ยนจากการใช้สื่อจริงเป็นการวาดภาพลงในสมุดแทน และขั้นตอนที่ 3 จัดการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ คือ การจัดการเรียนรู้แบบแสดงขั้นตอน วิธีทำ สัญลักษณ์ ซึ่งไม่มีการใช้ หรือ วาดภาพ สื่อแล้วแต่ในขณะที่แก้ปัญหา นักเรียนจะเกิดภาพการใช้สื่อในสมองที่ถูกต้องควบคู่ไปกับการแสดงสัญลักษณ์

อย่างเข้าใจถูกต้อง สำหรับแนวทางในการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนที่แสดงออกใน 6 ลักษณะ ได้แก่ 1) สามารถอธิบายความเข้าใจ 2) สามารถแปลความให้เกิดความหมายที่ชัดเจน 3) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ 4) สามารถมองข้อดี ข้อเสียจากสิ่งที่เข้าใจ 5) สามารถเห็นความสำคัญของสิ่งที่เข้าใจ 6) สามารถสร้างองค์ความรู้จากสิ่งที่เข้าใจ จากการสังเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังรูปที่ 5.1

จากรูปที่ 5.1 จะได้ว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ด้วยใช้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน คือ การจัดการเรียนรู้รูปธรรม การจัดการเรียนรู้กึ่งรูปธรรม และการจัดการเรียนรู้สัญลักษณ์ และวิธีการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีแนวทางในการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนที่แสดงออกใน 6 ลักษณะ



รูปที่ 5.1 แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

6. อภิปรายผล

แนวทางการจัดการเรียนรู้ด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน สามารถส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ได้โดยขั้นตอนที่ 1 จัดการเรียนรู้รูปธรรม คือ การจัดการเรียนรู้โดยการใช้สื่อที่เอื้อต่อการเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นสื่อจริง จับต้องได้ มองเห็นเป็นรูปธรรม ใช้จัดการเรียนรู้ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติจริงนานพอสมควรจนสมองของนักเรียนจดจำภาพและกระบวนการใช้สื่อได้อย่างถูกต้อง ขั้นตอนที่ 2 จัดการเรียนรู้กึ่งรูปธรรม คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้การวาดภาพ ลักษณะกระบวนการเรียนรู้จะคล้ายกับขั้นที่ผ่านมา เพียงแต่เปลี่ยนจากการใช้สื่อจริงเป็นการวาด

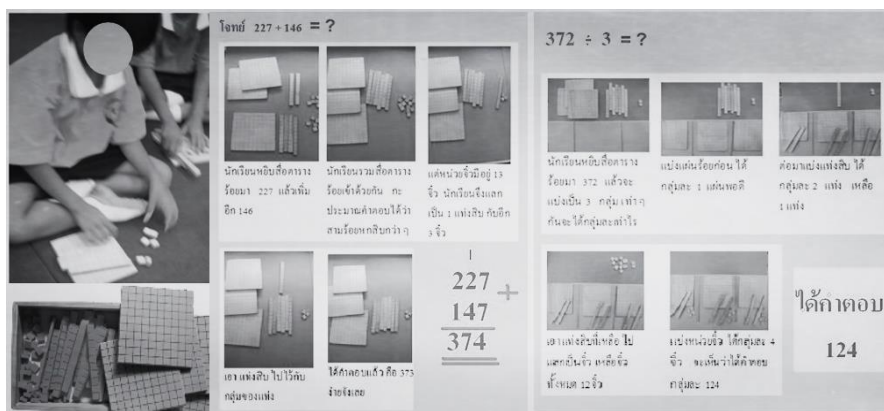
ภาพลงในสมุดแทน และขั้นตอนที่ 3 จัดการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ คือ การจัดการเรียนรู้แบบแสดงขั้นตอน วิธีทำ สัญลักษณ์ ซึ่งไม่มีการใช้ หรือ วาดภาพสื่อแล้ว แต่ในขณะที่แก้ปัญหา นักเรียนจะเกิดภาพการใช้สื่อในสมองที่ถูกต้องควบคู่ไปกับการแสดงสัญลักษณ์อย่างเข้าใจถูกต้อง สำหรับแนวทางในการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนที่แสดงออกใน 6 ลักษณะ ได้แก่ 1) สามารถอธิบายความเข้าใจ 2) สามารถแปลความให้เกิดความหมายที่ชัดเจน 3) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ 4) สามารถมองข้อดี ข้อเสียจากสิ่งที่เข้าใจ 5) สามารถเห็นความสำคัญของสิ่งที่เข้าใจ 6) สามารถสร้างองค์ความรู้จากสิ่งที่เข้าใจ สอดคล้องกับ วิเชียร ไชยบัง [5] ได้พัฒนาครูและนวัตกรรมการสอนคณิตศาสตร์ และเผยแพร่วิธีการสอนอบรมครูทั่วประเทศได้มีเป้าหมายในการการสอนคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน สอดคล้องกับ Inprasitha, Masami and Ban-Har [11] ที่ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นการเรียนรู้ที่กระตุ้นความคิดผู้เรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีกิจกรรมที่ท้าทายให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ออกแบบ แสดงขั้นตอนคิด และใคร่ครวญจนนำไปสู่ความเข้าใจ สอดคล้องกับ Barmby [6] ที่ได้นำเสนอแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งสอนให้ผู้เรียนเข้าใจจริง ไม่ใช่เพียงหาคำตอบได้ ซึ่งการเรียนรู้จะเป็นการเรียนรู้ผ่านการปฏิบัติจริงจนเกิดภาพความเข้าใจที่ถูกต้องในสมองของผู้เรียน และถ่ายทอดความเข้าใจออกมาได้ในรูปแบบต่าง ๆ ให้ผู้อื่นเข้าใจ และสอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ [1] ที่ได้พัฒนาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ขึ้นโดยระบุความเข้าใจไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งในแต่ละมาตรฐานได้กำหนดตัวชี้วัดสำหรับนักเรียนแต่ละระดับชั้น สอดคล้องกับกระทรวงศึกษาธิการ [1] ได้กำหนดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยกำหนดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ในสาระการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย สาระจำนวนและพีชคณิต สาระการวัดและเรขาคณิต สาระสถิติและความน่าจะเป็น และสาระแคลคูลัส โดยแต่ละสาระได้ระบุความเข้าใจไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้

นอกจากนี้เพื่อให้เข้าใจและมองเห็นภาพได้ชัดเจน ผู้วิจัยขอยกตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนและการดำเนินการ โดยใช้สื่อรูปธรรมคือ สื่อชุดแผ่นร้อย ซึ่งสอดคล้องกับ ราชิต สุพร [4] ที่ได้พัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาผ่านสื่อชุดแผ่นร้อยสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์รายละเอียดกิจกรรมการเรียนรู้ นำเสนอดังนี้

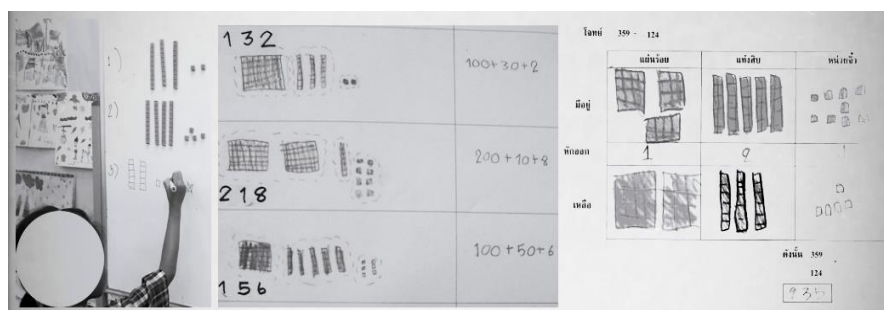
1) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้รูปธรรม: กิจกรรมการเรียนรู้ขั้นนี้ จะจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้สึกเชิงจำนวนโดยเกิดภาพในสมองเรื่องจำนวนอย่างถูกต้อง โดยใช้สื่อชุดแผ่นร้อยประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนจะหาคำตอบผ่านการใช้สื่อชุดแผ่นร้อย ผนวกกับการตั้งคำถาม และเรียบเรียงอย่างเป็นรูปธรรมของครู ตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้ดังรูปที่ 6.1

2) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้กึ่งรูปธรรม: ลักษณะการจัดกิจกรรมจะเป็นการให้นักเรียนแก้ปัญหาหรือ หาคำตอบโดยการการวาดภาพสื่อชุดแผ่นร้อยลงในสมุด ซึ่งหลังจากขั้นนี้จะช่วยให้นักเรียนเกิดภาพในสมองอย่างถูกต้อง ตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้ ดังรูปที่ 6.2

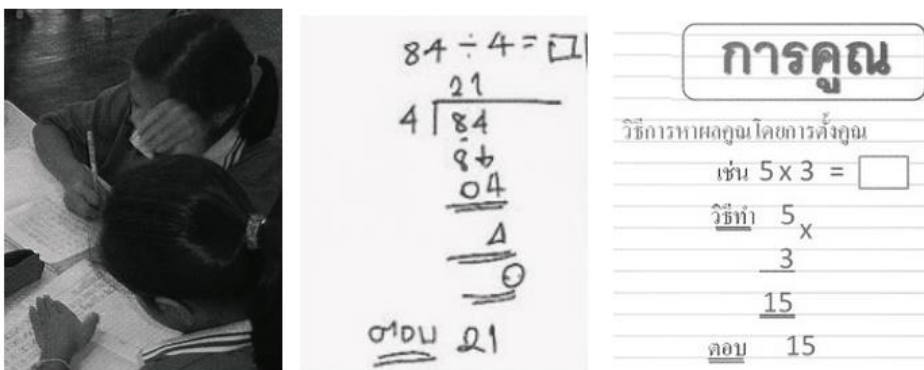
3) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ: ลักษณะการจัดกิจกรรมจะเป็นการให้นักเรียนแสดงขั้นตอน วิธีทำ สัญลักษณ์ ซึ่งไม่มีการใช้ หรือ วาดภาพตารางร้อยแล้ว แต่ในขณะที่แก้ปัญหา นักเรียนจะเกิดภาพการใช้สื่อชุดแผ่นร้อยในสมองที่ถูกต้องควบคู่ไปกับการแสดงสัญลักษณ์อย่างเข้าใจถูกต้อง ตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้ ดังรูปที่ 6.3



รูปที่ 6.1 ตัวอย่างกิจกรรมการจัดการเรียนรู้รูปธรรม



รูปที่ 6.2 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้กึ่งรูปธรรม



รูปที่ 6.3 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้สัญลักษณ์และวิธีการ

นอกจากนี้แนวทางการจัดการเรียนรู้ด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอนเพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมานั้น ยังสามารถใช้กับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ อาทิเช่น สื่อชุดแผ่นร้อยกับการสร้างความเข้าใจนักเรียนเรื่องการดำเนินการ บวก ลบ คูณ หาร สื่อชุดแท่งเศษส่วนนับเปอร์เซ็นต์กับการสร้างความเข้าใจนักเรียนเรื่อง เศษส่วน ร้อยละ เปอร์เซ็นต์ ชุดสื่อลูกเต๋ากับการสร้างความเข้าใจนักเรียนเรื่องแบบรูปของจำนวน เป็นต้น สอดคล้องกับวิเชียรไชยบัง [5] ที่ได้พัฒนานวัตกรรมสื่อการสอนคณิตศาสตร์โดยมุ่งใช้สอนเพื่อความเข้าใจได้ผ่านการวิจัยและพัฒนาจนเผยแพร่เป็นแหล่งศึกษาดูงานระดับประเทศ

7. ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

ครูคณิตศาสตร์ สามารถนำแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ไปส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเหมาะสมมากกับนักเรียนในระดับปฐมวัยและการศึกษาขั้นพื้นฐาน คณะครูศาสตร์ หรือคณะศึกษาศาสตร์ สามารถนำแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ไปพัฒนาทักษะเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ของนักศึกษาวิชาชีพครู นอกจากสื่อที่กล่าวมาแล้ว ครูคณิตศาสตร์และผู้ที่สนใจสามารถเข้าไปเรียนรู้เพิ่มเติมในฐานข้อมูลการสอนคณิตศาสตร์เพื่อความเข้าใจของ ชาญณรงค์ วิเศษสัตย์ [2] ได้ที่ <http://kruechan.blogspot.com/2010/10/blog-post.html> หรือ พัฒนาสื่อการสอนขึ้นมาเอง แล้วจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1) ควรพัฒนานวัตกรรมสื่อการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2) ควรศึกษาตัวแปรตาม หรือ ผลสำเร็จในด้านอื่น ๆ ได้แก่ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากมหาวิทยาลัยราชภัฏร้อยเอ็ด ขอขอบคุณแหล่งศึกษาข้อมูลเชิงประจักษ์ สถาบันการศึกษาแห่งชาติ ประเทศสิงคโปร์ และโรงเรียนลำปลายมาศพัฒนา ประเทศไทย ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญ และคณะกรรมการทุกท่านที่ประเมินบทความของวารสารคณิตศาสตร์ ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะในการพัฒนาผลงานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
Ministry of Education. (2017). *Indicators and Core Content Group Learning Mathematics (Revised edition B.E. 2560) According to The Basic Education Core Curriculum B.E. 2551*. Bangkok: Printing Agriculture Cooperatives of Thailand.
- [2] ชาญณรงค์ วิเศษสัตย์. (2554). *คณิตศาสตร์นอกกะลา*. มหาสารคาม : สำนักพิมพ์โรงเรียนลำปลายมาศพัฒนา.
Wisetsat, C. (2011). *Mathematics Outside the Box*. Mahasarakham. Lamplaimat Pattana School Printing.
- [3] บุญชม ศรีสะอาด. (2553). *การวิจัยเบื้องต้น*. (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
Srisa-ard, B. (2010). *Preliminary Research* (8th ed.). Bangkok: Suwiriyasan Printing.
- [4] ราจิต สุพร (2554). การสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาผ่านสื่อชุดแผ่นร้อย. *มายแมท (MY MATHS)*. 9(75): น. 55 - 58.

