



วารสารคณิตศาสตร์

โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

Mathematical Journal

by The Mathematical Association of Thailand Under The Patronage of His Majesty The King

ปริมา ๖๗ ฉบับที่ ๗๐๖ มกราคม – เมษายน ๒๕๖๕

Volume 67 Number 706 January– April 2022

บทความวิจัย *Research Article*

การสร้างตารางราศีจักรในกระดานโหร

1

A Construction of A Zodiac Diagram in The Astrology Board

อรรณวุฒิ วงศ์ประดิษฐ์ และ ประถมจิต ขจรเจริญกุล

ค่าพื้นของค่าเฉลี่ยของรากที่สี่ของจำนวนเต็ม

16

The Floor of The Average for The Fourth Roots of Integers

สมคิด อินเทพ และ บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว

คณิตศาสตร์เพื่อการลงทุน: การป้องกันการขาดทุนด้วยออปชั่น

30

Mathematics for Investment: Loss Protection with Options

ศรัณย์พร แก้วคำลา กฤษณะ เนียมมณี และ ทิพวัลย์ สันติวิภาณนท



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปริมา ๖๗ ฉบับที่ ๗๐๖ มกราคม – เมษายน ๒๕๖๕

ISSN XXXX-XXXX (Online)

*Mathematical Journal
by The Mathematical Association of Thailand
Under The Patronage of His Majesty The King
Volume 67 Number 706 January – April 2022*

ที่ปรึกษา นายกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
(ศาสตราจารย์ ดร.พัฒน์ อุดมกะวานิช)

หัวหน้ากองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วาสนา สุขกระสานติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ศจี เพียรสกุล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ว่าที่ร้อยเอก ภณัฐ ก้วยเจริญพานิชก์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

3. อาจารย์ ดร.มนต์ชัย คูเอกชัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สถานที่ติดต่อ สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ชั้น 9 อาคารมหาวิทยาลัย

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

โทรศัพท์/โทรสาร 0-2252-7980 อีเมล MathThaiOrg@gmail.com

คุยกับกองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร

สวัสดี สมาชิกและผู้อ่านทุกท่าน

ตามที่สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ได้ยกเลิกการจัดพิมพ์วารสารคณิตศาสตร์ ในแบบรูปเล่ม ตั้งแต่ปริมา 67 ฉบับที่ 706 มกราคม - เมษายน 2565 เป็นต้นไป โดยเผยแพร่ในรูปแบบออนไลน์แทน ซึ่งก็คือฉบับที่ท่านกำลังอ่านอยู่ในขณะนี้ และในการประชุมคณะกรรมการบริหารสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ครั้งที่ 4/2565 เมื่อวันศุกร์ที่ 8 เมษายน 2565 มีมติเกี่ยวกับการดำเนินงานของวารสาร คือ ให้มีการเปลี่ยนชื่อของวารสาร เป็น

วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
Mathematical Journal by The Mathematical Association of Thailand Under
The Patronage of His Majesty The King

โดยใช้ชื่อวารสารโดยย่อ ดังนี้ ในภาษาไทย ใช้ว่า **วารสารคณิตศาสตร์** และในภาษาอังกฤษ
ใช้ว่า **Mathematical Journal** หรือ **MJMATH**

และในการประชุมใหญ่สามัญประจำปี 2564 สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ เมื่อวันศุกร์ที่ 8 เมษายน 2565 มีมติให้มีการเปลี่ยนแปลงข้อบังคับสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ดังนี้

- (1) **ปรับประเภทสมาชิก** ให้มีสมาชิก 2 ประเภท คือ **สมาชิกกิตติมศักดิ์** และ**สมาชิกสามัญ**
โดยสมาชิกสามัญมีสองลักษณะ คือ **สมาชิกสามัญรายปี** มีค่าสมาชิก 250 บาท และ
สมาชิกสามัญตลอดชีพ มีค่าสมาชิก 3,000 บาท
- (2) **ปรับค่าลงทะเบียนในการสมัครสมาชิกครั้งแรก** จากเดิม 30 บาท เป็น 50 บาท โดยเริ่ม
ตั้งแต่การสมัครใน พ.ศ.2566 เป็นต้นไป
- (3) **ปรับวาระการเป็นสมาชิกสามัญรายปี** เป็นตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม ถึงวันที่ 31 ธันวาคม
ของปี โดยเริ่มตั้งแต่ พ.ศ.2565 เป็นต้นไป

กองบรรณาธิการฝ่ายบริหารหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ทุกบทความในวารสารจะเป็นประโยชน์แก่
ทุกท่าน ในการพัฒนางานด้านคณิตศาสตร์ให้ก้าวหน้าต่อไป ทั้งนี้หากมีคำติชมหรือข้อเสนอแนะ
เกี่ยวกับวารสาร สามารถส่งข้อมูลมาได้ที่ MathThaiOrg@gmail.com

กองบรรณาธิการฝ่ายบริหาร

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วาสนา สุขกระสานติ

รองศาสตราจารย์ ดร.ศจี เพียรสกุล

ว่าที่ร้อยเอก ภณัฐ ก้วยเจริญพานิชก์

อาจารย์ ดร.มนต์ชัย คูเอกชัย

กองบรรณาธิการผู้ทรงคุณวุฒิภายใน

- | | |
|-----------------------------------|--|
| 1. ศ. ดร.พัฒน์ อุดมกะวานิช | จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 2. รศ. ดร.ณัฐชัย สีนาวงค์ | สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง |
| 3. รศ. ดร.วิราวรรณ ชินวิริยสิทธิ์ | มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี |
| 4. รศ. ดร.สิริพร ทิพย์คง | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 5. รศ. ดร.อัมจิตต์ เต็มวุฒิพงษ์ | จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 6. รศ. ดร.อุทุมพร พลาวงค์ | มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ |

กองบรรณาธิการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1. ศ. ดร.กฤษณะ เนียมมณี | จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 2. ศ. ดร.จิราวัลย์ จิตระเวช | สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ |
| 3. รศ. ดร.กาญจนา อมรัชกุล | สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ |
| 4. รศ. ดร.ชานนท์ จันทรา | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 5. รศ. ดร.ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์ | มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ |
| 6. รศ. ดร.พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 7. รศ. ดร.รณสรพร ชินรัมย์ | มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ |
| 8. รศ. ดร.เสนอ คุณประเสริฐ | มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ |
| 9. ผศ. ดร.กนกพร ช่างทอง | มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี |
| 10. ผศ. ดร.มนจิรา ดวงสาพล | มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |
| 11. ผศ. ดร.มาลินี ชัยยะ | มหาวิทยาลัยศิลปากร |
| 12. ผศ. ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม | สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง |
| 13. ผศ. ดร.ศิริรัตน์ สิงห์ตัน | มหาวิทยาลัยรามคำแหง |
| 14. ผศ. ดร.สุพิศ ฤทธิ์แก้ว | มหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์ |
| 15. ผศ. ดร.สุริย์พร ชาวแพรกน้อย | มหาวิทยาลัยนเรศวร |
| 16. ผศ. ดร.อังคณา บุญยิต | มหาวิทยาลัยขอนแก่น |
| 17. ผศ. ดร.เอื้ออารี บุญเพิ่ม | มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |

คณะกรรมการบริหารสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ประจำปี 2564 - 2565

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์จรจิต วัฒนสินธุ์	ที่ปรึกษา
2. ศาสตราจารย์ ดร.พัฒน์ อุดมกะวานิช	นายกสมาคม
3. รองศาสตราจารย์ ดร.อุทุมพร พลาวงศ์	อุปนายก
4. รองศาสตราจารย์ ดร.รติพันธ์ บุญเคลือบ	เลขาธิการ
5. รองศาสตราจารย์ ดร.เอี่ยมพร พักสุวรรณ	เหรัญญิก
6. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ปณิดา ศรีกุลวิเชฐ	ปฎิคม
7. อาจารย์ประไพ เสนาบุญญฤทธิ์	ประชาสัมพันธ์
8. ผู้ช่วยศาสตราจารย์วาสนา สุขกระสานติ	หัวหน้ากองบรรณาธิการฝ่ายบริหารวารสารคณิตศาสตร์
9. รองศาสตราจารย์ ดร.รัชลิดา ลิปิกรณ์	ผู้จัดการสารสนเทศ
10. อาจารย์ ดร.มนต์ชัย คูเอกชัย	ผู้ช่วยผู้จัดการสารสนเทศ
11. ศาสตราจารย์ ดร.ยศนันต์ มีมาก	กรรมการ
12. รองศาสตราจารย์ ดร.ฉัฐไชย์ ลีนาวงศ์	กรรมการ
13. รองศาสตราจารย์ธีรวัฒน์ ประกอบผล	กรรมการ
14. รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วิทยาเกียรติเลิศ	กรรมการ
15. รองศาสตราจารย์ ดร.วิชาญ ลีวศิริติตกุล	กรรมการ
16. รองศาสตราจารย์ ดร.วิราวรรณ ชินวิริยสิทธิ์	กรรมการ
17. รองศาสตราจารย์ ดร.ศจี เพียรสกุล	กรรมการ
18. รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง	กรรมการ
19. รองศาสตราจารย์ ดร.อัมจิตต์ เต็มวุฒิพงษ์	กรรมการ
20. ผู้ช่วยศาสตราจารย์กรองแก้ว หวังนิเวศน์กุล	กรรมการ
21. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เก่ง วิบูลย์ธัญญ์	กรรมการ
22. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พงศ์พล เรือนคง	กรรมการ
23. อาจารย์ ดร.ฉวีวรรณ กิตติกร	กรรมการ
24. อาจารย์นวนลน้อย เจริญผล	กรรมการ
25. อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันทจักรุภรณ์	กรรมการ
26. ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)	กรรมการ
27. ผู้อำนวยการศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (CEPMART)	กรรมการ

**กติกาและคำแนะนำสำหรับผู้ประสงค์ส่งบทความเพื่อลงตีพิมพ์ใน
วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์**

วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ เป็นวารสารวิจัยและวิชาการ เปิดรับบทความวิจัย บทความวิชาการ และบทความทั่วไป ที่เป็นทั้งภาษาไทย และภาษาอังกฤษ โดยทุกบทความจะได้รับการคัดกรองจากผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อลงตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์

กติกาของวารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ได้ปฏิบัติตามเกณฑ์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพของศูนย์ดัชนีการอ้างอิงวารสารไทย (Thai Journal Citation Index Center : TCI) อย่างเคร่งครัด ดังนั้น จึงกำหนดกติกาและแนวทางในการบริหารจัดการวารสารคณิตศาสตร์ ดังนี้

ชื่อวารสาร (ภาษาไทย)	วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ชื่อวารสาร (ภาษาอังกฤษ)	<i>Mathematical Journal by The Mathematical Association of Thailand Under The Patronage of His Majesty The King</i>
กำหนดการเผยแพร่	ปีละ 3 ฉบับ ฉบับที่ 1 มกราคม – เมษายน ฉบับที่ 2 พฤษภาคม – สิงหาคม ฉบับที่ 3 กันยายน – ธันวาคม
ขอบเขตของ บทความที่จะรับ ตีพิมพ์ในวารสาร	บทความจะต้องเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ศึกษา หรือ คณิตศาสตร์ประยุกต์ในสาขาต่าง ๆ เช่น ☐ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ☐ เศรษฐศาสตร์ การเงิน และการประกันภัย ☐ บริหารธุรกิจ โลจิสติกส์ และซัพพลายเชน ☐ วิศวกรรมศาสตร์ และสาขาอื่น ๆ ที่มีการนำทฤษฎีและหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้อย่าง ถูกต้อง

การพิจารณา กลั่นกรองบทความ ของวารสาร	ทุกบทความก่อนลงตีพิมพ์ในวารสารต้องได้รับการพิจารณาจากกลั่นกรองจากผู้ทรงคุณวุฒิในสาขาที่เกี่ยวข้อง โดยผู้ทรงคุณวุฒิไม่มีส่วนได้ส่วนเสียกับผู้เขียน และบทความจะต้องได้รับการตอบรับให้ตีพิมพ์ (Accepted) จากผู้ทรงคุณวุฒิอย่างน้อย 3 ท่าน ทั้งนี้บทความจากผู้เขียนภายในสมาคมฯ จะได้รับการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิภายนอกทั้งหมด
ข้อตกลงการส่ง บทความ	บทความที่จะลงตีพิมพ์ต้องไม่เคยตีพิมพ์เผยแพร่ที่ไหนมาก่อน และต้องไม่อยู่ระหว่างพิจารณาตีพิมพ์ในวารสารฉบับอื่น บทความต้องพิมพ์ด้วยอักษรฟอนต์ TH Sarabun New ทั้งภาษาไทยและภาษาอังกฤษ โดยมีความยาวไม่เกิน 20 หน้า และปฏิบัติตามข้อกำหนดในการจัดทำเอกสารเพื่อลงตีพิมพ์ของวารสารคณิตศาสตร์อย่างเคร่งครัด
ลิขสิทธิ์วารสาร	เนื้อหา รูปภาพ และข้อมูลในบทความที่ลงตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ ถือเป็นข้อคิดเห็นและความรับผิดชอบของผู้เขียนบทความโดยตรง ซึ่งกองบรรณาธิการวารสาร ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วย หรือร่วมรับผิดชอบใด ๆ บทความ ข้อมูล เนื้อหา รูปภาพ ฯลฯ ที่ได้รับการลงตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ ถือเป็นลิขสิทธิ์ของวารสารคณิตศาสตร์ หากบุคคลหรือหน่วยงานใดต้องการนำส่วนหนึ่งส่วนใด หรือ ทั้งหมด ไปเผยแพร่ต่อหรือกระทำการใด ๆ จะต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ก่อนเท่านั้น

การส่งบทความและการติดต่อกองบรรณาธิการวารสารคณิตศาสตร์

ผู้ประสงค์จะส่งบทความ สามารถดาวน์โหลดไฟล์ template บทความ สำหรับพิมพ์ได้ที่ <https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/MJMATH/index> หัวข้อ user_Manual ทั้งนี้ขอความกรุณาปฏิบัติตามข้อกำหนดในการจัดทำเอกสารเพื่อลงตีพิมพ์ และคำแนะนำใน template อย่างเคร่งครัด จากนั้นอัปโหลดไฟล์บทความทั้งชนิด Microsoft Word และ Portable Document Format (PDF) พร้อมไฟล์แบบฟอร์มการส่งบทความเพื่อพิจารณาตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ (แบบฟอร์มส่งบทความMJMATH.docx) ขึ้นที่ระบบการส่งบทความ ที่ <https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/MJMATH/about/submissions> หากมีปัญหาหรือข้อสงสัยใด ๆ สามารถติดต่อกองบรรณาธิการฝ่ายบริหารของวารสาร ได้ที่ MathThaiOrg@gmail.com



วารสารคณิตศาสตร์

โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

Mathematical Journal

by The Mathematical Association of Thailand Under The Patronage of His Majesty The King

ปริมา ๖๗ ฉบับที่ ๗๐๖ มกราคม – เมษายน ๒๕๖๕

Volume 67 Number 706 January– April 2022

บทความวิจัย *Research Article*

การสร้างตารางราศีจักรในกระดานโหร

1

A Construction of A Zodiac Diagram in The Astrology Board

อรรณวุฒิ วงศ์ประดิษฐ์ และ ประถมจิต ขจรเจริญกุล

ค่าพื้นของค่าเฉลี่ยของรากที่สี่ของจำนวนเต็ม

16

The Floor of The Average for The Fourth Roots of Integers

สมคิด อินเทพ และ บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว

คณิตศาสตร์เพื่อการลงทุน: การป้องกันการขาดทุนด้วยออปชั่น

30

Mathematics for Investment: Loss Protection with Options

ศรัณย์พร แก้วคำลา กฤษณะ เนียมมณี และ ทิพวัลย์ สันติวิภาณนท



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปริมา 67 เล่มที่ 706 มกราคม – เมษายน 2565

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

การสร้างตารางราศีจักรในกระดานโหร

A Construction of A Zodiac Diagram in The Astrology Board

DOI: 10.14456/mj-math.2022.1

อรรณวุฒิ วงศ์ประดิษฐ์^{1,*} และ ประถมจิต ขจรเจริญกุล²

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ปทุมธานี 12121

²สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์ นครศรีธรรมราช 80160

Attawut Wongpradit^{1,*} and Prathomjit Khachorncharoenkul²

¹Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology,

Thammasat University, Pathumthani 12121

²School of Science, Walailak University, Nakhon Si Thammarat 80160

Email: ¹attawutt@tu.ac.th ²prathomjit@gmail.com

วันที่รับบทความ : 31 มกราคม 2564

วันที่แก้ไขบทความ : 27 กรกฎาคม 2564

วันที่ตอบรับบทความ : 19 กุมภาพันธ์ 2565

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอการสร้างตารางราศีจักรในกระดานโหร โดยใช้เพียงเส้นตรงและวงเวียน ภายใต้ข้อกำหนดการแบ่งเส้นรอบวงของตารางราศีจักรออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กัน

คำสำคัญ: กระดานโหร ราศีจักร เส้นตรง วงเวียน

* ผู้เขียนหลัก

ABSTRACT

This article presents the construction of a zodiac diagram in the astrology board using only a straightedge and compass, under the condition for dividing the circumference of a circle into 12 equal parts.

