

น้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานนาโนคอมโพสิตหน้าตัดไม่คงที่เสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกน

Buckling Load of Axially Functionally Graded Tapered Nanocomposite Beams Reinforced by Graphene

พุทธา จินครวั¹ ทศพร ประเสริฐศรี² ชลธิชา สุขอยู่³ จณิสตา มีศิริ⁴

ปิยะฉัตร ฉัตรตันใจ⁵ และ วีรพร พงศ์ติณบุตร^{6*}

Puttha Jeenkour¹, Tosporn Prasertsri², Chonticha Sukyue³, Janisata Meesiri⁴,

Piyachat Chattonjai⁵, Weeraporn Phongtinnaboot^{6*}

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

²สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลตะวันออก

^{3,4,5,6}ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

¹Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Burapha University

²Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering and Architecture, Rajamangala University of Technology Tawan-Ok, Uthenthawai Campus

^{3,4,5,6}Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Burapha University

E-mail: ¹puttha@eng.buu.ac.th, ²tosporn_pr@rmutto.ac.th, ³chonticha.sukyue97@gmail.com,

⁴janisatameesiri@gmail.com, ⁵piyachatc@buu.ac.th, ^{6*}weeraporn@eng.buu.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้ศึกษาน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานนาโนคอมโพสิตหน้าตัดไม่คงที่เสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกนโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ รูปแบบการกระจายของแกรฟีนมีทั้งแบบสม่ำเสมอและไม่สม่ำเสมอตามแนวแกนของคาน โมดูลัสของยังและความหนาแน่นมวลประสิทธิภาพของคานถูกคำนวณด้วยแบบจำลองไมโครกลศาสตร์ของ Halpin-Tsai และกฎของการผสมตามลำดับ สมการกำกับของคานถูกสร้างขึ้นโดยมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีคานออยเลอร์-แบร์นูลลี เมื่อวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่นำเสนอถูกตรวจสอบความถูกต้องแล้ว น้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานภายใต้เงื่อนไขที่รองรับแบบต่าง ๆ ถูกศึกษา ผลการศึกษาเชิงตัวเลขระบุว่าการแปรผันของพื้นที่หน้าตัดและรูปแบบการกระจายของแกรฟีนมีอิทธิพลที่สำคัญต่อน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคาน

คำสำคัญ: แกรฟีน คานนาโนคอมโพสิต การโก่งเดาะ คานหน้าตัดไม่คงที่

Abstract

This paper investigates the buckling load of axially functionally graded tapered nanocomposite beams reinforced with graphene, using the finite element method. The distribution patterns of graphene platelets (GPLs) are uniform and non-uniform along the axial direction of nanocomposite beams. Young's modulus and effective mass density of axially functionally graded graphene reinforced nanocomposite (AFG-GPLRC) beams are calculated using the Halpin-Tsai micromechanics model and the rule of mixture, respectively. The governing equation of AFG-GPLRC beams is derived based on the Euler-Bernoulli beam theory. Once the proposed finite element method is validated, the buckling load of nanocomposite beams under various boundary conditions is studied. Numerical results indicate that varying the cross-sectional area and the distribution pattern of graphene significantly influences the buckling load of tapered nanocomposite beams.

Keywords: Graphene, Nanocomposite beam, Buckling, Tapered beam

1. ที่มาและความสำคัญ

แกรฟีนเป็นวัสดุชนิดหนึ่งที่มีความสนใจไปทั่วโลก เนื่องจากมีคุณสมบัติทางกล การนำความร้อน และการนำไฟฟ้าที่โดดเด่น [1, 2] ปัจจุบันนิยมนำแกรฟีนมาผสมกับพอลิเมอร์เมทริกซ์เพื่อปรับปรุงคุณสมบัติของพอลิเมอร์ให้ดีขึ้น โดยผลการทดลองจากงานวิจัย [3-5] พบว่า การผสมแกรฟีนลงในพอลิเมอร์เมทริกซ์เพียงเล็กน้อย ทำให้ค่ามอดูลัสของยัง (Young's modulus) กำลังรับแรงดึง (tensile strength) และความต้านทานการแตกหัก (fracture toughness) ของอีพ็อกซีนาโนคอมโพสิตเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตาม เป็นที่น่าสังเกตว่างานวิจัยที่ผ่านมาในอดีตมักให้ความสำคัญกับการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างนาโนคอมโพสิตเสริมแรงด้วยแกรฟีนตามทิศทางการหนาขององค์อาคารเท่านั้น [6-14] ในขณะที่มีงานวิจัยเพียงส่วนน้อยที่ให้ความสำคัญกับการเสริมแรงด้วยแกรฟีนตามความยาวขององค์อาคาร [15-21] กล่าวคือ Wang และคณะ [15] ศึกษาพฤติกรรมการดัดแบบไร้เชิงเส้นของคาน Timoshenko นาโนคอมโพสิตเสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกนในสภาพแวดล้อมทางความร้อน ในขณะที่ Liu และคณะ [16] ใช้วิธี state-space method วิเคราะห์การโก่งเดาะและการสั่นสะเทือนแบบบิสระของคานออยเลอร์-แบร์นูลลีนาโนคอมโพสิต ส่วน Gantayat และคณะ [17] ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คำนวณค่าความถี่ธรรมชาติของคานนาโนคอมโพสิตเสริมแรงด้วยแกรฟีนและท่อนาโนคาร์บอนตามแนวแกน ต่อมา Yee และคณะ [18] วิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติของคานที่มีพฤติกรรมแบบวิสโคอีลาสติก (viscoelastic) โดยคานมีความพรุน (porosity) และความไม่สมบูรณ์ทางเรขาคณิต (geometric imperfection) ร่วมด้วย ในขณะที่ Patil และคณะ [19] ใช้วิธี Ritz method วิเคราะห์การโก่งเดาะและการสั่นสะเทือนของคาน Timoshenko นาโนคอมโพสิต ภายใต้แรงกระทำตามแนวแกนที่แตกต่างกัน เช่น แรงคงที่ แรงเชิงเส้น และแรงพาราโบลา เป็นต้น ส่วน Liang และคณะ [20] ใช้วิธี isogeometric analysis วิเคราะห์พฤติกรรมการสั่นสะเทือนและการดัดแบบไร้เชิงเส้นของคานโค้งคอมโพสิต โดยใช้ทฤษฎี third-order shear deformation beam theory และ Liu และคณะ [21] ใช้วิธี state-space method

ศึกษาพฤติกรรมการโก่งเดาะและการสั่นสะเทือนแบบอิสระของคานาออยเลอร์-แบร์นูลลีนาโนคอมโพสิตภายใต้แรงกระทำตามแนวแกนรูปแบบต่าง ๆ

ถึงแม้ว่างานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น [15-21] สามารถวิเคราะห์พฤติกรรมทั้งทางด้านสถิตศาสตร์ (statics) และพลศาสตร์ (dynamics) ของคานานาโนคอมโพสิตเสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกน แต่ก็มีข้อจำกัดตรงที่ขนาดหน้าตัดคานต้องคงที่ตลอดความยาวคานเท่านั้น คำถามที่ตามมา คือพฤติกรรมของคานนาโนคอมโพสิตที่มีขนาดหน้าตัดไม่คงที่เสริมแรงด้วยแกรฟีนจะแตกต่างกับหน้าตัดคงที่อย่างไร ความแปรผันของพื้นที่หน้าตัดคานจะส่งผลกระทบต่อน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานอย่างไรบ้าง และการกระจายของแกรฟีนตามความยาวคานรูปแบบใดทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติและน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานหน้าตัดไม่คงที่มีค่ามากที่สุด ยังคงเป็นคำถามที่นักวิจัยให้ความสนใจอยู่ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในปัจจุบัน มีการประยุกต์ใช้งานวัสดุนาโนคอมโพสิตในด้านวิศวกรรมการบินและอวกาศ เนื่องจากเป็นวัสดุที่มีความแข็งแรงแต่น้ำหนักเบา

บทความนี้ศึกษาน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานนาโนคอมโพสิตหน้าตัดไม่คงที่เสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกนทั้งแบบสม่ำเสมอและไม่สม่ำเสมอ ภายใต้เงื่อนไขที่รองรับแบบต่าง ๆ

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคานนาโนคอมโพสิตหน้าตัดไม่คงที่เสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกน

พิจารณาคานนาโนคอมโพสิตที่เกิดจากการผสมกันระหว่างแกรฟีนและพอลิเมอร์เมทริกซ์ตามรูปที่ 1 กำหนดให้พิกัดจุดกำเนิด xy อยู่ที่จุดรองรับด้านซ้ายมือของคาน คานมีหน้าตัดไม่คงที่ $A(x)$ มีความยาว L และมีแรงอัด F มากระทำที่ปลาย ดังรูปที่ 1(a) สมการควบคุม (governing equation) การโก่งเดาะของคานออยเลอร์-แบร์นูลลี แสดงดังสมการ

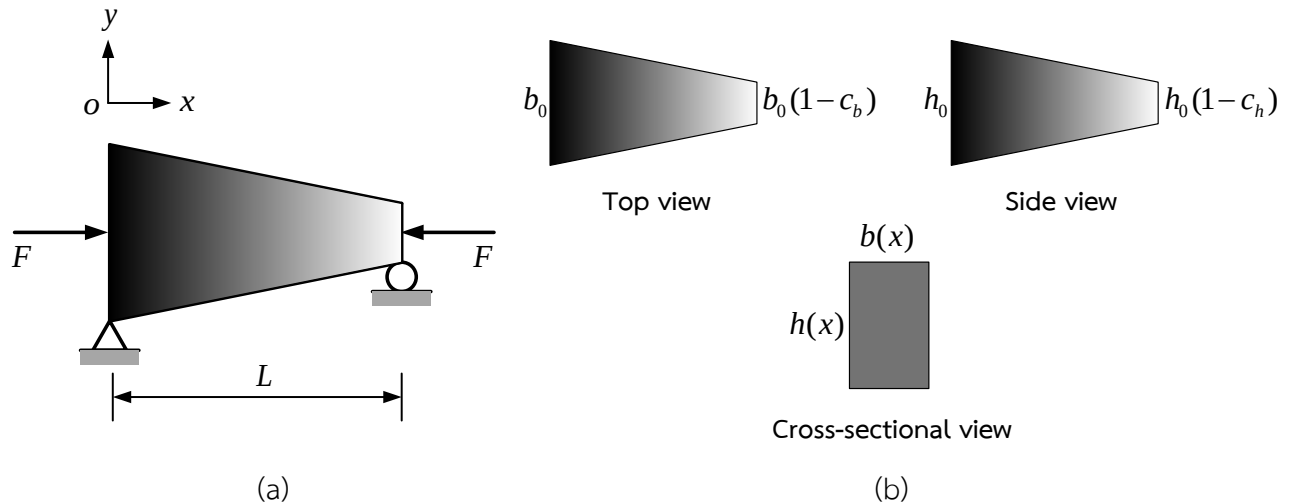
$$\frac{d^2}{dx^2} \left[E(x)I(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \right] + F \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