- Suporn, R. (2011). Teaching Elementary School Mathematics Through the Sheet Set, Ten Hundred Square Units. *MY MATHS*. 9(75): p. 55 - 58.
- [5] วิเชียร ไชยบัง. (2561). *โรงเรียนนอกกะลา (ภาคปาฏิหาริย์)*. พิมพ์ครั้งที่ 18. บุรีรัมย์: สำนักพิมพ์เรียนนอกกะลา.
- Chalakbang, W. (2018). *The School Outside the Box (Miracle version)* (18th ed.). Buriram: Learn Nokkala Printing.
- [6] Barmby, P. (2009). *Primary Mathematics: Teaching for Understanding*. McGraw-Hill Education.
- [7] Charlesworth, R. (2011). *Experiences in Math for Young Children* (6th ed.). Belmont, CA: Wadsworth/Cengage Learning.
- [8] Edwards, A. (2012). *New Technology and Education*. London: A&C Black.
- [9] Hiebert, J., and Carpenter, T. P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Mcmillan.
- [10] Inprasitha, M. (2003). *Reforming of the Learning Processes in School Mathematics with Emphasizing on Mathematical Process*. Bangkok: National Research Council of Thailand.
- [11] Inprasitha, M., Masami, I., and Ban-Har, Y. (Eds.). (2015). *Lesson Study: Challenges in Mathematics Education*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- [12] The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
- [13] Wiggins, G. P., and McTighe, J. (2005). *Understanding by Design*. Association for Supervision and Curriculum Development.



วารสารคณิตศาสตร์ Mathematical Journal 65(702) กันยายน – ธันวาคม 2563

โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

ผลลัพธ์บางอย่างใน $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป

Some Results in $\mathcal{LA}^{**}$ -semigroups

ชฎารัตน์ ถาปิ่น¹ และ ไพโรจน์ เยียระยง^{2,*}

^{1,2}หลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม พิษณุโลก 65000

Chadarat Tapan¹ and Pairote Yiarayong^{2,*}

^{1,2}Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology,
Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000

Email: ¹n_nstat@hotmail.com ²pairote0027@hotmail.com

วันที่รับบทความ : 9 ธันวาคม 2562

วันที่แก้ไขบทความ : 17 มกราคม 2563

วันที่ตอบรับบทความ : 7 เมษายน 2563

บทคัดย่อ

ในบทความนี้ได้นำเสนอแนวคิดของสมาชิกตัวแปรในกึ่งกรุปเกือบซ้ายและมีการตรวจสอบสมบัติต่าง ๆ ของสิ่งที่กล่าวมาข้างต้น นอกจากนี้ได้พิสูจน์ว่า ถ้า $(S, *)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปปกติ และ $a \in S$ แล้วเงื่อนไขต่อไปนี้จะสมมูลกัน

1. $a \in \mathcal{R}(S)$

2. $(S * a) * b = S * b$ สำหรับทุกสมาชิก $b \in S$

คำสำคัญ: กึ่งกรุปเกือบซ้าย $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป สมาชิกตัวแปร อินเวอร์ทียฟซ้าย กึ่งกรุปเกือบซ้ายปกติ

* ผู้เขียนหลัก

ABSTRACT

In this paper, the notions of variant elements in left almost semigroups are investigated. Moreover, we prove that if $(S, *)$ is an $\mathcal{LA}^{**}$ -regular semigroup and $a \in S$, then the following conditions are equivalent.

1. $a \in \mathcal{R}(S)$,
2. $(S * a) * b = S * b$ for any element b of S .

Keywords: Left almost semigroup, $\mathcal{LA}^{**}$ -semigroup, Variant element, Left invertive, Regular left almost semigroup

1. บทนำ

ในบทความนี้เป็นการศึกษาถึงกรุปเกือบซ้ายที่มีลักษณะพิเศษบางประการ เช่น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป และถึงกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้าย เป็นต้น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปถูกพัฒนามาจากทฤษฎีบทของถึงกรุปเกือบซ้ายและถึงกรุปสลับที่ โครงสร้างพีชคณิต “ $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป” ได้รับการนิยามครั้งแรกโดย Protić and Boinovic [13] ในปี ค.ศ.1995 ซึ่งได้อธิบายว่าถึงกรุปเกือบซ้าย $(S, *)$ จะเรียกว่า $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป ถ้าสำหรับทุกสมาชิก x, y และ z ใน S ซึ่ง $x * (y * z) = y * (x * z)$ นอกจากนี้ยังได้อธิบายถึงกรุปเกือบซ้ายที่มีลักษณะพิเศษบางอย่างที่กล่าวมาข้างต้น ยิ่งไปกว่านั้นยังมีนักคณิตศาสตร์อีกมากมายที่ได้ศึกษาสมบัติต่าง ๆ ของถึงกรุปเกือบซ้ายอย่างแพร่หลายซึ่งได้อธิบายถึงทฤษฎีบท สมบัติ และตัวอย่างต่าง ๆ ของ $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปและถึงกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์

ในปี ค.ศ.2008 Boinovic และคณะ [3] ได้กำหนดบทนิยามของถึงกรุปย่อยเกือบซ้ายวิกษณัยค่าสองขั้วในถึงกรุปเกือบซ้ายระบบเคอร์เนลปกติของ $\mathcal{LA}^{**}$ -ถึงกรุปผกผัน (kernel normal system of inverse $\mathcal{LA}^{**}$ -semigroup) ในปี ค.ศ.2012 Yaqoob [14] สร้างบทนิยามของถึงกรุปย่อยเกือบซ้ายวิกษณัยค่าสองขั้วในถึงกรุปเกือบซ้าย นอกจากนี้ได้ศึกษาสมบัติบางประการของไอดีล (ขวา, ไบ-, ภายใน) ซ้ายวิกษณัยค่าสองขั้ว (bipolar-valued fuzzy left (right, bi-, interior) ideal) ของถึงกรุปเกือบซ้าย ยิ่งไปกว่านั้น Faisal และคณะ [6] ได้แนะนำแนวคิดของฟัซซีฟิเคชันค่าสองขั้วในถึงกรุปเกือบซ้าย ในปีเดียวกัน Aslam และคณะ [2] ได้นำเสนอแนวความคิดของเซตย่อยวิกษณัยสองขั้วในถึงกรุปเกือบซ้ายและได้อธิบายลักษณะเฉพาะบางประการของไอดีล (ขวา) ซ้ายวิกษณัยสองขั้วของถึง

กรุปเกือบซ้าย ต่อมาในปี ค.ศ.2013 Dudek และ Gigon [5] ได้ให้ความหมายของ $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปผกผันสมบูรณ์ (completely inverse $\mathcal{LA}^{**}$ -semigroup) ว่าเป็นกรุปพอยต์ที่มีสมบัติ

$$(x * y) * z = (z * y) * x, x * (y * z) = y * (x * z)$$

และ $x * x^{-1} = x^{-1} * x$ สำหรับทุกสมาชิก x, y และ z ใน S โดยที่ x^{-1} เป็นตัวผกผันเพียงตัวเดียวของ x นอกจากนี้ Khan และคณะ [8] ได้ให้บทนิยามของของกึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับวิภันย์ค่าช่วงและได้หาลักษณะเฉพาะบางประการของกึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับปรกติภายใน (intra-regular ordered $\mathcal{LA}$ -semigroup) ในพจน์ของไอดีล (ขวา) ซ้ายวิภันย์ค่าช่วงของกึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับยิ่งไปกว่านั้น Yaqoob และคณะ [14 - 16] ได้ให้ความหมายของกึ่งกรุปย่อยเกือบซ้ายวิภันย์ค่าช่วงไอดีลซ้าย ไอดีลขวาและไบ-ไอดีลในกึ่งกรุปเกือบซ้าย แนวคิดของเซตวิภันย์สหัชญาณนิยมนค่าช่วง (interval valued intuitionistic fuzzy set) ในกึ่งกรุปเกือบซ้ายถูกนำเสนอโดย Yaqoob ในปี ค.ศ.2013 และได้หาลักษณะเฉพาะบางประการของกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติในพจน์ของไอดีลซ้ายวิภันย์สหัชญาณนิยมนค่าช่วง ในปี ค.ศ.2014 Khan, Shum และ Iqbal [9] ได้ศึกษาและอธิบายสมบัติบางประการของไอดีลเล็กสุด (minimal ideal) ของ $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป ($\mathcal{LA}^{**}$ -semigroup) นอกจากนี้ Abdullah และคณะ [1] ได้กำหนดบทนิยามของไอดีลวิภันย์ (α, β) ค่าช่วงในกึ่งกรุปเกือบซ้าย ในปี ค.ศ.2016 Khan, Yousafzai และ Khan [11] ได้ศึกษาความหมายของ (m, n) -ไอดีล $((m, n)$ -ideal) ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย ($\mathcal{LA}$ -semigroup) และได้หาลักษณะเฉพาะของ (m, n) -ไอดีลในกึ่งกรุปเกือบซ้าย ยิ่งไปกว่านั้นได้พิสูจน์ว่าเซตย่อย A ของกึ่งกรุปเกือบซ้ายจะเป็น $(0, 2)$ -ไอดีลก็ต่อเมื่อ A เป็นไอดีลซ้ายของบางไอดีลซ้ายในกึ่งกรุปเกือบซ้าย ในปี ค.ศ.2018 Khan, Yousafzai และ Hila [10] ได้แนะนำแนวคิดของ $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปผกผันซ้ายสมบูรณ์ (completely left inverse $\mathcal{LA}^{**}$ -semigroup) และได้ศึกษาสมบัติพื้นฐานของสมภาค (congruence) ใน $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปผกผันซ้ายสมบูรณ์

ในบทความนี้ได้ศึกษาและแนะนำแนวความคิดของสมาชิกตัวแปร (variant element) ใน $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปตามแนวทางของ Chinram และ Yonthanthum [4] นอกจากนี้ได้ตรวจสอบสมบัติต่าง ๆ ของ $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป ยิ่งไปกว่านั้นได้พิสูจน์ว่า ถ้า $(S, *)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติและ $a \in S$ แล้วเงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกัน

1. $a \in \mathcal{R}(S)$
2. $(S * a) * b = S * b$ สำหรับทุกสมาชิก $b \in S$

2. ความรู้พื้นฐาน

ในหัวข้อนี้เราได้ศึกษาบทนิยามและผลลัพธ์บางอย่างที่จำเป็นสำหรับวัตถุประสงค์และการศึกษาในหัวข้อต่อไปของเรา

บทนิยาม 2.1 [7] กำหนดให้ S เป็นเซตที่ไม่ใช่เซตว่าง จะเรียก $(S, *)$ ว่า **กึ่งกรุปเกือบซ้าย** (left almost semigroup) ก็ต่อเมื่อ ฟังก์ชัน $*: S \times S \rightarrow S$ โดยที่ $(x, y) \mapsto x * y$ สำหรับทุกสมาชิก x และ y ใด ๆ ใน S ที่มีสมบัติ $(x * y) * z = (z * y) * x$ สำหรับทุกสมาชิก x, y และ z ใด ๆ ใน S และเรียกสมบัตินี้ว่า **อินเวอร์ทีฟซ้าย** (left invertive)

บทตั้ง 2.2 [7] ถ้า $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายแล้ว $(a * b) * (c * d) = (a * c) * (b * d)$ สำหรับทุกสมาชิก a, b, c และ d ใด ๆ ใน S