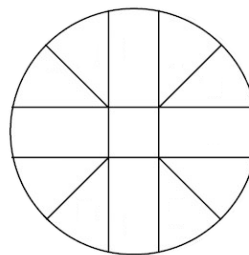
Keywords: Astrology board, Zodiac, Straightedge, Compass

1. บทนำ

กระดานโหร ดังรูปที่ 1.1 (ก) เป็นอุปกรณ์ที่ใช้ประกอบการพยากรณ์ทางโหราศาสตร์ มีลักษณะเป็นกระดานเรียบ จารึกลวดลายที่เรียกว่า ตารางราศีจักร [2] ซึ่งเป็นตารางรูปร่างกลมที่มีลักษณะดังรูปที่ 1.1 (ข) ภายในวงกลมมีเส้นขนานสองคู่ที่มีระยะห่างเท่ากัน ตัดกันเป็นมุมฉาก และมีเส้นแบ่งครึ่งมุมฉากที่เส้นลากจากจุดตัดของเส้นขนานแต่ละจุดไปจรดเส้นรอบวง



รูปที่ 1.1 (ก) กระดานโหร



รูปที่ 1.1 (ข) ตารางราศีจักร

แหล่งที่มารูปที่ 1.1 (ก): https://www.matichon.co.th/lifestyle/news_1208177

ตารางราศีจักรนี้เป็นที่รู้จักกันดีในหมู่ผู้สนใจโหราศาสตร์ไทย มีชื่อเรียกหลากหลาย เช่น ตารางลัคนา ตารางพิเภก หรือตารางดวงฤกษ์ พบหลักฐานการใช้ตารางในลักษณะดังกล่าวประกอบการทำนาย หรือช่วยในการคำนวณตามหลักดาราศาสตร์โบราณมาเป็นเวลาช้านาน ดังเช่น การค้นพบแผ่นฤกษ์ทรงกลมที่มีการจารึกตัวอักษรในวัฒนธรรมทวารวดี [1] ณ โบราณสถานโคกแจ่ง จังหวัดนครปฐม เมื่อวันที่ 21 กรกฎาคม 2563 นอกจากนี้ยังพบว่าตารางราศีจักรกลายเป็นส่วนหนึ่งของศิลปกรรมไทยที่เกี่ยวข้องกับโหราศาสตร์ดังรูปที่ 1.2 (ก) ลายพิมพ์บนเหรียญบูชา (ข) อุปกรณ์ประกอบการแสดงโขน และ (ค) ลวดลายประกอบยันต์



(ก)



(ข)



(ค)

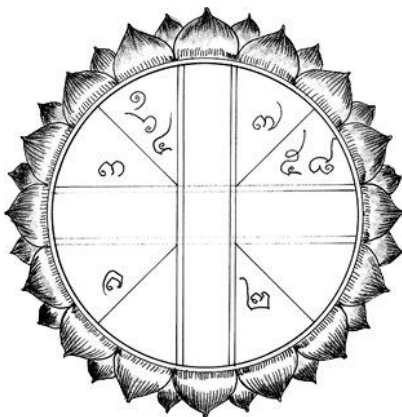
รูปที่ 1.2 ศิลปกรรมไทยที่เกี่ยวข้องกับโหราศาสตร์

แหล่งที่มารูปที่ 1.2 (ก): <https://www.web-pra.com/auction/show/3320499>

1.2 (ข): https://www.matichon.co.th/lifestyle/news_1208177

1.2 (ค): <http://uauction2.uamulet.com/AuctionDetail.aspx?bid=291&qid=21873>

จากการศึกษาของ Baker และ Phongpaichit [2] ได้ตั้งข้อสันนิษฐานเกี่ยวกับตารางราศีจักรว่า ตารางในลักษณะดังกล่าวได้รับอิทธิพลมาจากแผนผังชโยติษ (Jyotisha diagram) ของอินเดีย โดยในทางโหราศาสตร์ไทย ใช้ตารางราศีจักรเป็นอุปกรณ์สำหรับช่วยบันทึกราศี หรือลัคนา โดยนำ ตารางนี้มาบันทึกเวลาเกิดของเจ้าชะตาว่าตกอยู่ในราศีใด เพื่อใช้พยากรณ์ดวงชะตา ดังรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 ตารางราศีจักรสำหรับการพยากรณ์ดวงชะตา [2]

เมื่อพิจารณาโครงสร้างทางเรขาคณิตของแผนผังชโยติษที่ใช้ในประเทศอินเดีย พบว่า มีความแตกต่างกับตารางราศีจักรที่ใช้ในประเทศไทยอยู่เล็กน้อย กล่าวคือ แผนผังชโยติษ มีลักษณะที่ใช้

กลุ่มของเส้นขนานและรังสีแบ่งระนาบออกเป็น 13 ส่วน โดยใช้บริเวณสี่เหลี่ยมจัตุรัสตรงกลางแทนตำแหน่งปัจจุบัน และใช้บริเวณส่วนย่อยทั้ง 12 ส่วนที่อยู่นอกบริเวณสี่เหลี่ยมจัตุรัสตรงกลาง เป็นตัวแทนของราศีทั้ง 12 ราศี ดังรูปที่ 1.4 โดยไม่มีวงกลมล้อมรอบดังเช่นตารางราศีจักร

Merc	Sun	Ven
Ketu Ta	Ar	Pi
Ge		Aq
Asc	Lord	
Moon Cn	Sree Rama	Cp Mars
Jup	Rasi chart	
Le	Li	Sg
Vi	Sat	Sc Rahu

รูปที่ 1.4 แผนผังชโยติษ

แหล่งที่มา: <http://gokulhinduastrology.blogspot.com>

แม้ว่าการสร้างกระดานโหรหรือการสร้างตารางราศีจักรในโหราศาสตร์ไทยนี้ จะไม่มีหลักการตายตัวที่ใช้อ้างอิงในการสร้าง เพื่อให้ได้ตารางที่เหมือนกันทุกประการกับตารางมาตรฐานที่กำหนดไว้ แต่เมื่อพิจารณาตามหลักการใช้งานที่ตารางดังกล่าวแบ่งวงกลมออกเป็น 12 ส่วน โดยไม่นับบริเวณสี่เหลี่ยมจัตุรัสตรงกลาง ซึ่งแต่ละส่วนเป็นตัวแทนของแต่ละราศี ดังนั้น 12 ส่วนนี้ ควรสื่อถึงความเท่ากันตามนัยยะการเสมอภาคของราศีทั้ง 12 ราศี

ในทางคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาความเท่ากันตามนัยยะการเสมอภาคของราศีทั้ง 12 ราศี ดังกล่าว สามารถนำเสนอได้ด้วยการเท่ากันของพื้นที่ในแต่ละส่วนของวงกลม หรือ การเท่ากันของความยาวส่วนโค้งที่เป็นเส้นรอบวงของวงกลมที่ถูกแบ่ง เพื่อเป็นตัวแทนของแต่ละราศี

อย่างไรก็ตาม การแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมที่กำหนดออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กัน สามารถทำได้ไม่ยากนัก แต่ปัญหาที่น่าสนใจคือ หากกำหนดกลุ่มของเส้นตรงและรังสีไว้ก่อนแล้ว ดังเช่นเส้นตารางในแผนผังชโยติษ แล้วจะสามารถสร้างวงกลมที่เส้นตารางดังกล่าวแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กันได้หรือไม่ และในทางกลับกัน หากกำหนดวงกลมไว้ก่อน แล้วจะสามารถสร้างเส้นตารางแบบแผนผังชโยติษ ที่แบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กันได้หรือไม่

ในบทความนี้ ผู้เขียนได้นำเสนอวิธีการสร้างตารางราศีจักรที่แบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น ส่วนโค้ง 12 ส่วนโค้งที่มีความยาวเท่ากัน ใน 2 ลักษณะคือ การสร้างตารางราศีจักร เมื่อกำหนด เส้นขนาน ระยะห่าง และรังสี ดังแสดงไว้ในหัวข้อ 2 และการสร้างตารางราศีจักร เมื่อกำหนดขนาด ของวงกลม ดังแสดงไว้ในหัวข้อ 3 โดยการสร้างที่กล่าวถึงในบทความนี้ใช้เพียงเส้นตรงและวงเวียนใน การสร้างซึ่งเป็นการสร้างที่รู้จักกันเป็นอย่างดี โดยมีหนังสือและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา รูปแบบดังกล่าวอย่างมากมาย [3 - 7]

2. การสร้างตารางราศีจักรเมื่อกำหนดเส้นขนาน ระยะห่างและรังสี

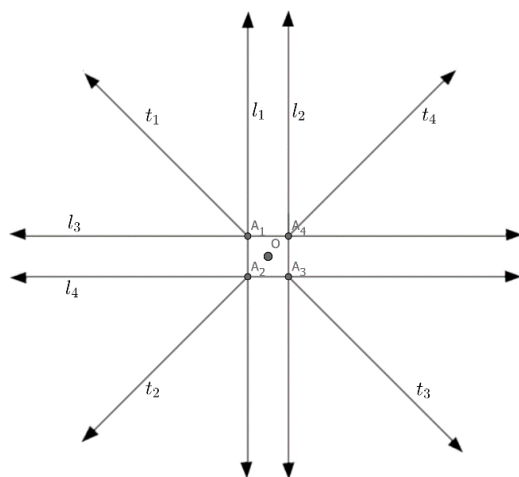
กำหนดให้ $\vec{l}_1$ และ $\vec{l}_2$ เป็นเส้นขนานตามแนวดิ่ง ที่มีระยะห่าง k หน่วย

$\vec{l}_3$ และ $\vec{l}_4$ เป็นเส้นขนานตามแนวนอน ที่มีระยะห่าง k หน่วย

โดยที่ $\vec{l}_1$ ตั้งฉากกับ $\vec{l}_3$ ที่จุด A_1 และตั้งฉากกับ $\vec{l}_4$ ที่จุด A_2

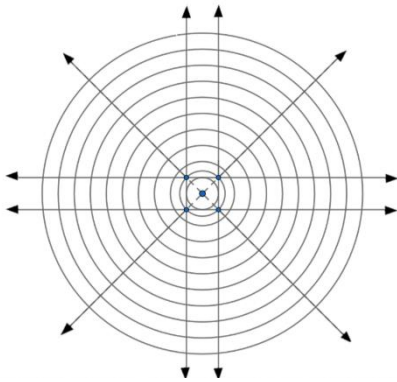
$\vec{l}_2$ ตั้งฉากกับ $\vec{l}_3$ ที่จุด A_4 และตั้งฉากกับ $\vec{l}_4$ ที่จุด A_3

กำหนดให้ $\vec{t}_i$ เป็นรังสีที่แบ่งครึ่งมุมฉากที่เกิดขึ้น ณ จุด A_i เมื่อ $i = 1, 2, 3, 4$ และจุด O เป็นจุดตัด ของเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมจัตุรัส $A_1A_2A_3A_4$ ดังรูปที่ 2.1 ในที่นี้เรียกกลุ่มของเส้นขนานและรังสีนี้ ว่า เส้นตาราง T

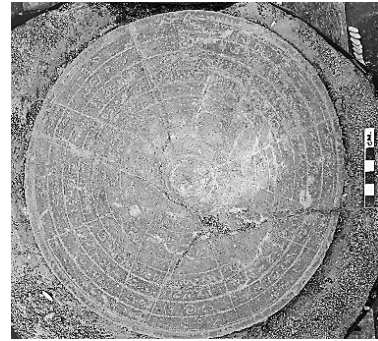


รูปที่ 2.1 เส้นตาราง T

จากรูปที่ 2.1 ถ้าให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมรัศมีต่าง ๆ กัน จะพบว่า วงกลมเหล่านี้ถูกเส้นตาราง T แบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็นส่วนโค้งที่มีความยาวต่างกัน ดังรูปที่ 2.2 ซึ่งลักษณะดังกล่าวพบในแผ่นฤกษ์ทรงกลม ดังรูปที่ 2.3



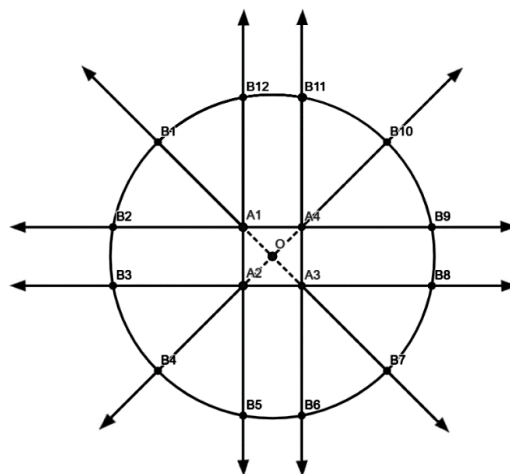
รูปที่ 2.2 วงกลมรัศมีต่าง ๆ กันกับเส้นตาราง T



รูปที่ 2.3 แผ่นฤกษ์ทรงกลม [1]

ทฤษฎีบท 2.1 กำหนดให้วงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง และรัศมียาว $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}k$ หน่วย เมื่อ k คือระยะห่างระหว่างเส้นขนานแต่ละคู่ในเส้นตาราง T จะได้ว่า เส้นตาราง T แบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 12 ส่วนโค้งที่มีความยาวเท่ากัน

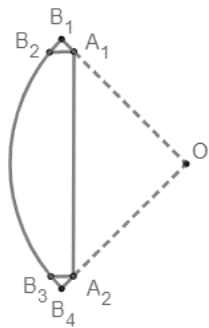
บทพิสูจน์ กำหนดให้ r เป็นรัศมีของวงกลม ที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง และจุด $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{12}$ เป็นจุดตัดระหว่างวงกลม O กับเส้นตาราง T ดังรูปที่ 2.4



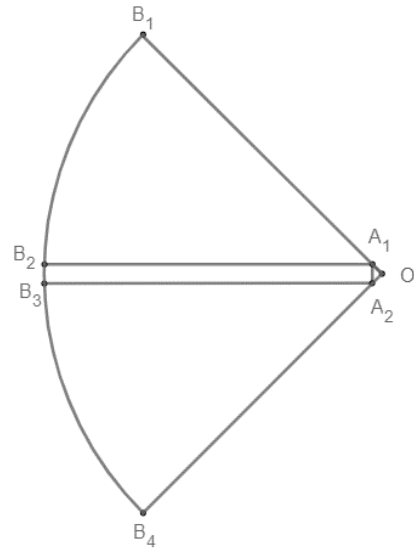
รูปที่ 2.4 รูปประกอบการพิสูจน์

จะได้ว่า ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม O ต้องมีค่ามากกว่าความยาวของเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมจัตุรัส $A_1A_2A_3A_4$ นั่นคือ $2r > k\sqrt{2}$ จึงจะทำให้เส้นรอบวงของวงกลม O ถูกแบ่งออกเป็น 12 ส่วน โดยเส้นตาราง T

ให้ $F(r) = |B_1B_2| - |B_2B_3|$ เมื่อ $|B_iB_j|$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่แสดงระยะทางตามเส้นรอบวงของวงกลม O จากจุด B_i ไปยังจุด B_j จะพบว่า ถ้า $r \rightarrow \left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)^+$ (r เข้าใกล้ $\frac{k}{\sqrt{2}}$ ทางขวา) จะได้ว่า $|B_1B_2| \rightarrow 0$ และ $|B_2B_3| \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ส่งผลทำให้ $F(r) = |B_1B_2| - |B_2B_3| < 0$ ดังรูปที่ 2.5 (ก) และถ้า $r \rightarrow \infty$ (r มากขึ้นโดยไม่มีที่สิ้นสุด) จะได้ว่า $|B_1B_2| \rightarrow \infty$ และ $|B_2B_3| \rightarrow 0$ ส่งผลทำให้ $F(r) = |B_1B_2| - |B_2B_3| > 0$ ดังรูปที่ 2.5 (ข)



(ก) $F(r) < 0$ เมื่อ $r \rightarrow \left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)^+$



(ข) $F(r) > 0$ เมื่อ $r \rightarrow \infty$

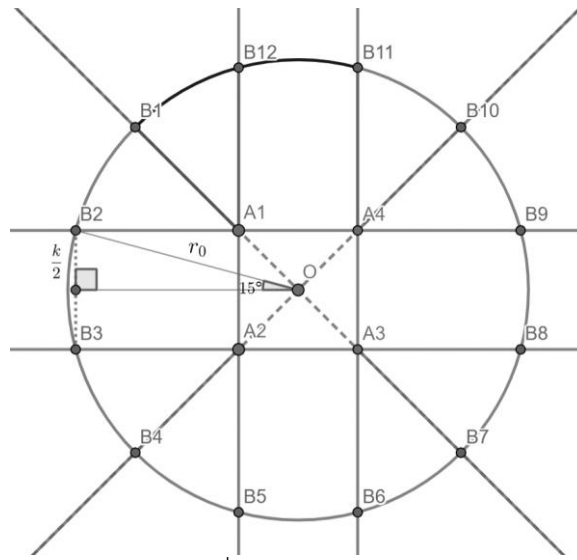
รูปที่ 2.5 ค่าของ $F(r) = |B_1B_2| - |B_2B_3|$

เนื่องจาก $F(r) = |B_1B_2| - |B_2B_3|$ เป็นผลต่างของฟังก์ชันต่อเนื่อง จึงได้ว่า $F(r)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องด้วย ดังนั้นจะมี $r_0 \in \mathbb{R}$ ซึ่ง $F(r_0) = 0$

จาก $F(r_0)=0$ จะได้ว่า $|B_1B_2|-|B_2B_3|=0$ หรือ $|B_1B_2|=|B_2B_3|$ เนื่องจากวงกลม O และเส้นตาราง T ต่างสมมาตรเทียบกับเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ทั้งในแนวตั้งและแนวนอน และยังสมมาตรเทียบกับ $\overrightarrow{B_1B_7}$ และ $\overrightarrow{B_4B_{10}}$ ทำให้ได้ว่า

$$|B_1B_2|=|B_2B_3|=|B_3B_4|=\dots=|B_{11}B_{12}|=|B_{12}B_1|$$

เพราะฉะนั้น r_0 คือ รัศมีของวงกลมที่เส้นตาราง T แบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กัน ดังรูปที่ 2.6 ดังนั้น $\angle B_1OB_2=\angle B_2OB_3=\angle B_3OB_4=\dots=\angle B_{12}OB_1$



รูปที่ 2.6 การหาค่า r_0

จาก $\angle B_1OB_2+\angle B_2OB_3+\angle B_3OB_4+\dots+\angle B_{12}OB_1=360^\circ$ จะได้ว่า

$$\angle B_1OB_2=\angle B_2OB_3=\angle B_3OB_4=\dots=\angle B_{12}OB_1=30^\circ$$

ดังนั้น ΔB_2OB_3 เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมยอดขนาด 30° และฐานยาว k หน่วย เมื่อพิจารณาส่วนสูงของ ΔB_2OB_3 ดังรูปที่ 2.6 จะได้ว่า $r_0 \sin 15^\circ = \frac{k}{2}$ หรือ