เมื่อ x คือ พิกัดตามแนวแกน (axial coordinate) หรือพิกัดตามความยาวของคาน ในขณะที่ y คือ การกระจัดตามขวาง (transverse displacement) ส่วน $E(x)$ และ $I(x)$ คือ โมดูลัสของยัง (Young's modulus) และโมเมนต์ที่สองของพื้นที่หน้าตัด (second moment of area) ตามลำดับ ซึ่งแปรผันตามระยะในแนวแกน x ของคาน คานมีหน้าตัดไม่คงที่ กล่าวคือ ความกว้าง (breadth) และความสูง (height) ของหน้าตัดคานลดลงอย่างสม่ำเสมอเป็นเส้นตรงตลอดความยาว ดังแสดงในรูปที่ 1(b) โดยพื้นที่หน้าตัด $A(x)$ และโมเมนต์ที่สองของพื้นที่หน้าตัด $I(x)$ แสดงดังสมการ

$$A(x) = A_0 \left(1 - c_b \frac{x}{L} \right) \left(1 - c_h \frac{x}{L} \right) \quad (2)$$

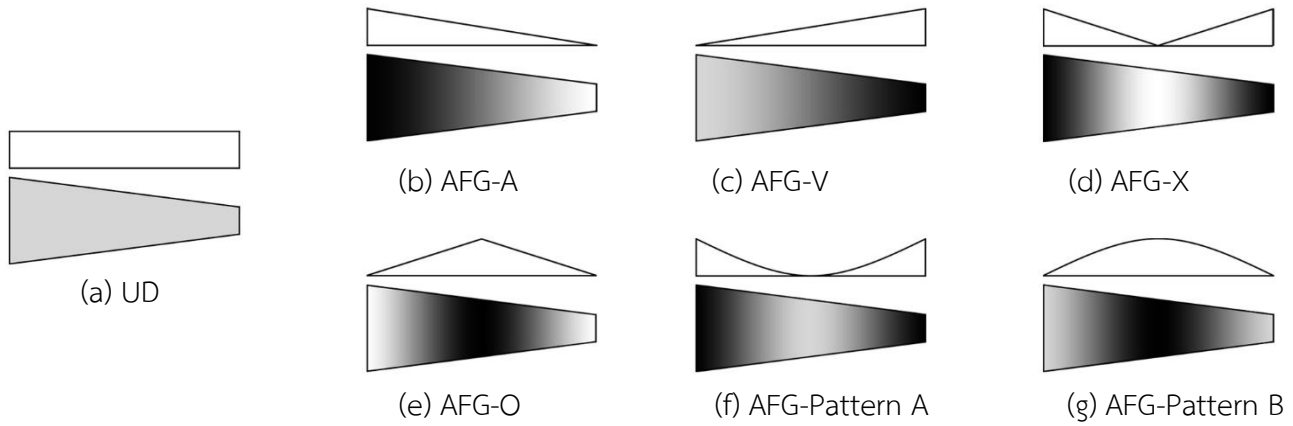
$$I(x) = I_0 \left(1 - c_b \frac{x}{L} \right) \left(1 - c_h \frac{x}{L} \right)^3 \quad (3)$$

เมื่อ b_0 h_0 A_0 และ I_0 คือ ความกว้าง ความสูง พื้นที่หน้าตัดและโมเมนต์ที่สองของพื้นที่หน้าตัดที่ $x = 0$ ตามลำดับ ส่วน c_h และ c_b คือ อัตราส่วนความสูงเรียว (height taper ratio) และความกว้างเรียว (breadth taper ratio) ตามลำดับ



รูปที่ 1 คานนาโนคอมโพสิตเสริมแรงด้วยแกรฟีน (a) คานหน้าตัดไม่คงที่รับแรงอัดตามแนวแกน (b) การแปรผันของหน้าตัดคานทั้งความกว้างและความสูง

ในการศึกษานี้ กำหนดให้รูปแบบการกระจายตัวของแกรฟีนตามความยาวของคานมีทั้งแบบสม่ำเสมอและไม่สม่ำเสมอ 7 รูปแบบ คือ UD AFG-A AFG-V AFG-X AFG-O AFG-Pattern A และ AFG-Pattern B ดังสมการที่ (4) (ดูรูปที่ 2 ประกอบ) ในกรณีของ UD แกรฟีนกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอตลอดความยาวคาน ส่วนในกรณีของ AFG-A การกระจายตัวของแกรฟีนลดลงอย่างสม่ำเสมอจากซ้ายไปขวา โดยแกรฟีนมีค่ามากที่สุดที่ปลายคานด้านซ้ายมือ ในขณะที่ AFG-V คือ การกระจายตัวของแกรฟีนเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอจากซ้ายไปขวา โดยแกรฟีนมีค่ามากที่สุดที่ปลายคานด้านขวามือ ส่วน AFG-X คือ แกรฟีนมีค่ามากที่สุดที่ปลายทั้งสองข้างของคาน และมีค่าลดลงอย่างสม่ำเสมอจนกระทั่งเป็นศูนย์ที่กึ่งกลางคาน ในขณะที่ AFG-O คือ แกรฟีนมีค่ามากที่สุดตรงกึ่งกลางคาน และมีค่าลดลงอย่างสม่ำเสมอจนกระทั่งเป็นศูนย์ที่ปลายทั้งสองข้างของคาน ส่วน AFG-Pattern A คือ การกระจายตัวของแกรฟีนเป็นแบบพาราโบลาโค้งหงาย โดยแกรฟีนมีค่ามากที่สุดที่ปลายคานทั้งสองและมีค่าเป็นศูนย์ที่กึ่งกลางคาน และ AFG-Pattern B คือ การกระจายตัวของแกรฟีนเป็นแบบพาราโบลาโค้งคว่ำ โดยแกรฟีนมีค่ามากที่สุดที่กึ่งกลางคาน และมีค่าเป็นศูนย์ที่ปลายคานทั้งสอง



รูปที่ 2 รูปแบบการกระจายของแกรฟีนตามความยาวของคาน

$$\begin{aligned}
 \text{UD:} \quad & V_{GPL}(x) = V_{GPL}^* \\
 \text{AFG-A:} \quad & V_{GPL}(x) = (2V_{GPL}^*) \frac{(3c_b + 3c_h - 2c_b c_h - 6)}{(2c_b + 2c_h - c_b c_h - 6)} \left(1 - \frac{x}{L}\right) \\
 \text{AFG-V:} \quad & V_{GPL}(x) = (2V_{GPL}^*) \frac{(3c_b + 3c_h - 2c_b c_h - 6)}{(4c_b + 4c_h - 3c_b c_h - 6)} \left(\frac{x}{L}\right) \\
 \text{AFG-X:} \quad & V_{GPL}(x) = \left(\frac{16V_{GPL}^*}{3L}\right) \frac{(3c_b + 3c_h - 2c_b c_h - 6)}{(4c_b + 4c_h - 3c_b c_h - 8)} \left|x - \frac{L}{2}\right| \\
 \text{AFG-O:} \quad & V_{GPL}(x) = (8V_{GPL}^*) \frac{(3c_b + 3c_h - 2c_b c_h - 6)}{(12c_b + 12c_h - 7c_b c_h - 24)} \\
 & - \left(\frac{16V_{GPL}^*}{L}\right) \frac{(3c_b + 3c_h - 2c_b c_h - 6)}{(12c_b + 12c_h - 7c_b c_h - 24)} \left|x - \frac{L}{2}\right| \\
 \text{AFG-Pattern A:} \quad & V_{GPL}(x) = (5V_{GPL}^*) \frac{(3c_b + 3c_h - 2c_b c_h - 6)}{(5c_b + 5c_h - 4c_b c_h - 10)} \left(1 - \frac{4x}{L} + \frac{4x^2}{L^2}\right) \\
 \text{AFG-Pattern B:} \quad & V_{GPL}(x) = (10V_{GPL}^*) \frac{(3c_b + 3c_h - 2c_b c_h - 6)}{(5c_b + 5c_h - 3c_b c_h - 10)} \left(\frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2}\right) \quad (4)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $V_{GPL}(x)$ คือ สัดส่วนโดยปริมาตร (volume fraction) ของแกรฟีนที่กระจายตามความยาวคาน ณ ตำแหน่ง x ใด ๆ ในขณะที่ V_{GPL}^* คือ สัดส่วนโดยปริมาตรทั้งหมดของแกรฟีน (total volume fraction of GPLs) สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$V_{GPL}^* = \frac{W_{GPL}}{W_{GPL} + (\rho_{GPL}/\rho_M)(1 - W_{GPL})} \quad (5)$$

เมื่อ W_{GPL} คือ สัดส่วนโดยน้ำหนักทั้งหมดของแกรฟีน (total GPL weight fraction) ในขณะที่ ρ_{GPL} และ ρ_M คือ ความหนาแน่นมวล (mass density) ของแกรฟีนและความหนาแน่นมวลของพอลิเมอร์เมทริกซ์ ตามลำดับ

นอกจากนี้ ค่าอีลาสติคโมดูลัส (elastic modulus) ของคานานาโนคอมโพสิตสามารถคำนวณได้ด้วยแบบจำลองไมโครกลศาสตร์ของ Halpin-Tsai ดังสมการ

$$E = \frac{3}{8} \frac{1 + \xi_l \eta_l V_{GPL}}{1 - \eta_l V_{GPL}} \times E_M + \frac{5}{8} \frac{1 + \xi_w \eta_w V_{GPL}}{1 - \eta_w V_{GPL}} \times E_M \quad (6)$$

$$\eta_l = \frac{(E_{GPL}/E_M) - 1}{(E_{GPL}/E_M) + \xi_l}, \quad \eta_w = \frac{(E_{GPL}/E_M) - 1}{(E_{GPL}/E_M) + \xi_w} \quad (7)$$

เมื่อ E_{GPL} และ E_M คือ อีลาสติคโมดูลัสของแกรฟีน และอีลาสติคโมดูลัสของพอลิเมอร์เมทริกซ์ ตามลำดับ ในขณะที่พารามิเตอร์ ξ_l และ ξ_w สามารถคำนวณได้จากสมการ

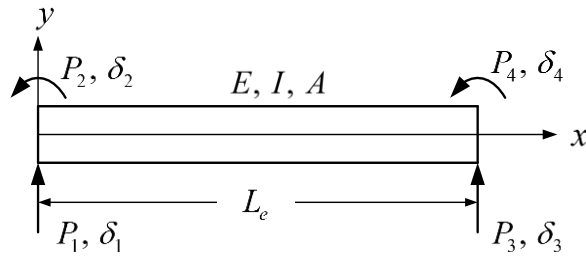
$$\xi_l = 2l_{GPL}/h_{GPL}, \quad \xi_w = 2w_{GPL}/h_{GPL} \quad (8)$$

เมื่อ l_{GPL} w_{GPL} และ h_{GPL} คือ ความยาว ความกว้าง และความหนาของแกรฟีน ตามลำดับ สำหรับความหนาแน่นมวลประสิทธิผล (effective mass density) ρ ของคานานาโนคอมโพสิต สามารถคำนวณได้จากกฎของการผสม (rule of mixture) ดังสมการ

$$\rho = \rho_{GPL} V_{GPL} + \rho_M (1 - V_{GPL}) \quad (9)$$

3. วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

พิจารณาเอลิเมนต์คาน (beam element) หรือชิ้นส่วนคานความยาว L_e ประกอบด้วย 2 จุดต่อ (node) และมี 4 ระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 แบบจำลองของชิ้นส่วนคาน