กำหนดให้ $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย จะเรียก $(S, *)$ ว่า มีสมบัติ**เอกลักษณ์ซ้าย** (left identity) ถ้ามีสมาชิก e ใน S ซึ่งทำให้ $e * x = x$ สำหรับทุกสมาชิก x ใด ๆ ใน S และจะเรียก “ e ” ว่า **เอกลักษณ์ซ้าย** (left identity)

บทตั้ง 2.3 [12] ถ้า $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้ายแล้ว $x * (y * z) = y * (x * z)$ สำหรับทุกสมาชิก x, y และ z ใด ๆ ใน S

บทตั้ง 2.4 [12] ถ้า $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้าย แล้ว $(a * b) * (c * d) = (d * c) * (b * a)$ สำหรับทุกสมาชิก a, b, c และ d ใด ๆ ใน S

บทนิยาม 2.5 [13] กึ่งกรุปเกือบซ้าย $(S, *)$ จะเรียกว่า $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป ถ้าสำหรับทุกสมาชิก x, y และ z ใน S ซึ่ง $x * (y * z) = y * (x * z)$

กำหนดให้ $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย จะเรียก $(S, *)$ ว่า **กึ่งกรุปเกือบซ้ายปกติ** (regular left almost semigroup) ถ้าสำหรับแต่ละสมาชิก x ใด ๆ ใน S แล้วจะมีสมาชิก a ใน S ซึ่ง $x = (x * a) * x$

ข้อสังเกต เห็นได้ชัดเจนว่า $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปกติก็ต่อเมื่อ $x \in (x * S) * x$ สำหรับทุกสมาชิก x ใด ๆ ใน S

3. ผลการวิจัย

ในหัวข้อต่อไปนี้จะแนะนำแนวความคิดของสมาชิกตัวแปรในกึ่งกรุปเกือบซ้าย นอกจากนี้ได้ตรวจสอบสมบัติต่าง ๆ ของ $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป โดยเริ่มต้นจากการกำหนดบทนิยามของสมาชิกตัวแปรในกึ่งกรุปเกือบซ้าย ดังนี้

กำหนดให้ a เป็นสมาชิกใด ๆ ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย $(S, *)$ นิยามการดำเนินการ “ $\circ_a$ ” โดยที่

$$x \circ_a y = (x * a) * y$$

สำหรับทุกสมาชิก x และ y ใน S เห็นได้ชัดเจนว่า $\circ_a$ เป็นดำเนินการทวิภาคบน S จะเรียกสมาชิก a ว่า **ตัวแปร (variant)** ของ S

ทฤษฎีบท 3.1 ถ้า $(S, *)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป แล้ว $(S, \circ_a)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป

บทพิสูจน์ เริ่มต้นจะแสดงว่า $(S, \circ_a)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย

ให้ x, y และ z เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S จะได้ว่า

$$\begin{aligned} (x \circ_a y) \circ_a z &= ((x * a) * y) \circ_a z \\ &= (((x * a) * y) * a) * z \\ &= ((a * y) * (x * a)) * z \\ &= (x * ((a * y) * a)) * z \\ &= (z * ((a * y) * a)) * x \\ &= ((a * y) * (z * a)) * x \\ &= (((z * a) * y) * a) * x \\ &= ((z \circ_a y) * a) * x \\ &= (z \circ_a y) \circ_a x \end{aligned}$$

ดังนั้น $(S, \circ_a)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย

ต่อไปจะแสดงว่า $(S, \circ_a)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป

กำหนดให้ x, y และ z เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S

เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
 x \circ_a (y \circ_a z) &= (x * a) * (y \circ_a z) \\
 &= (x * a) * ((y * a) * z) \\
 &= (y * a) * ((x * a) * z) \\
 &= (y * a) * (x \circ_a z) \\
 &= y \circ_a (x \circ_a z)
 \end{aligned}$$

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า $(S, \circ_a)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป □

บทแทรก 3.2 ถ้า $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้าย แล้ว $(S, \circ_a)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป

บทพิสูจน์ สามารถแสดงได้ในทำนองเดียวกันกับบทพิสูจน์ของทฤษฎีบท 3.1 □

บทแทรก 3.3 ถ้า $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้าย แล้ว $(S, \circ_e)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้าย

บทพิสูจน์ กำหนดให้ x เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
 e \circ_e x &= (e * e) * x \\
 &= e * x \\
 &= x
 \end{aligned}$$

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า $(S, \circ_e)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้าย □

กำหนดให้ $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย

นิยามเซต $\mathcal{R}(S)$ โดยที่ $\mathcal{R}(S) = \{a \in S \mid (S, \circ_a) \text{ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปกติ}\}$

ทฤษฎีบท 3.4 กำหนดให้ $(S, *)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป ถ้า $\mathcal{R}(S) \neq \emptyset$ แล้ว $(S, *)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปกติ

บทพิสูจน์ เนื่องจาก $\mathcal{R}(S) \neq \emptyset$ ดังนั้นจะมีสมาชิก a ใน S ซึ่ง $a \in \mathcal{R}(S)$

จะได้ว่า $(S, \circ_a)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปกติ

กำหนดให้ x เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 x &= (x \circ_a y) \circ_a x \\
 &= ((x * a) * y) \circ_a x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (((x*a)*y)*a)*x \\
&= ((a*y)*(x*a))*x \\
&= (x*((a*y)*a))*x \in (x*S)*x
\end{aligned}$$

สำหรับบางสมาชิก y ใน S

จึงสรุปได้ว่า $(S,*)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ □

บทแทรก 3.5 กำหนดให้ $(S,*)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้าย

ถ้า $\mathcal{R}(S) \neq \emptyset$ แล้ว $(S,*)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ

บทพิสูจน์ สามารถแสดงได้ในทำนองเดียวกันกับบทพิสูจน์ของทฤษฎีบท 3.4 □

ทฤษฎีบท 3.6 กำหนดให้ $(S,*)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย

ถ้า $a \in \mathcal{R}(S)$ แล้ว $(S*a)*S = S$

บทพิสูจน์ เห็นได้ชัดเจนว่า $(S*a)*S \subseteq S$ ต่อไปจะแสดงว่า $S \subseteq (S*a)*S$

กำหนดให้ x เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S

เนื่องจาก $a \in \mathcal{R}(S)$ จะได้ว่า $(S, \circ_a)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ

ดังนั้น จะมีสมาชิก s ใน S โดยที่ $x = (x \circ_a s) \circ_a x$ เพราะว่า

$$\begin{aligned}
x &= (x \circ_a s) \circ_a x \\
&= ((x*a)*s) \circ_a x \\
&= (((x*a)*s)*a)*x \in (S*a)*S
\end{aligned}$$

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า $(S*a)*S = S$ □

ทฤษฎีบท 3.7 กำหนดให้ $(S,*)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุป และ $a, b \in S$ ซึ่ง $a \in \mathcal{R}(S)$

ถ้า $a \in S*b$ แล้ว $b \in \mathcal{R}(S)$

บทพิสูจน์ จาก $a \in S*b$ จะได้ว่า จะมี $s \in S$ โดยที่ $a = s*b$

กำหนดให้ x เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S

เนื่องจาก $a \in \mathcal{R}(S)$ จะได้ว่า $(S, \circ_a)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ

ดังนั้น จะมี $w \in S$ โดยที่ $x = (x \circ_a w) \circ_a x$ พิจารณา

$$\begin{aligned}
 x &= (x \circ_a w) \circ_a x \\
 &= ((x * a) * w) \circ_a x \\
 &= (((x * a) * w) * a) * x \\
 &= (((x * a) * w) * (s * b)) * x \\
 &= ((b * s) * (w * (x * a))) * x \\
 &= (((w * (x * a)) * s) * b) * x \\
 &= (((w * (((((x * a) * w) * a) * x) * a)) * s) * b) * x \\
 &= (((w * (((x * a) * ((x * a) * w)) * a)) * s) * b) * x \\
 &= (((w * ((a * ((x * a) * w)) * (x * a))) * s) * b) * x \\
 &= (((w * ((a * ((x * a) * w)) * (x * (s * b)))) * s) * b) * x \\
 &= (((w * ((a * ((x * a) * w)) * (s * (x * b)))) * s) * b) * x \\
 &= (((w * (((x * b) * s) * (((x * a) * w) * a))) * s) * b) * x \\
 &= (((((x * b) * s) * (w * (((x * a) * w) * a))) * s) * b) * x \\
 &= (((s * (w * (((x * a) * w) * a))) * ((x * b) * s)) * b) * x \\
 &= (((x * b) * (s * (w * (((x * a) * w) * a))) * s) * b) * x
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $x \in (((x * b) * S) * b) * x$ ทำให้ได้ว่า จะมี $z \in S$ โดยที่

$$\begin{aligned}
 x &= (((x * b) * z) * b) * x \\
 &= ((x \circ_b z) * b) * x \\
 &= (x \circ_b z) \circ_b x
 \end{aligned}$$

จึงได้ว่า $(S, \circ_b)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า $b \in \mathcal{R}(S)$

□

ทฤษฎีบท 3.8 ถ้า $(S, *)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติและ $a \in S$ แล้ว เงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกัน

1. $a \in \mathcal{R}(S)$
2. $(S * a) * b = S * b$ สำหรับทุกสมาชิก $b \in S$

บทพิสูจน์

สมมติให้ $a \in \mathcal{R}(S)$ จะได้ว่า $(S, \circ_a)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ

กำหนดให้ b เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S เห็นได้ชัดเลยว่า $(S * a) * b \subseteq S * b$

ต่อไปจะแสดงว่า $S * b \subseteq (S * a) * b$

เนื่องจาก $(S, \circ_a)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ ดังนั้น จะมี $s \in S$ โดยที่

$$\begin{aligned} b &= (b \circ_a s) \circ_a b \\ &= ((b * a) * s) \circ_a b \\ &= (((b * a) * s) * a) * b \end{aligned}$$

ต่อไปกำหนดให้ x เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S โดยที่ $x \in S * b$

จึงได้ว่าจะมี $t \in S$ โดยที่ $x = t * b$ พิจารณา

$$\begin{aligned} x &= t * b \\ &= t * (((b * a) * s) * a) * b \\ &= (((b * a) * s) * a) * (t * b) \\ &= (b * t) * (a * ((b * a) * s)) \\ &= ((a * ((b * a) * s)) * t) * b \\ &= ((t * ((b * a) * s)) * a) * b \in (S * a) * b \end{aligned}$$

จึงได้ว่า $S * b \subseteq (S * a) * b$ นั่นคือ $(S * a) * b = S * b$

สมมติให้ 2 เป็นจริง กำหนดให้ x เป็นสมาชิกใด ๆ ใน S

โดยสมมติฐาน จะได้ว่า $(x * a) * S = x * S$ และ $(S * a) * x = S * x$

เนื่องจาก $(S, *)$ เป็น $\mathcal{LA}^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ

ดังนั้นจะมี $s \in S$ โดยที่ $x = (x * s) * x \in S * x$

จะได้ว่า $x \in (S * a) * x$ นั่นคือ จะมี $t \in S$ ซึ่ง $x = (t * a) * x$ พิจารณา

$$\begin{aligned}
 x &= (x * s) * x \\
 &= (((t * a) * x) * s) * ((t * a) * x) \\
 &= ((s * x) * (t * a)) * ((t * a) * x) \\
 &= ((a * t) * (x * s)) * ((t * a) * x) \\
 &= (x * ((a * t) * s)) * ((t * a) * x) \\
 &= (((t * a) * x) * ((a * t) * s)) * x \\
 &= (((t * a) * (a * t)) * (x * s)) * x \\
 &= ((a * ((t * a) * t)) * (x * s)) * x \\
 &= (((x * s) * ((t * a) * t)) * a) * x \\
 &= (((t * a) * ((x * s) * t)) * a) * x \\
 &= (((t * a) * ((t * s) * x)) * a) * x \\
 &= (((t * s) * ((t * a) * x)) * a) * x \\
 &= (((t * s) * ((x * a) * t)) * a) * x \\
 &= (((x * a) * ((t * s) * t)) * a) * x \in (((x * a) * s) * a) * x
 \end{aligned}$$

จึงได้ว่า จะมี $w \in S$ โดยที่

$$\begin{aligned}
 x &= (((x * a) * w) * a) * x \\
 &= ((x \circ_a w) * a) * x \\
 &= (x \circ_a w) \circ_a x
 \end{aligned}$$

ทำให้ได้ว่า $(S, \circ_a)$ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า $a \in \mathcal{R}(S)$

□

เอกสารอ้างอิง

- [1] Abdullah, S., Aslam, S. and Amin, N. (2014). LA-semigroup characterized by the properties of interval valued (α, β) -fuzzy ideal. *J. Appl. Math. & Informatics*, 32 (3-4), p. 405 – 426.