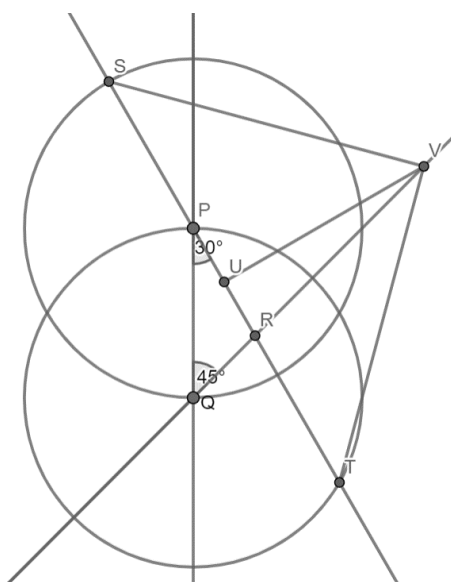
$$r_0 = \frac{k}{2 \sin 15^\circ} = \frac{k}{2 \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \right)} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} k$$

นั่นคือ รัศมีของวงกลมที่เส้นตาราง T แบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กัน มีค่าเท่ากับ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}k$ หน่วย เมื่อ k คือระยะห่างระหว่างเส้นขนานแต่ละคู่ในเส้นตาราง T $\square$

จากทฤษฎีบท 2.1 ข้างต้นแสดงให้เห็นว่าเมื่อกำหนดกลุ่มของเส้นขนานและรังสีในเส้นตาราง T สามารถคำนวณหารัศมีของวงกลม r_0 ที่ทำให้เส้นรอบวงของวงกลมสามารถแบ่งออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กันได้ ต่อไปจะแสดงให้เห็นว่า สามารถสร้างวงกลมที่มีรัศมีดังกล่าว โดยใช้เพียงสันตรงและวงเวียน ไม่จำเป็นต้องวัดความยาว r_0 ตามข้างต้น

บทตั้ง 2.1 กำหนดให้จุด P และจุด Q เป็นจุดบนเส้นตรงเดียวกัน วาดวงกลมซึ่งมีรัศมียาว PQ หน่วย และมีจุด P และจุด Q เป็นจุดศูนย์กลางตามลำดับ ให้จุด R เป็นจุดที่ทำให้ $\angle RPQ = 30^\circ$ และ $\angle RQP = 45^\circ$ โดยเส้นตรง $\overline{PR}$ ตัดกับวงกลม P ที่จุด S และตัดกับวงกลม Q ที่จุด T

ถ้าจุด U เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง $\overline{ST}$ และจุด V เป็นจุดภายนอกวงกลมทั้งสองที่อยู่บนเส้นตรง $\overline{QR}$ ซึ่งทำให้ $UV = SU$ แล้ว $SV = TV$



รูปที่ 2.7 รูปประกอบบทตั้ง 2.1

บทพิสูจน์ ให้จุด W เป็นจุดตัดอีกจุดของวงกลม Q กับ $\overline{PQ}$ ดังรูปที่ 2.7

เนื่องจาก $\angle PTW$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม Q จะได้ว่า $\angle PTW = 90^\circ$ ดังนั้น $\angle PWT = 60^\circ$

ทำให้ได้ว่า $\angle STV = \angle SYV = 45^\circ$ เนื่องจาก $\triangle SVT$ เป็นรูปสามเหลี่ยมแนบในครึ่งวงกลม U จะได้
ว่า $\angle VST = 180^\circ - \angle SVT - \angle STV = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ดังนั้น $\triangle SVT$ เป็นรูปสามเหลี่ยม
หน้าจั่ว จะได้ว่า $SV = TV$ $\square$

ขั้นตอนการสร้างวงกลมที่มีรัศมียาว r_0 หน่วย โดยใช้เพียงเส้นตรงและวงเวียน

กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $A_1A_2A_3A_4$ ที่มีความกว้าง k หน่วย ดังที่
ปรากฏในตาราง T

ขั้นที่ 1 สร้างวงกลมที่มีจุด A_1 เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม รัศมียาว k หน่วย ตัดกับเส้นตรง l_1
ที่จุด C และจุด A_2

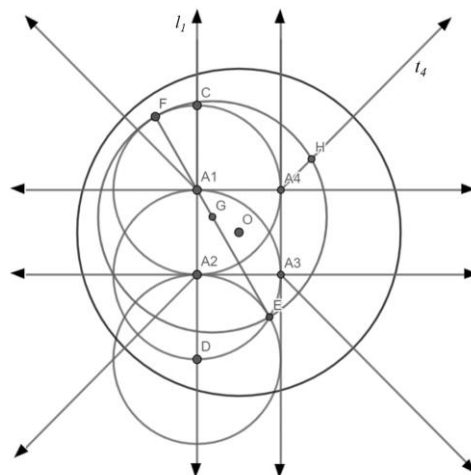
ขั้นที่ 2 สร้างวงกลมที่มีจุด A_2 เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม รัศมียาว k หน่วย ตัดกับเส้นตรง l_1
ที่จุด D และ A_1

ขั้นที่ 3 สร้างวงกลมที่มีจุด D เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม รัศมียาว k หน่วย ตัดกับวงกลม A_2
ที่จุด E

ขั้นที่ 4 ต่อรังสี $\overrightarrow{EA_1}$ ไปตัดวงกลม A_1 ที่จุด F

ขั้นที่ 5 ให้จุด G เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง $\overline{EF}$ สร้างวงกลมที่มีจุด G เป็นจุด
ศูนย์กลางของวงกลม รัศมียาว GE หน่วย ตัดกับรังสี $\overrightarrow{t_4}$ ของตาราง T ที่จุด H

จะได้ว่า วงกลมที่จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม รัศมียาว EH หน่วย จะเป็นวงกลมที่
เส้นตาราง T แบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กัน ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 รูปประกอบการสร้างวงกลมที่มีรัศมียาว r_0 หน่วย โดยใช้เพียงเส้นตรงและวงเวียน

จากขั้นตอนการสร้างข้างต้น จะพิสูจน์ว่า $EH = r_0$

บทพิสูจน์ จากรูปที่ 2.9 เนื่องจากจุด E อยู่บนวงกลม A_2 และวงกลม D จะได้

$$k = A_2E = A_2D = DE$$

ดังนั้น $\triangle A_2DE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังนั้น $\angle A_2DE = 60^\circ$

จาก $\angle DEA_1$ เป็นมุมที่เส้นรอบวงในวงกลม A_2 ที่รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AD}$ จะได้ว่า $\angle DEA_1 = 90^\circ$ ดังนั้น $\triangle DEA_1$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$A_1E^2 = A_1D^2 - DE^2 = (2k)^2 - k^2 = 3k^2$$

นั่นคือ $A_1E = \sqrt{3}k$ ทำให้ได้ว่า

$$EF = EA_1 + A_1F = \sqrt{3}k + k = (\sqrt{3} + 1)k = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}k$$

เนื่องจาก $\overline{EF}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม G ทำให้ได้ว่า $\triangle EFH$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งด้าน $\overline{FH}$ ตั้งฉากกับด้าน $\overline{EH}$

จาก $\triangle DEA_1$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า $\angle DA_1E = 30^\circ$ และจาก $\angle A_1A_2A_4 = 45^\circ$ เพราะเป็นมุมที่เกิดจากเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $A_1A_2A_3A_4$ ดังนั้นโดยบทตั้ง 2.1 จะได้ว่า $FH = EH$ ทำให้ $\triangle EFH$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว เพราะฉะนั้น

$$EH = EF \sin 45^\circ = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}k \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1}k = r_0$$

□

เมื่อพิจารณาขั้นตอนการสร้างวงกลมที่มีรัศมียาว r_0 หน่วย โดยใช้เพียงสันตรงและวงเวียน ร่วมกับทฤษฎีบท 2.1 จะได้ว่า เส้นตาราง T แบ่งเส้นรอบวงของวงกลม O ที่มีรัศมียาว EH หน่วย ออกเป็น 12 ส่วนโค้งที่มีความยาวเท่ากัน

3. การสร้างตารางราศีจักร เมื่อกำหนดขนาดของวงกลม

ในหัวข้อนี้ จะกำหนดขนาดของวงกลมมาให้ จากนั้นจะสร้างเส้นตาราง T ภายในวงกลมที่กำหนด ซึ่งแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 12 ส่วนโค้งที่มีความยาวเท่ากัน โดยการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่ใช้เพียงสันตรงและวงเวียน

ขั้นตอนการสร้างตารางราศีจักร เมื่อกำหนดขนาดของวงกลม โดยใช้เพียงสันตรงและวงเวียน

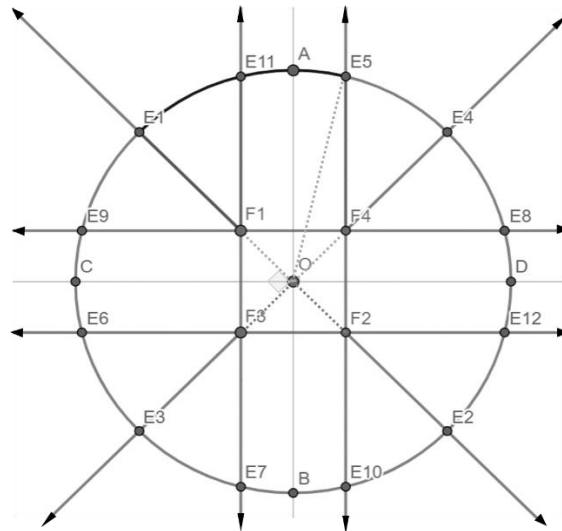
กำหนดวงกลมที่มีรัศมียาว r หน่วย และมีจุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

- ขั้นที่ 1 ลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ในแนวตั้ง ตัดวงกลม O ที่จุด A และ B
- ขั้นที่ 2 ลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ตัดวงกลม O ที่จุด C และ D
- ขั้นที่ 3 ลากเส้นแบ่งครึ่งมุม $\angle AOC$ ตัดวงกลม O ที่จุด E_1 และ E_2
- ขั้นที่ 4 ลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ตั้งฉากกับ $\overline{E_1E_2}$ ตัดวงกลม O ที่จุด E_3 และ E_4
- ขั้นที่ 5 สร้างวงกลมที่มีรัศมียาว AO หน่วย โดยที่จุด E_1 เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ตัดวงกลม O ที่จุด E_5 และ E_6
- ขั้นที่ 6 สร้างวงกลมที่มีรัศมียาว AO หน่วย โดยที่จุด E_2 เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ตัดวงกลม O ที่จุด E_7 และ E_8
- ขั้นที่ 7 สร้างวงกลมที่มีรัศมียาว AO หน่วย โดยที่จุด E_3 เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ตัดวงกลม O ที่จุด E_9 และ E_{10}
- ขั้นที่ 8 สร้างวงกลมที่มีรัศมียาว AO หน่วย โดยที่จุด E_4 เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ตัดวงกลม O ที่จุด E_{11} และ E_{12}
- ขั้นที่ 9 ลาก $\overline{E_5E_{10}}, \overline{E_6E_{12}}, \overline{E_7E_{11}}$ และ $\overline{E_8E_9}$ โดยให้จุดตัดกันคือจุด F_2, F_3, F_1 และ F_4 ตามลำดับ
- ขั้นที่ 10 ลากรังสี $\overline{F_1E_1}, \overline{F_2E_2}, \overline{F_3E_3}, \overline{F_4E_4}$

จะได้ว่า ตารางรายชื่อจุดที่มีจุด E_i เมื่อ $i \in \{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$ ตามขั้นตอนการสร้างข้างต้นนี้ จะแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมที่กำหนดออกเป็น 12 ส่วนโค้งที่มีความยาวเท่ากัน ดังรูปที่ 3.1

บทพิสูจน์ จากขั้นตอนการสร้างขั้นที่ 4 จะได้ว่า $\angle E_1OE_4$ เป็นมุมฉาก และจากขั้นที่ 5 จะได้ว่า $E_1E_5 = AO = E_5O = E_1O$ ทำให้สรุปได้ว่า $\triangle E_1OE_5$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า นั่นคือ $\overline{E_1O}$ ทำมุม 60° กับ $\overline{E_5O}$ ดังนั้น $\overline{E_4O}$ ทำมุม 30° กับ $\overline{E_5O}$ และจาก $\overline{E_1O}$ ทำมุม 30° กับ $\overline{E_{11}O}$ ดังนั้น $\overline{E_5O}$ ทำมุม 30° กับ $\overline{E_{11}O}$ ในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า

$$\angle E_1OE_{11} = \angle E_{11}OE_5 = \angle E_5OE_4 = \dots = \angle E_9OE_1 = 30^\circ$$



รูปที่ 3.1 การสร้างตาราง T เมื่อกำหนดขนาดของวงกลม

นั่นคือ มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม O ถูกแบ่งออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กัน ดังนั้น กลุ่มจุด E_i เมื่อ $i \in \{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$ แบ่งเส้นรอบวงของวงกลม O ที่กำหนด ออกเป็น 12 ส่วนโค้งที่มีความยาวเท่ากันด้วย □

4. ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ

การสร้างตารางราศีจักรในกระดานโทร โดยใช้เพียงเส้นตรงและวงเวียน ร่วมกับความรูพื้นฐานทางเรขาคณิตในระดับชั้นมัธยมศึกษาในการพิสูจน์นี้ ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า นักเรียน หรือบุคคลทั่วไป สามารถอ่านและเข้าใจได้โดยง่าย ซึ่งถือเป็นตัวอย่างหนึ่งที่จะทำให้ผู้อ่านเห็นการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งรอบตัว

นอกจากนี้ผู้เขียนยังมีความสนใจว่า จะสามารถสร้างตารางราศีจักรในกระดานโทร โดยยึดหลักตามนัยยะการเสมอภาคของราศีทั้ง 12 ราศี ผ่านปริมาณทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น พื้นที่ภายนอกบริเวณสี่เหลี่ยมจัตุรัสกึ่งกลางทั้ง 12 ส่วน ให้มีขนาดเท่ากัน โดยใช้เพียงเส้นตรงและวงเวียนได้หรือไม่

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาบทความ สำหรับความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอันมีค่า และเป็นประโยชน์ต่อบทความฉบับนี้ บทความนี้ได้รับทุนสนับสนุนการค้นคว้าวิจัย ประเภททุนวิจัย

เพื่อส่งเสริมศิลปวัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ตามสัญญาเลขที่ TUTS 2/2564

เอกสารอ้างอิง

- [1] มติชน. (2563). *การศึกษา*. เข้าถึงเมื่อวันที่ 24 ธันวาคม 2563 จาก
https://www.matichon.co.th/education/news_2275242
Matichon. (2020). *Education*. Retrieved December 24, 2020, from
https://www.matichon.co.th/education/news_2275242
- [2] Baker, C. and Phongpaichit, P. (2014). Protection and Power in Siam: From Khun Chang Khun Phaen to The Buddha Amulet. *CSEAS Journal, Southeast Asian Studies*, 2 (2), p. 1 – 19.
- [3] Beeson, M. (2012). *Logic of Ruler and Compass Constructions* in How The World Computes, p. 46 – 55. Heidelberg: Springer.
- [4] Kellison, A., Bickford, M. and Constable, R. (2019). Implementing Euclid’s Straightedge and Compass Constructions in Type Theory. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 85, p. 175 – 192.
- [5] Křížek, M., Luca, F. and Somer, L. (2001). *The Proof of Gauss’s Theorem* in 17 Lectures on Fermat Numbers from Number Theory to Geometry, p. 187 – 192. New York, NY: Springer.
- [6] Martin, G. E. (1997). *Geometric Constructions*. New York, NY: Springer.
- [7] Schreck, P. (2019). On The Mechanization of Straightedge and Compass Constructions. *Journal of Systems Science and Complexity*, 32, p. 124 – 149.



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปริมา 67 เล่มที่ 706 มกราคม – เมษายน 2565

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

ค่าพื่นของค่าเฉลี่ยของรากที่สี่ของจำนวนเต็ม

The Floor of The Average for The Fourth Roots of Integers

DOI: 10.14456/mj-math.2022.2

สมคิด อินเทพ¹ และ บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว^{2,*}

^{1, 2} ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ชลบุรี 20131

Somkid Intep¹ and Boonyong Sriponpaew^{2,*}

^{1, 2} Department of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University, Chonburi 20131

Email: ¹ intep@buu.ac.th ² boonyong@buu.ac.th

วันที่รับบทความ : 2 พฤษภาคม 2564

วันที่แก้ไขบทความ : 16 กรกฎาคม 2564

วันที่ตอบรับบทความ : 15 เมษายน 2565

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของบทความนี้คือการสร้างลำดับโดยประมาณสำหรับลำดับของค่าเฉลี่ยของรากที่สี่ของจำนวนเต็ม n พจน์แรก และเพื่อที่จะพิสูจน์ว่าลำดับทั้งสองมีค่าพื่นเดียวกัน ในอีกทางหนึ่งได้แสดงว่าการสร้างลำดับในรูปแบบเดียวกันนี้ไม่สามารถใช้ได้ในกรณีของรากที่ห้าและรากที่หก

คำสำคัญ: ค่าพื่น ค่าเฉลี่ย รากที่สี่

* ผู้เขียนหลัก

ABSTRACT

The aim of this paper is to construct an estimated sequence for the sequence of the mean of the fourth roots of the first n integers and to prove that both sequences share the same floor. On the other hand, we show that the same pattern of sequence construction is not applicable for the fifth-root and the sixth-root cases.