เมื่อ P_1 และ P_3 คือ แรงเฉือน (shear force) ในขณะที่ P_2 และ P_4 คือ โมเมนต์ดัด (bending moment) δ_1 และ δ_3 คือ การกระจัดตามขวาง และ δ_2 และ δ_4 คือ มุมเอียง (slope) ตามลำดับ สำหรับชิ้นส่วนคานที่มีพื้นที่หน้าตัด A โมเมนต์ที่สองของพื้นที่หน้าตัด I และค่ามอดูลัสของยัง E คงที่ตลอดความยาว ฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) ของชิ้นส่วนคาน แสดงดังสมการ

$$\mathbf{N}(x) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3x^2}{L_e^2} + \frac{2x^3}{L_e^3} & x - \frac{2x^2}{L_e} + \frac{x^3}{L_e^2} & \frac{3x^2}{L_e^2} - \frac{2x^3}{L_e^3} & -\frac{x^2}{L_e} + \frac{x^3}{L_e^2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

นอกจากนี้ เมทริกซ์สติฟเนสของชิ้นส่วน (element stiffness matrix) สามารถคำนวณได้ดังสมการ

$$\mathbf{K}_b^e = \int_0^{L_e} \mathbf{N}'^T E(x) I(x) \mathbf{N}' dx, \quad \mathbf{K}_g^e = \int_0^{L_e} \mathbf{N}'^T F \mathbf{N}' dx, \quad (11)$$

เมื่อ $\mathbf{K}_b^e$ คือ เมทริกซ์สติฟเนสการดัดของชิ้นส่วน (element bending stiffness matrix) $\mathbf{K}_g^e$ คือ เมทริกซ์สติฟเนสเรขาคณิตของชิ้นส่วน (element geometric stiffness matrix) ในขณะที่ $[\]^T$ คือ เมทริกซ์สลับเปลี่ยน (transpose of a matrix) ส่วน $[\]'$ และ $[\]''$ คือ อนุพันธ์อันดับหนึ่ง (first derivative) และอนุพันธ์อันดับสอง (second derivative) เทียบกับตัวแปร x ตามลำดับ สำหรับน้ำหนักบรรทุกทุกโง่งเดาะของคานสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$(\mathbf{K}_b^{Glo} - \eta \mathbf{K}_g^{Glo}) \phi = 0 \quad (12)$$

เมื่อ $\mathbf{K}_b^{Glo}$ คือ เมทริกซ์สติฟเนสการดัดของระบบโครงสร้าง (global flexural stiffness matrix) ในขณะที่ $\mathbf{K}_g^{Glo}$ คือ เมทริกซ์สติฟเนสเรขาคณิตของระบบโครงสร้าง (global geometric stiffness matrix) ส่วน ϕ คือ รูปร่างโหมด (mode shape) และ η คือ ค่าเฉพาะ (eigenvalue) โดยค่าน้ำหนักบรรทุกทุกโง่งเดาะสามารถคำนวณได้จาก $F_{cr} = \eta F$ เมื่อ F คือ แรงอัดคงที่ (constant compressive load)

4. ผลการศึกษา

ตัวอย่างแรกนำเสนอการตรวจสอบความถูกต้องของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้พัฒนาขึ้น หลังจากนั้น ตัวอย่างที่สองนำเสนอการศึกษาน้ำหนักบรรทุกทุกโง่งเดาะของคานนาโนคอมโพสิตที่ทำมาจากอีพ็อกซีผสมกับแกรฟีนตามแนวแกนทั้งแบบสม่ำเสมอและไม่สม่ำเสมอ ภายใต้เงื่อนไขที่รองรับแบบต่าง ๆ โดยค่าสมบัติวัสดุ (แสดงดังตารางที่ 1) และพารามิเตอร์ทางเรขาคณิตของแกรฟีน (geometrical parameters of GPL nanofillers) กล่าวคือ ความยาว $l_{GPL} = 2.5 \mu m$ ความกว้าง $w_{GPL} = 1.5 \mu m$ และ ความหนา $h_{GPL} = 1.5 nm$ ถูกใช้ในการศึกษาครั้งนี้

ตารางที่ 1 สมบัติวัสดุของแกรฟีนและอีพ็อกซี [16]

สมบัติวัสดุ	แกรฟีน	อีพ็อกซี
มอดุลัสของยัง (GPa)	1010	3.0
ความหนาแน่นมวล ($kg.m^{-3}$)	1060	1200
อัตราส่วนของปัวซอง	0.186	0.34

4.1 การทวนสอบและทดสอบการลู่เข้า (Verification and Convergence Test)

พิจารณาคานนาโนคอมโพสิตเสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกนทั้งแบบสม่ำเสมอและไม่สม่ำเสมอ คานมีความยาว L และมีหน้าตัดไม่คงที่ $A(x)$ ในการศึกษาครั้งนี้ กำหนดให้อัตราส่วนความกว้างเรียวและความสูงเรียวเท่ากับ 0.8 ($c_b = c_h = 0.8$) ในขณะที่สัดส่วนโดยน้ำหนักทั้งหมดของแกรฟีนเท่ากับ 1 เปอร์เซ็นต์ ($W_{GPL} = 1\%$) และอัตราส่วนความชะลูด (slenderness ratio) เท่ากับ 120 ($\lambda = L/h_0 = 120$)

ผลเฉลยเชิงตัวเลข (numerical solution) ของค่าน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะไร้มิติ (non-dimensional critical buckling load) $\bar{F}_{cr} = F_{cr} L h_0 / E_0 I_0$ ของคานอ็อกซี่บิสรูทรีและคานอ็อกซี่ผสมแกรฟีนแบบต่าง ๆ โดยเปรียบเทียบกับผลการคำนวณจากโปรแกรม ANSYS สำหรับคานที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่น-ยึดแน่น (clamped-clamped) ยึดแน่น-ปลายอิสระ (clamped-free) ยึดหมุน-ยึดหมุน (simply-simply) และ ยึดแน่น-ยึดหมุน (clamped-simply) แสดงดังตารางที่ 2-5 ตามลำดับ (เมื่อ F_{cr} คือ น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคาน ในขณะที่ L คือ ความยาวของคาน E_0 คือ โมดูลัสของยังของอ็อกซี่พอลิเมอร์เมทริกซ์ ส่วน I_0 และ h_0 คือ โมเมนต์ที่สองของพื้นที่หน้าตัดและความสูงของหน้าตัดคานที่ $x=0$ ตามลำดับ และ $\bar{F}_{cr}^{ref}$ คือ ผลเฉลยเชิงตัวเลขที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม ANSYS แสดงดังตารางที่ 6)

ในการสร้างแบบจำลองของคานด้วยโปรแกรม ANSYS จะเลือกใช้เอลิเมนต์ BEAM188 ซึ่งเป็นเอลิเมนต์สำหรับคานในปริภูมิที่มีฟังก์ชันการประมาณแบบเชิงเส้น สำหรับการวิเคราะห์น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะ ใช้วิธีเชิงเส้นซึ่งอาศัยทฤษฎีการโก่งเดาะ โดยพิจารณาค่าเฉพาะ (eigenvalue) และเวกเตอร์เฉพาะ (eigenvector) ที่มีค่าน้อยที่สุด นอกจากนี้ ในการจำลองยังได้กำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้สอดคล้องกับลักษณะการรองรับของคานในแต่ละกรณีศึกษา รวมถึงมีการกำหนดสมบัติวัสดุให้แปรเปลี่ยนตามความยาวของคาน เพื่อจำลองลักษณะการกระจายตัวของแกรฟีนในรูปแบบต่างๆ ร่วมด้วย

จากตารางที่ 2-5 จะเห็นได้ว่า ผลเฉลยเชิงตัวเลขที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าใกล้เคียงกับผลการคำนวณจากโปรแกรม ANSYS โดยเมื่อใช้จำนวนเอลิเมนต์ (element) ในการคำนวณเพิ่มขึ้น คำตอบที่ได้ก็จะมีค่าความถูกต้องมากยิ่งขึ้นตามไปด้วย และเป็นที่น่าสังเกตว่า การแบ่งคานออกเป็นชิ้นส่วนย่อยจำนวนเท่ากับ 128 เอลิเมนต์ ก็เพียงพอแล้วที่จะทำให้ผลลัพธ์ลู่เข้าสู่คำตอบ (convergent results) สำหรับทุกเงื่อนไขขอบเขตที่รองรับ (boundary conditions) และทุกรูปแบบการกระจายตัวของแกรฟีน

ตารางที่ 2 การวิเคราะห์การลู่เข้าสู่คำตอบ (convergence analysis) ของค่าน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะสำหรับคานอ็อกซี่บิสรูทรีและคานอ็อกซี่ผสมแกรฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ยึดแน่น

จำนวน เอลิเมนต์	$\bar{F}_{cr} / \bar{F}_{cr}^{ref}$							
	อ็อกซี่ บิสรูทรี	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
2	3.8195	3.8195	2.1649	7.0074	7.6483	2.1807	1.8649	5.8785
4	1.4125	1.4125	1.1930	2.1740	2.0176	1.2033	1.0756	5.5537
8	1.0348	1.0348	1.0149	1.1962	1.1249	1.0165	1.0059	1.2156
16	1.0019	1.0019	1.0011	1.0151	1.0061	1.0011	1.0007	1.0213
32	1.0004	1.0004	1.0004	1.0013	1.0010	1.0003	1.0003	1.0016
64	1.0002	1.0002	1.0003	1.0005	1.0005	1.0002	1.0003	1.0005
128	1.0002	1.0002	1.0003	1.0005	1.0005	1.0002	1.0003	1.0005
256	1.0002	1.0002	1.0003	1.0005	1.0005	1.0002	1.0003	1.0004

ตารางที่ 3 การวิเคราะห์การลู่เข้าสู่คำตอบของค่าน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะสำหรับคานอิพ็อกซีบริสุทธิ์และคานอิพ็อกซีผสมแกรไฟต์แบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ปลายอิสระ

จำนวน เอลิเมนต์	$\bar{F}_{cr} / \bar{F}_{cr}^{ref}$							
	อิพ็อกซี บริสุทธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
2	1.0407	1.0407	1.0849	1.3182	1.1829	1.0179	1.0933	1.2435
4	1.0169	1.0169	1.0246	1.0325	1.0238	1.0091	1.0103	1.0279
8	1.0057	1.0057	1.0041	1.0159	1.0141	1.0024	1.0011	1.0121
16	1.0007	1.0007	1.0004	1.0045	1.0024	1.0003	1.0001	1.0042
32	1.0001	1.0001	1.0001	1.0007	1.0003	1.0001	1.0000	1.0007
64	1.0001	1.0001	1.0000	1.0002	1.0002	1.0000	1.0000	1.0002
128	1.0001	1.0001	1.0000	1.0002	1.0001	1.0000	1.0000	1.0002
256	1.0001	1.0001	1.0000	1.0002	1.0001	1.0000	1.0001	1.0002

