

คำนวณโมเมนต์ดัดในคานด้วยวิธีสามโมเมนต์เพื่อใช้ในการออกแบบ แชสซีรถบรรทุก

สิทธิเดช เพชรราช นันธีรนนท์ พงษ์พานิช วิชัญพล พักแก้ว และ สุธรรม อรุณ*

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยพะเยา

19 ตำบลแม่กา อำเภอเมือง จังหวัดพะเยา 56000

รับบทความ 10 สิงหาคม 2565 แก้ไขบทความ 23 มีนาคม 2566 ตอรับบทความ 5 เมษายน 2566

บทคัดย่อ

การออกแบบแชสซีของส่วนพ่วงรถบรรทุกในปัจจุบัน จะพิจารณาให้แชสซีเป็นคานอย่างง่ายเพื่อความสะดวกในการประเมินค่าโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นจากการรับน้ำหนักบรรทุก แต่ค่าโมเมนต์ดัดที่ถูกประเมินด้วยวิธีการดังกล่าว จะมีค่ามากกว่าค่าที่เกิดขึ้นจริงในแชสซี ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงนำเสนอสมการทางเลือกที่สามารถใช้ประเมินค่าโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในแชสซีที่มีความถูกต้องมากขึ้น โดยสมการดังกล่าวถูกสร้างขึ้นด้วยวิธีสมการสามโมเมนต์ ซึ่งสมการที่สร้างขึ้นจะถูกนำไปใช้วิเคราะห์หาค่าโมเมนต์ดัดและความเค้นดัดที่เกิดขึ้นในแชสซี โดยจะนำเสนอผ่านกรณีศึกษา ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อยืนยันความถูกต้องของสมการ จากผลการเปรียบเทียบ พบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการที่สร้างขึ้นมีความแตกต่างจากผลลัพธ์จากแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ไม่เกิน 5% ดังนั้นสมการที่ถูกพัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้จึงมีความน่าเชื่อถือ เมื่อนำสมการดังกล่าวมาทำการคำนวณในกรณีศึกษาการออกแบบส่วนพ่วงของรถบรรทุกกึ่งพ่วง 6 เพลา โดยออกแบบให้รับน้ำหนักบรรทุกขนาด 30 ตัน พบว่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ได้มีค่าน้อยกว่าการคำนวณแบบเดิม 31.9% และเมื่อนำค่าโมเมนต์ดัดดังกล่าวไปใช้ในการพิจารณาเลือกขนาดหน้าตัดของเหล็กสำหรับการทำแชสซี จะทำให้ได้เหล็กแชสซีที่มีน้ำหนักลดลง 17.9% ซึ่งจะส่งผลให้แชสซีมีน้ำหนักและต้นทุนการผลิตที่ลดลงเมื่อเทียบกับการออกแบบด้วยวิธีการแบบเดิม

คำสำคัญ : แชสซีรถบรรทุก; คานต่อเนื่อง; โมเมนต์ดัด; สมการสามโมเมนต์

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทร: +669 3281 2992, ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์: sutham.ar@up.ac.th

The Calculation of Bending Moment in Beam by the Three-Moment Equation for the Design of Trailer Chassis

Sittidech Petcharat Nuttanon Pongpanit Wichaphon Fackaew and
Sutham Arun*

Faculty of Mechanical Engineering, University of Phayao

19 Mae Ka, Mueang District, Phayao 56000

Received 10 August 2022; Revised 23 March 2023; Accepted 5 April 2023

Abstract

For the current design of the chassis of a trailer, the chassis is determined as a simply support beam for ease of estimating the bending moment arising from the payload. However, the value of the bending moment estimated by such method is greater than the actual value. According to this issue, this paper therefore proposes an alternative equation that can be used to more accurately estimate the bending moment in the chassis. The equations are created based on three-moment equation and used to analyze the bending moments and bending stresses that occur in the chassis, presented through a case study. The results obtained from the equations are compared with the results obtained from the finite element (FE) model to confirm the validity of the equations. The comparison results show that the results calculated with the equations created are no more than 5% different from those of the FE model. Therefore, the equations developed in this research are reliable. In addition, the case study shows that the maximum bending moment value calculated with equations in this research was 31.9% less than traditional calculations. When such bending moment value is taken into the consideration for selecting the cross-sectional size of steel for making chassis, it resulted in a 17.9% reduction in the weight of the chassis. Therefore, using the equations developed in this research, the designed chassis has lower weight and production costs compared to traditional designs.