Keywords: Floor, Average, Fourth roots

1. Introduction

It has been a long time that many researchers have studied for sum of square roots of non-negative integers. For instance, a mathematical formula of this sum is proposed by Ramanujan [2] as

$$\sum_{k=1}^n \sqrt{k} = \frac{2}{3}n\sqrt{n} + \frac{1}{2}\sqrt{n} - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\sqrt{k}} + \frac{1}{6} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{n+k} + \sqrt{n+k+1})^3}.$$

Later, Merca [1] focused on the arithmetic mean of the square roots of the first n integers and provided bounds of this mean as follows:

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{8n} - \frac{1}{8n\sqrt{n+1}} \right) \sqrt{n+1} < \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{k} < \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6n} - \frac{1}{6n\sqrt{n+1}} \right) \sqrt{n+1}.$$

Also he conjectured that the sequence has the same floor as a certain approximated sequence, that is,

$$\left\lfloor \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{k} \right\rfloor = \left\lfloor \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6n} \right) \sqrt{n+1} \right\rfloor.$$

In Zacharias [5], this conjecture was proved by Zacharias. The key of the proof is to find the partition sets in which both sequences have the same floor. Zacharias presented the partition sets in the modulo 2 pattern as, for $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

$$B_{1,k} = \left[\frac{9(2k+1)^2 - 5}{4}, \frac{9(2k+2)^2 - 8}{4} \right] \cap \mathbb{N}$$

and

$$B_{2,k} = \left[\frac{9(2k+2)^2 - 4}{4}, \frac{9(2k+3)^2 - 9}{4} \right] \cap \mathbb{N},$$

where $\bigcup_{k=0}^{\infty} B_{1,k} \cup B_{2,k} = \mathbb{N}$ forms a partition of $\mathbb{N}$.

Afterwards Wihler [4] derived a formula for the arithmetic mean of the r -th roots of the first n integers where $r \geq 1$ as

$$\sum_{k=v}^n \sqrt[r]{k} = \frac{r}{r+1} \sqrt[r]{n+1} \left(n + \frac{1-\frac{1}{r}}{2} \right) - \frac{r}{r+1} \sqrt[r]{v} \left(v - \frac{1+\frac{1}{r}}{2} \right) - \frac{\delta_{v,n,r}}{12r} \quad (*)$$

with $\delta_{v,n,1} = 0$ and $\sigma_r(v+2, n+2) < \delta_{v,n,r} < \sigma_r(v, n)$ for $r > 1$, where

$$\sigma_r(v, n) = \begin{cases} 2 - \frac{1}{r} - n^{-1+\frac{1}{r}} & \text{if } v=1, \\ (v-1)^{-1+\frac{1}{r}} - n^{-1+\frac{1}{r}} & \text{if } v \geq 2. \end{cases}$$

Recently, Sriponpaew and Intep [3] defined the estimated sequence for average of the cube roots of integers by picking up the first two terms from the Wihler's formula as

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4n} \right) \sqrt[3]{n+1} - \frac{1}{4n}.$$

Furthermore, we generated the partition sets in the modulo 9 pattern as follows: for $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

$$B_{1,k} = \begin{cases} \left[\frac{64(9k+1)^3 - 37}{27}, \frac{64(9k+2)^3 - 53}{27} \right] \cap \mathbb{N} & \text{if } k = 0, 1, 2, \\ \left[\frac{64(9k+1)^3 - 37}{27}, \frac{64(9k+2)^3 - 80}{27} \right] \cap \mathbb{N} & \text{if } k \geq 3, \end{cases}$$

$$B_{2,k} = \begin{cases} \left[\frac{64(9k+2)^3 - 26}{27}, \frac{64(9k+3)^3 - 54}{27} \right] \cap \mathbb{N} & \text{if } k = 0, 1, 2, \\ \left[\frac{64(9k+2)^3 - 53}{27}, \frac{64(9k+3)^3 - 54}{27} \right] \cap \mathbb{N} & \text{if } k \geq 3, \end{cases}$$

and for $j = 3, 4, \dots, 9$, define $B_{j,k}$ as

$$B_{j,k} = \left[\frac{64(9k+j)^3 - b_j}{27}, \frac{64(9k+j+1)^3 - b_{j+1} - 27}{27} \right] \cap \mathbb{N},$$

where

$$b_j = \begin{cases} 27 & \text{if } j \equiv 0 \pmod{3}, \\ 2(25-i) & \text{if } j \not\equiv 0 \pmod{3} \text{ and } j = 2^i, \\ j(5 + (-1)^i i) & \text{if } j \text{ is prime and } j \equiv i \pmod{3}, 0 < i < 3, \end{cases}$$

and $b_{10} = 37$. Consequently, $\bigcup_{k=0}^{\infty} \bigcup_{j=1}^9 B_{j,k} = \mathbb{N}$ forms a partition of $\mathbb{N}$. The result shown in [3] is that both sequences share the same floor in each set.

In this article, we concentrate on the floor of arithmetic mean value S_n of the fourth roots of the first n integers. In the process of proof, we construct the sequence $A(n)$ from the formula of Wihler which share the same floor with S_n . Also, we define the highly sophisticated partition sets which are applicative for the fourth roots in order to prove the following main theorem.

Theorem 1.1 (Main Theorem) For any positive integer n ,

$$\left\lfloor \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k} \right\rfloor = \left\lfloor \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{10n} \right) \sqrt[4]{n+1} - \frac{3}{10n} \right\rfloor.$$

Moreover, based on some numerical results, we can show that the same technique of construction for the approximated sequence is not suitable for the cases of the fifth roots and the sixth roots.

2. Preliminaries

The goal of this article is to derive the floor of mean value of the fourth roots of the first n integers into the floor of a simpler sequence. In particular, we define the sequence

$$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k}$$

and prove that

$$\lfloor S_n \rfloor = \left\lfloor \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{10n} \right) \sqrt[4]{n+1} - \frac{3}{10n} \right\rfloor.$$

To simplify the process, we define the functions

$$A(x) = \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{10x} \right) \sqrt[4]{x+1} - \frac{3}{10x}$$

and

$$L(x) = \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{10x} \right) \sqrt[4]{x+1} - \frac{323}{960x},$$

for all real $x \geq 1$. Firstly, we verify that both functions are strictly increasing.

Lemma 2.1 For $x \geq 1$, $A(x)$ and $L(x)$ are strictly increasing functions.

Proof. To show the strict monotonicity of $A(x)$, we consider its derivative as

$$A'(x) = \frac{8x^2 - 9x - 12 + 12(x+1)^{\frac{3}{4}}}{40x^2(x+1)^{\frac{3}{4}}}.$$

After we simplify its numerator, we have

$$8x^2 - 9x - 12 + 12(x+1)^{\frac{3}{4}} = 8 \left(x - \frac{9}{16} \right)^2 + 12 \left((x+1)^{\frac{3}{4}} - \frac{155}{128} \right) > 0$$

for all $x \geq 1$. This implies that $A(x)$ is a strictly increasing function for all $x \geq 1$.

Similarly, the numerator of derivative of $L(x)$ are algebraically simplified to be

$$192 \left(x - \frac{9}{16} \right)^2 + 323 \left((x+1)^{\frac{3}{4}} - \frac{1395}{1292} \right) > 0 \text{ for all } x \geq 1.$$

Hence, $L(x)$ is also a strictly increasing function for all $x \geq 1$. □

We need to prove that S_n is increasing in order to consider only boundaries of the partition sets when we deal with the integer part of S_n .

Lemma 2.2 $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k}$ is a strictly increasing sequence.

Proof. It is well-known that $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$ for $x \geq 1$ is a strictly increasing function.

Therefore, we have

$$\sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k} < \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{n+1} = n \sqrt[4]{n+1}.$$

After adding $n \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k}$ on the both sides of the inequality, we obtain that

$$(n+1) \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k} < n \sum_{k=1}^{n+1} \sqrt[4]{k}.$$

That is $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k} < \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^{n+1} \sqrt[4]{k} = S_{n+1}$, which implies that S_n is a strictly increasing sequence. $\square$

We observe the values of both (S_n) and $(A(n))$ calculated by using MATLAB and define the partition sets where both sequences share the same floor. Let $B_{1,0} = [1, 37] \cap \mathbb{N}$ and $B_{2,0} = [38, 195] \cap \mathbb{N}$. For $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ and $j = 1, 2, \dots, 64$ with $(j, k) \neq (1, 0), (2, 0)$, we define R_j as the remainder of division of $|32 - j|$ by 32, i.e. $R_j \equiv |32 - j| \pmod{32}$ where $0 \leq R_j < 32$ and define the set $B_{j,k}$ as follows:

$$B_{j,k} = \left[\frac{625(64k + j)^4 - b_j}{256}, \frac{625(64k + j + 1)^4 - b_{j+1} - 256}{256} \right] \cap \mathbb{N},$$

where

$$b_j = \begin{cases} 512 & \text{if } R_j \equiv 0 \pmod{4}, \\ 528 & \text{if } R_j \equiv 2 \pmod{4}, \\ 497 & \text{if } R_j = 1, \\ 577 & \text{if } R_j = 3, \\ 609 & \text{if } R_j = 5, \\ 593 & \text{if } R_j = 7, \\ 401 & \text{if } R_j = 9, \\ 545 & \text{if } R_j = 11, \\ 385 & \text{if } R_j = 13, \\ 433 & \text{if } R_j = 15, \\ 561 & \text{if } R_j = 17, \\ 513 & \text{if } R_j = 19, \\ 417 & \text{if } R_j = 21, \\ 529 & \text{if } R_j = 23, \\ 465 & \text{if } R_j = 25, \\ 481 & \text{if } R_j = 27, \\ 449 & \text{if } R_j = 29, \\ 625 & \text{if } R_j = 31, \end{cases}$$

and $b_{65} = 625$.

Notice that boundary points of $B_{j,k}$ are all integers satisfying $1 + \max B_{j,k} = \min B_{j+1,k}$ and $1 + \max B_{64,k} = \min B_{1,k+1}$. In conclusion, we have that $\{B_{j,k}\}$ is the partition of $\mathbb{N}$.

From (*), we obtain that

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k} = \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{10n} \right) \sqrt[4]{n+1} - \frac{3}{10n} - \frac{\delta_{1,n,4}}{48n}$$

where $2^{-\frac{3}{4}} - n^{-\frac{3}{4}} < \delta_{1,n,4} < \frac{7}{4} - n^{-\frac{3}{4}}$. Note that for any $n > 2$, $0 < \delta_{1,n,4} < \frac{7}{4}$.

Consequently,

$$A(n) > \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[4]{k} > L(n) \quad \text{for } n > 2.$$

The aim of the main theorem is to show that for any $n \in B_{j,k}$ the integer part of $A(n)$ and S_n is $64k + j$. More precisely, $64k + j \leq S_n < A(n) < 64k + j + 1$. Notice

that $L(n)$ and $A(n)$ are strictly increasing and the value of S_n is between $L(n)$ and $A(n)$. It is enough to show that $L(r) > 64k + j$ and $A(s) < 64k + j + 1$ for any

$$r = \min B_{j,k} = \frac{625(64k + j)^4 - b_j}{256} \text{ and } s = \max B_{j,k} = \frac{625(64k + j + 1)^4 - b_{j+1}}{256} - 1.$$

To verify these inequalities, we investigate signs of coefficients of some Taylor expansions. Nevertheless, for some basic numbers n , we estimate the floor of S_n and $A(n)$ by simple calculation.

3. Proof of Main Theorem

Proof. Let $n \in \mathbb{N}$.

Case 1 $n \in B_{1,k}$

Subcase 1.1 $k = 0$

For $n \in B_{1,0}$ that is $1 \leq n \leq 37$, the bounds of S_n and $A(n)$ are the following:

$$1 = S_1 < S_n < S_{37} \approx 1.9978$$

and

$$1.0081 \approx A(1) < A(n) < A(37) \approx 1.9983.$$

Hence $\lfloor S_n \rfloor = \lfloor A(n) \rfloor = 1$ for $1 \leq n \leq 37$.

Subcase 1.2 $k \geq 1$

$$\text{Let } r = \frac{625(64k + 1)^4 - b_1}{256} = \frac{625(64k + 1)^4 - 625}{256}.$$

We will prove that $L(r) > 64k + 1$. By using MATLAB, we expand the following expression to be the Taylor series about 1 as

$$\begin{aligned}
 & (768r + 288)^4(r + 1) - (960r(64k + 1) + 323)^4 \\
 &= 47547546119427481762032000826199731966895 \\
 &+ 774640203119425658720785007239699135200000(k - 1) \\
 &+ 5909344435099731237832022406397662720000000(k - 1)^2 \\
 &+ 28020765127418531234936412187585855488000000(k - 1)^3 \\
 &+ 92444324128312396503878409379251565363200000(k - 1)^4 \\
 &+ 225017389924911730934110727749382229196800000(k - 1)^5 \\
 &+ 418034724196383328296638346040442880000000000(k - 1)^6 \\
 &+ 60467230828228669527351424031129600000000000(k - 1)^7 \\
 &+ 688253248703557434098810368580124672000000000(k - 1)^8 \\
 &+ 618527192560207135388140144951296000000000000(k - 1)^9 \\
 &+ 4374449368210858330089188037859737600000000000(k - 1)^{10} \\
 &+ 240916714292533524653917863936000000000000000(k - 1)^{11} \\
 &+ 1012914734961035836478598414336000000000000000(k - 1)^{12} \\
 &+ 314305350420754699187650560000000000000000000(k - 1)^{13} \\
 &+ 678834970707310676520468480000000000000000000(k - 1)^{14} \\
 &+ 911780353413022488924782592000000000000000000(k - 1)^{15} \\
 &+ 573767527668661893464064000000000000000000000(k - 1)^{16} > 0.
 \end{aligned}$$

Then we derive the above inequality into $(768r + 288)\sqrt[4]{r+1} > 960r(64k + 1) + 323$.

We have $L(r) = \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{10r}\right)\sqrt[4]{r+1} - \frac{323}{960r} > 64k + 1$ by direct calculation.

Let $s = \frac{625(64k + 2)^4 - b_2 - 256}{256} = \frac{625(64k + 2)^4 - 784}{256}$. We will show that

$A(s) < 64k + 2$. Similarly, the following expression are written as the Taylor expansion about 1 as

$$\begin{aligned}
 & (10s(64k+2)+3)^4 - (8s+3)^4(s+1) \\
 &= 10953709046418827757109091072488404 \\
 & \quad +169615890158725058399687231063750520(k-1) \\
 & \quad +1231151431305453417400028832235382400(k-1)^2 \\
 & \quad +5560325905943677952822429251120128000(k-1)^3 \\
 & \quad +17488957096089532314859379642818560000(k-1)^4 \\
 & \quad +40621294930019226943217203622707200000(k-1)^5 \\
 & \quad +99643568429174106784851547914240000000(k-1)^7 \\
 & \quad +108486397100314238227268920934400000000(k-1)^8 \\
 & \quad +9332425620134618869593538560000000000(k-1)^9 \\
 & \quad +63221184162282908838568919040000000000(k-1)^{10} \\
 & \quad +33372558966296612654442086400000000000(k-1)^{11} \\
 & \quad +13456894494578024210497536000000000000(k-1)^{12} \\
 & \quad +4007064398391505059840000000000000000(k-1)^{13} \\
 & \quad +8309647967456644300800000000000000000(k-1)^{14} \\
 & \quad +1072216999284367687680000000000000000(k-1)^{15} \\
 & \quad +648518346341351424000000000000000000(k-1)^{16} > 0.
 \end{aligned}$$

By the same calculation, we have

$$64k+2 > \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{10s} \right) \sqrt[4]{s+1} - \frac{3}{10s} = A(s).$$

Since $A(n)$ and $L(n)$ are increasing, for $r \leq n \leq s$, we have

$$64k+1 < L(r) < L(n) < S_n < A(n) < A(s) < 64k+2.$$

Hence $\lfloor S_n \rfloor = \lfloor A(n) \rfloor = 64k+1$ for $k \geq 1$.

Case 2 $n \in B_{2,k}$

Subcase 2.1 $k = 0$

We consider $n \in B_{2,0}$ so that $38 \leq n \leq 195$. Since S_n and $A(n)$ are strictly increasing sequences,

$$2.0105 \approx S_{38} < S_n < S_{195} \approx 2.9974$$

and

$$2.0110 \approx A(38) < A(n) < A(195) \approx 2.9975.$$

Hence $\lfloor S_n \rfloor = \lfloor A(n) \rfloor = 2$ for $38 \leq n \leq 195$.

Subcase 2.2 $k \geq 1$

$$\text{Let } r = \frac{625(64k+2)^4 - b_2}{256} = \frac{625(64k+2)^4 - 528}{256}.$$

We will show that $L(r) > 64k + 2$. Again we consider that the Taylor expansion about 1 of $(768r + 288)^4(r+1) - (960r(64k+2) + 323)^4$ in terms of k is greater than zero for $k \geq 1$ as the following.

$$\begin{aligned} & (768r + 288)^4(r+1) - (960r(64k+2) + 323)^4 \\ &= 668277994873531131546094004060653155415727 \\ & \quad + 10400114950554878959352664454883733411164160(k-1) \\ & \quad + 75867603840583500904679025425153247200870400(k-1)^2 \\ & \quad + 344362702240926543282997452509306552057856000(k-1)^3 \\ & \quad + 1088550155865703890324832023114330710999040000(k-1)^4 \\ & \quad + 2541000229559109600433119988914263477452800000(k-1)^5 \\ & \quad + 4530928649775465308350805797614611595264000000(k-1)^6 \\ & \quad + 6295443882813605556499487033900075581440000000(k-1)^7 \\ & \quad + 6888301792756014127024691114710715596800000000(k-1)^8 \\ & \quad + 5955100114930619634516627670066790400000000000(k-1)^9 \\ & \quad + 40542702039769616655954557613480345600000000000(k-1)^{10} \\ & \quad + 21507652927543421818988290797207552000000000000(k-1)^{11} \\ & \quad + 8715649310932892010742144366018560000000000000(k-1)^{12} \\ & \quad + 2608138097429247161842375065600000000000000000(k-1)^{13} \\ & \quad + 5435434266369531459416358912000000000000000000(k-1)^{14} \\ & \quad + 7048224061829361439522947072000000000000000000(k-1)^{15} \\ & \quad + 4284130873259342137865011200000000000000000000(k-1)^{16} > 0. \end{aligned}$$

In the similar process to Case 1, we have $L(r) > 64k + 2$.

$$\text{Let } s = \frac{625(64k+3)^4 - b_3 - 256}{256} = \frac{625(64k+3)^4 - 705}{256}. \text{ The same technique}$$

of the Taylor expansion about 1 is used for the following algebraic expression

$$\begin{aligned}
 & (10s(64k+3)+3)^4 - (8s+3)^4(s+1) \\
 &= 6522182691627129366698257394526050 \\
 &+99271809888737786023175689174466525(k-1) \\
 &+708260082620689530531688729770735000(k-1)^2 \\
 &+3144109142755200329883445563177100000(k-1)^3 \\
 &+9720116809480917161028739153319050000(k-1)^4 \\
 &+22190424775092205530308079652435200000(k-1)^5 \\
 &+38697441968427874104549561320960000000(k-1)^6 \\
 &+52583764932346668227730894848000000000(k-1)^7 \\
 &+56268307020125628881185701888000000000(k-1)^8 \\
 &+47573280080701744289624883200000000000(k-1)^9 \\
 &+31674149437471491100183101440000000000(k-1)^{10} \\
 &+16432337223384313110724608000000000000(k-1)^{11} \\
 &+65120215298404123672576000000000000000(k-1)^{12} \\
 &+19056890811143264665600000000000000000(k-1)^{13} \\
 &+38837978859187470336000000000000000000(k-1)^{14} \\
 &+49249113725110059008000000000000000000(k-1)^{15} \\
 &+2927339757790822400000000000000000000(k-1)^{16} > 0.
 \end{aligned}$$

By positivity of coefficients of the Taylor series of $(10s(64k+3)+3)^4 - (8s+3)^4(s+1)$ in term of k about 1, we get $A(s) < 64k+3$.