- [2] Aslam, M., Abdullah, S. and Masoo, M. (2012). Bipolar fuzzy Ideals in LA-semigroups. *World Applied Sciences Journal*, 17 (12), p. 1769 – 1782.
- [3] Boinovic, M., Protic, P.V. and Stevanovic, N. (2008). Kernel normal system of inverse AG**-groupoids. *Quasigroups and Related Systems*, 17, p. 1 – 8.
- [4] Chinram, R. and Yonthanthum, W. (2019). On the regularity-preserving elements in regular ordered semigroups. *International Journal of Mathematics and Computer Science*, 14 (3), p. 729 – 736.
- [5] Dudek, W.A. and Gigon, R.S. (2013). Completely inverse AG**-groupoids. *Semigroup Forum*, 87, p. 201 – 229.
- [6] Faisal, Yaqoob, N. and Saeid, A.B. (2012). Some results in bipolar-valued fuzzy ordered AG-groupoids. *Discussiones Mathematica General Algebra and Applications*, 32, p. 55 – 76.
- [7] Kazim, M. A. and Naseerudin, M. (1972). On almost-semigroup. *Aligarh Bull. Math.*, 2, p. 1 – 7.
- [8] Khan, A., Faisal, Khan, W. and Yaqoob, N. (2013). Ordered LA-semigroups in terms of interval valued fuzzy ideals. *Journal of Advanced Research in Pure Mathematics*, 5 (1), p. 100 – 117.
- [9] Khan, M., Shum, K.P. and Iqbal, M.F. (2014). On minimal ideals of AG**-groupoids. *Southeast Asian Bulletin of Mathematics*, 38, 389 – 399.
- [10] Khan, W., Yousafzai, F. and Hila, K. (2018). Congruences and decompositions of AG**-groupoids. *Miskolc Mathematical Notes*, 19 (2), p. 931 – 944.
- [11] Khan, W., Yousafzai, F. and Khan, M. (2016). On generalized ideals of left almost semigroups. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 9 (3), p. 277 – 291.

- [12] Mushtaq, Q. and Yusuf, S.M. (1979). On locally associative LA-semigroups. *J. Nat. Sci. Math.*, 19, p. 57 – 62.
- [13] Protic, P.V. and Boinovic, M. (1995). Some congruences on an AG^{**} -groupoid. *Filomat*, 9, p. 879 – 886.
- [14] Yaqoob, N. (2012). Bipolar-valued fuzzy ideals in LA-semigroups. *Journal of Advanced Studies in Topology*, 3 (1), p. 60 – 71.
- [15] Yaqoob, N. (2013). Interval valued intuitionistic fuzzy ideals of regular LA-semigroups. *Thai Journal of Mathematics*, 11 (3), p. 683 – 695.
- [16] Yaqoob, N., Chinram, R. and Ghareeb, A. (2013). Left almost semigroups characterized by their interval valued fuzzy ideals. *Afr. Mat.*, 24, p. 231 – 245.



วารสารคณิตศาสตร์ Mathematical Journal 65(702) กันยายน – ธันวาคม 2563

โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของ

กราฟดัมเบลและกราฟไม้พาย

Edge-odd Graceful Labelings for

Dumbbell Graph and Paddle Graph

ลลิภัทร ชนูดหอม¹ ทศติญา แก่นแก้ว² ภัทธรวดี หอมสมบัติ³ ณฐภัทร ลอยแก้ว^{4,*} และอาธิติญา สูงสุด⁵

^{1,2,3,4,5}โรงเรียนปทุมคงคา สมุทรปราการ สมุทรปราการ 10280

Laliphat Chanoodhom¹ Tattiya Keankeaw² Phattharawadi Homsombat³

Nathaphat Loykaew^{4,*} and Artitiya Soongsud⁵

^{1,2,3,4,5}Patumkongka Samutprakan School, Samutprakan 10280

Email: ¹laliphat8482@gmail.com ²tattiya2524@gmail.com ³phattarawadee189@gmail.com

⁴jinnynapat@gmail.com ⁵artitiya.bell@gmail.com

วันที่รับบทความ : 3 กุมภาพันธ์ 2563

วันที่แก้ไขบทความ : 6 มีนาคม 2563

วันที่ตอบรับบทความ : 17 เมษายน 2563

บทคัดย่อ

บทความฉบับนี้สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟดัมเบลและกราฟไม้พายตามลำดับ ซึ่งกราฟดัมเบลสร้างจากกราฟวง C_n สองกราฟเชื่อมต่อกันด้วยเส้นเชื่อมหนึ่งเส้น เมื่อ $n \geq 3$ และ กราฟไม้พายสร้างจากกราฟพัด F_n สองกราฟเชื่อมต่อกันด้วยเส้นเชื่อมหนึ่งเส้น เมื่อ $n \geq 2$ แล้ว

* ผู้เขียนหลัก

พิสูจน์ว่า สำหรับจำนวนเต็ม n ที่ $n \geq 3$ การกำกับบนเส้นเชื่อมของกราฟดัมเบลที่สร้างเป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงาม และสำหรับจำนวนเต็มคี่ n ที่ $n \geq 3$ การกำกับบนเส้นเชื่อมของกราฟไม้พายที่สร้างเป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงาม

คำสำคัญ: กราฟวง กราฟพัด การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงาม

ABSTRACT

This article construct edge-odd labelings for dumbbell graph and paddle graph, respectively. The dumbbell graph is constructed by connecting two cycle graphs C_n by an edge, for $n \geq 3$ and the paddle graph is constructed by connecting two fan graphs F_n by an edge, for $n \geq 2$. We then proof that the constructed labelings are an edge-odd graceful labeling of the dumbbell graph for $n \geq 3$ and an edge-odd graceful labeling of the paddle graph for odd integers n such that $n \geq 3$.

Keywords: Cycle graph, Fan graph, Edge-odd graceful labeling

1. บทนำ

ให้ $G = (V(G), E(G))$ เป็นกราฟเชิงเดียวที่มี $V(G)$ เป็นเซตของจุดยอด และ $E(G)$ เป็นเซตของเส้นเชื่อมที่มีจำนวน q เส้น ในปี ค.ศ.1967 Rosa [5] ได้ให้บทนิยามของการกำกับอย่างสวยงามของ G ซึ่งเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง f จาก $V(G)$ ไปยัง $\{0, 1, 2, \dots, q\}$ ที่ทำให้การกำกับบนเส้นเชื่อม $uv \in E(G)$ แต่ละเส้นที่กำหนดโดย $|f(u) - f(v)|$ แตกต่างกันทั้งหมด ต่อมาในปี ค.ศ.1991 Gnanajothi [4] ได้ให้บทนิยามของการกำกับจำนวนที่สวยงามของ G ซึ่งเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง f จาก $V(G)$ ไปยัง $\{0, 1, 2, \dots, 2q - 1\}$ ที่ทำให้การกำกับบนเส้นเชื่อม $uv \in E(G)$ แต่ละเส้นที่กำหนดโดย $|f(u) - f(v)|$ เป็นตัวเลขใน $\{1, 3, 5, \dots, 2q - 1\}$ ที่แตกต่างกันทั้งหมด และในปี ค.ศ.2009 Solairaju และ Chithra [7] ได้ให้บทนิยามของการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมที่คล้ายเป็นปัญหาผกผันของการกำกับจำนวนที่สวยงามของ G ที่นิยามโดย Gnanajothi [4] ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม 1.1 [7] การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟ $G = (V(G), E(G))$ เป็นฟังก์ชันสมนัยหนึ่งต่อหนึ่ง $f: E(G) \rightarrow \{1, 3, 5, \dots, 2q - 1\}$ ที่เหนี่ยวนำให้ฟังก์ชัน

$$f^+(v) = \sum_{uv \in E(G)} f(uv) \pmod{2q}$$

สำหรับจุดยอด v ใด ๆ ใน $V(G)$ เป็นจำนวนใน $\{0, 1, 2, \dots, 2q - 1\}$ ที่แตกต่างกันทั้งหมด

Solairaju และ Chithra [7] ได้สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟต้นไม้ฮอปแมน $P_n \Theta P_2$ เมื่อ $n \geq 2$ กราฟไบสตาร์ $B_{n,n}$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 3$ กราฟ $\langle K_{1,n}; 2 \rangle$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 3$ กราฟดับเบิลสตาร์ $K_{1,n,n}$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 2$ ซึ่งทั้งหมดเป็นกราฟที่เกี่ยวข้องกับกราฟวิถี ต่อมาในปี ค.ศ.2013 Singhun [6] ได้สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟ $SF(n, m)$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับและ $m = 1$ หรือ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 3$ และ m เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n|m$ และการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟล้อ W_n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ ซึ่งเป็นกราฟที่เกี่ยวข้องกับกราฟวิถีและกราฟวง และในปีเดียวกันนี้ Wongpradit และ คณะ [8] ได้สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟปริซึมของวง C_n เมื่อ $n \geq 3$ และกราฟเพลลา $\text{Shaft}(n, 1)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 3$ ต่อมาในปี ค.ศ.2015 Boonklurb และ คณะ [3] ได้สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟปริซึมของสตาร์ S_n เมื่อ $n \geq 3$ กราฟ $\text{Prism}_3(S_n)$ เมื่อ $n \geq 3$ และ $n \equiv 2 \pmod{6}$ และกราฟ $\text{Prism}(W_n)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 4$ ซึ่งกราฟที่พิจารณาใน Boonklurb และ คณะ [3] และ Wongpradit และ คณะ [8] สร้างจากการคัดลอกกราฟเดิมสองหรือสามรูป แล้วเชื่อมจุดยอดที่สมนัยกันของกราฟที่คัดลอกเหล่านั้นไว้ด้วยเส้นเชื่อม และในปีเดียวกัน ศิริรัตน์ สิงห์ตันต์ [1] ได้สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟว่าว $(n, m) - \text{kite}$ เมื่อ $n \geq 3$ และ $m = 1$ หรือ 2 และกราฟพัด F_n เมื่อ $n = 2, 3$ และ $n \equiv 1 \pmod{4}$

บทความฉบับนี้ได้แรงบันดาลใจจาก ศิริรัตน์ สิงห์ตันต์ [1] Boonklurb และ คณะ [3] และ Wongpradit และ คณะ [8] โดยพิจารณากราฟที่เกิดจากการคัดลอกกราฟวง และกราฟที่เกิดจากการคัดลอกกราฟพัด แล้วเชื่อมทั้งสองกราฟนี้ด้วยเส้นเชื่อมหนึ่งเส้น โดยนิยามกราฟทั้งสองนี้ว่ากราฟดัมเบล และกราฟไม้พายตามลำดับ ในที่นี้จึงขอให้บทนิยามสำหรับกราฟวง กราฟวิถี กราฟพัด กราฟดัมเบล และกราฟไม้พายดังต่อไปนี้

บทนิยาม 1.2

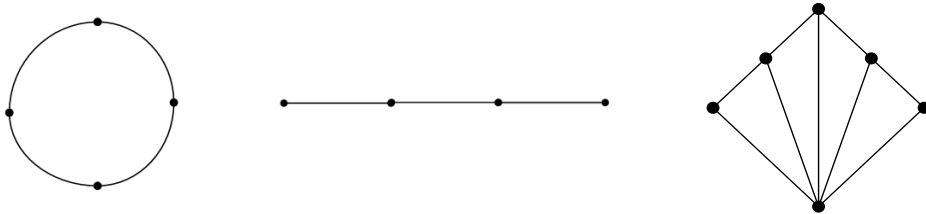
(i) [2] ให้ $n \geq 3$ กราฟวง C_n เป็นกราฟที่มีจุดยอด n จุด และมีเส้นเชื่อม n เส้น โดยจุดยอดสามารถวางเรียงตัวเป็นเส้นรอบวงของวงกลม และจุดยอดสองจุดมีเส้นเชื่อมหากันก็ต่อเมื่อทั้งสองจุดนั้นวางอยู่ติดกันบนเส้นรอบวง

(ii) [2] ให้ n เป็นจำนวนนับ กราฟวิถี P_n เป็นกราฟที่มีจุดยอด n จุด โดยจุดเหล่านั้นสามารถวางเรียงต่อกันเป็นเส้น และจุดยอดสองจุดมีเส้นเชื่อมหากันก็ต่อเมื่อทั้งสองจุดนั้นวางอยู่ติดกันบนเส้น