ตารางที่ 4 การวิเคราะห์การลู่เข้าสู่คำตอบของค่าน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะสำหรับคานอิพ็อกซีบริสุทธิ์และคานอิพ็อกซีผสมแกรไฟต์แบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดหมุน-ยึดหมุน

จำนวน เอลิเมนต์	$\bar{F}_{cr} / \bar{F}_{cr}^{ref}$							
	อิพ็อกซี บริสุทธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
2	1.0809	1.0808	1.0680	1.5219	1.2854	1.0371	1.0769	1.4125
4	1.0268	1.0267	1.0258	1.0497	1.0318	1.0206	1.0133	1.0451
8	1.0104	1.0103	1.0051	1.0223	1.0200	1.0065	1.0015	1.0174
16	1.0014	1.0013	1.0006	1.0070	1.0035	1.0008	1.0002	1.0065
32	1.0003	1.0002	1.0001	1.0012	1.0005	1.0001	1.0000	1.0009
64	1.0002	1.0002	1.0001	1.0005	1.0003	1.0001	1.0000	1.0002
128	1.0002	1.0002	1.0001	1.0005	1.0002	1.0001	1.0000	1.0002
256	1.0002	1.0002	1.0001	1.0005	1.0003	1.0001	1.0000	1.0002

ตารางที่ 5 การวิเคราะห์การลู่เข้าสู่คำตอบของค่าน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะสำหรับคานาอิพ็อกซีบริสุทธ์และคานาอิพ็อกซีผสมแกรฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานาที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ยึดหมุน

จำนวน เอลิเมนต์	$\bar{F}_{cr} / \bar{F}_{cr}^{ref}$							
	อิพ็อกซี บริสุทธ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
2	1.2598	1.2598	1.0710	1.9222	1.8872	1.0847	1.0726	1.8061
4	1.0408	1.0408	1.0363	1.1021	1.0740	1.0319	1.0272	1.1015
8	1.0231	1.0231	1.0129	1.0306	1.0401	1.0122	1.0063	1.0261
16	1.0030	1.0030	1.0015	1.0119	1.0090	1.0015	1.0008	1.0121
32	1.0004	1.0004	1.0003	1.0016	1.0010	1.0002	1.0002	1.0019
64	1.0002	1.0002	1.0002	1.0005	1.0004	1.0001	1.0002	1.0005
128	1.0002	1.0002	1.0002	1.0004	1.0003	1.0001	1.0002	1.0004
256	1.0001	1.0002	1.0002	1.0004	1.0003	1.0001	1.0002	1.0004

ตารางที่ 6 ค่าน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะไร้มิติ $\bar{F}_{cr}^{ref}$ ที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม ANSYS สำหรับคานาอิพ็อกซีบริสุทธ์และคานาอิพ็อกซีผสมแกรฟีนแบบต่าง ๆ ภายใต้เงื่อนไขที่รองรับที่แตกต่างกัน

คานานาโน คอมโพสิต	$\bar{F}_{cr}^{ref}$			
	ยึดแน่น - ยึดแน่น	ยึดแน่น - ปลายอิสระ	ยึดหมุน - ยึดหมุน	ยึดแน่น - ยึดหมุน
อิพ็อกซีบริสุทธ์	0.0132	0.0022	0.0033	0.0067
UD	0.0570	0.0095	0.0142	0.0291
AFG-X	0.0627	0.0073	0.0131	0.0327
AFG-O	0.0328	0.0075	0.0096	0.0168
AFG-A	0.0250	0.0044	0.0057	0.0126
AFG-V	0.0988	0.0162	0.0310	0.0515
Pattern A	0.0568	0.0055	0.0103	0.0310
Pattern B	0.0367	0.0084	0.0110	0.0191

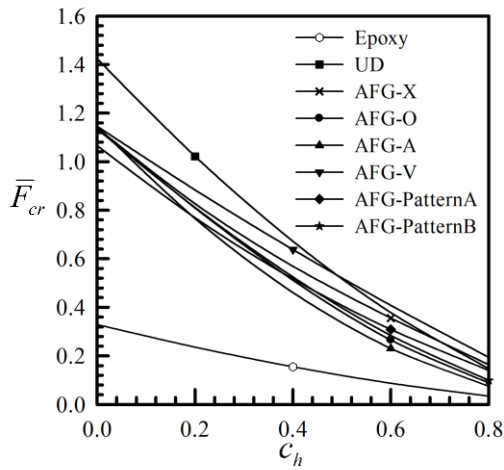
4.2 การโก่งเดาะของคานานาโนคอมโพสิตหน้าตัดไม้คองที่เสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกน

ในการศึกษาน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานานาโนคอมโพสิตหน้าตัดไม้คองที่เสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกน พารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณที่แตกต่างจากตัวอย่างแรก มีดังต่อไปนี้ (1) อัตราส่วนความกว้างเรียวก (c_b) และอัตราส่วนความสูงเรียวก (c_h) มีค่าเท่ากับ 0.0 0.2 0.4 0.6 และ 0.8 กล่าวคือ $c_b \in \{0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8\}$ และ $c_h \in \{0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8\}$ (2) จำนวนชิ้นส่วนย่อยของคานเท่ากับ 128 เอลิเมนต์ ถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์

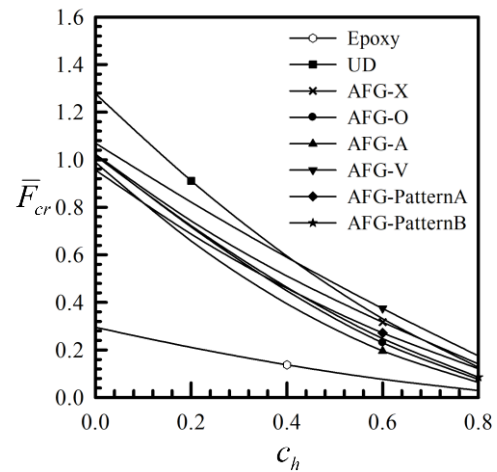
และ (3) การเพิ่มขึ้นของน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะถูกนิยามโดย $(\bar{F}_{cr}^{GPL} - \bar{F}_{cr}^{Epoxy}) / \bar{F}_{cr}^{Epoxy}$ เมื่อ $\bar{F}_{cr}^{GPL}$ คือ ค่าน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะไร้มิติของคานาอีพ็อกซีผสมแกรไฟีน ส่วน $\bar{F}_{cr}^{Epoxy}$ คือ ค่าน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะไร้มิติของคานาอีพ็อกซีบริสุทธิ์ที่ไม่ได้ผสมแกรไฟีน ผลการคำนวณน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานาที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่น-ยึดแน่น ยึดแน่น-ปลายอิสระ ยึดหมุน-ยึดหมุน และ ยึดแน่น-ยึดหมุน แสดงดังรูปที่ 4-7 และตารางที่ 7-10 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่า พฤติกรรมของคานาที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่น-ยึดแน่น และแบบยึดแน่น-ยึดหมุน มีลักษณะคล้ายกัน กล่าวคือ ในกรณีที่คานามีหน้าตัดคงที่ตลอดความยาวคานา ($c_b = c_h = 0$) การกระจายตัวของแกรไฟีนตามความยาวคานาแบบสม่ำเสมอ (UD) จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานาทั้งสองมีค่ามากที่สุด โดยเพิ่มขึ้นประมาณ 333% เมื่อเทียบกับคานาอีพ็อกซีบริสุทธิ์ อย่างไรก็ตาม เมื่อคานามีพื้นที่หน้าตัดลดลงหรืออีกนัยหนึ่งคานามีลักษณะเรียวลง (ยกตัวอย่างเช่น $c_b = 0, c_h = 0.8$ และ $c_b = c_h = 0.8$) การกระจายตัวของแกรไฟีนตามความยาวคานาแบบ AFG-V จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานาทั้งสองมีค่ามากที่สุด

สำหรับคานาที่มีฐานรองรับแบบยึดหมุน-ยึดหมุน (หรือคานาช่วงเดียวธรรมดา (simply-supported beam)) ในกรณีที่คานามีหน้าตัดคงที่ ($c_b = c_h = 0$) การกระจายตัวของแกรไฟีนตามความยาวคานาแบบ AFG-O จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานามีค่ามากที่สุด โดยเพิ่มขึ้นประมาณ 416% เมื่อเทียบกับคานาอีพ็อกซีบริสุทธิ์ อย่างไรก็ตาม เมื่อคานาเริ่มมีหน้าตัดเรียวลง (ยกตัวอย่างเช่น $c_b = 0, c_h = 0.4$ และ $c_b = 0.6, c_h = 0$) การกระจายตัวของแกรไฟีนตามความยาวคานาแบบ AFG-Pattern B จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานามีค่ามากที่สุด และเมื่อคานามีหน้าตัดเรียวลงไปอีก (ยกตัวอย่างเช่น $c_b = 0.6, c_h = 0.8$ และ $c_b = c_h = 0.8$) การกระจายตัวของแกรไฟีนตามความยาวคานาแบบ AFG-V จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานามีค่ามากที่สุด

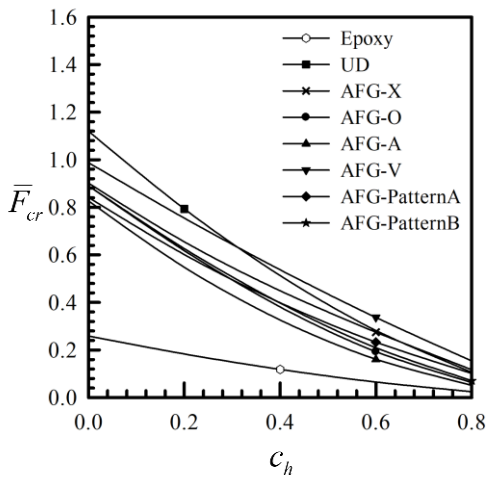
สำหรับคานาที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่น-ปลายอิสระ ในกรณีที่คานามีหน้าตัดคงที่ ($c_b = c_h = 0$) การกระจายตัวของแกรไฟีนตามความยาวคานาแบบ AFG-A จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานามีค่ามากที่สุด (โดยเพิ่มขึ้นประมาณ 417% เมื่อเทียบกับคานาอีพ็อกซีบริสุทธิ์) อย่างไรก็ตาม เมื่อคานาเริ่มมีหน้าตัดเรียวลง (ยกตัวอย่างเช่น $c_b = 0.2, c_h = 0.4$ และ $c_b = 0.4, c_h = 0.2$) การกระจายตัวของแกรไฟีนแบบสม่ำเสมอ (UD) จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานามีค่ามากที่สุด ต่อมาเมื่อคานามีหน้าตัดเรียวลงไปอีก (ยกตัวอย่างเช่น $c_b = 0.4, c_h = 0.6$ และ $c_b = c_h = 0.6$) การกระจายตัวของแกรไฟีนตามความยาวคานาแบบ AFG-Pattern B จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานามีค่ามากที่สุด และสุดท้ายเมื่อคานามีหน้าตัดเรียวลงมากที่สุด ($c_b = c_h = 0.8$) การกระจายตัวของแกรไฟีนแบบ AFG-V จะทำให้น้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะของคานามีค่ามากที่สุด โดยเพิ่มขึ้นประมาณ 638% เมื่อเทียบกับคานาอีพ็อกซีบริสุทธิ์