Thus, for $r \leq n \leq s$, we obtain that

$$64k+2 < L(n) < S_n < A(n) < 64k+3.$$

$$\text{Hence } \lfloor S_n \rfloor = \lfloor A(n) \rfloor = 64k+2.$$

Case 3 $n \in B_{3,k}$

Let $r = \frac{625(64k+3)^4 - 449}{256}$. By using the Maclaurin series expansion, we gain

$$\begin{aligned}
 & (768r+288)^4(r+1) - (960r(64k+3)+323)^4 \\
 &= 156625164231863950511 + 58569627496076052622080k \\
 &+10194329686304320962969600k^2 \\
 &+1097187308676744111194112000k^3 \\
 &+81785824949797735225098240000k^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+44799260872772250771652608000000k^5 \\
 &+1866370868767347099744337920000000k^6 \\
 &+60352908843588287865657753600000000k^7 \\
 &+1531601983605763075385327616000000000k^8 \\
 &+3061598521606783995425587200000000000k^9 \\
 &+480622656354369212671170969600000000000k^{10} \\
 &+586475431819508949402098073600000000000k^{11} \\
 &+5454620023724177977994379264000000000000k^{12} \\
 &+3738874287354554345324544000000000000000k^{13} \\
 &+17815929989992942934163456000000000000000k^{14} \\
 &+52735610987501902030385971200000000000000k^{15} \\
 &+73059731856476281101090816000000000000000k^{16} > 0.
 \end{aligned}$$

Consequently, we gain $L(r) > 64k + 3$.

Let $s = \frac{625(64k+4)^4 - 768}{256}$. In the same process, we obtain $A(s) < 64k + 4$ and

conclude that $\lfloor S_n \rfloor = \lfloor A(n) \rfloor = 64k + 3$.

For the remaining cases, to show that

$$\lfloor S_n \rfloor = \lfloor A(n) \rfloor = 64k + j, \text{ for } j = 4, 5, \dots, 64,$$

we use similar arguments to those in case 3, i.e., we expand

$$(768r + 288)^4(r+1) - (960r(64k+j) + 323)^4$$

and

$$(10s(64k+j+1) + 3)^4 - (8s+3)^4(s+1)$$

into the Maclaurin series in the following form

$$c_{j,0} + c_{j,1}k + c_{j,2}k^2 + \dots + c_{j,16}k^{16}$$

where $c_{j,k} > 0$.

□

In an analogous way, we define approximated sequences as

$$A_5(n) = \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{3n} \right) \sqrt[5]{n+1} - \frac{1}{3n}$$

and

$$A_6(n) = \left(\frac{6}{7} + \frac{5}{14n} \right) \sqrt[6]{n+1} - \frac{5}{14n}$$

for the fifth roots and the sixth roots respectively. Nonetheless, the numerical results show that

$$\lfloor A_5(146930) \rfloor = 9 \neq 8 = \left\lfloor \frac{1}{146930} \sum_{k=1}^{146930} \sqrt[5]{k} \right\rfloor$$

and

$$\lfloor A_6(661026) \rfloor = 8 \neq 7 = \left\lfloor \frac{1}{661026} \sum_{k=1}^{661026} \sqrt[6]{k} \right\rfloor.$$

These imply that the similar pattern of formulation for the estimated sequences $A_5(n)$ and $A_6(n)$ is not applicable.

Acknowledgements

The authors would like to thank Detchat Samart for the useful suggestions which improved the presentation of the paper.

References

- [1] Merca, M. (2017). On the arithmetic mean of the square roots of the first n positive integers. *The College Mathematics Journal*, 48, p. 129 – 133.
- [2] Ramanujan, S. (1915). On the sum of the square roots of the first n natural numbers. *Journal of the Indian Mathematical Society*, 7, p. 173 – 175.
- [3] Sriponpaew, B. and Intep, S. (2020). The floor of the arithmetic mean of the cube roots of the first n integers. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, 102, p. 261 – 267.
- [4] Wihler, T. P. (2018) Rounding the arithmetic mean value of the square roots of the first n integers. Retrieved from <https://arxiv.org/pdf/1803.00362>.
- [5] Zacharias, J. (2018). Proof of a conjecture of Merca on an average of square roots. *The College Mathematics Journal*, 49, p. 342 – 345.



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปริมา 67 เล่มที่ 706 มกราคม – เมษายน 2565

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

คณิตศาสตร์เพื่อการลงทุน: การป้องกันการขาดทุนด้วยออปชั่น Mathematics for Investment: Loss Protection with Options

DOI: 10.14456/mj-math.2022.3

ศรัณย์พร แก้วคำลา^{1,*} กฤษณะ เนียมมณี² และ ทิพวัลย์ สันติวิธานนท์³

^{1, 2, 3}ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร 10330

Saranporn Kaewkhamla^{1,*} Kritsana Neammanee² and Tippawan Santiwipantont³

^{1, 2, 3}Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science,

Chulalongkorn University, Bangkok 10330

Email: ¹saranporn4217@gmail.com ²kritsana.n@chula.ac.th ³tippawan.s@chula.ac.th

วันที่รับบทความ : 19 กรกฎาคม 2564

วันที่แก้ไขบทความ : 12 มีนาคม 2565

วันที่ตอบรับบทความ : 19 เมษายน 2565

บทคัดย่อ

การลงทุนมีความเสี่ยงที่จะขาดทุน เราศึกษาวิธีใช้ออปชั่นเพื่อช่วยป้องกันการขาดทุนจากการลงทุนในหุ้น โดยให้เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอของวิธีการลงทุนในหุ้นร่วมกับออปชั่นที่จะทำให้การลงทุนได้กำไรเสมอ

คำสำคัญ: หุ้น ออปชั่น พุทออปชั่น คอลออปชั่น

* ผู้เขียนหลัก

ABSTRACT

Every investment carries the risk of loss. We study how to use options to help prevent investment losses. We provide sufficient and necessary conditions on how to invest in stocks with a hedge in options that will always make the investment profitable.

Keywords: Stock, Options, Put option, Call option

1. บทนำ

ปัจจุบันนักลงทุนมีทางเลือกในการลงทุนที่หลากหลายไม่ว่าจะเป็นการลงทุนในตราสารทุน (Equity instruments) ตราสารหนี้ (Bond) หรือตราสารอนุพันธ์ (Derivatives) ไม่ว่าจะเป็นการลงทุนประเภทใด ย่อมมีความเสี่ยงที่จะขาดทุน ผู้ลงทุนจึงต้องการการลงทุนที่มีประสิทธิภาพ เพื่อลดการขาดทุนในการลงทุน ในบทความนี้เราสนใจการลงทุนในหุ้นและออปชั่น เพื่อช่วยป้องกันการขาดทุนจากการลงทุน

ออปชั่น (Options) คือ สัญญาสิทธิในการซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิงระหว่างผู้ซื้อและผู้ขาย โดยผู้ขายให้สิทธิกับผู้ซื้อที่จะทำการซื้อหรือขายสินค้าตามจำนวน ราคาใช้สิทธิ (Strike price) คือราคาซื้อหรือขายหุ้นที่ผู้ซื้อออปชั่นจะสามารถใช้สิทธิได้ ณ วันใช้สิทธิที่ระบุไว้ในสัญญา โดยในวันที่เริ่มต้นทำสัญญานั้น ผู้ซื้อออปชั่นจะต้องจ่ายเงินจำนวนหนึ่งที่เรียกว่า “ค่าพรีเมียม” (Premium) ซึ่งคือค่าธรรมเนียมในการซื้อออปชั่นให้กับผู้ขายออปชั่น เพื่อแลกกับการได้สิทธิในการซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิงนั้นมาครอบครอง [1] ยกตัวอย่างเช่น นายเอซื้อออปชั่นที่ให้สิทธิในการขายหุ้น B ที่ราคาใช้สิทธิ 40 บาท ในอีก 1 เดือนข้างหน้า โดยมีค่าพรีเมียมหุ้นละ 2 บาท นายเอจะต้องจ่ายเงิน 2 บาทให้กับผู้ขายออปชั่นในวันที่ตกลงทำสัญญา และใน 1 เดือนข้างหน้า ไม่ว่าราคาหุ้น B จะขึ้นหรือลง ถ้านายเอเลือกที่จะใช้สิทธิ นายเอจะสามารถขายหุ้น B ได้ที่ราคา 40 บาท ให้กับผู้ที่นายเอซื้อออปชั่นมา

ออปชั่นแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. คอลออปชั่น (Call option) คือ ออปชั่นที่ให้สิทธิกับผู้ซื้อในการ “ซื้อ” สินทรัพย์อ้างอิง
2. พุทออปชั่น (Put option) คือ ออปชั่นที่ให้สิทธิกับผู้ซื้อในการ “ขาย” สินทรัพย์อ้างอิง

โดยเมื่อตกลงซื้อขายกันแล้วผู้ซื้อสามารถเลือกที่จะใช้สิทธิหรือไม่ก็ได้ โดยหากผู้ซื้อเลือกที่จะไม่ใช้สิทธิ สิทธิของออปชั่นนั้นก็จะหมดอายุไปตามเวลาที่กำหนด ส่วนผู้ขายออปชั่นนั้นมีภาระหน้าที่ที่จะต้องปฏิบัติตามสัญญาเมื่อผู้ซื้อขอใช้สิทธิที่มีอยู่นั้น [2]

จากความหมายของออปชั่นข้างต้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น เราจะยกตัวอย่างการลงทุนในคอลออปชั่นและพุทออปชั่น โดยอ้างอิงจาก กฎณะ [3] ดังนี้

ตัวอย่าง 1.1 นาย ก ซื้อคอลออปชั่นหุ้น ADVA ที่ราคาใช้สิทธิ 100 บาท ในอีก 3 เดือนข้างหน้า โดยออปชั่นมีค่าพรีเมียมหุ้นละ 5 บาท

นาย ก ควรจะอย่างไร

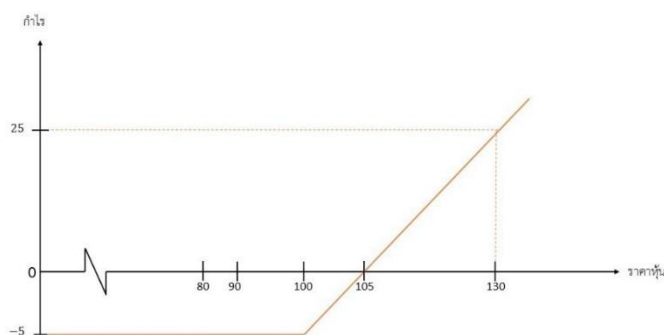
1. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น ADVA มีราคาหุ้นละ 80 บาท
2. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น ADVA มีราคาหุ้นละ 130 บาท

วิธีทำ เนื่องจากนาย ก ซื้อคอลออปชั่น นั่นคือ ซื้อสิทธิในการซื้อไว้ที่ราคาใช้สิทธิ 100 บาท

1. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น ADVA มีราคาหุ้นละ 80 บาท นาย ก ควรเลือกที่จะไม่ใช้สิทธิ เนื่องจากราคาหุ้นในตลาดมีราคาต่ำกว่าราคาใช้สิทธิ ทำให้นาย ก จะขาดทุนเพียงค่าพรีเมียมหุ้นละ 5 บาท เท่านั้น

2. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น ADVA มีราคาหุ้นละ 130 บาท นาย ก ควรใช้สิทธิ โดยจ่ายเงินเพียง 100 บาท ในการซื้อหุ้น ซึ่งต่ำกว่าราคาหุ้นในตลาด ทำให้ต้นทุนในการซื้อหุ้น คือ $100 + 5 = 105$ บาท ดังนั้นนาย ก จะได้กำไรจากการใช้สิทธิ $130 - 105 = 25$ บาท

จากตัวอย่าง 1.1 นาย ก ควรเลือกใช้สิทธิคอลออปชั่นหุ้น ADVA ถ้าราคาหุ้นอีก 3 เดือนข้างหน้าไม่ต่ำกว่า 100 บาท และไม่ควรมีการใช้สิทธิถ้าราคาหุ้นน้อยกว่า 100 บาท เราจะได้กราฟราคาหุ้นกับกำไรของนาย ก ดังนี้



รูปที่ 1.1 กราฟแสดงผลตอบแทนจากการลงทุนของตัวอย่าง 1.1

ตัวอย่าง 1.2 นาย ข ซื้อพุดออปชั่นหุ้น AAV ที่ราคาใช้สิทธิ 100 บาท ในอีก 3 เดือนข้างหน้า โดยออปชั่นมีค่าพรีเมียมหุ้นละ 5 บาท

นาย ข ควรจะอย่างไร

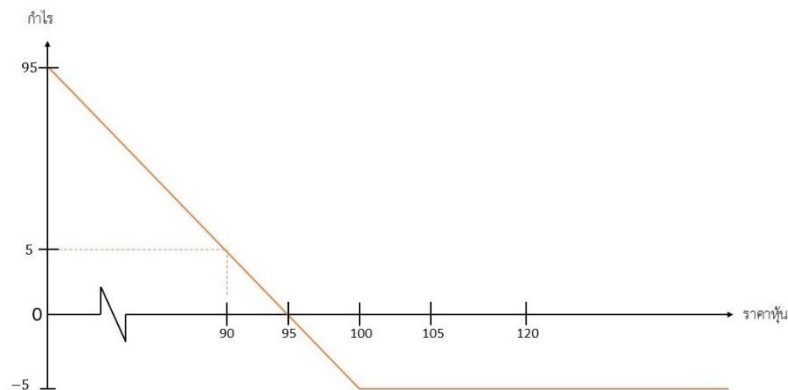
1. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น AAV มีราคาหุ้นละ 90 บาท
2. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น AAV มีราคาหุ้นละ 120 บาท

วิธีทำ เนื่องจากนาย ข ซื้อพุดออปชั่น นั่นคือ ซื้อสิทธิในการขายไว้ที่ราคาใช้สิทธิ 100 บาท

1. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น AAV มีราคาหุ้นละ 90 บาท นาย ข ควรใช้สิทธิพุดออปชั่น เนื่องจากทำให้ขายหุ้นได้ราคาสูงกว่าขายในตลาด หุ้นละ $100 - 90 = 10$ บาท เมื่อหักค่าพรีเมียมแล้ว นาย ข จะยังได้กำไรหุ้นละ $10 - 5 = 5$ บาท

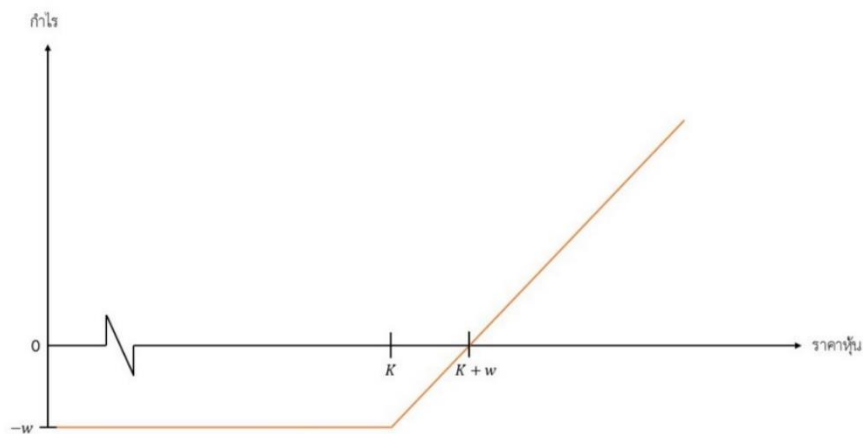
2. ถ้าอีก 3 เดือนข้างหน้า หุ้น AAV มีราคาหุ้นละ 120 บาท นาย ข ควรเลือกไม่ใช้สิทธิพุดออปชั่น เนื่องจากจะทำให้นาย ข ขายหุ้นในตลาดได้ในราคา 120 บาท ซึ่งสูงกว่าราคาใช้สิทธิ ทำให้นาย ข จะขาดทุนเพียงค่าพรีเมียมหุ้นละ 5 บาท

จากตัวอย่าง 1.2 นาย ข ไม่ควรใช้สิทธิพุดออปชั่นหุ้น AAV ถ้าราคาหุ้นอีก 3 เดือนข้างหน้าไม่ต่ำกว่า 100 บาท และควรใช้สิทธิถ้าราคาหุ้นน้อยกว่า 100 บาท เราจะได้กราฟราคาหุ้นกับกำไรของนาย ข ดังนี้