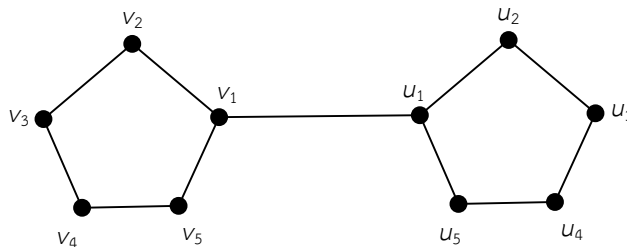
(iii) [2] ให้ $n \geq 2$ กราฟพัด F_n เป็นกราฟที่ประกอบด้วยกราฟวิถี P_n และจุดยอดอีกหนึ่งจุด โดยจุดยอดจุดนี้มีเส้นเชื่อมไปหาจุดยอดทุกจุดบน P_n

(iv) ให้ $n \geq 3$ กราฟดัมเบล $Dumbbell(n)$ เป็นกราฟประกอบด้วยกราฟวง C_n สองกราฟ โดยจุดยอดบน C_n รูปหนึ่งชื่อ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ เรียงตัวในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จุดยอดบน C_n อีกรูปหนึ่งชื่อ $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ เรียงตัวในทิศทางตามเข็มนาฬิกา และมีเส้นเชื่อมระหว่าง v_1 และ u_1

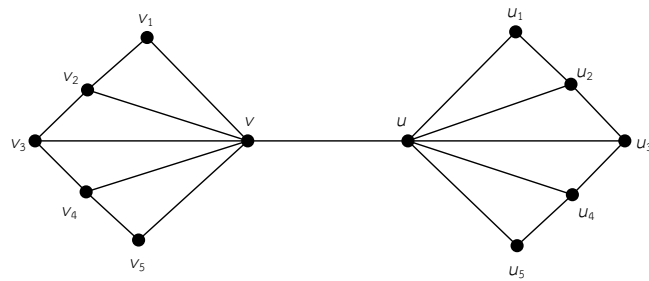
(v) ให้ $n \geq 3$ กราฟไม้พาย $Paddle(n)$ เป็นกราฟประกอบด้วยกราฟพัด F_n สองกราฟ โดยจุดยอดบน F_n รูปหนึ่งชื่อ $v, v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ เรียงตัวในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และ v มีเส้นเชื่อมไปหา $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ จุดยอดบน F_n อีกรูปหนึ่งชื่อ $u, u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ เรียงตัวในทิศทางตามเข็มนาฬิกา และ u มีเส้นเชื่อมไปหา $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ และมีเส้นเชื่อมระหว่าง v และ u



รูปที่ 1.1 กราฟวง C_4 กราฟวิถี P_4 และกราฟพัด F_5



รูปที่ 1.2 กราฟดัมเบล $Dumbbell(5)$



รูปที่ 1.3 กราฟไม้พาย Paddle(5)

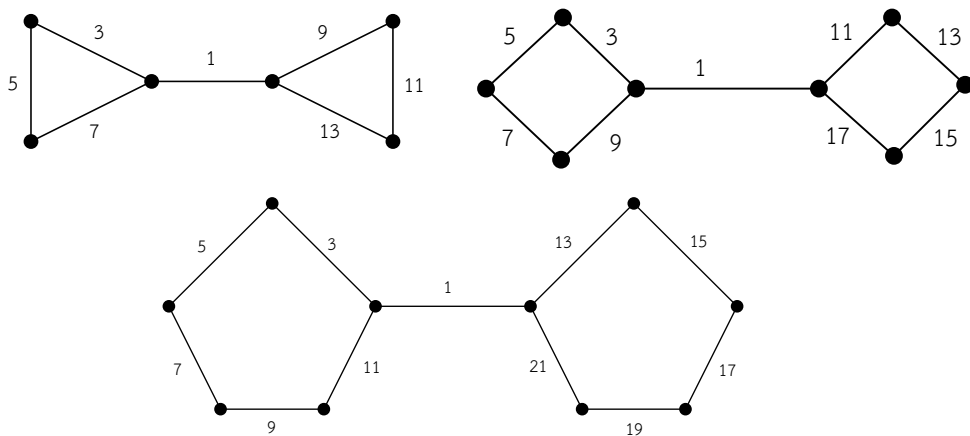
สังเกตว่า $|E(\text{Dumbbell}(n))| = 2n + 1$ และ $|E(\text{Paddle}(n))| = 4n - 1$

2. การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟดั้มเบล $\text{Dumbbell}(n)$

สำหรับ $n \geq 3$ สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟดั้มเบล $\text{Dumbbell}(n)$ ซึ่งคือฟังก์ชัน $f: E(\text{Dumbbell}(n)) \rightarrow \{1, 3, 5, \dots, 4n + 1\}$ โดยขั้นตอนวิธีต่อไปนี้

ขั้นตอนวิธี 2.1

- (i) $f(v_1u_1) = 1$
- (ii) $f(v_iv_{i+1}) = 2i + 1$ เมื่อ $1 \leq i \leq n - 1$
- (iii) $f(v_1v_n) = 2n + 1$
- (iv) $f(u_iu_{i+1}) = 2n + 2i + 1$ เมื่อ $1 \leq i \leq n - 1$
- (v) $f(u_1u_n) = 4n + 1$



รูปที่ 2.1 การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟดั้มเบล $\text{Dumbbell}(3)$, $\text{Dumbbell}(4)$ และ $\text{Dumbbell}(5)$ โดยขั้นตอนวิธี 2.1

ทฤษฎีบท 2.1 สำหรับ $n \geq 3$ การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟดัมเบล $\text{Dumbbell}(n)$ ที่สร้างโดยขั้นตอนวิธี 2.1 เป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟดัมเบล $\text{Dumbbell}(n)$

บทพิสูจน์ เห็นได้ชัดจากขั้นตอนวิธี 2.1 ว่า

$$\begin{aligned} f(E(\text{Dumbbell}(n))) &= \{f(v_1u_1)\} \cup \{f(v_iv_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{f(v_1v_n)\} \\ &\quad \cup \{f(u_iu_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{f(u_1u_n)\} \\ &= \{1\} \cup \{3, 5, 7, \dots, 2n-1\} \cup \{2n+1\} \\ &\quad \cup \{2n+3, 2n+5, 2n+7, \dots, 4n-1\} \cup \{4n+1\} \\ &= \{1, 3, 5, \dots, 4n+1\} \end{aligned}$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันจาก $E(\text{Dumbbell}(n))$ ไปทั่วถึง $\{1, 3, 5, \dots, 4n+1\}$

เนื่องจาก $|E(\text{Dumbbell}(n))| = |\{1, 3, 5, \dots, 4n+1\}| = 2n+1$ ทำให้ f เป็นฟังก์ชันสมนัย
หนึ่งต่อหนึ่งจาก $E(\text{Dumbbell}(n))$ ไปทั่วถึง $\{1, 3, 5, \dots, 4n+1\}$

ต่อมาให้ $w \in V(\text{Dumbbell}(n))$

กรณี $w = v_1$ โดยขั้นตอนวิธี 2.1 (i), (ii) และ (iii) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_1 &= \{f^+(v_1)\} \\ &= \{(f(v_1u_1) + f(v_1v_2) + f(v_1v_n)) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{(1 + 3 + 2n + 1) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{2n+5\} \end{aligned}$$

กรณี $w = v_i$ เมื่อ $2 \leq i \leq n-1$ โดยขั้นตอนวิธี 2.1 (ii) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_2 &= \{f^+(v_i) \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{(f(v_{i-1}v_i) + f(v_iv_{i+1})) \pmod{4n+2} \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{(2(i-1) + 1 + 2i + 1) \pmod{4n+2} \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{4i \mid 2 \leq i \leq n-1\} \end{aligned}$$

กรณี $w = v_n$ โดยขั้นตอนวิธี 2.1 (ii) และ (iii) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_3 &= \{f^+(v_n)\} \\ &= \{(f(v_{n-1}v_n) + f(v_1v_n)) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{(2(n-1) + 1 + 2n + 1) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{4n\} \end{aligned}$$

กรณี $w = u_1$ โดยขั้นตอนวิธี 2.1 (i), (iv) และ (v) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_4 &= \{f^+(u_1)\} \\ &= \{(f(v_1u_1) + f(u_1u_2) + f(u_1u_n)) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{(1 + 2n + 3 + 4n + 1) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{2n+3\} \end{aligned}$$

กรณี $w = u_i$ เมื่อ $2 \leq i \leq n-1$ โดยขั้นตอนวิธี 2.1 (iv) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_5 &= \{f^+(u_i) | 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{(f(u_{i-1}u_i) + f(u_i u_{i+1})) \pmod{4n+2} | 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{(2n+2(i-1)+1+2n+2i+1) \pmod{4n+2} | 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{4i-2 | 2 \leq i \leq n-1\} \end{aligned}$$

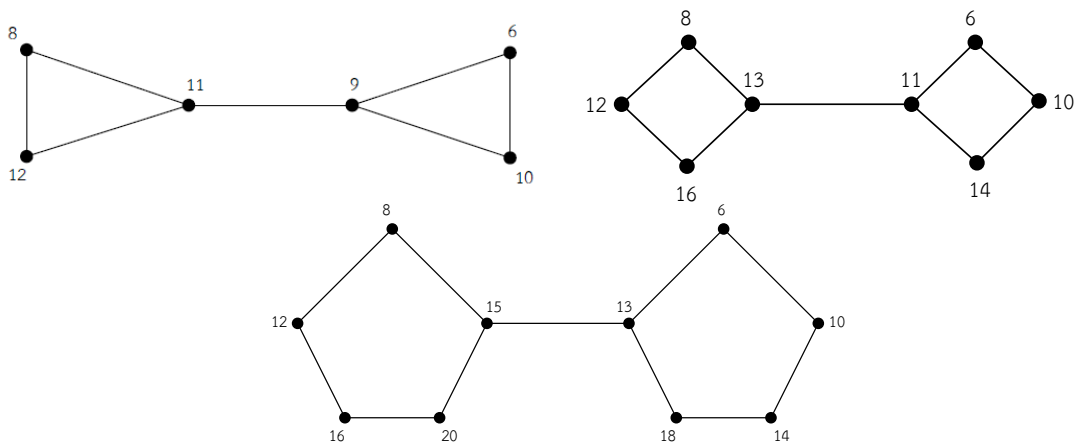
กรณี $w = u_n$ โดยขั้นตอนวิธี 2.1 (iv) และ (v) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_6 &= \{f^+(u_n)\} \\ &= \{(f(u_{n-1}u_n) + f(u_1 u_n)) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{(2n+2(n-1)+1+4n+1) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{4n-2\} \end{aligned}$$

เห็นได้ชัดว่า $A_1 \cap A_3 = \emptyset$, $A_1 \cap A_4 = \emptyset$, $A_1 \cap A_6 = \emptyset$, $A_3 \cap A_4 = \emptyset$, $A_3 \cap A_6 = \emptyset$ และ $A_4 \cap A_6 = \emptyset$ ต่อมาสังเกตว่าสมาชิกใน A_1 และ A_4 เป็นจำนวนเต็มคี่ แต่สมาชิกใน A_2 และ A_5 เป็นจำนวนเต็มคู่ ดังนั้น $A_1 \cap A_2 = \emptyset$, $A_1 \cap A_5 = \emptyset$, $A_2 \cap A_4 = \emptyset$ และ $A_4 \cap A_5 = \emptyset$ และสังเกตว่า $\max_{2 \leq i \leq n-1} A_2 = 4n-4 < 4n-2 < 4n$ และ $\max_{2 \leq i \leq n-1} A_5 = 4n-6 < 4n-2 < 4n$

ดังนั้น $A_2 \cap A_3 = \emptyset$, $A_2 \cap A_6 = \emptyset$, $A_3 \cap A_5 = \emptyset$ และ $A_5 \cap A_6 = \emptyset$

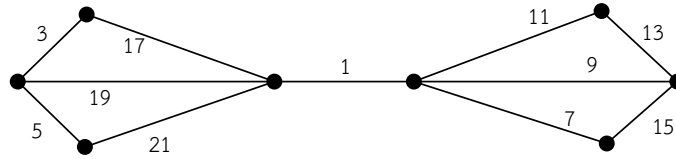
สุดท้ายสังเกตว่าสมาชิกทุกตัวใน A_2 หารด้วย 4 ลงตัว แต่สมาชิกทุกตัวใน A_5 หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 2 ดังนั้น $A_2 \cap A_5 = \emptyset$ ทำให้ได้ว่าการกำกับ f^+ บนจุดยอดเป็นจำนวนใน $\{0, 1, 2, \dots, 4n+2\}$ ที่แตกต่างกันทั้งหมด จึงได้ว่าการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟดัมเบล $Dumbbell(n)$ ที่สร้างโดยขั้นตอนวิธี 2.1 เป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟดัมเบล $Dumbbell(n)$ □



รูปที่ 2.2 การกำกับการกำกับ f^+ บนจุดยอดของกราฟดัมเบล $Dumbbell(3)$, $Dumbbell(4)$ และ $Dumbbell(5)$ โดยขั้นตอนวิธี 2.1

3. การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(n)$

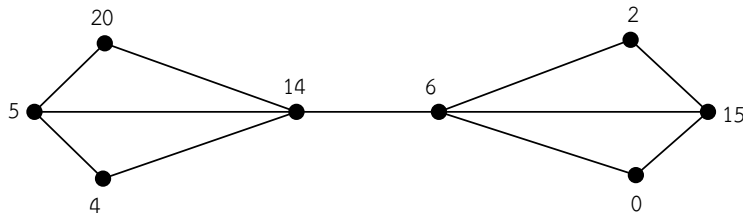
สำหรับ $n = 3$ สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อม $f: E(\text{Paddle}(3)) \rightarrow \{1, 3, 5, \dots, 21\}$ ของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(3)$ ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(3)$

ให้ $v \in V(\text{Paddle}(3))$

ตรวจสอบการกำกับบนจุดยอด $f^+(v) = \sum_{uv \in E(\text{Paddle}(3))} f(uv) \pmod{22}$ จะได้การกำกับบนจุดยอดของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(3)$ ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 การกำกับบนจุดยอดของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(3)$

จะเห็นว่าที่แต่ละจุดยอดของ $\text{Paddle}(3)$ การกำกับบนจุดยอดของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(3)$ ดังรูปที่ 3.2 เป็นจำนวนเต็มใน $\{0, 1, 2, \dots, 21\}$ ที่แตกต่างกันทั้งหมด ดังนั้น การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อม f ดังรูปที่ 3.1 เป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(3)$

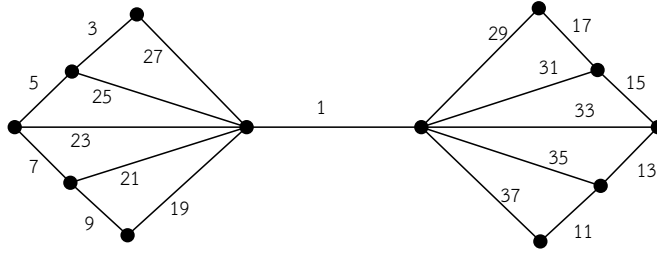
สำหรับ $n \geq 4$ สร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(n)$ ซึ่งคือ ฟังก์ชัน $f: E(\text{Paddle}(n)) \rightarrow \{1, 3, 5, \dots, 8n - 3\}$ โดยขั้นตอนวิธีต่อไปนี้

ขั้นตอนวิธี 3.1

- (i) $f(vu) = 1$
- (ii) $f(v_i v_{i+1}) = 2i + 1$ เมื่อ $1 \leq i \leq n - 1$
- (iii) $f(u_i u_{i+1}) = 2n + 2i - 1$ เมื่อ $1 \leq i \leq n - 1$

$$(iv) f(vv_i) = 6n - 2i - 1 \text{ เมื่อ } 1 \leq i \leq n$$

$$(v) f(uu_i) = 8n - 2i - 1 \text{ เมื่อ } 1 \leq i \leq n$$



รูปที่ 3.3 การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟไม้พาย Paddle(5) โดยขั้นตอนวิธี 3.1

ทฤษฎีบท 3.1 สำหรับจำนวนเต็มคี่ n ที่ $n \geq 3$ การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟไม้พาย Paddle(n) ที่สร้างโดยขั้นตอนวิธี 3.1 เป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟไม้พาย Paddle(n)

บทพิสูจน์ จากรูปที่ 3.2 เราทราบแล้วว่าการกำกับบนเส้นเชื่อมของกราฟไม้พาย Paddle(3) เป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟไม้พาย Paddle(3)

ให้ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 5$ เห็นได้ชัดจากขั้นตอนวิธี 3.1 ว่า

$$\begin{aligned} f(E(\text{Paddle}(n))) &= \{f(vu)\} \cup \{f(vv_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq n-1\} \\ &\quad \cup \{f(uu_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{f(vv_i) \mid 1 \leq i \leq n\} \\ &\quad \cup \{f(uu_i) \mid 1 \leq i \leq n\} \\ &= \{1\} \cup \{3, 5, 7, \dots, 2n-1\} \cup \{2n+1, 2n+3, 2n+5, \dots, 4n-3\} \\ &\quad \cup \{6n-3, 6n-5, 6n-7, \dots, 4n+1\} \\ &\quad \cup \{8n-3, 8n-5, 8n-7, \dots, 6n-1\} \\ &= \{1, 3, 5, \dots, 8n-3\} \end{aligned}$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันจาก $E(\text{Paddle}(n))$ ไปทั่วถึง $\{1, 3, 5, \dots, 8n-3\}$

$$\text{เนื่องจาก } |E(\text{Paddle}(n))| = |\{1, 3, 5, \dots, 8n-3\}| = 4n-1$$

ทำให้ f เป็นฟังก์ชันสมนัยหนึ่งต่อหนึ่งจาก $E(\text{Paddle}(n))$ ไปทั่วถึง $\{1, 3, 5, \dots, 8n-3\}$

ให้ $w \in V(\text{Paddle}(n))$

กรณี $w = v$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1 (i) และ (iv) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_1 &= \{f^+(v)\} \\ &= \{(f(vu) + \sum_{i=1}^n f(vv_i)) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{(1 + \sum_{i=1}^n (6n-2i-1)) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{(5n^2 - 2n + 1) \pmod{8n-2}\} \end{aligned}$$

กรณี $w = v_1$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1 (ii) และ (iv) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_2 &= \{f^+(v_1)\} \\ &= \{(f(v_1v_2) + f(vv_1)) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{(3 + 6n - 3) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{6n\} \end{aligned}$$

กรณี $w = v_i$ เมื่อ $2 \leq i \leq n-1$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1 (ii) และ (iv) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_3 &= \{f^+(v_i) \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{(f(v_{i-1}v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(vv_i)) \pmod{8n-2} \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{(2(i-1) + 1 + 2i + 1 + 6n - 2i - 1) \pmod{8n-2} \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{6n + 2i - 1 \mid 2 \leq i \leq n-1\} \end{aligned}$$

กรณี $w = v_n$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1 (ii) และ (iv) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_4 &= \{f^+(v_n)\} \\ &= \{(f(v_{n-1}v_n) + f(vv_n)) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{(2n-1 + 4n-1) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{6n-2\} \end{aligned}$$

กรณี $w = u$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1 (i) และ (v) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_5 &= \{f^+(u)\} \\ &= \{(f(vu) + \sum_{i=1}^n f(uu_i)) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{(1 + \sum_{i=1}^n (8n-2i-1)) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{(7n^2 - 2n + 1) \pmod{8n-2}\} \end{aligned}$$

กรณี $w = u_1$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1 (iii) และ (v) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_6 &= \{f^+(u_1)\} \\ &= \{(f(u_1u_2) + f(uu_1)) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{(2n+1 + 8n-3) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{2n\} \end{aligned}$$

กรณี $w = u_i$ เมื่อ $2 \leq i \leq n-1$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1 (iii) และ (v) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_7 &= \{f^+(u_i) \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{(f(u_{i-1}u_i) + f(u_iu_{i+1}) + f(uu_i)) \pmod{8n-2} \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{(2n+2(i-1)-1 + 2n+2i-1 + 8n-2i-1) \pmod{8n-2} \mid 2 \leq i \leq n-1\} \\ &= \{4n+2i-3 \mid 2 \leq i \leq n-1\} \end{aligned}$$

กรณี $w = u_n$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1 (iii) และ (v) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_8 &= \{f^+(u_n)\} \\ &= \{(f(u_{n-1}u_n) + f(uu_n)) \pmod{8n-2}\} \\ &= \{(4n-3 + 6n-1) \pmod{4n+2}\} \\ &= \{2n-2\} \end{aligned}$$

เห็นได้ชัดว่า $A_2 \cap A_4 = \emptyset$, $A_2 \cap A_6 = \emptyset$, $A_2 \cap A_8 = \emptyset$, $A_4 \cap A_6 = \emptyset$, $A_4 \cap A_8 = \emptyset$ และ $A_6 \cap A_8 = \emptyset$

ต่อมาสังเกตว่า $\min_{2 \leq i \leq n-1} A_3 = 6n + 3 > 6n$

$$\begin{aligned} &> 6n - 2 \\ &> 6n - 5 \left(= \max_{2 \leq i \leq n-1} A_7 \right) \\ &> 4n + 1 \left(= \min_{2 \leq i \leq n-1} A_7 \right) \\ &> 2n \\ &> 2n - 2 \end{aligned}$$

ดังนั้น $A_2 \cap A_3 = \emptyset, A_2 \cap A_7 = \emptyset, A_3 \cap A_4 = \emptyset, A_3 \cap A_6 = \emptyset, A_3 \cap A_7 = \emptyset, A_3 \cap A_8 = \emptyset,$

$A_4 \cap A_7 = \emptyset, A_6 \cap A_7 = \emptyset$ และ $A_7 \cap A_8 = \emptyset$

ต่อมาสมมติว่า มี i ที่ $2 \leq i \leq n-1$ และ $5n^2 - 2n + 1 \equiv 6n + 2i - 1 \pmod{8n-2}$ หรือ $5n^2 - 2n + 1 \equiv 4n + 2i - 3 \pmod{8n-2}$ หรือ $7n^2 - 2n + 1 \equiv 6n + 2i - 1 \pmod{8n-2}$ หรือ $7n^2 - 2n + 1 \equiv 4n + 2i - 3 \pmod{8n-2}$ จะได้ว่า $8n-2 \mid 5n^2 - 8n - 2i + 2$ หรือ $8n-2 \mid 5n^2 - 6n - 2i + 4$ หรือ $8n-2 \mid 7n^2 - 8n - 2i + 2$ หรือ $8n-2 \mid 7n^2 - 6n - 2i + 4$

เนื่องจาก $8n-2$ เป็นจำนวนคู่ ดังนั้น $5n^2 - 8n - 2i + 2$ หรือ $5n^2 - 6n - 2i + 4$ หรือ $7n^2 - 8n - 2i + 2$ หรือ $7n^2 - 6n - 2i + 4$ เป็นจำนวนคู่ด้วย ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะ n เป็นจำนวนคี่ เกิดข้อขัดแย้ง ดังนั้น $A_1 \cap A_3 = \emptyset, A_1 \cap A_7 = \emptyset, A_3 \cap A_5 = \emptyset$ และ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$

จะพิสูจน์ว่า $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

สมมติว่า $5n^2 - 2n + 1 \equiv 6n \pmod{8n-2}$ นั่นคือ $5n^2 - 1 \equiv 0 \pmod{8n-2}$

เนื่องจาก $8n-2 \mid 4n-1$ ทำให้ $5n^2 - 1 \equiv 0 \pmod{4n-1}$

เนื่องจาก $5n^2 - 1 = (4n-1)(4n+1) - 11n^2$ และ ห.ร.ม. $(4n-1, n) = 1$

ทำให้ได้ว่า $4n-1 \mid 11$

แต่เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 5$ จะได้ $4n-1 > 11$ เกิดข้อขัดแย้ง

ดังนั้น $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

จะพิสูจน์ว่า $A_1 \cap A_4 = \emptyset$

สมมติว่า $5n^2 - 2n + 1 \equiv 6n - 2 \pmod{8n-2}$ นั่นคือ $5n^2 + 1 \equiv 0 \pmod{8n-2}$

เนื่องจาก $8n-2 \mid 4n-1$ ทำให้ $5n^2 + 1 \equiv 0 \pmod{4n-1}$

เนื่องจาก $5n^2 + 1 = -(4n-1)(4n+1) + 21n^2$ และ ห.ร.ม. $(4n-1, n) = 1$

ทำให้ได้ว่า $4n-1 \mid 21$

แต่เมื่อ $n = 5$ จะได้ $4n - 1 = 19$ ซึ่ง $19 \nmid 21$ และเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 7$ จะได้ $4n - 1 > 21$ เกิดข้อขัดแย้ง

$$\text{ดังนั้น } A_1 \cap A_4 = \emptyset$$

จะพิสูจน์ว่า $A_1 \cap A_5 = \emptyset$

$$\text{สมมติว่า } 5n^2 - 2n + 1 \equiv 7n^2 - 2n + 1 \pmod{8n - 2}$$

$$\text{นั่นคือ } 2n^2 \equiv 0 \pmod{8n - 2}$$

$$\text{เนื่องจาก } 8n - 2 \mid 4n - 1 \text{ ทำให้ } 2n^2 \equiv 0 \pmod{4n - 1}$$

$$\text{เนื่องจาก } 2n^2 = (4n - 1)n - 2n^2 + n \text{ ทำให้ } 4n - 1 \mid n(2n - 1)$$

$$\text{เนื่องจาก ห.ร.ม.}(4n - 1, n) = 1 \text{ ทำให้ได้ว่า } 4n - 1 \mid 2n - 1$$