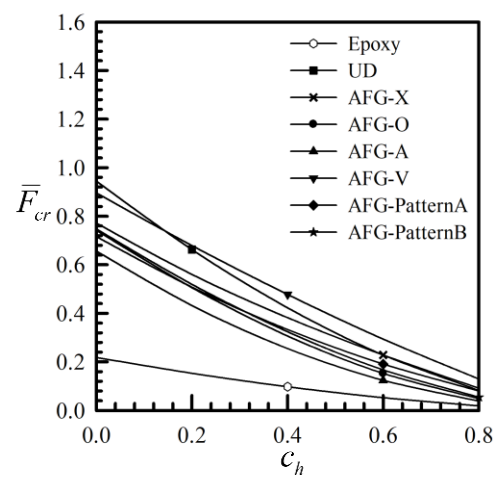
(a) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0$



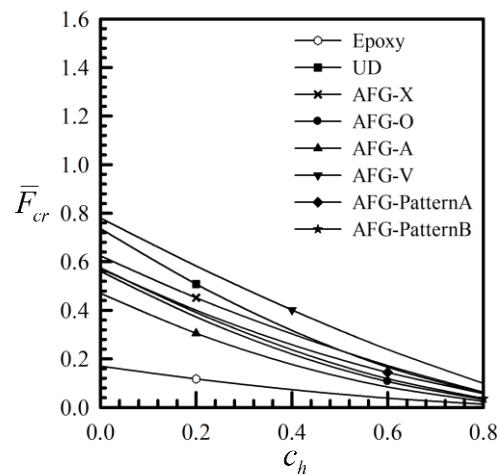
(b) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.2$



(c) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.4$



(d) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.6$



(e) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.8$

รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไร้มิติ ($\bar{F}_{cr}$) กับอัตราส่วนความสูงเรียว (c_h)

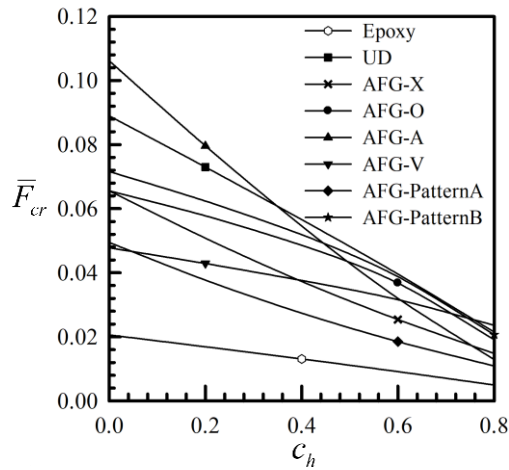
ของคานที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่น-ยึดแน่น

ตารางที่ 7 คำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไว้มิติของคานอิพ็อกซีบริสุทธิ์ คานอิพ็อกซีผสมแกรไฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ยึดแน่น

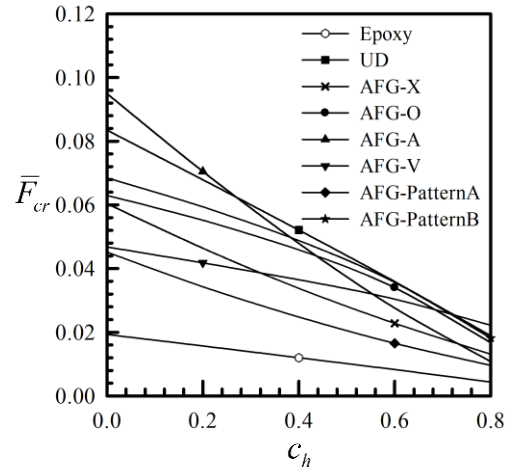
c_b	c_h	$\bar{F}_{cr}$							
		อิพ็อกซี บริสุทธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
0.0	0.0	0.3290	1.4241 (333%)	1.1390 (246%)	1.1389 (246%)	1.1457 (248%)	1.1457 (248%)	1.0658 (224%)	1.1344 (245%)
	0.2	0.2361	1.0219 (333%)	0.8267 (250%)	0.8092 (243%)	0.7658 (224%)	0.8837 (274%)	0.7690 (226%)	0.8111 (244%)
	0.4	0.1552	0.6719 (333%)	0.5691 (267%)	0.5119 (230%)	0.4607 (197%)	0.6378 (311%)	0.5171 (233%)	0.5251 (238%)
	0.6	0.0873	0.3780 (333%)	0.3557 (307%)	0.2652 (204%)	0.2303 (164%)	0.4082 (367%)	0.3085 (253%)	0.2837 (225%)
	0.8	0.0340	0.1474 (333%)	0.1636 (381%)	0.0886 (160%)	0.0750 (120%)	0.1943 (471%)	0.1403 (312%)	0.0994 (192%)
0.2	0.0	0.2951	1.2774 (333%)	1.0230 (247%)	1.0205 (246%)	0.9887 (235%)	1.0695 (262%)	0.9568 (224%)	1.0172 (245%)
	0.2	0.2106	0.9114 (333%)	0.7428 (253%)	0.7172 (241%)	0.6583 (213%)	0.8215 (290%)	0.6872 (226%)	0.7221 (243%)
	0.4	0.1374	0.5948 (333%)	0.5108 (272%)	0.4485 (226%)	0.3942 (187%)	0.5895 (329%)	0.4593 (234%)	0.4633 (237%)
	0.6	0.0765	0.3313 (333%)	0.3166 (314%)	0.2298 (200%)	0.1959 (156%)	0.3738 (388%)	0.2715 (255%)	0.2476 (233%)
	0.8	0.0294	0.1270 (333%)	0.1408 (380%)	0.0760 (159%)	0.0631 (115%)	0.1748 (496%)	0.1210 (312%)	0.0854 (191%)
0.4	0.0	0.2587	1.1198 (333%)	0.9017 (249%)	0.8903 (244%)	0.8267 (220%)	0.9877 (282%)	0.8415 (225%)	0.8901 (244%)
	0.2	0.1832	0.7931 (333%)	0.6548 (257%)	0.6174 (237%)	0.5477 (199%)	0.7545 (312%)	0.6010 (228%)	0.6261 (242%)

ตารางที่ 7 (ต่อ) คำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไว้มิติของคานอิพ็อกซี่บิสทุธิ์ คานอิพ็อกซี่ผสมแกรฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ยึดแน่น

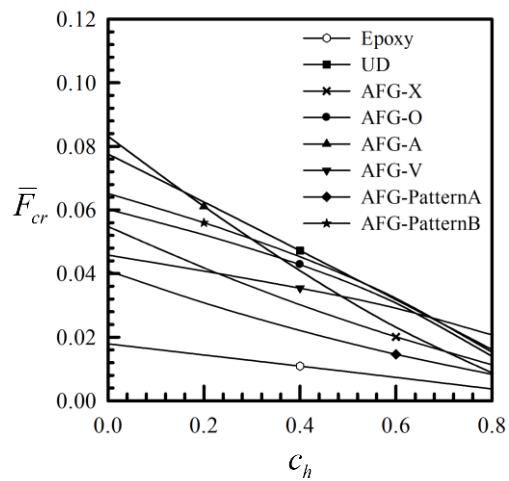
c_b	c_h	$\bar{F}_{cr}$							
		อิพ็อกซี่ บิสทุธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
0.4	0.4	0.1184	0.5127 (333%)	0.4491 (279%)	0.3808 (221%)	0.3259 (175%)	0.5372 (354%)	0.3985 (236%)	0.3972 (235%)
	0.6	0.0651	0.2817 (333%)	0.2746 (322%)	0.1926 (196%)	0.1606 (147%)	0.3364 (417%)	0.2327 (257%)	0.2091 (221%)
	0.8	0.0244	0.1057 (333%)	0.1169 (379%)	0.0629 (157%)	0.0510 (109%)	0.1537 (529%)	0.1011 (314%)	0.0707 (189%)
0.6	0.0	0.2183	0.9450 (333%)	0.7719 (254%)	0.7423 (240%)	0.6567 (201%)	0.8960 (310%)	0.7163 (228%)	0.7476 (242%)
	0.2	0.1531	0.6625 (333%)	0.5602 (266%)	0.5058 (230%)	0.4320 (182%)	0.6790 (344%)	0.5076 (232%)	0.5192 (239%)
	0.4	0.0976	0.4226 (333%)	0.3820 (291%)	0.3065 (214%)	0.2547 (161%)	0.4778 (389%)	0.3331 (241%)	0.3241 (232%)
	0.6	0.0526	0.2279 (333%)	0.2281 (333%)	0.1523 (189%)	0.1239 (135%)	0.2936 (458%)	0.1911 (263%)	0.1670 (217%)
	0.8	0.0191	0.0828 (333%)	0.0913 (377%)	0.0488 (155%)	0.0385 (101%)	0.1294 (577%)	0.0801 (319%)	0.0548 (186%)
0.8	0.0	0.1702	0.7368 (333%)	0.6244 (267%)	0.5608 (229%)	0.4702 (176%)	0.7802 (358%)	0.5716 (236%)	0.5751 (238%)
	0.2	0.1174	0.5081 (333%)	0.4515 (285%)	0.3725 (217%)	0.3054 (160%)	0.5828 (397%)	0.4003 (241%)	0.3910 (233%)
	0.4	0.0733	0.3171 (333%)	0.3030 (314%)	0.2199 (200%)	0.1771 (142%)	0.4017 (448%)	0.2583 (253%)	0.2375 (224%)
	0.6	0.0383	0.1656 (333%)	0.1722 (350%)	0.1063 (178%)	0.0841 (120%)	0.2388 (524%)	0.1441 (277%)	0.1181 (209%)
	0.8	0.0132	0.0570 (333%)	0.0627 (377%)	0.0328 (149%)	0.0250 (90%)	0.0988 (651%)	0.0568 (332%)	0.0367 (179%)



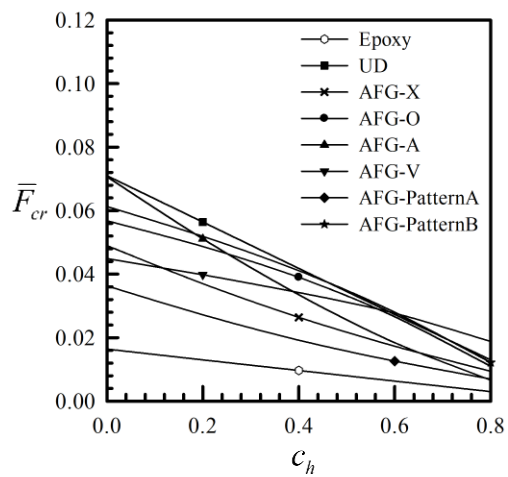
(a) อัตราส่วนความกว้างเรียวย $c_b = 0$



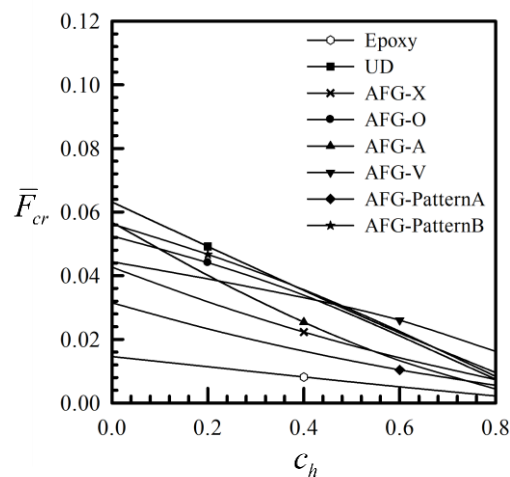
(b) อัตราส่วนความกว้างเรียวย $c_b = 0.2$