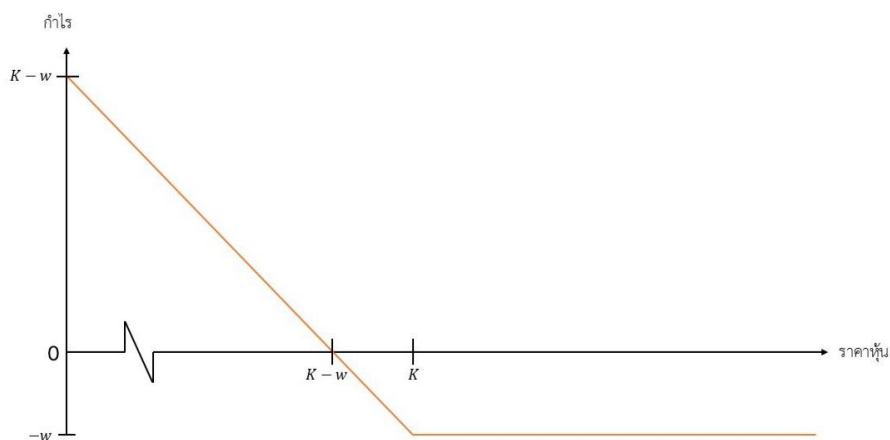


รูปที่ 1.2 กราฟแสดงกำไรจากการลงทุนของตัวอย่าง 1.2

เมื่อกำหนดให้ w คือค่าพรีเมียมของออปชั่น และ K คือราคาใช้สิทธิของออปชั่น จะได้กราฟแสดงกำไรจากการซื้อคอลออปชั่น และพุดออปชั่น ดังนี้



รูปที่ 1.3 กราฟแสดงกำไรจากการซื้อคอลออปชั่น



รูปที่ 1.4 กราฟแสดงกำไรจากการซื้อพุทออปชั่น

จากกราฟ ถ้าราคาหุ้นในอนาคต มีราคา x จะได้ว่า

1. ผู้ที่ซื้อสิทธิคอลออปชั่น จะได้กำไรก่อนหักค่าพรีเมียม $\max(x - K, 0)$
2. ผู้ที่ซื้อสิทธิพุทออปชั่น จะได้กำไรก่อนหักค่าพรีเมียม $\max(K - x, 0)$

2. การป้องกันความเสี่ยงโดยใช้ออปชั่น

จากตัวอย่าง 1.1 และตัวอย่าง 1.2 จะเห็นว่า คอลออปชั่นจะช่วยป้องกันความเสี่ยงในการลงทุนในกรณีที่ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิต่ำกว่าราคาหุ้น ณ ปัจจุบัน และพุทออปชั่นยังสามารถทำกำไรได้

ในกรณีดังกล่าว โดยในตัวอย่างต่อไปนี้จะยกตัวอย่างการลงทุนในหุ้นและออปชั่นที่สามารถป้องกันความเสี่ยงได้

ตัวอย่าง 2.1 นาย ก มีเงินลงทุน 10,000 บาท ต้องการซื้อหุ้น PTT ที่มีราคา ณ ปัจจุบันหุ้นละ 50 บาท โดยนาย ก แบ่งเงิน 9,000 บาท ไปซื้อหุ้น PTT นำเงินอีก 700 บาท และ 300 บาท ไปซื้อพหุออปชั่น และคอลออปชั่น ของหุ้น PTT ตามลำดับ โดยออปชั่นมีค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น และมีราคาใช้สิทธิ 60 บาท ในอีก 1 เดือนข้างหน้า นาย ก จะได้ผลตอบแทนจากการลงทุนเท่าใด ถ้าในอีก 1 เดือนข้างหน้า หุ้น PTT มีราคาหุ้นละ 40 บาท

วิธีทำ นาย ก แบ่งเงิน 9,000 บาท ไปซื้อหุ้น PTT ดังนั้น จะซื้อหุ้น PTT ได้ $\frac{9000}{50} = 180$ หุ้น

จากที่นาย ก แบ่งเงิน 700 บาท และ 300 บาท ไปซื้อพหุออปชั่น และคอลออปชั่น ของหุ้น PTT ตามลำดับ และมีค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น ดังนั้น นาย ก จะซื้อพหุออปชั่นได้ $\frac{700}{4} = 175$ หุ้น และซื้อคอลออปชั่นได้ $\frac{300}{4} = 75$ หุ้น

ในการคำนวณผลตอบแทน จะแบ่งผลตอบแทนออกเป็น 3 ส่วน คือ ผลตอบแทนจากหุ้น ผลตอบแทนจากพหุออปชั่น และผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

ส่วนที่ 1 ผลตอบแทนจากหุ้น

เนื่องจากราคาหุ้น PTT ในอีก 1 เดือนข้างหน้า มีราคาหุ้นละ 40 บาท ทำให้อีก 1 เดือนข้างหน้า นาย ก จะขาดทุนจากหุ้น PTT หุ้นละ $50 - 40 = 10$ บาท จำนวน 180 หุ้น ทำให้ขาดทุนเป็นจำนวน $10(180) = 1,800$ บาท

ส่วนที่ 2 ผลตอบแทนจากพหุออปชั่น

เนื่องจาก ราคาหุ้น PTT ณ วันใช้สิทธิต่ำกว่าราคาใช้สิทธิของพหุออปชั่น เราจะเลือกใช้สิทธิ เนื่องจากจะทำให้ขายหุ้น PTT ได้ในราคา 60 บาท ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิหุ้นละ $60 - 40 = 20$ บาท จำนวน 175 หุ้น เป็นจำนวนเงิน $20(175) = 3,500$ บาท แต่นาย ก ต้องจ่ายค่าพรีเมียม $4(175) = 700$ บาท ดังนั้น ผลตอบแทนจากพหุออปชั่น คือ $3500 - 700 = 2,800$ บาท

ส่วนที่ 3 ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

เนื่องจาก ราคาหุ้น PTT ณ วันใช้สิทธิต่ำกว่าราคาใช้สิทธิของพหุออปชั่น เราจะเลือกไม่ใช้สิทธิ เนื่องจากจะทำให้ซื้อหุ้น PTT ได้ในราคา 40 บาท ทำให้นาย ก จะขาดทุนค่าพรีเมียม $4(75) = 300$ บาท

จากผลตอบแทนทั้ง 3 ส่วน จะได้ว่าผลตอบแทนจากการลงทุนทั้งหมดคือ $-1800 + 2800 - 300 = 700$ บาท

จากตัวอย่าง 2.1 จะเห็นได้ว่า แม้ว่าเราจะขาดทุนจากผลตอบแทนจากหุ้น PTT แต่เราจะได้กำไรจากการใช้สิทธิพหุออปชั่น ทำให้พอร์ตการลงทุนมีกำไรในที่สุด ในตัวอย่างต่อไปนี้จะหาผลตอบแทนของการลงทุนในตัวอย่าง 2.1 ในกรณีที่ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิ มีราคาใด ๆ เปรียบเทียบกับการลงทุนในหุ้นเพียงอย่างเดียว

ตัวอย่าง 2.2 นาย ก มีเงินลงทุน 10,000 บาท ต้องการซื้อหุ้น PTT ที่มีราคา ณ ปัจจุบันหุ้นละ 50 บาท โดยนาย ก มีแนวทางการลงทุน 2 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 : นำเงินลงทุนทั้งหมดไปซื้อหุ้น PTT

แบบที่ 2 : แบ่งเงิน 9,000 บาท ไปซื้อหุ้น PTT และเงินอีก 700 บาท และ 300 บาท ไปซื้อพหุออปชั่น และคอลออปชั่น ของหุ้น PTT ตามลำดับ โดยออปชั่นมีค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น และมีราคาใช้สิทธิ 60 บาท ในอีก 1 เดือนข้างหน้า

นาย ก จะได้ผลตอบแทนจากการลงทุนแต่ละแบบเท่าใด ถ้าในอีก 1 เดือนข้างหน้า หุ้น PTT มีราคาหุ้นละ x บาท

วิธีทำ นาย ก มีเงิน 10,000 บาท ดังนั้น นาย ก จะสามารถซื้อหุ้นในแต่ละแบบได้ ดังนี้

แบบที่ 1: นาย ก จะซื้อหุ้น PTT ได้ $\frac{10000}{50} = 200$ หุ้น

แบบที่ 2: นาย ก จะซื้อหุ้น PTT ได้ $\frac{9000}{50} = 180$ หุ้น ซื้อพหุออปชั่นได้ $\frac{700}{4} = 175$ หุ้น และซื้อคอลออปชั่นได้ $\frac{300}{4} = 75$ หุ้น

ให้ $P_1(x)$ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนแบบที่ 1

เนื่องจากราคาหุ้น PTT ณ ปัจจุบัน มีราคาหุ้นละ 50 บาท ทำให้อีก 1 เดือนข้างหน้า นาย ก จะได้กำไรจากหุ้น PTT หุ้นละ $x - 50$ บาท จำนวน 200 หุ้น ดังนั้น

$$P_1(x) = (x - 50)200 \text{ เมื่อ } x \geq 0$$

ให้ $P_2(x)$ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนแบบที่ 2

แบ่งผลตอบแทนออกเป็น 3 ส่วน คือ ผลตอบแทนจากหุ้น ผลตอบแทนจากพหุออปชั่น และผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

ส่วนที่ 1 ผลตอบแทนจากหุ้น

ในทำนองเดียวกันกับแบบที่ 1 จะได้ว่าผลตอบแทนจากหุ้น PTT คือ

$$(x - 50)180 \text{ เมื่อ } x \geq 0$$

ส่วนที่ 2 ผลตอบแทนจากพุดออปชั่น

แบ่งการคำนวณผลตอบแทนเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิน้อยกว่าราคาใช้สิทธิของพุดออปชั่น ($0 \leq x < 60$)

จะเลือกใช้สิทธิ ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิ $(60 - x)175$ บาท แต่นาย ก ต้องจ่ายค่าพรีเมียม $4(175) = 700$ บาท ดังนั้น ผลตอบแทนจากพุดออปชั่น คือ

$$(60 - x)175 - 700$$

กรณีที่ 2 ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิมากกว่าหรือเท่ากับราคาใช้สิทธิของพุดออปชั่น ($x \geq 60$)

จะเลือกไม่ใช้สิทธิ ทำให้เสียค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น จำนวน 175 หุ้น ดังนั้น จะเสียค่าพรีเมียม $4(175) = 700$ บาท

ส่วนที่ 3 ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

แบ่งการคำนวณผลตอบแทนเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิน้อยกว่าราคาใช้สิทธิของคอลออปชั่น ($0 \leq x < 60$)

จะเลือกไม่ใช้สิทธิ ทำให้เสียค่าพรีเมียม 4 บาทต่อหุ้น จำนวน 75 หุ้น ดังนั้น จะเสียค่าพรีเมียม $4(75) = 300$ บาท

กรณีที่ 2 ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิมากกว่าหรือเท่ากับราคาใช้สิทธิของคอลออปชั่น ($x \geq 60$)

จะเลือกใช้สิทธิ ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิ $(x - 60)75$ บาท แต่นาย ก ต้องจ่ายค่าพรีเมียม $4(75) = 300$ บาท ดังนั้น ผลตอบแทนจากคอลออปชั่นคือ

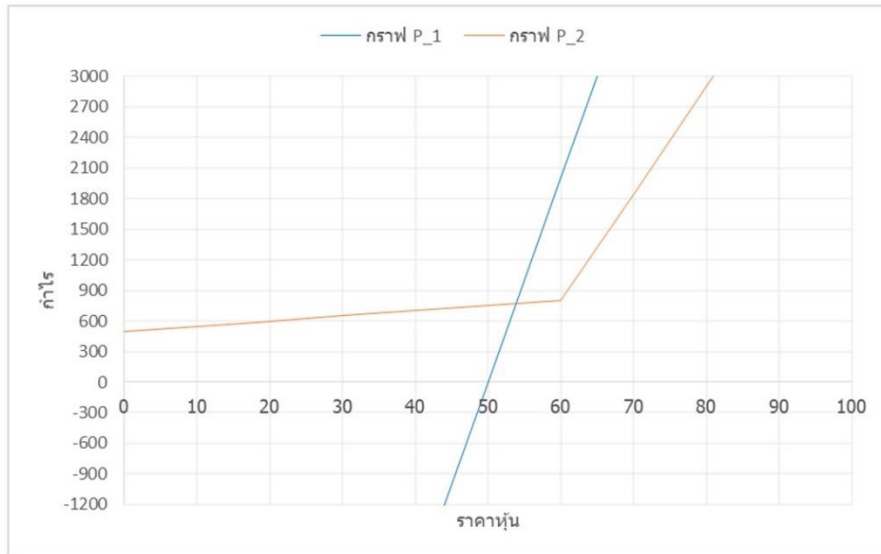
$$(x - 60)75 - 300$$

จากผลตอบแทนทั้ง 3 ส่วน ทำให้ได้ว่า

$$P_2(x) = \begin{cases} (x - 50)180 + (60 - x)175 - 700 - 300 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 60 \\ (x - 50)180 - 700 + (x - 60)75 - 300 & \text{เมื่อ } x \geq 60 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 5x + 500 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 60 \\ 255x - 14500 & \text{เมื่อ } x \geq 60 \end{cases}$$

จะได้กราฟของ P_1 และ P_2 ดังนี้



รูปที่ 2.1 กราฟแสดงผลตอบแทนจากการลงทุน ตัวอย่าง 2.2

จากกราฟจะเห็นได้ว่า การลงทุนแบบที่ 2 จะได้กำไรเสมอ ต่างกับการลงทุนแบบที่ 1 ที่เมื่อราคาหุ้นต่ำกว่า 50 บาท จะขาดทุน

ในบทความนี้เราจะศึกษาหาเงื่อนไขที่จะทำให้การลงทุนในหุ้นร่วมกับออปชั่นจะได้กำไรเสมอ ซึ่งผลลัพธ์เป็นไปดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

3. ทฤษฎีบทหลัก

ในหัวข้อนี้ เราจะพิสูจน์ทฤษฎีบทซึ่งให้เงื่อนไขวิธีการลงทุนที่ใช้ออปชั่นช่วยในการกำจัดการขาดทุน โดยเราพิจารณาการลงทุนในหุ้นควบคู่กันกับการลงทุนในออปชั่น กำหนดให้

B	คือ เงินลงทุนเริ่มต้น	S_0	คือ ราคาหุ้น ณ ปัจจุบัน
x	คือ ราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิ	K	คือ ราคาใช้สิทธิของออปชั่น
n_p	คือ จำนวนพหุออปชั่นที่ลงทุน	p	คือ ค่าพรีเมียมของพหุออปชั่น
n_c	คือ จำนวนคอลออปชั่นที่ลงทุน	c	คือ ค่าพรีเมียมของคอลออปชั่น

ในการพิสูจน์ทฤษฎีบท เราต้องการบทย่อยต่อไปนี้

บทตั้ง 3.1 กำหนดให้

$P_1(x)$ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนในหุ้นเพียงอย่างเดียว

$P_2(x)$ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนในหุ้นและออปชั่น

แล้วจะได้ว่า

$$1. P_1(x) = \frac{B(x-S_0)}{S_0}$$

$$2. P_2(x) = \begin{cases} P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p\right)x + n_p K & \text{เมื่อ } 0 \leq x < K \\ P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c\right)x - n_c K & \text{เมื่อ } x \geq K \end{cases}$$

บทพิสูจน์

1. จะสังเกตได้ว่า การลงทุนในหุ้นเพียงอย่างเดียว จะสามารถซื้อหุ้นได้ $\frac{B}{S_0}$ หุ้น และผลตอบแทนจากหุ้น ณ วันใช้สิทธิ คือ $x - S_0$ บาทต่อหุ้น ดังนั้น

$$P_1(x) = \frac{B(x - S_0)}{S_0} \quad (1)$$

2. เนื่องจาก

$$P_2(x) = \text{ผลตอบแทนจากหุ้น} + \text{ผลตอบแทนจากพื้ทออปชั่น} + \text{ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น} \quad (2)$$

ดังนั้นในการคิดผลตอบแทนจะแบ่งผลตอบแทนออกเป็น 3 ส่วน คือ ผลตอบแทนจากหุ้น ผลตอบแทนจากพื้ทออปชั่น และผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

ส่วนที่ 1 ผลตอบแทนจากหุ้น

ถ้าซื้อพื้ทออปชั่นและคอลออปชั่นที่ราคาใช้สิทธิ K บาท จำนวน n_p และ n_c หุ้น ตามลำดับ จะต้องจ่ายค่าพรีเมียมทั้งหมด $n_p p + n_c c$ บาท นั้นหมายความว่า จะเหลือเงิน $B - (n_p p + n_c c)$ บาท ทำให้สามารถซื้อหุ้นได้ $\frac{B - (n_p p + n_c c)}{S_0}$ หุ้น

เนื่องจากซื้อหุ้นไว้จำนวน $\frac{B - (n_p p + n_c c)}{S_0}$ หุ้น และผลตอบแทนของหุ้น ณ วันใช้สิทธิ คือ $x - S_0$ บาทต่อหุ้น ดังนั้น ผลตอบแทนจากหุ้น คือ

$$\begin{aligned} \frac{(B - (n_p p + n_c c))(x - S_0)}{S_0} &= \frac{B(x - S_0)}{S_0} - \frac{(n_p p + n_c c)(x - S_0)}{S_0} \\ &= P_1(x) - \frac{(n_p p + n_c c)(x - S_0)}{S_0} \end{aligned} \quad (3)$$

ส่วนที่ 2 ผลตอบแทนจากพุทออปชั่น

จะคำนวณโดยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิ น้อยกว่าราคาใช้สิทธิของพุทออปชั่น ($0 \leq x < K$)

จะเลือกใช้สิทธิ ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิ $K - x$ บาทต่อหุ้น จะได้ว่ารายรับจากการใช้สิทธิพุทออปชั่นทั้งหมดคือ $(K - x)n_p$ บาท แต่ต้องเสียค่าพรีเมียม n_pp บาท ทำให้ได้ผลตอบแทนจากพุทออปชั่น คือ

$$(K - x)n_p - n_pp = n_pK - n_px - n_pp$$

กรณีที่ 2 ถ้าราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิมากกว่าหรือเท่ากับราคาใช้สิทธิของพุทออปชั่น ($x \geq K$)

จะเลือกไม่ใช้สิทธิ ทำให้ขาดทุนค่าพรีเมียม n_pp บาท

จากทั้ง 2 กรณี จะได้ว่า

$$\text{ผลตอบแทนจากพุทออปชั่น} = \begin{cases} n_pK - n_px - n_pp & \text{เมื่อ } 0 \leq x < K \\ -n_pp & \text{เมื่อ } x \geq K \end{cases} \quad (4)$$

ส่วนที่ 3 ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น

จะคำนวณโดยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิ น้อยกว่าราคาใช้สิทธิของคอลออปชั่น ($0 \leq x < K$)