แต่เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 5$ จะได้ $4n - 1 > 2n - 1$ เกิดข้อขัดแย้ง

$$\text{ดังนั้น } A_1 \cap A_5 = \emptyset$$

จะพิสูจน์ว่า $A_1 \cap A_6 = \emptyset$

$$\text{สมมติว่า } 5n^2 - 2n + 1 \equiv 2n \pmod{8n - 2}$$

$$\text{เนื่องจาก } 8n - 2 \mid 4n - 1 \text{ นั่นคือ } 5n^2 - 2n + 1 \equiv 2n \pmod{4n - 1}$$

$$\text{ทำให้ } 5n^2 \equiv 0 \pmod{4n - 1}$$

$$\text{เนื่องจาก } 5n^2 = (4n - 1)n + n^2 + n \text{ ทำให้ } 4n - 1 \mid n(n + 1)$$

$$\text{เนื่องจาก ห.ร.ม.}(4n - 1, n) = 1 \text{ ทำให้ได้ว่า } 4n - 1 \mid n + 1$$

แต่เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 5$ จะได้ $4n - 1 > n + 1$ เกิดข้อขัดแย้ง

$$\text{ดังนั้น } A_1 \cap A_6 = \emptyset$$

จะพิสูจน์ว่า $A_1 \cap A_8 = \emptyset$

$$\text{สมมติว่า } 5n^2 - 2n + 1 \equiv 2n - 2 \pmod{8n - 2}$$

$$\text{เนื่องจาก } 8n - 2 \mid 4n - 1 \text{ นั่นคือ } 5n^2 - 2n + 1 \equiv 2n - 2 \pmod{4n - 1}$$

$$\text{ทำให้ } 5n^2 + 2 \equiv 0 \pmod{4n - 1}$$

$$\text{เนื่องจาก } 5n^2 + 2 = (4n - 1)(n - 2) + n^2 + 9n \text{ ทำให้ } 4n - 1 \mid n(n + 9)$$

$$\text{เนื่องจาก ห.ร.ม.}(4n - 1, n) = 1 \text{ ทำให้ได้ว่า } 4n - 1 \mid n + 9$$

แต่เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 5$ จะได้ $4n - 1 > n + 9$ เกิดข้อขัดแย้ง

$$\text{ดังนั้น } A_1 \cap A_8 = \emptyset$$

จะพิสูจน์ว่า $A_2 \cap A_5 = \emptyset$

$$\text{สมมติว่า } 7n^2 - 2n + 1 \equiv 6n \pmod{8n - 2}$$

$$\text{นั่นคือ } 7n^2 - 1 \equiv 0 \pmod{8n - 2}$$

$$\text{เนื่องจาก } 8n - 2 \mid 4n - 1 \text{ ทำให้ } 7n^2 - 1 \equiv 0 \pmod{4n - 1}$$

$$\text{เนื่องจาก } 7n^2 - 1 = (4n - 1)(4n + 1) - 9n^2 \text{ และ ห.ร.ม.}(4n - 1, n) = 1$$

$$\text{ทำให้ได้ว่า } 4n - 1 \mid 9 \text{ แต่เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ } n \geq 5 \text{ จะได้ } 4n - 1 > 9 \text{ เกิดข้อขัดแย้ง}$$

$$\text{ดังนั้น } A_2 \cap A_5 = \emptyset$$

จะพิสูจน์ว่า $A_4 \cap A_5 = \emptyset$

$$\text{สมมติว่า } 7n^2 - 2n + 1 \equiv 6n - 2 \pmod{8n - 2}$$

$$\text{นั่นคือ } 7n^2 + 1 \equiv 0 \pmod{8n - 2}$$

$$\text{เนื่องจาก } 8n - 2 \mid 4n - 1 \text{ ทำให้ } 7n^2 + 1 \equiv 0 \pmod{4n - 1}$$

$$\text{เนื่องจาก } 7n^2 + 1 = -(4n - 1)(4n + 1) + 23n^2 \text{ และ ห.ร.ม.}(4n - 1, n) = 1$$

ทำให้ได้ว่า $4n - 1 \mid 23$ แต่เมื่อ $n = 5$ จะได้ $4n - 1 = 19$ ซึ่ง $19 \nmid 23$ และเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 7$ จะได้ $4n - 1 > 23$ เกิดข้อขัดแย้ง

$$\text{ดังนั้น } A_4 \cap A_5 = \emptyset$$

จะพิสูจน์ว่า $A_5 \cap A_6 = \emptyset$

$$\text{สมมติว่า } 7n^2 - 2n + 1 \equiv 2n \pmod{8n - 2}$$

$$\text{เนื่องจาก } 8n - 2 \mid 4n - 1 \text{ นั่นคือ } 7n^2 - 2n + 1 \equiv 2n \pmod{4n - 1}$$

$$\text{ทำให้ } 7n^2 \equiv 0 \pmod{4n - 1}$$

$$\text{เนื่องจาก } 7n^2 = (4n - 1)n + 3n^2 + n \text{ ทำให้ } 4n - 1 \mid n(3n + 1)$$

เนื่องจาก ห.ร.ม. $(4n - 1, n) = 1$ ทำให้ได้ว่า $4n - 1 \mid 3n + 1$ แต่เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 5$ จะได้ $4n - 1 > 3n + 1$ เกิดข้อขัดแย้ง

$$\text{ดังนั้น } A_5 \cap A_6 = \emptyset$$

จะพิสูจน์ว่า $A_5 \cap A_8 = \emptyset$

$$\text{สมมติว่า } 7n^2 - 2n + 1 \equiv 2n - 2 \pmod{8n - 2}$$

$$\text{เนื่องจาก } 8n - 2 \mid 4n - 1 \text{ นั่นคือ } 7n^2 - 2n + 1 \equiv 2n - 2 \pmod{4n - 1}$$

$$\text{ทำให้ } 7n^2 + 2 \equiv 0 \pmod{4n - 1}$$

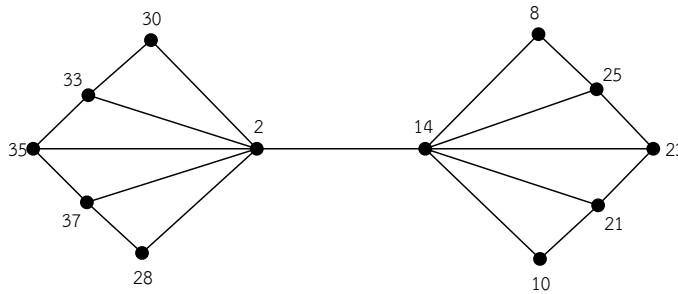
เนื่องจาก $7n^2 + 2 = (4n - 1)(2n - 2) - n^2 + 10n$ ทำให้ $4n - 1 \mid n(n - 10)$

เนื่องจาก ห.ร.ม. $(4n - 1, n) = 1$ ทำให้ได้ว่า $4n - 1 \mid n - 10$ แต่เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 5$ จะได้ $4n - 1 > n - 10$ เกิดข้อขัดแย้ง

ดังนั้น $A_5 \cap A_8 = \emptyset$

จากการพิจารณาทั้งหมด ทำให้ได้ว่าการกำกับ f^+ บนจุดยอดเป็นจำนวนใน $\{0, 1, 2, \dots, 8n - 3\}$ ที่แตกต่างกันทั้งหมด จึงได้ว่าเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 5$ การกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(n)$ ที่สร้างโดยขั้นตอนวิธี 3.1 เป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามของกราฟไม้พาย $\text{Paddle}(n)$ $\square$

รูปที่ 3.4 เป็นการกำกับ f^+ บนจุดยอดของกราฟพาย $\text{Paddle}(5)$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1



รูปที่ 3.4 การกำกับ f^+ บนจุดยอดของกราฟพาย $\text{Paddle}(5)$ โดยขั้นตอนวิธี 3.1

4. สรุปและอภิปรายผล

บทความฉบับนี้นำเสนอการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อม 2 แบบ สำหรับกราฟดัมเบล $\text{Dumbbell}(n)$ และกราฟพาย $\text{Paddle}(n)$ ตามลำดับ แล้วพิสูจน์ว่าการกำกับดังกล่าวเป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามสำหรับกราฟดัมเบล $\text{Dumbbell}(n)$ เมื่อ $n \geq 3$ และสำหรับกราฟพาย $\text{Paddle}(n)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่ $n \geq 3$ โดยที่บทความฉบับนี้เป็นการต่อยอดจากโครงการงานคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ประเภททฤษฎี ที่ได้รับคำแนะนำหัวข้อเรื่องจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศิริรัตน์ สิงห์ตัน มหาวิทยาลัยรามคำแหง โครงการนี้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการสังเกตจากกรณีย่อย ๆ สร้างข้อคาดการณ์และวางนัยทั่วไปของฟังก์ชันในการกำกับผ่านการให้เหตุผลแบบอุปนัย แล้วจึงพยายามพิสูจน์ข้อคาดการณ์โดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยอย่างรัดกุม ซึ่งน่าจะเป็นตัวอย่างหนึ่งในการทำโครงการงานคณิตศาสตร์ ประเภททฤษฎีอย่างครบวงจร ในช่วงแรก

นักเรียนไม่สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบท 3.1 ในกรณีทั่วไปได้ และใช้คอมพิวเตอร์ตรวจสอบจนถึง $n = 31$ แต่ได้รับคำชี้แนะจาก อาจารย์ธัชชกฤต แก้วเต็ม และอาจารย์เดี่ยว ใจบุญ โรงเรียนมหิตลวิทยานุสรณ์ จึงทำให้บทพิสูจน์สมบูรณ์ คณะผู้เขียนขอขอบพระคุณอาจารย์ทั้งสองท่านมา ณ ที่นี้ สำหรับผู้ที่สนใจอาจพยายามปรับการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมสำหรับกราฟพาย $Paddle(n)$ เพื่อให้เป็นการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามสำหรับกราฟพาย $Paddle(n)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคู่หรือพิสูจน์ว่าไม่มีทางสร้างการกำกับจำนวนคี่บนเส้นเชื่อมอย่างสวยงามสำหรับกราฟดังกล่าวได้

เอกสารอ้างอิง

- [1] ศิริรัตน์ สิงห์ตัน. (2558). กราฟเกรชฟูลแบบเส้นเชื่อมที่เป็นจำนวนคี่ที่สัมพันธ์กับวง. รายงานการวิจัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
Singhun, S. (2015). Edge-odd Graceful Graphs Related to Cycles. Research Report, Ramkhamhaeng University.
- [2] ศิริรัตน์ สิงห์ตัน. (2560). *ทฤษฎีกราฟ 1*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
Singhun, S. (2017). *Graph Theory 1*. Bangkok: Ramkhamhaeng University Printery.
- [3] Boonklurb, R., Singhun, S. and Wongpradit, A. (2015). Edge-odd Graceful Labelings of some Prisms and Prism-like Graphs, *East-West J. of Mathematics*, 17 (1), p. 33 – 47.
- [4] Gnanajothi, R.B. (1991). *Topics in Graph Theory*. (Doctorak Thesis, Madurai Kamaraj University).
- [5] Rosa, A. (1967). Theory of Graphs, (*International Symposium*, Rome, July 1966), Gordon and Breach, N.Y. and Dunod, Paris, p. 349 – 355.
- [6] Singhun, S. (2013). Graphs with Edge-odd Graceful Labelings, *International Mathematical Forum*, 8 (12), p. 577 – 582.
- [7] Solairaju, A. and Chithra, K. (2009). Edge-odd Graceful Graphs, *Electronic Notes in Discrete Math.*, 33, p. 15 – 20.
- [8] Wongpradit, A., Boonklurb, R. and Singhun, S. (2013). Edge-odd Graceful Labelings of $Prism(C_n)$ and $Shaft(n, 1)$ Graphs, *Proceedings of The 30th National Graduate Research Conference*, p. 23 – 30.

ข้อกำหนดในการจัดทำเอกสารเพื่อลงตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

1. กระดาษและเลขหน้า

ตั้งค่าขนาดกระดาษ และระยะขอบดังนี้

ขนาดของกระดาษ : 19.05 ซม. x 26.03 ซม.

ระยะกั้นขอบซ้าย (left margin) : 2.22 ซม.

ระยะกั้นขอบขวา (right margin) : 2.22 ซม.

ระยะกั้นขอบบน (top margin) : 2.69 ซม.

ระยะกั้นขอบล่าง (bottom margin) : 2.69 ซม.

การย่อหน้า ระยะละ 0.64 ซม.