(c) อัตราส่วนความกว้างเรียวย $c_b = 0.4$



(d) อัตราส่วนความกว้างเรียวย $c_b = 0.6$



(e) อัตราส่วนความกว้างเรียวย $c_b = 0.8$

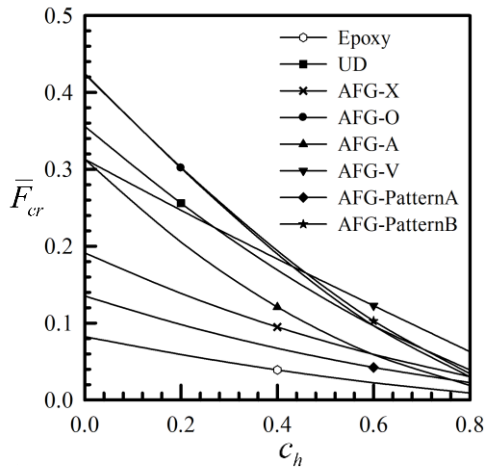
รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไร้มิติ ($\bar{F}_{cr}$) กับอัตราส่วนความสูงเรียวย (c_h) ของคานที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่น-ปลายอิสระ

ตารางที่ 8 คำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไว้มิติของคานอิพ็อกซีบริสุทธิ์ คานอิพ็อกซีผสมแกรไฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ปลายอิสระ

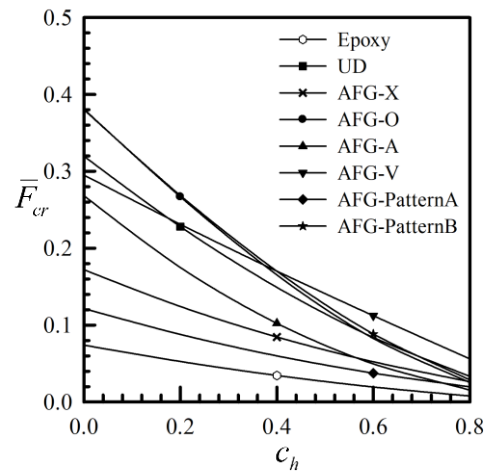
c_b	c_h	$\bar{F}_{cr}$							
		อิพ็อกซี บริสุทธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
0.0	0.0	0.0206	0.0890 (333%)	0.0656 (219%)	0.0656 (219%)	0.1062 (417%)	0.0478 (133%)	0.0495 (141%)	0.0716 (248%)
	0.2	0.0169	0.0730 (333%)	0.0508 (201%)	0.0578 (243%)	0.0796 (372%)	0.0429 (155%)	0.0377 (124%)	0.0624 (270%)
	0.4	0.0131	0.0566 (333%)	0.0373 (185%)	0.0486 (272%)	0.0546 (318%)	0.0376 (188%)	0.0274 (109%)	0.0519 (296%)
	0.6	0.0092	0.0396 (333%)	0.0254 (177%)	0.0368 (302%)	0.0320 (250%)	0.0316 (245%)	0.0185 (102%)	0.0388 (324%)
	0.8	0.0050	0.0215 (333%)	0.0148 (197%)	0.0191 (285%)	0.0129 (159%)	0.0236 (375%)	0.0109 (118%)	0.0207 (317%)
0.2	0.0	0.0193	0.0835 (333%)	0.0604 (213%)	0.0631 (227%)	0.0950 (392%)	0.0468 (142%)	0.0452 (134%)	0.0685 (255%)
	0.2	0.0157	0.0679 (333%)	0.0464 (195%)	0.0552 (252%)	0.0705 (349%)	0.0418 (166%)	0.0343 (119%)	0.0594 (278%)
	0.4	0.0120	0.0521 (333%)	0.0338 (181%)	0.0459 (281%)	0.0479 (298%)	0.0365 (203%)	0.0248 (106%)	0.0488 (305%)
	0.6	0.0083	0.0359 (333%)	0.0228 (175%)	0.0340 (310%)	0.0276 (234%)	0.0304 (267%)	0.0165 (100%)	0.0358 (332%)
	0.8	0.0044	0.0189 (333%)	0.0131 (199%)	0.0167 (283%)	0.0108 (148%)	0.0222 (410%)	0.0096 (120%)	0.0182 (316%)
0.4	0.0	0.0179	0.0776 (333%)	0.0548 (206%)	0.0602 (236%)	0.0832 (364%)	0.0458 (155%)	0.0409 (128%)	0.0652 (264%)
	0.2	0.0144	0.0625 (333%)	0.0418 (190%)	0.0522 (262%)	0.0611 (324%)	0.0408 (183%)	0.0308 (114%)	0.0560 (288%)

ตารางที่ 8 (ต่อ) คำนวณน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะไว้มิติของคานอิพ็อกซี่บริสุทธิ์ คานอิพ็อกซี่ผสมแกรไฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ปลายอิสระ

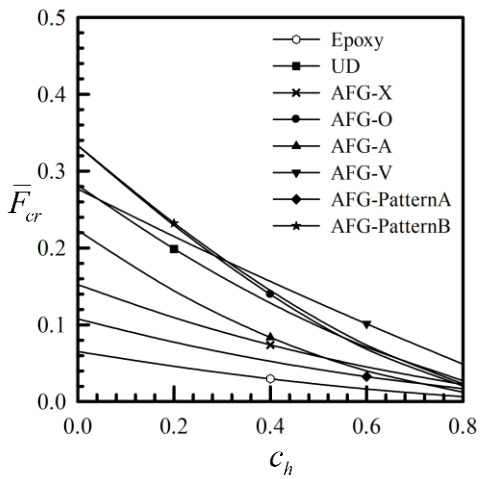
c_b	c_h	$\bar{F}_{cr}$							
		อิพ็อกซี่ บริสุทธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
0.4	0.4	0.0109	0.0472 (333%)	0.0302 (177%)	0.0428 (293%)	0.0409 (275%)	0.0354 (224%)	0.0221 (102%)	0.0453 (315%)
	0.6	0.0074	0.0318 (333%)	0.0201 (173%)	0.0307 (317%)	0.0231 (214%)	0.0291 (296%)	0.0146 (98%)	0.0322 (339%)
	0.8	0.0037	0.0161 (333%)	0.0113 (204%)	0.0140 (278%)	0.0087 (136%)	0.0207 (457%)	0.0083 (%124)	0.0153 (313%)
0.6	0.0	0.0164	0.0710 (333%)	0.0490 (199%)	0.0568 (246%)	0.0707 (331%)	0.0449 (174%)	0.0363 (122%)	0.0613 (273%)
	0.2	0.0130	0.0564 (333%)	0.0370 (184%)	0.0487 (274%)	0.0511 (293%)	0.0398 (206%)	0.0272 (109%)	0.0519 (299%)
	0.4	0.0097	0.0418 (333%)	0.0264 (174%)	0.0390 (304%)	0.0335 (247%)	0.0342 (254%)	0.0192 (99%)	0.0411 (326%)
	0.6	0.0063	0.0273 (333%)	0.0173 (174%)	0.0266 (322%)	0.0184 (191%)	0.0277 (339%)	0.0126 (99%)	0.0280 (344%)
	0.8	0.0030	0.0130 (333%)	0.0094 (212%)	0.0110 (265%)	0.0066 (120%)	0.0188 (525%)	0.0070 (132%)	0.0122 (304%)
0.8	0.0	0.0146	0.0632 (333%)	0.0427 (192%)	0.0525 (260%)	0.0568 (289%)	0.0444 (204%)	0.0315 (116%)	0.0563 (286%)
	0.2	0.0114	0.0492 (333%)	0.0318 (180%)	0.0441 (288%)	0.0401 (253%)	0.0390 (243%)	0.0233 (105%)	0.0467 (311%)
	0.4	0.0082	0.0354 (333%)	0.0223 (173%)	0.0339 (314%)	0.0254 (211%)	0.0331 (305%)	0.0163 (99%)	0.0356 (336%)
	0.6	0.0051	0.0220 (333%)	0.0142 (180%)	0.0211 (316%)	0.0133 (161%)	0.0260 (411%)	0.0104 (104%)	0.0225 (342%)
	0.8	0.0022	0.0095 (333%)	0.0073 (233%)	0.0075 (240%)	0.0044 (100%)	0.0162 (638%)	0.0055 (152%)	0.0084 (280%)



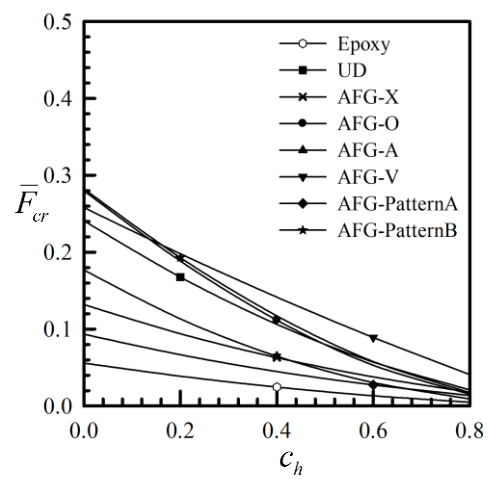
(a) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0$



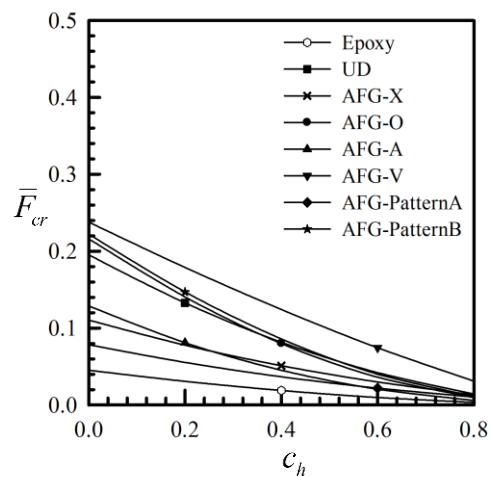
(b) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.2$



(c) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.4$



(d) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.6$



(e) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.8$

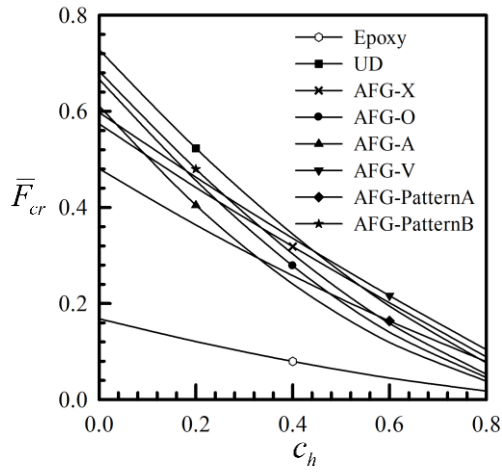
รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไร้มิติ ($\bar{F}_{cr}$) กับอัตราส่วนความสูงเรียว (c_h) ของคานที่มีฐานรองรับแบบยึดหมุน-ยึดหมุน