จะเลือกไม่ใช้สิทธิ ทำให้ขาดทุนค่าพรีเมียม n_cc บาท

กรณีที่ 2 ถ้าราคาหุ้น ณ วันใช้สิทธิมากกว่าหรือเท่ากับราคาใช้สิทธิของคอลออปชั่น ($x \geq K$)

จะเลือกใช้สิทธิ ทำให้ได้กำไรจากการใช้สิทธิ $x - K$ บาทต่อหุ้น จะได้ว่ารายรับจากการใช้สิทธิคอลออปชั่นทั้งหมดคือ $(x - K)n_c$ บาท แต่ต้องเสียค่าพรีเมียม n_cc บาท ทำให้ได้ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น คือ

$$(x - K)n_c - n_cc = n_cx - n_cK - n_cc$$

จากทั้ง 2 กรณี จะได้ว่า

$$\text{ผลตอบแทนจากคอลออปชั่น} = \begin{cases} -n_cc & \text{เมื่อ } 0 \leq x < K \\ n_cx - n_cK - n_cc & \text{เมื่อ } x \geq K \end{cases} \quad (5)$$

จาก (2) – (5) จะได้ว่า

เมื่อ $0 \leq x < K$

$$\begin{aligned} P_2(x) &= \left(P_1(x) - \frac{(n_p p + n_c c)(x - S_0)}{S_0} \right) + n_p K - n_p x - n_p p - n_c c \\ &= P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p \right) x + n_p K \end{aligned}$$

และเมื่อ $x \geq K$

$$\begin{aligned} P_2(x) &= \left(P_1(x) - \frac{(n_p p + n_c c)(x - S_0)}{S_0} \right) - n_p p + (n_c x - n_c K - n_c c) \\ &= P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) x - n_c K \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$P_2(x) = \begin{cases} P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p \right) x + n_p K & \text{เมื่อ } 0 \leq x < K \\ P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) x - n_c K & \text{เมื่อ } x \geq K \end{cases}$$

□

ต่อไปนี้เป็นทฤษฎีบทหลักที่ให้เงื่อนไขที่ทำให้การลงทุนในหุ้นร่วมกับออปชั่นไม่ขาดทุน

ทฤษฎีบท 3.2 กำหนดให้ $S_0 < K$ จะได้ว่า การลงทุนจะได้กำไรเสมอ ($P_2(x) > 0$) ก็ต่อเมื่อ

$$\frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} < B < n_p K$$

บทพิสูจน์ (→) สมมติการลงทุนได้กำไรเสมอ ($P_2(x) > 0$) สำหรับทุก $x \geq 0$

จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า

$$P_2(0) = -B + n_p K > 0$$

นั่นคือ

$$B < n_p K \quad (6)$$

และจากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า

$$P_2(K) = \frac{B(K - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} \right) K > 0$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned} \frac{B(K - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} \right) K &> 0 \\ B(K - S_0) - (n_p p + n_c c)K &> 0 \\ B(K - S_0) &> (n_p p + n_c c)K \\ B &> \frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} \end{aligned} \quad (7)$$

จาก (6) และ (7) จะได้ว่า

$$\frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} < B < n_p K$$

(←) สมมติว่า $\frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} < B < n_p K$

จะแสดงว่า $P_2(x) > 0$ สำหรับทุก $x \geq 0$ โดยเริ่มต้นด้วยการแสดงว่า $P_2(K) > 0$ และ $P_2(0) > 0$

พิจารณา $x = 0$ จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า

$$P_2(0) = -B + n_p K$$

จาก $B < n_p K$ ดังนั้น $P_2(0) > 0$

พิจารณา $x = K$ จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P_2(K) &= \frac{B(K - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) K - n_c K \\ &= \frac{B(K - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} \right) K \\ &= \frac{B(K - S_0) - (n_p p + n_c c)K}{S_0} \end{aligned}$$

จาก $B > \frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0}$ จะได้ว่า $B(K - S_0) > (n_p p + n_c c)K$

ดังนั้น $P_2(K) > 0$

ต่อมาจะแบ่งการพิสูจน์ออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณี 1 $x > K$

จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า สำหรับ $x > K$

$$\begin{aligned} P_2(x) &= P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) x - n_c K \\ &= \frac{B(x - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} - n_c \right) x - n_c K \end{aligned}$$

ดังนั้น สำหรับ $x \in (K, \infty)$

$$P_2'(x) = \frac{B - n_p p - n_c c + n_c S_0}{S_0}$$

เนื่องจาก $K > K - S_0 > 0$ จะได้ว่า $\frac{K}{K - S_0} > 1$ เพราะฉะนั้น $\frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0} > n_p p + n_c c$

และจาก $B > \frac{(n_p p + n_c c)K}{K - S_0}$ ดังนั้น $B > n_p p + n_c c$ ทำให้ได้ว่า สำหรับ $x \in (K, \infty)$

$$P_2'(x) > 0$$

และจาก P_2 เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง เพราะฉะนั้น P_2 เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง (K, ∞)

ดังนั้น สำหรับ $x > K$ จะได้ว่า $P_2(x) > P_2(K) > 0$

กรณี 2 $0 < x < K$

จากบทตั้ง 3.1 จะได้ว่า สำหรับ $0 < x < K$

$$\begin{aligned} P_2(x) &= P_1(x) - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p \right) x + n_p K \\ &= \frac{B(x - S_0)}{S_0} - \left(\frac{n_p p + n_c c}{S_0} + n_p \right) x + n_p K \end{aligned}$$

ดังนั้น สำหรับ $x \in (0, K)$

$$P_2'(x) = \frac{B - n_p p - n_c c - n_p S_0}{S_0}$$

แบ่งพิจารณาออกเป็น 2 กรณีย่อย ดังนี้

กรณี 2.1 $B \geq n_p p + n_c c + n_p S_0$

จะได้ว่า $P_2'(x) \geq 0$ สำหรับ $x \in (0, K)$

จาก P_2 เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง เพราะฉะนั้น P_2 เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(0, K)$

ดังนั้น สำหรับ $x \in (0, K)$

$$P_2(x) > P_2(0) = -B + n_p K$$

จาก $B < n_p K$ ดังนั้น $P_2(x) > 0$ สำหรับ $x \in (0, K)$

กรณี 2.2 $B < n_p p + n_c c + n_p S_0$

จะได้ว่า $P_2'(x) < 0$ สำหรับ $x \in (0, K)$

จาก P_2 เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง เพราะฉะนั้น P_2 เป็นฟังก์ชันลดบนช่วง $(0, K)$

ดังนั้น สำหรับ $x \in (0, K)$

$$P_2(x) > P_2(K) > 0$$

□

บทแทรก 3.3 กำหนดให้ $S_0 < K$ จะได้ว่า การลงทุนในหุ้นร่วมกับพุดอปชั้นอย่างเดียว โดยไม่ลงทุนในคอลออปชัน จะได้กำไรเสมอ ก็ต่อเมื่อ $\frac{n_p p K}{S_0} < B < n_p K$

บทพิสูจน์ ได้โดยตรงจากทฤษฎีบท 3.2 โดยที่ $n_c = 0$

□

ข้อสังเกต 3.4 จากทฤษฎีบท 3.2 ถ้าไม่มีการลงทุนในพุดอปชั้น (นั่นคือ $n_p = 0$) จะมีโอกาสที่จะไม่ได้กำไรจากการลงทุน เนื่องจากเงื่อนไข $\frac{n_c c K}{S_0} < B < 0$ ไม่จริง

เอกสารอ้างอิง

- [1] บริษัทหลักทรัพย์ ธนชาติ จำกัด (มหาชน). (2563). *ออปชั่น คืออะไร*. สืบค้น 3 เมษายน 2564, จาก https://www.thanachartsec.co.th/TNS_CMS/Front/Upload/TFEX_CO/Option-Th.htm
Thanachart Securities. (2020). *What is options*. Retrieved April 3, 2021, from https://www.thanachartsec.co.th/TNS_CMS/Front/Upload/TFEX_CO/Option-Th.htm
- [2] บริษัทหลักทรัพย์ บัวหลวง จำกัด (มหาชน). (2563). *SET50 Index Options*. สืบค้น 12 มิถุนายน 2563, จาก https://www01.bualuang.co.th/th/db_set50options.php
Bualuang Securities. (2020). *SET50 Index Options*. Retrieved June 12, 2020, from https://www01.bualuang.co.th/th/db_set50options.php
- [3] กฤษณะ เนียมมณี. (2562). *MATH DERIVATIVES*. กรุงเทพฯ
Neammanee, K. (2019). *MATH DERIVATIVES*. Bangkok.

ข้อกำหนดในการจัดทำเอกสารเพื่อลงตีพิมพ์ใน วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

1. กระดาษและเลขหน้า

ตั้งค่าขนาดกระดาษ และระยะขอบดังนี้	ขนาดของกระดาษ : 19.05 ซม. x 26.03 ซม.
ระยะกั้นขอบซ้าย (left margin) : 2.22 ซม.	ระยะกั้นขอบขวา (right margin) : 2.22 ซม.
ระยะกั้นขอบบน (top margin) : 2.69 ซม.	ระยะกั้นขอบล่าง (bottom margin) : 2.69 ซม.
การย่อหน้า ระยะละ 0.64 ซม.	เลขหน้า อยู่กึ่งกลางหน้ากระดาษด้านล่าง

2. อักษร

ฟอนต์ของอักษรทั้งภาษาไทยและภาษาอังกฤษกำหนดเป็น TH Sarabun New (ดาวน์โหลดได้ที่ <http://www.f0nt.com/release/th-sarabun-new/>) และกำหนดขนาดและลักษณะของอักษร ในส่วนต่าง ๆ ดังนี้
ชื่อบทความใช้อักษรขนาด 20 ตัวหนา ชื่อหัวข้อและชื่อหัวข้อย่อยใช้อักษรขนาด 16 ตัวหนา สำหรับเนื้อหา คำบรรยาย และที่มาของตารางและรูปภาพ ใช้อักษรขนาด 16 ตัวปกติ

3. หัวข้อที่ต้องมีในบทความ

ชื่อบทความ ชื่อผู้เขียน ที่อยู่ : ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ
อีเมล : ภาษาอังกฤษ
บทคัดย่อ คำสำคัญ : ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ
บทนำ เนื้อหา สรุป : ภาษาไทย หรือ ภาษาอังกฤษ อย่างใดอย่างหนึ่ง
เอกสารอ้างอิง : ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ

4. การพิมพ์บทคัดย่อ

บทคัดย่อมีเพียงหนึ่งย่อหน้า โดยเป็นการเขียนอย่างกะทัดรัด ได้ใจความ และไม่มีรายการอ้างอิง

5. การพิมพ์คำสำคัญ

คำสำคัญภาษาไทย แต่ละคำให้เว้นช่องว่าง 1 ช่อง โดยไม่มีจุลภาคคั่น และเริ่มต้นบรรทัดด้วยคำว่า “คำสำคัญ:”

คำสำคัญภาษาอังกฤษ แต่ละคำให้ขึ้นต้นด้วยอักษรตัวพิมพ์ใหญ่ ให้เว้นช่องว่าง 1 ช่อง โดยมีจุลภาคคั่น และเริ่มต้นบรรทัดด้วยคำว่า “Keywords:”

6. ชื่อ ที่อยู่ และอีเมลของผู้เขียน

ระบุชื่อผู้เขียนทุกคน และหน่วยงานหรือที่อยู่สำหรับติดต่อ รวมทั้งอีเมลของทุกคน โดยพิมพ์ชิดขอบขวาของกระดาษ

7. การพิมพ์หัวข้อ หรือ หัวข้อย่อย

ตำแหน่งการพิมพ์ให้พิมพ์ชิดขอบซ้ายของกระดาษ และการลำดับหัวข้อ ให้ใช้ตัวเลขในการลำดับหัวข้อ และต่อด้วยจุด เช่น 1. 2. สำหรับหัวข้อย่อยให้ใช้ตัวเลขหัวข้อ ต่อด้วยจุด และตามด้วยตัวเลขลำดับหัวข้อย่อย เช่น

2.1 2.2

8. คำแนะนำอื่น ๆ

คำศัพท์วิชาการภาษาไทย ให้ใช้ตามศัพท์บัญญัติของสำนักงานราชบัณฑิตยสถาน ดูได้ที่

<http://rirs3.royin.go.th/coinages/webcoinage.php>

การเว้นวรรค ให้ใช้ระยะช่องว่าง 1 ช่อง

ตัวแปร ให้พิมพ์ด้วยตัวเอียง

สมการ ให้ใช้การพิมพ์ ไม่อนุญาต ให้ใช้ในลักษณะรูปภาพ สำหรับลำดับหมายเลขกำกับสมการ ให้เขียนหมายเลขอยู่ในวงเล็บเล็ก และวางชิดขอบขวาของกระดาษ

รูปภาพ เป็นภาพวาดคำ และลายเส้นต่าง ๆ ให้ใช้เส้นสีดำ ทั้งนี้ต้องมีหมายเลข และคำบรรยายกำกับได้รูป โดยพิมพ์ในรูปแบบ : “รูปที่ หมายเลขรูป คำบรรยายรูป” เช่น รูปที่ 1 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ ทั้งนี้กรณีมีรูปย่อย ให้ใช้ (ก) (ข) (ค) ... ต่อจากหมายเลขรูป เช่น รูปที่ 1(ก) รูปที่ 1(ข)

ตาราง ให้ใช้เส้นตารางเป็นเส้นสีดำ โดยต้องมีหมายเลข และคำบรรยายกำกับเหนือตาราง โดยพิมพ์ในรูปแบบ “ตารางที่ หมายเลขตาราง คำบรรยายตาราง”

ทั้งนี้ตำแหน่งของ รูปภาพ ตาราง และคำบรรยาย ให้จัดไว้กึ่งกลางของหน้ากระดาษ และหากนำรูปภาพ หรือ ตาราง มาจากแหล่งอื่น โปรดระบุแหล่งที่มาด้วย โดยระบุไว้ใต้รูปภาพหรือตารางนั้น

9. เอกสารอ้างอิง

การพิมพ์รายการเอกสารอ้างอิงใช้ตามหลักเกณฑ์ APA (American Psychological Association) ฉบับที่ 6 (ศึกษาเพิ่มเติมได้ที่ <https://arc.nSTRU.ac.th/resources/word/newupload.pdf>) การเรียงลำดับเอกสารอ้างอิง ให้เรียงตามลำดับตามอักษรแรกที่ย่อของเอกสารอ้างอิง โดยเริ่มต้นจากเอกสารอ้างอิงภาษาไทยก่อนจนครบ แล้วต่อด้วยเอกสารอ้างอิงภาษาอังกฤษ โดยเอกสารอ้างอิงภาษาไทยจะต้องเขียนเป็นภาษาอังกฤษด้วย



สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ชั้น 9 อาคารมหาวิทยาลัย คณະวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

โทร 0-2252-7980 Email: MathThaiOrg@gmail.com

วัตถุประสงค์ของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

1. เพื่อส่งเสริมและสนับสนุนการศึกษา และงานวิจัยทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อพัฒนาและแลกเปลี่ยนความรู้ทางการสอนคณิตศาสตร์
3. เพื่อเผยแพร่ความรู้ทางคณิตศาสตร์
4. เพื่อส่งเสริมวิชาชีพที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์
5. เพื่อสร้างความสัมพันธ์กับองค์กรทางคณิตศาสตร์ในประเทศและต่างประเทศ

สมาชิกของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

มี 2 ประเภท คือ สมาชิกกิตติมศักดิ์ และสมาชิกสามัญ

สมาชิกสามัญ ได้แก่ ผู้ที่มีความสนใจทางคณิตศาสตร์ หรือผู้ที่มีวิชาชีพเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

สิทธิและหน้าที่ของสมาชิกสามัญ

1. มีสิทธิประดับเครื่องหมายของสมาคมฯ เมื่อได้รับหนังสืออนุญาตจากสมาคมฯ เป็นลายลักษณ์อักษร
2. มีสิทธิเข้าถึงวารสารคณิตศาสตร์ ฉบับเต็มในรูปแบบออนไลน์
3. มีสิทธิเข้าร่วมประชุมสามัญประจำปี และร่วมกิจกรรมที่สมาคมฯ จัดขึ้น
4. มีสิทธิออกเสียงลงคะแนนเลือกกรรมการบริหารสมาคมฯ
5. มีสิทธิได้รับการเสนอชื่อ เพื่อรับการเลือกตั้งเป็นกรรมการบริหารสมาคมฯ
6. มีสิทธิเสนอความคิดเห็นเกี่ยวกับกิจการของสมาคมฯ ต่อคณะกรรมการบริหารสมาคมฯ
7. มีสิทธิขอรับทุนการศึกษาของสมาคมฯ เพื่อตนเอง หรือบุตรของสมาชิก
8. มีหน้าที่รักษาไว้ซึ่งเกียรติและมารยาทอันดีงามของสมาชิก
9. มีหน้าที่ปฏิบัติตามระเบียบข้อบังคับของสมาคมฯ

ค่าสมัครสมาชิก ประกอบด้วย

1. ค่าลงทะเบียนในการสมัครครั้งแรก 30 บาท
2. ค่าสมาชิกสามัญ ตลอดชีพ 3,000 บาท และ รายปี 250 บาท

วาระการเป็นสมาชิกสามัญรายปี เริ่มตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม ถึงวันที่ 31 ธันวาคม ของปี

ดาวน์โหลด ใบสมัครสมาชิกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ได้ที่

<http://www.mathassociation.net> หัวข้อ “สมัคร”



ใบสมัครสมาชิก

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

☐ สมาชิกใหม่

☐ ต่ออายุ เลขสมาชิกเดิม.....

วันที่ เดือน พ.ศ.

ข้าพเจ้า (ชื่อ - สกุล) อาชีพ

เบอร์โทรศัพท์ อีเมล

มีความประสงค์จะสมัครเป็นสมาชิกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ สมาชิกประเภท

☐ สมาชิกสามัญตลอดชีพ (3,000 บาท)

☐ สมาชิกสามัญรายปี (250 บาท)

พร้อมใบสมัครนี้ได้ชำระ ค่าสมาชิกและ/หรือ ☐ ค่าลงทะเบียนสมัครครั้งแรก จำนวน 30 บาท

รวมเป็นเงิน บาท (.....)