เลขหน้า อยู่กึ่งกลางหน้ากระดาษด้านล่าง

2. อักษร

ฟอนต์ของอักษรทั้งภาษาไทยและภาษาอังกฤษกำหนดเป็น TH Sarabun New (ดาวน์โหลดได้ที่ <http://www.f0nt.com/release/th-sarabun-new/>) และกำหนดขนาดและลักษณะของอักษร ในส่วนต่าง ๆ ดังนี้ ชื่อบทความใช้อักษรขนาด 20 ตัวหนา ชื่อหัวข้อและชื่อหัวข้อย่อยใช้อักษรขนาด 16 ตัวหนา สำหรับเนื้อหา คำบรรยาย และที่มาของตารางและรูปภาพ ใช้อักษรขนาด 16 ตัวปกติ

3. หัวข้อที่ต้องมีในบทความ

ชื่อบทความ ชื่อผู้เขียน : ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ

ที่อยู่ : ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ

อีเมล : ภาษาอังกฤษ

บทคัดย่อ คำสำคัญ : ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ

บทนำ สรุป เอกสารอ้างอิง : ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ

4. การพิมพ์บทคัดย่อ

บทคัดย่อมีเพียงหนึ่งย่อหน้า โดยเป็นการเขียนอย่างกะทัดรัด ได้ใจความ และไม่มีรายการอ้างอิง

5. การพิมพ์คำสำคัญ

คำสำคัญภาษาไทย แต่ละคำให้เว้นช่องว่าง 1 ช่อง โดยไม่มีจุลภาคคั่น และเริ่มต้นบรรทัดด้วยคำว่า “คำสำคัญ:”

คำสำคัญภาษาอังกฤษ แต่ละคำให้ขึ้นต้นด้วยอักษรตัวพิมพ์ใหญ่ ให้เว้นช่องว่าง 1 ช่อง โดยมีจุลภาคคั่น และเริ่มต้นบรรทัดด้วยคำว่า “Keywords:”

6. ชื่อ ที่อยู่ และอีเมลของผู้เขียน

ระบุชื่อผู้เขียนทุกคน และหน่วยงานหรือที่อยู่สำหรับติดต่อ รวมทั้งอีเมลของทุกคน โดยพิมพ์ชิดขอบขวาของกระดาษ

7. การพิมพ์หัวข้อ หรือ หัวข้อย่อย

ตำแหน่งการพิมพ์ให้พิมพ์ชิดขอบซ้ายของกระดาษ และการลำดับหัวข้อ ให้ใช้ตัวเลขในการลำดับหัวข้อ และต่อด้วยจุด เช่น 1. 2. สำหรับหัวข้อย่อยให้ใช้ตัวเลขหัวข้อ ต่อด้วยจุด และตามด้วยตัวเลขลำดับหัวข้อย่อย เช่น 2.1

2.2

8. คำแนะนำอื่น ๆ

คำศัพท์วิชาการภาษาไทย ให้ใช้ตามศัพท์บัญญัติของสำนักงานราชบัณฑิตยสถาน ดูได้ที่

<http://rirs3.royin.go.th/coinages/webcoinage.php>

การเว้นวรรค ให้ใช้ระยะช่องว่าง 1 ช่อง

ตัวแปร ให้พิมพ์ด้วยตัวเอียง

สมการ ให้ใช้การพิมพ์ ไม่อนุญาติ ให้ใช้ในลักษณะรูปภาพ สำหรับลำดับหมายเลขกำกับสมการ ให้เขียนหมายเลขอยู่ในวงเล็บเล็ก และวางชิดขอบขวาของกระดาษ

รูปภาพ เป็นภาพวาดคำ และลายเส้นต่าง ๆ ให้ใช้เส้นสีดำ ทั้งนี้ต้องมีหมายเลข และคำบรรยายกำกับได้รูป โดยพิมพ์ในรูปแบบ : “รูปที่ หมายเลขรูป คำบรรยายรูป” เช่น รูปที่ 1 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ ทั้งนี้กรณีมีรูปย่อย ให้ใช้ (ก) (ข) (ค) ... ต่อจากหมายเลขรูป เช่น รูปที่ 1(ก) รูปที่ 1(ข)

ตาราง ให้ใช้เส้นตารางเป็นเส้นสีดำ โดยต้องมีหมายเลข และคำบรรยายกำกับเหนือตาราง โดยพิมพ์ในรูปแบบ “ตารางที่ หมายเลขตาราง คำบรรยายตาราง”

ทั้งนี้ตำแหน่งของ รูปภาพ ตาราง และคำบรรยาย ให้จัดไว้กึ่งกลางของหน้ากระดาษ และหากนำรูปภาพ หรือ ตาราง มาจากแหล่งอื่น โปรดระบุแหล่งที่มาด้วย โดยระบุไว้ใต้รูปภาพหรือตารางนั้น

9. เอกสารอ้างอิง

การพิมพ์รายการเอกสารอ้างอิงใช้ตามหลักเกณฑ์ APA (American Psychological Association) ฉบับที่ 6 (ศึกษาเพิ่มเติมได้ที่ <https://arc.nstru.ac.th/resources/word/newupload.pdf>) การเรียงลำดับเอกสารอ้างอิง ให้เรียงตามลำดับตามอักษรแรกของนามสกุลที่ปรากฏของเอกสารอ้างอิง โดยเริ่มต้นจากเอกสารอ้างอิงภาษาไทย ก่อนจนครบ แล้วต่อด้วยเอกสารอ้างอิงภาษาอังกฤษ โดยเอกสารอ้างอิงภาษาไทยจะต้องเขียนเป็นภาษาอังกฤษด้วย



สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ชั้น 9 อาคารมหาวิทยาลัย คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

โทร 0-2252-7980 Email: MathThaiOrg@gmail.com

วัตถุประสงค์

1. เพื่อส่งเสริมและสนับสนุนการศึกษา และงานวิจัยทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อพัฒนาและแลกเปลี่ยนความรู้ทางการสอนคณิตศาสตร์
3. เพื่อเผยแพร่ความรู้ทางคณิตศาสตร์
4. เพื่อส่งเสริมวิชาชีพที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์
5. เพื่อสร้างความสัมพันธ์กับองค์กรทางคณิตศาสตร์ในประเทศและต่างประเทศ

ประเภทของสมาชิก

สมาชิกมี 3 ประเภท คือ สมาชิกกิตติมศักดิ์ สมาชิกสามัญ และสมาชิกวารสาร

● สมาชิกสามัญ สำหรับผู้ที่มีความสนใจ หรือผู้ที่มีวิชาชีพเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

สิทธิและหน้าที่ของสมาชิกสามัญ

1. มีสิทธิประดับเครื่องหมายของสมาคมฯ
2. มีสิทธิได้รับวารสารคณิตศาสตร์ของสมาคมฯ ตลอดระยะเวลาที่เป็นสมาชิก
3. มีสิทธิเข้าร่วมประชุมสามัญประจำปี และร่วมกิจกรรมที่สมาคมฯ จัดขึ้น
4. มีสิทธิออกเสียงลงคะแนนเลือกกรรมการบริหารสมาคมฯ
5. มีสิทธิได้รับการเสนอชื่อ เพื่อรับการเลือกตั้งเป็นกรรมการบริหารสมาคมฯ
6. มีสิทธิเสนอความคิดเห็นเกี่ยวกับกิจการของสมาคมฯ ต่อคณะกรรมการบริหารสมาคมฯ
7. มีสิทธิขอรับทุนการศึกษาของสมาคมฯ เพื่อตนเอง หรือบุตรของสมาชิก
8. มีหน้าที่รักษาไว้ซึ่งเกียรติและมารยาทอันดีงามของสมาชิก
9. มีหน้าที่ปฏิบัติตามระเบียบข้อบังคับของสมาคมฯ

● สมาชิกวารสาร สำหรับบุคคลหรือหน่วยงานที่มีความสนใจวารสารคณิตศาสตร์ของสมาคมฯ เป็นประจำ

สิทธิของสมาชิกวารสาร

1. มีสิทธิได้รับวารสารคณิตศาสตร์ของสมาคมฯ ตลอดระยะเวลาที่เป็นสมาชิก
2. มีสิทธิเสนอความคิดเห็นอันเป็นประโยชน์ ต่อคณะกรรมการบริหารสมาคมฯ
3. มีสิทธิได้รับความช่วยเหลือในทางการศึกษาคณิตศาสตร์ หรือความช่วยเหลือในประการอื่นใด เท่าที่คณะกรรมการบริหารสมาคมฯ จะจัดทำได้

ค่าสมัครสมาชิก ค่าลงทะเบียนในการสมัครครั้งแรก 30 บาท

ค่าสมาชิกสามัญ		ค่าสมาชิกวารสาร	วาระการเป็นสมาชิก (สามัญรายปี และวารสาร) เริ่มในวันที่ 1 พฤษภาคม ของทุกปี และสิ้นสุดในวันที่ 30 เมษายน ของปีต่อไป
ตลอดชีพ	3,000 บาท	250 บาทต่อปี	
รายปี	250 บาท		

ดาวน์โหลด ใบสมัครสมาชิกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ได้ที่

<http://www.mathassociation.net> หัวข้อ “สมัคร”

ใบสมัครสมาชิก
สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

☐ สมาชิกใหม่
☐ ต่ออายุ เลขที่สมาชิกเดิม.....

วันที่ เดือน พ.ศ.

ข้าพเจ้า (ชื่อ-นามสกุล) อาชีพ

เบอร์โทรศัพท์ อีเมล

มีความประสงค์จะสมัครเป็นสมาชิกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ สมาชิกประเภท

- ☐ สมาชิกสามัญตลอดชีพ (3,000 บาท) ☐ สมาชิกสามัญรายปี (250 บาท)
☐ สมาชิกวารสาร (250 บาท)

พร้อมใบสมัครนี้ได้ชำระ ค่าสมาชิกและ/หรือ ☐ ค่าลงทะเบียนสมัครครั้งแรก จำนวน - 30 - บาท

รวมเป็นเงิน บาท (.....)

โดย ☐ โอนเงิน ไปยังธนาคารกรุงไทย สาขาจามจุรีสแควร์ เลขที่บัญชี 162-0-25671-1

ชื่อบัญชี : “สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ (สอบและอบรม)”

- ☐ เงินสด (ในกรณีที่มาติดต่อด้วยตนเองที่สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ชั้น 9 อาคารมหาวิทยาลัย คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย)

ที่อยู่สำหรับจัดส่งวารสาร กรุณาเขียนตัวบรรจง

ชื่อ.....

เลขที่ ซอย หมู่ที่

ถนน ตำบล อำเภอ

จังหวัด รหัสไปรษณีย์

(สำหรับเจ้าหน้าที่) เลขที่ใบเสร็จ.....

รับเงินค่าสมาชิกจำนวน

วันที่

ลงนาม..... ผู้สมัคร

(.....)

ส่งใบสมัครสมาชิก พร้อมหลักฐานการโอนเงิน มาที่

(ก) สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ตึก.ณ. 2022 ปณ.พ. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร 10332

หรือ (ข) อีเมล MathThaiOrg@gmail.com แล้วทางสมาคมฯ จะแจ้งยืนยันการสมัครสมาชิกให้ท่านทราบ

กิจกรรมของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ประจำปี พ.ศ. 2564
สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ จัดกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อกระตุ้นให้เกิดความตื่นตัวทางวิชาการ
ในวงการคณิตศาสตร์ ระดับต่าง ๆ ทั้งให้บริการทางวิชาการแก่สังคม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของ
สมาคมที่ตั้งไว้ ดังนี้

1. ผลิตวารสารและหนังสือวิชาการทางคณิตศาสตร์
 - วารสารคณิตศาสตร์ (TCI กลุ่ม 2) จำนวน 3 ฉบับต่อปี
 - Thai Journal of Mathematics (Scopus) จำนวน 4 ฉบับต่อปี
2. อบรมครูคณิตศาสตร์ภาคฤดูร้อน ระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษา
3. สอบแข่งขันคณิตศาสตร์ประจำปี ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย
4. จัดประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ประจำปี (AMM) ครั้งที่ 25 ประจำปี พ.ศ. 2564
ระหว่างวันที่ 27 – 29 พฤษภาคม 2564 โดยมีศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย
ภายใต้สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ และ
คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เป็นเจ้าภาพ
5. ร่วมมือกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ในการจัดส่งผู้แทนประเทศไทย
เข้าร่วมการแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศ
6. สนับสนุนและร่วมมือกับหน่วยงานอื่นในกิจกรรมส่งเสริมวิชาการทางคณิตศาสตร์
 - ประกวดโครงงานคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษา โดยร่วมมือกับ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
 - ประชุมวิชาการสำหรับนักศึกษาปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ครั้งที่ 9
(The 9th Undergraduate in Applied Mathematics Conference (UAMC))
วันเสาร์ที่ 24 เมษายน 2564 โดยมี ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี เป็นเจ้าภาพ

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ชั้น 9 อาคารมหาชิรธนิศ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
โทรศัพท์ และโทรสาร 02-252-7980