ตารางที่ 9 คำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไว้มิติของคานอิพ็อกซีบริสุทธิ์ คานอิพ็อกซีผสมแกรไฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดหมุน-ยึดหมุน

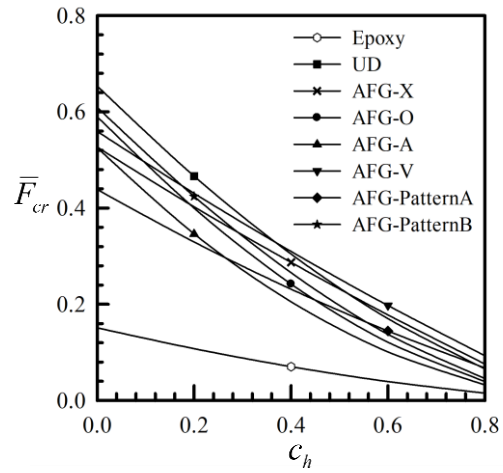
c_b	c_h	$\bar{F}_{cr}$							
		อิพ็อกซี บริสุทธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
0.0	0.0	0.0823	0.3560 (333%)	0.1913 (133%)	0.425 (416%)	0.3131 (281%)	0.3131 (281%)	0.1352 (64%)	0.4238 (415%)
	0.2	0.0591	0.2558 (333%)	0.1386 (135%)	0.3015 (410%)	0.2053 (247%)	0.2467 (317%)	0.0980 (66%)	0.3024 (412%)
	0.4	0.0390	0.1690 (333%)	0.0948 (143%)	0.1898 (386%)	0.1208 (209%)	0.1833 (370%)	0.0672 (72%)	0.1941 (397%)
	0.6	0.0223	0.0964 (333%)	0.0592 (166%)	0.0964 (333%)	0.0589 (165%)	0.1225 (450%)	0.0423 (90%)	0.1027 (361%)
	0.8	0.0090	0.0390 (333%)	0.0303 (236%)	0.0302 (235%)	0.0188 (108%)	0.0627 (595%)	0.0225 (150%)	0.0341 (278%)
0.2	0.0	0.0739	0.3197 (333%)	0.1720 (133%)	0.3809 (416%)	0.2683 (263%)	0.2951 (300%)	0.1215 (65%)	0.3802 (415%)
	0.2	0.0526	0.2279 (333%)	0.1241 (136%)	0.2667 (407%)	0.1748 (232%)	0.2310 (339%)	0.0878 (67%)	0.2684 (410%)
	0.4	0.0344	0.1490 (333%)	0.0844 (145%)	0.1652 (380%)	0.1022 (197%)	0.1701 (394%)	0.0599 (74%)	0.1700 (394%)
	0.6	0.0194	0.0838 (333%)	0.0522 (170%)	0.0825 (326%)	0.0494 (155%)	0.1121 (479%)	0.0374 (93%)	0.0884 (357%)
	0.8	0.0077	0.0332 (333%)	0.0263 (243%)	0.0253 (230%)	0.0155 (103%)	0.0560 (631%)	0.0196 (156%)	0.0287 (274%)
0.4	0.0	0.0651	0.2817 (333%)	0.1523 (134%)	0.3332 (412%)	0.2230 (243%)	0.2768 (325%)	0.1076 (65%)	0.3336 (413%)
	0.2	0.0459	0.1987 (333%)	0.1093 (138%)	0.2294 (400%)	0.1442 (214%)	0.2149 (368%)	0.0773 (69%)	0.2323 (406%)

ตารางที่ 9 (ต่อ) คำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไว้มิติของคานอิพ็อกซี่บรีสทุธิ์ คานอิพ็อกซี่ผสมแกรฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดหมุน-ยึดหมุน

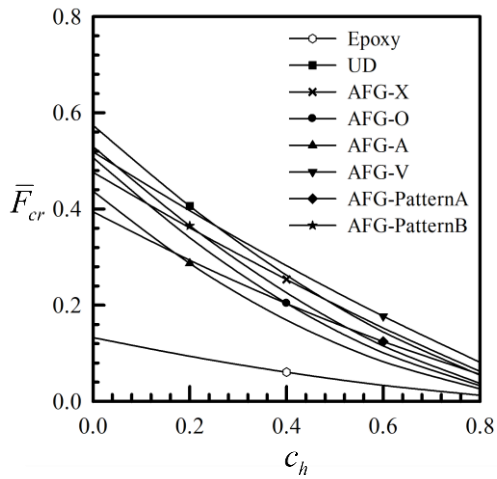
c_b	c_h	$\bar{F}_{cr}$							
		อิพ็อกซี่ บรีสทุธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
0.4	0.4	0.0296	0.1282 (333%)	0.0738 (149%)	0.1394 (371%)	0.0835 (182%)	0.1564 (428%)	0.0524 (77%)	0.1446 (388%)
	0.6	0.0163	0.0707 (333%)	0.0451 (176%)	0.0681 (317%)	0.0399 (144%)	0.1011 (519%)	0.0324 (98%)	0.0735 (350%)
	0.8	0.0063	0.0272 (333%)	0.0221 (252%)	0.0203 (224%)	0.0123 (96%)	0.0487 (676%)	0.0167 (165%)	0.0231 (268%)
0.6	0.0	0.0557	0.2409 (333%)	0.1319 (137%)	0.2799 (403%)	0.1769 (218%)	0.2580 (364%)	0.0933 (68%)	0.2824 (407%)
	0.2	0.0387	0.1675 (333%)	0.0939 (143%)	0.1883 (387%)	0.1132 (193%)	0.1979 (411%)	0.0666 (72%)	0.1928 (398%)
	0.4	0.0245	0.1061 (333%)	0.0628 (156%)	0.1115 (355%)	0.0646 (164%)	0.1415 (478%)	0.0447 (83%)	0.1171 (378%)
	0.6	0.0132	0.0570 (333%)	0.0377 (187%)	0.0528 (301%)	0.0303 (130%)	0.0890 (567%)	0.0273 (107%)	0.0576 (338%)
	0.8	0.0048	0.0209 (333%)	0.0178 (268%)	0.0152 (213%)	0.0091 (87%)	0.0407 (740%)	0.0136 (181%)	0.0173 (257%)
0.8	0.0	0.0451	0.1952 (333%)	0.1104 (145%)	0.2161 (379%)	0.1288 (186%)	0.2378 (427%)	0.0783 (74%)	0.2222 (393%)
	0.2	0.0307	0.1327 (333%)	0.0777 (153%)	0.1404 (358%)	0.0809 (164%)	0.1788 (483%)	0.0553 (80%)	0.1470 (380%)
	0.4	0.0188	0.0815 (333%)	0.0510 (171%)	0.0798 (324%)	0.0451 (140%)	0.1241 (559%)	0.0366 (94%)	0.0858 (356%)
	0.6	0.0097	0.0419 (333%)	0.0298 (208%)	0.0360 (272%)	0.0204 (111%)	0.0743 (668%)	0.0218 (126%)	0.0400 (314%)
	0.8	0.0033	0.0142 (333%)	0.0131 (299%)	0.0096 (192%)	0.0057 (74%)	0.0310 (841%)	0.0103 (214%)	0.0111 (236%)



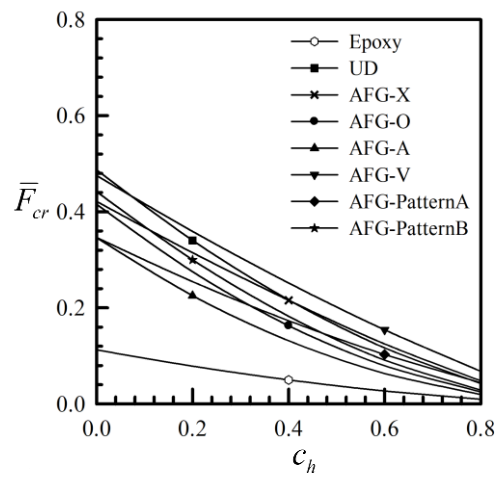
(a) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0$



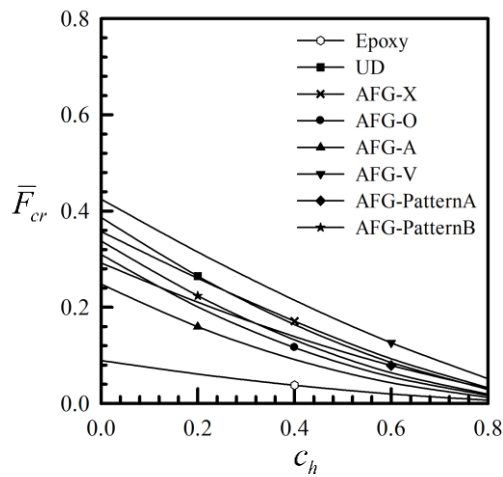
(b) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.2$



(c) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.4$



(d) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.6$



(e) อัตราส่วนความกว้างเรียว $c_b = 0.8$

รูปที่ 7 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไร้มิติ ($\bar{F}_{cr}$) กับอัตราส่วนความสูงเรียว (c_h) ของคานที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่น-ยึดหมุน

ตารางที่ 10 คำนวณน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะไว้มิติของคานาอ็อกซี่บิสทุธิ์ คานาอ็อกซี่ผสมแกรฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานาที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ยึดหลวม

c_b	c_h	$\bar{F}_{cr}$							
		อ็อกซี่ บิสทุธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
0.0	0.0	0.1683	0.7283 (333%)	0.5741 (241%)	0.6670 (296%)	0.6115 (263%)	0.5978 (255%)	0.4804 (185%)	0.6835 (306%)
	0.2	0.1208	0.5229 (333%)	0.4414 (265%)	0.4560 (278%)	0.4044 (235%)	0.4628 (283%)	0.3634 (201%)	0.4797 (297%)
	0.4	0.0795	0.3443 (333%)	0.3186 (301%)	0.2783 (250%)	0.2406 (202%)	0.3357 (322%)	0.2580 (224%)	0.3031 (281%)
	0.6	0.0449	0.1944 (333%)	0.2015 (349%)	0.1400 (212%)	0.1189 (165%)	0.2162 (381%)	0.1635 (264%)	0.1585 (253%)
	0.8	0.0177	0.0764 (333%)	0.0889 (403%)	0.0459 (160%)	0.0384 (117%)	0.1039 (488%)	0.0789 (347%)	0.0531 (201%)
0.2	0.0	0.1510	0.6536 (333%)	0.5267 (249%)	0.5897 (291%)	0.5254 (248%)	0.5592 (270%)	0.4385 (190%)	0.6093 (304%)
	0.2	0.1077	0.4661 (333%)	0.4025 (274%)	0.3997 (271%)	0.3462 (222%)	0.4305 (300%)	0.3294 (206%)	0.4242 (294%)
	0.4	0.0703	0.3044 (333%)	0.2871 (308%)	0.2420 (244%)	0.2051 (192%)	0.3098 (341%)	0.2314 (229%)	0.2656 (278%)
	0.6	0.0393	0.1700 (333%)	0.1778 (353%)	0.1209 (208%)	0.1008 (157%)	0.1973 (402%)	0.1444 (268%)	0.1374 (250%)
	0.8	0.0152	0.0657 (333%)	0.0758 (400%)	0.0393 (159%)	0.0322 (112%)	0.0930 (513%)	0.0677 (346%)	0.0455 (200%)
0.4	0.0	0.1326	0.5740 (333%)	0.4764 (259%)	0.5067 (282%)	0.4372 (230%)	0.5188 (291%)	0.3941 (197%)	0.5297 (299%)
	0.2	0.0938	0.4059 (333%)	0.3607 (285%)	0.3400 (263%)	0.2868 (206%)	0.3963 (323%)	0.2934 (213%)	0.3650 (289%)