โดย ☐ โอนเงิน ไปยังบัญชีเลขที่ 162-0-25671-1 ธนาคารกรุงไทย สาขาจามจุรีสแควร์

ชื่อบัญชี : “สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ (สอบและอบรม)”

☐ เงินสด (ในกรณีที่มาติดต่อด้วยตนเองที่สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ชั้น 9 อาคารมหาวิทยาลัย คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย)

ที่อยู่สำหรับการจัดส่งเอกสาร กรุณาเขียนตัวบรรจง

ชื่อ.....

เลขที่ ซอย หมู่ที่

ถนน ตำบล อำเภอ

จังหวัด รหัสไปรษณีย์

(สำหรับเจ้าหน้าที่) เลขที่ใบเสร็จ.....

รับเงินค่าสมาชิกจำนวน.....

วันที่.....

ลงนาม..... ผู้สมัคร

(.....)

สมัครสมาชิก โดย (1) สแกน QR-Code หรือเข้าถึง <https://bit.ly/37yC835>

หรือ (2) ส่งใบสมัครสมาชิก พร้อมหลักฐานการโอนเงิน มาที่

(ก) สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ตู้ ป.ณ. 202 ปณ.จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร 10332 หรือ

(ข) อีเมล MathThaiOrg@gmail.com

แล้วทางสมาคมฯ จะแจ้งยืนยันการสมัครสมาชิกให้ท่านทราบต่อไป



ข่าวสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

กิจกรรมอบรมด้านคณิตศาสตร์

ในช่วงเดือนกุมภาพันธ์ ถึง เมษายน 2565 ที่ผ่านมา สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ได้จัดกิจกรรมอบรมด้านคณิตศาสตร์ รูปแบบออนไลน์ ในหลากหลายหัวข้อ ซึ่งครอบคลุมทุกช่วงชั้น ทั้งนี้ทางสมาคมฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าการอบรมนี้จะก่อให้เกิดประโยชน์ไม่มากนักน้อยต่อวงการการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ของชาติ

วันที่	หัวข้อ	วิทยากร
26 กุมภาพันธ์ 2565	สอนเศษส่วนอย่างไร ให้สนุก ? ประยุกต์สร้างเครื่องมือสื่อการสอนแบบเก๋ๆ	อ. ดร.อิสราภรณ์ ทองสมนึก อ.ปิยวัฒน์ เนียมมาลัย
12 มีนาคม 2565	เรขาคณิตวิเคราะห์กับโครงงานคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างสรรค์นวัตกรรม	อ.อรรถวุฒิ วงศ์ประดิษฐ์ อ.ปริญญญา ผ่องสุภา
8 เมษายน 2565	หลักสูตรฐานสมรรถนะและการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์	อ. ดร.เหมือนฝัน เย้าววิวัฒน์
8 เมษายน 2565	ภาษาไพทอนกับการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	รศ.ธีรวัฒน์ ประกอบผล
8 เมษายน 2565	ห้องเรียนคณิตศาสตร์คิดสนุกด้วย เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์	อ.จำเริญ อนันตรธรรมรส
8 เมษายน 2565	เปิดโลกความรู้คณิตศาสตร์ไร้พรมแดน EP1 การสอนคณิตศาสตร์โดยอาศัยความหมาย เชิงภาษาอังกฤษสอดแทรกในบทเรียน	อ.ศราวุธ จอมนำ
8 เมษายน 2565	เปิดโลกความรู้คณิตศาสตร์ไร้พรมแดน EP2 การเข้าถึงคณิตศาสตร์ในยุคดิจิทัล	อ.ศราวุธ จอมนำ

คณิตศาสตร์การเงินในชีวิตประจำวัน

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ร่วมกับภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี และศูนย์ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์ จัดโครงการอบรมคณิตศาสตร์การเงินในชีวิตประจำวัน รูปแบบออนไลน์ ผ่านระบบ Zoom ทุกวันเสาร์แรกของเดือน เวลา 9.00 – 12.00 น. (รวม 10 ครั้ง) โดยในช่วงเดือนมกราคม - เมษายน 2565 ได้จัดการอบรมในหัวข้อต่าง ๆ ดังนี้

วันที่	หัวข้อ	วิทยากร
8 มกราคม 2565	เครดิตภาษีหุ้น	ศ. ดร.กฤษณะ เนียมมณี
5 กุมภาพันธ์ 2565	การออมเพื่อการเกษียณ	ศ. ดร.กฤษณะ เนียมมณี
5 มีนาคม 2565	IRR กับการประเมินราคาทรัพย์สิน	ผศ. ดร.ดาวูด ทองทา
2 เมษายน 2565	การหาผลตอบแทนของกรมธรรม์ประกันภัย	ผศ. ดร.ดาวูด ทองทา

ประชุมใหญ่สามัญประจำปี 2564

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

เมื่อวันศุกร์ที่ 8 เมษายน 2565 ที่ผ่านมา สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ได้จัดให้มีการประชุมใหญ่สามัญประจำปี 2564 ในรูปแบบออนไลน์ โดยในการประชุมครั้งนี้ มี ศาสตราจารย์ ดร.พัฒน์ อุดมกะวานิช นายกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ เป็นประธานในที่ประชุม ในการนี้สมาชิกสมาคมได้ให้ข้อคิดเห็นต่อการดำเนินงานของสมาคม อย่างกว้างขวาง ซึ่งจะช่วยผลักดัน และส่งเสริม กิจกรรมของสมาคม ให้ก้าวหน้า และเสนอตอบต่อพันธกิจภารกิจก่อตั้งของสมาคม ซึ่งวาระการประชุมที่สำคัญมีดังนี้

1. รับรองงบแสดงฐานะการเงินสมาคมคณิตศาสตร์ฯ ประจำปี 2564
2. แต่งตั้งผู้สอบบัญชีรับอนุญาต ประจำปี 2565
3. เปลี่ยนแปลงข้อบังคับสมาคมฯ เกี่ยวกับประเภทสมาชิก วาระการเป็นสมาชิก และค่าลงทะเบียนในการสมัครสมาชิกครั้งแรก





จดหมายข่าว

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

เปลี่ยนแปลงข้อบังคับสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ

ตามที่สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ได้จัดให้มีการประชุมใหญ่สามัญประจำปี 2564 ในรูปแบบออนไลน์ เมื่อวันที่ศุกร์ที่ 8 เมษายน 2565 นั้น ที่ประชุมมีมติให้มีการเปลี่ยนแปลงข้อบังคับสมาคมฯ ในส่วนที่เกี่ยวกับ **ประเภทสมาชิก วาระการเป็นสมาชิก และค่าลงทะเบียนในการสมัครสมาชิกครั้งแรก** โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. **ยกเลิกสมาชิกประเภทสมาชิกวารสาร** เนื่องจากปรับเปลี่ยนการเผยแพร่วารสารจาก **แบบรูปเล่ม** ไปเป็นแบบออนไลน์
2. **ประเภทสมาชิก** มี 2 ประเภท คือ
สมาชิกกิตติมศักดิ์ และ **สมาชิกสามัญ**
โดยสมาชิกสามัญ มีสองลักษณะ คือ
สมาชิกสามัญรายปี มีค่าสมาชิก 250 บาท
สมาชิกสามัญตลอดชีพ มีค่าสมาชิก 3,000 บาท
3. **ปรับวาระการเป็นสมาชิกสามัญรายปี** เป็นตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม ถึงวันที่ 31 ธันวาคม ของปี โดยเริ่มตั้งแต่ พ.ศ.2565 เป็นต้นไป
4. **ปรับค่าลงทะเบียนในการสมัครสมาชิกครั้งแรก** จากเดิม 30 บาท เป็น 50 บาท โดยเริ่มตั้งแต่การสมัครในปี พ.ศ. 2566 เป็นต้นไป

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
8 เมษายน พ.ศ. 2565



ข่าวประชาสัมพันธ์





อบรมความรู้คณิตศาสตร์
ระดับประถมศึกษา
ประจำปี 2565

โดยสมาคมคณิตศาสตร์
แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

จัดอบรมออนไลน์ผ่านระบบโปรแกรม Zoom



วันเสาร์ที่ 7 พฤษภาคม 2565 เวลา 13.00 – 16.00 น.

TOPICS

Active Math

กิจกรรมสร้างสรรค์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

★ ค่าสมัคร บุคคลทั่วไป 150 บาท / สมาชิกสมาคมฯ 100 บาท ★

“ได้รับประกาศนียบัตรและเอกสารประกอบการอบรม”

เปิดรับสมัครตั้งแต่วันนี้ จนถึงวันที่ 30 เมษายน 2565 รับจำนวนจำกัด

บัญชีออมทรัพย์ชื่อ “สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์
(สอบและอบรม)” ธนาคารกรุงไทย จำกัด มหาชน เลขที่บัญชี 162-0-25671-1

สมัครและส่งหลักฐานการชำระเงินที่: <https://bit.ly/3KKmhFV>

สมัครสมาชิกสมาคมคณิตศาสตร์ที่: <https://bit.ly/37yC835>



อาจารย์ ดร.กฤษฎา วรพิน
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร



สแกนเพื่อลงทะเบียน



สแกนเพื่อดูสถานที่



สแกนเพื่อสมัครสมาชิก



อาจารย์ บุณกร เอี่ยมเจริญ
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศิลปากร



www.mathassociation.net



094-364-6423



ratinan.b@chula.ac.th



อบรมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมและมัธยมศึกษาตอนต้น

โดยสมาคมคณิตศาสตร์
แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ประจำปี 2565

จัดอบรมออนไลน์ผ่านระบบโปรแกรม Zoom



วันเสาร์ที่ 28 พฤษภาคม 2565 เวลา 9.00 – 12.00 น.

TOPICS

สร้างกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับชั้นเรียนคณิตศาสตร์

ในยุค Next Normal ด้วยโปรแกรม Desmos

★ ค่าสมัคร บุคคลทั่วไป 150 บาท / สมาชิกสมาคมฯ 100 บาท ★

“ได้รับประกาศนียบัตรและเอกสารประกอบการอบรม”

เปิดรับสมัครตั้งแต่วันที่ จนถึงวันที่ 20 พฤษภาคม 2565 รับจำนวนจำกัด

บัญชีออมทรัพย์ชื่อ “สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ (สอบและอบรม)” ธนาคารกรุงไทย จำกัด มหาชน เลขที่บัญชี 162-0-25671-1

สมัครอบรมและส่งหลักฐานการชำระเงินที่: <https://bit.ly/3xvgrfl>

สมัครสมาชิกสมาคมคณิตศาสตร์ฯ ที่: <https://bit.ly/37yC835>



อ. วุฒิชัย กูดี

โรงเรียนชุมชนบ้านคำพอก ทำดอแก้ว



สแกนเพื่อสมัครอบรม



สแกนเพื่อดูสถานะ



สแกนเพื่อสมัครสมาชิก



อ. พงศพิงศ์ โลหะสุวรรณ

โรงเรียนสารธัมมาวิทยาสัยศิลปากร (ปริยัมศึกษา)



อบรมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา

โดยสมาคมคณิตศาสตร์
แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ประจำปี 2565

จัดอบรมออนไลน์ผ่านระบบโปรแกรม Zoom



วันเสาร์ที่ 18 มิถุนายน 2565 เวลา 9.00 – 12.00 น.

TOPICS

อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า ... ไม่ (What IF ... NOT)

เทคนิคการสร้างสรรค์โจทย์ปัญหาสำหรับครูคณิตฯ ระดับประถมศึกษา

★ ค่าสมัคร บุคคลทั่วไป 150 บาท / สมาชิกสมาคมฯ 100 บาท ★

“ได้รับประกาศนียบัตรและเอกสารประกอบการอบรม”

เปิดรับสมัครตั้งแต่วันนี้ จนถึงวันที่ 10 มิถุนายน 2565 รับจำนวนจำกัด

บัญชีออมทรัพย์ชื่อ “สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์
(สอบและอบรม)” ธนาคารกรุงไทย จำกัด มหาชน เลขที่บัญชี 162-0-25671-1

สมัครอบรมและส่งหลักฐานการชำระเงินที่: <https://bit.ly/3vaZt2R>

สมัครสมาชิกสมาคมคณิตศาสตร์ฯ ที่: <https://bit.ly/37yC835>



อ.วีรวัฒน์ ไทยชำ

คณะครูศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์



สแกนเพื่อสมัครอบรม



สแกนเพื่อดูสถานะ



สแกนเพื่อสมัครสมาชิก



พศ.ดร.ทรงชัย อักษรคิด

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การอบรมคณิตศาสตร์การเงินในชีวิตประจำวัน

ช่วงเดือนพฤษภาคม – สิงหาคม 2565

กำหนดการอบรมคณิตศาสตร์การเงินในชีวิตประจำวัน รูปแบบออนไลน์ ผ่านระบบ Zoom ซึ่งจัดขึ้นทุกวันเสาร์แรกของเดือน เวลา 9.00 – 12.00 น. โดยในช่วงเดือนพฤษภาคม – สิงหาคม 2565 มีหัวข้อการอบรมดังนี้

วันที่	หัวข้อ	วิทยากร
7 พฤษภาคม 2565 เปิดรับลงทะเบียนถึงวัน 30 เม.ย. 65	ค่างวด	รศ. ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ
4 มิถุนายน 2565	ผลตอบแทน VS ความเสี่ยง	ผศ. ดร.ดาวูด ทองทา
2 กรกฎาคม 2565	การลงทุนเบื้องต้น	ผศ. ดร.ดาวูด ทองทา
6 สิงหาคม 2565	แคลคูลัสกับการลงทุน	รศ. ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ

การอบรมนี้เหมาะกับอาจารย์ ครู นิสิต นักศึกษา นักเรียน และผู้สนใจ ที่ต้องการศึกษาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์การเงิน ซึ่งเน้นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

สำหรับค่าลงทะเบียน หัวข้อละ 300 บาท โดยลงทะเบียนเป็นรายหัวข้อ





โครงการอบรม

คณิตศาสตร์การเงิน

ในชีวิตประจำวัน



จัดอบรมออนไลน์ผ่านระบบโปรแกรม zoom



ครั้งที่ 7 ค่าคง : วันเสาร์ที่ 7 พฤษภาคม 2565 เวลา 9.00 – 12.00 น.

HIGHLIGHT

คิด “ค่าคง” ในการซื้อของแบบเงินผ่อนอย่างไร ?

ลงทุนเป็นงวด ๆ จะได้ผลตอบแทนเท่าใด ?



โดยอาจารย์ผู้มีประสบการณ์การสอนรายวิชา
ทางคณิตศาสตร์การเงิน

รองศาสตราจารย์ ดร.รตันทน์ บุญเคลือบ

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

★ ค่าสมัคร 300 บาท ต่อครั้ง ★

ได้รับเอกสารประกอบการอบรม และประกาศนียบัตรผ่านการอบรม

บัญชีออมทรัพย์ชื่อ “รายได้ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์”
ธนาคารไทยพาณิชย์ จำกัด มหาชน เลขที่บัญชี 026-435360-1



สแกนเพื่อสมัคร



สแกนเพื่อดูสถานที่

เปิดรับสมัครตั้งแต่วันนี้ถึง 30 เมษายน 2565 รับจำนวนจำกัด 50 ท่าน

สมัครและส่งหลักฐานการโอนเงินที่: <https://bit.ly/3HJxYlg>

 www.math.sc.chula.ac.th | www.math.kmutt.ac.th

 finance.dailylife@gmail.com

กิจกรรมของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ประจำปี พ.ศ.2565

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ จัดกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อกระตุ้นให้เกิดความตื่นตัวทางวิชาการ ในวงการคณิตศาสตร์ ระดับต่าง ๆ ทั้งให้บริการทางวิชาการแก่สังคม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของ สมาคมที่ตั้งไว้ ดังนี้

1. ผลิตวารสารวิชาการทางคณิตศาสตร์
 - วารสารคณิตศาสตร์ (TCI กลุ่ม 2) จำนวน 3 ฉบับต่อปี
 - Thai Journal of Mathematics (Scopus) จำนวน 4 ฉบับต่อปี
2. อบรมความรู้คณิตศาสตร์
ดูข้อมูล รายละเอียด และกำหนดการ ได้ที่ <https://www.mathassociation.net>
3. สอบแข่งขันคณิตศาสตร์ประจำปี ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย
-- งดการสอบแข่งขัน ประจำปี พ.ศ.2565 --
4. จัดประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ประจำปี ครั้งที่ 26 ประจำปี พ.ศ.2565 ในรูปแบบออนไลน์
(The 26th Annual Meeting in Mathematics : AMM 2022)
ระหว่างวันที่ 18 – 20 พฤษภาคม พ.ศ.2565 โดยศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ภายใต้สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยฯ ร่วมกับ ภาควิชาคณิตศาสตร์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี และสาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา เป็นเจ้าภาพ
5. ร่วมมือกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ในการจัดส่งผู้แทนประเทศไทย เข้าร่วมการแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศ
6. สนับสนุนและร่วมมือกับหน่วยงานอื่นในกิจกรรมส่งเสริมวิชาการทางคณิตศาสตร์
 - ประกวดโครงงานคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยร่วมมือกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
ดูข้อมูลและกำหนดการได้ที่ <https://www.mathassociation.net> ในหัวข้อประกวดโครงงาน
 - ประชุมวิชาการสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ครั้งที่ 10
(The 10th Undergraduate Applied Mathematics Conference : UAMC 2022)
ระหว่างวันที่ 29 – 30 เมษายน พ.ศ.2565 โดยภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ เป็นเจ้าภาพ

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ชั้น 9 อาคารมหาชิรฐานิศ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

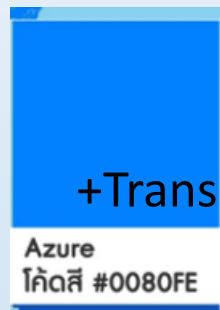
โทรศัพท์ และโทรสาร 02-252-7980



สี Azure

HEX #0080FE

RGB 252 209 42



+Transparent 30%

Mathematical Journal

Volume 67 Number 706 January - April 2022

สีปก