ตารางที่ 10 (ต่อ) คำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะไว้มิติของคานอิพ็อกซีบริสุทธิ์ คานอิพ็อกซีผสมแกรไฟีนแบบต่าง ๆ สำหรับคานที่มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น-ยึดหมุน

c_b	c_h	$\bar{F}_{cr}$							
		อิพ็อกซี บริสุทธิ์	UD	AFG-X	AFG-O	AFG-A	AFG-V	Pattern A	Pattern B
0.4	0.4	0.0606	0.2622 (333%)	0.2533 (318%)	0.2038 (236%)	0.1689 (179%)	0.2822 (366%)	0.2034 (236%)	0.2258 (273%)
	0.6	0.0333	0.1443 (333%)	0.1525 (358%)	0.1009 (203%)	0.0824 (147%)	0.1769 (431%)	0.1243 (273%)	0.1152 (246%)
	0.8	0.0126	0.0545 (333%)	0.0622 (395%)	0.0325 (158%)	0.0260 (107%)	0.0812 (545%)	0.0562 (347%)	0.0374 (198%)
0.6	0.0	0.1125	0.4871 (333%)	0.4214 (275%)	0.4156 (269%)	0.3460 (207%)	0.4753 (322%)	0.3463 (208%)	0.4417 (293%)
	0.2	0.0786	0.3403 (333%)	0.3146 (300%)	0.2751 (250%)	0.2253 (187%)	0.3590 (357%)	0.2544 (224%)	0.2999 (282%)
	0.4	0.0500	0.2164 (333%)	0.2157 (331%)	0.1627 (225%)	0.1315 (163%)	0.2517 (403%)	0.1732 (246%)	0.1824 (265%)
	0.6	0.0269	0.1165 (333%)	0.1248 (363%)	0.0794 (195%)	0.0633 (135%)	0.1541 (473%)	0.1029 (282%)	0.0911 (239%)
	0.8	0.0098	0.0425 (333%)	0.0481 (390%)	0.0251 (156%)	0.0195 (99%)	0.0679 (591%)	0.0442 (350%)	0.0288 (194%)
0.8	0.0	0.0893	0.3867 (333%)	0.3575 (300%)	0.3097 (247%)	0.2482 (178%)	0.4249 (376%)	0.2923 (227%)	0.3379 (278%)
	0.2	0.0612	0.2648 (333%)	0.2601 (325%)	0.2008 (228%)	0.1594 (161%)	0.3147 (414%)	0.2104 (244%)	0.2239 (266%)
	0.4	0.0379	0.1640 (333%)	0.1711 (352%)	0.1161 (206%)	0.0914 (141%)	0.2146 (466%)	0.1391 (267%)	0.1322 (249%)
	0.6	0.0197	0.0851 (333%)	0.0929 (373%)	0.0552 (181%)	0.0429 (118%)	0.1260 (541%)	0.0789 (301%)	0.0637 (224%)
	0.8	0.0067	0.0291 (333%)	0.0327 (386%)	0.0168 (150%)	0.0127 (88%)	0.0515 (665%)	0.0310 (361%)	0.0191 (184%)

5. สรุปผล

บทความนี้นำเสนอการโก่งเดาะของคานนาโนคอมโพสิตหน้าตัดไม้คองที่เสริมแรงด้วยแกรฟีนตามแนวแกน โดยมีรูปแบบการกระจายของแกรฟีนตามความยาวคานแบบสม่ำเสมอและไม่สม่ำเสมอทั้งหมด 7 รูปแบบ คือ UD AFG-A AFG-V AFG-X AFG-O AFG-Pattern A และ AFG-Pattern B ผลการศึกษา พบว่า ในกรณีที่หน้าตัดคานคองที่ตลอดความยาวคาน ($c_b = c_h = 0$) การกระจายของแกรฟีนแบบสม่ำเสมอตลอดความยาวคาน (UD) จะทำให้น้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่น-ยึดแน่น และแบบยึดแน่น-ยึดหมุน มีค่ามากที่สุด ในขณะที่การกระจายตัวของแกรฟีนตามความยาวคานแบบ AFG-O และ แบบ AFG-A จะทำให้น้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานที่มีฐานรองรับแบบยึดหมุน-ยึดหมุน และแบบยึดแน่น-ปลายอิสระ มีค่ามากที่สุด ตามลำดับ

อย่างไรก็ตาม เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อคานมีหน้าตัดไม้คองที่โดยที่ปลายคานมีหน้าตัดเรียวลงมากที่สุด ($c_b = c_h = 0.8$) การกระจายตัวของแกรฟีนตามความยาวคานแบบ AFG-V จะทำให้น้ำหนักบรรทุกทุกโก่งเดาะของคานที่มีฐานรองรับทั้ง 4 แบบ คือ แบบยึดแน่น-ยึดแน่น แบบยึดแน่น-ยึดหมุน แบบยึดหมุน-ยึดหมุน และ แบบยึดแน่น-ปลายอิสระ มีค่ามากที่สุด โดยมีค่าเพิ่มขึ้นประมาณ 651% 665% 841% และ 638% ตามลำดับ เมื่อเทียบกับคานอีพ็อกซีบริสุทธิ์

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] Balandin, A.A., Ghosh, S., Bao, W., Calizo, I., Teweldebrhan, D., Miao, F., & Lau, C.N. (2008). Superior thermal conductivity of single-layer graphene. *Nano Letters*. 8(3), 902-907.
- [2] Lee, C., Wei, X., Kysar, J.W., & Hone, J. (2008). Measurement of the Elastic Properties and Intrinsic Strength of Monolayer Graphene. *Science (New York, NY)*. 321(5887), 385-388.
- [3] Rafiee, M.A., Rafiee, J., Wang, Z., Song, H., Yu, Z-Z., & Koratkar, N. (2009). Enhanced mechanical properties of nanocomposites at low graphene content. *American Chemical Society Nano*. 3(12), 3884-3890.
- [4] Rafiee, M.A., Rafiee, J., Srivastava, I., Wang, Z., Song, H., Yu, Z.Z., & Koratkar, N. (2010). Fracture and fatigue in graphene nanocomposites. *Small*. 6(2), 179-183.
- [5] Lee, J.K., Song, S., & Kim, B. (2012). Functionalized graphene sheets-epoxy based nanocomposite for cryotank composite application. *Polymer Composites*. 33(8), 1263-1273.
- [6] Zhao, S., Zhao, Z., Yang, Z., Ke, L., Kitipornchai, S., & Yang, J. (2020). Functionally graded graphene reinforced composite structures: A review. *Engineering Structures*, 210, 110339.
- [7] Guo, M., & Arvin, H. (2023). Nonlinear thermal buckling instability analysis of a rotating nanocomposite beam reinforced with graphene platelet via the Chebyshev–Ritz scheme. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 146(10), 241-251.

- [8] Wu, H., Li, Y., Li, L., Kitipornchai, S., Wang, L., & Yang, J. (2022). Free vibration analysis of functionally graded graphene nanocomposite beams partially in contact with fluid. *Composite Structures*. 291(3), 115609.
- [9] Qian, Q., Zhu, F., Fan, Y., Hang, Z., Feng, C., & Yang, J. (2023). Parametric study on nonlinear vibration of FG-GNPRC dielectric beam with Kelvin–Voigt damping. *Thin-Walled Structures*. 185(4), 110617.
- [10] Wattanasakulpong, N., Karamanli, A., & Vo, T.P. (2024). Nonlinear dynamic response of FG-GPLRC beams induced by two successive moving loads. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 159(14), 164-179.
- [11] Liu, Y., Liu, A., Zhang, Z., Bradford, M.A., & Yang, J. (2023). Nonlinear vibration of pinned FGP-GPLRC arches under a transverse harmonic excitation: A theoretical study. *Thin-Walled Structures*. 192(5), 111099.
- [12] Zhang, Z., Liu, Y., Liu, L., Liu, A., Lu, H., & Wang, W. (2024). Nonlinear in-plane buckling of fixed FGP-GPLRC arches subjected to a half-span distributed radial load. *Thin-Walled Structures*. 196(3), 111528.
- [13] Noroozi, A.R., & Malekzadeh, P. (2023). Investigating nonlinear moving load responses of FG-GPLRC skew plates using meshfree radial point interpolation method. *Composite Structures*. 308(8), 116718.
- [14] Nam, V.H., Minh, T.Q., Hieu, P.T., Hung, V.T., Tu, B.T., Hoai, N.T., & Dong, D.T. (2023). A new analytical approach for nonlinear thermo-mechanical postbuckling of FG-GPLRC circular plates and shallow spherical caps stiffened by spiderweb stiffeners. *Thin-Walled Structures*. 193, 111296.
- [15] Wang, Y., Xie, K., Shi, C., & Fu, T. (2019). Nonlinear bending of axially functionally graded microbeams reinforced by graphene nanoplatelets in thermal environments. *Materials Research Express*. 6(8), 085615.
- [16] Liu, D., Chen, D., Yang, J., & Kitipornchai, S. (2021). Buckling and free vibration of axially functionally graded graphene reinforced nanocomposite beams. *Engineering Structures*. 249, 113327.
- [17] Gantayat, A.K., Sutar, M.K., & Mohanty, J.R. (2022). Dynamic characteristic of graphene reinforced axial functionally graded beam using finite element analysis. *Materials Today: Proceedings*. 62(10), 5923-5927.

- [18] Yee, K., Kankanamalage, U.M., Ghayesh, M.H., Jiao, Y., Hussain, S., & Amabili, M. (2022). Coupled dynamics of axially functionally graded graphene nanoplatelets-reinforced viscoelastic shear deformable beams with material and geometric imperfections. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 136, 4–36.
- [19] Patil, H.H., Pitchaimani, J., & Eltaher, M.A. (2023). Buckling and vibration of beams using Ritz method: Effects of axial grading of GPL and axially varying load. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 1–14.
- [20] Liang, Y.N., Zheng, S.J., Wang, H.T., & Chen, D.J. (2024). Nonlinear isogeometric analysis of axially functionally graded graphene platelet-reinforced composite curved beams. *Composite Structures*. 330, 117871.
- [21] Liu, D., Su, J., Zhao, L., & Shen, X. (2024). State-Space Formulation for Buckling and Free Vibration of Axially Functionally Graded Graphene Reinforced Nanocomposite Microbeam under Axially Varying Loads. *Materials (Basel)*. 17(6), 1296.