Keywords : Trailer chassis; Continuous beam; Bending moment; Three-moment equation

* Corresponding Author. Tel.: +669 3281 2992, E-mail Address: sutham.ar@up.ac.th

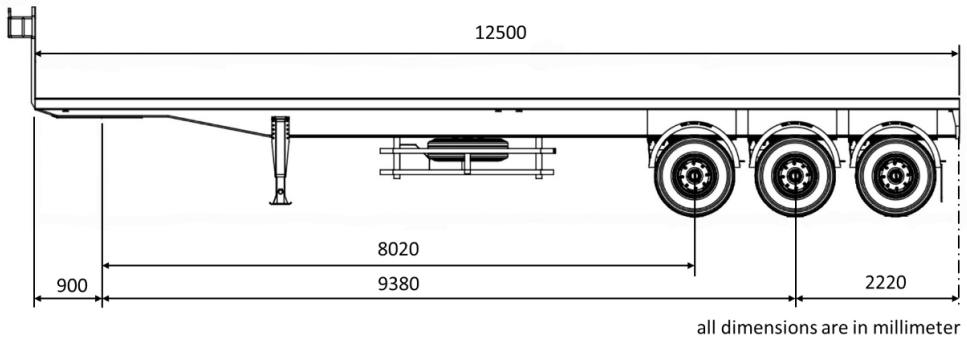
1. บทนำ

การขนส่งเป็นงานบริการที่มีส่วนสำคัญอย่างมากในภาคธุรกิจ จากการสำรวจข้อมูลในปี 2562-2564 พบว่าธุรกิจการขนส่งสินค้าของประเทศไทยมีการเติบโตเฉลี่ยปีละ 1-2% [1] และการขนส่งโดยใช้รถบรรทุกคิดเป็น 81% ของการขนส่งทั้งหมด [2] เนื่องจากเป็นรูปแบบที่ง่าย และมีความสะดวกสบายต่อหลายภาคธุรกิจ

รถกึ่งพ่วง 6 เพลา เป็นรถบรรทุกที่มีการใช้งานอย่างแพร่หลายในงานขนส่งด้วยรถบรรทุก โครงสร้างของรถประเภทนี้ประกอบไปด้วย 2 ส่วนหลักได้แก่ หัวลากและส่วนพ่วง ดังแสดงในรูปที่ 1 โดยกฎหมายกำหนดให้รถกึ่งพ่วง 6 เพลา ที่มีระยะระหว่าง

ระหว่างสลักพ่วง (king pin) มากกว่า 8 เมตร ขึ้นไป ต้องมีน้ำหนักรถและน้ำหนักบรรทุกรวมกันไม่เกิน 50.5 ตัน (รูปที่ 1 (ข))

ก่อนการสร้างส่วนพ่วงของรถบรรทุกตามแบบที่ออกแบบขึ้นใหม่ วิศวกรจะต้องยื่นเอกสารขออนุมัติแบบแชสซีต่อสำนักวิศวกรรมยานยนต์กรมการขนส่งทางบก (สวน.) โดยวิศวกรจะต้องแนบรายละเอียดการประเมินความแข็งแรงแชสซีซึ่งเป็นโครงสร้างสำคัญของส่วนพ่วง เพื่อยืนยันว่าส่วนพ่วงที่ออกแบบนั้นมีความแข็งแรงเพียงพอในการรับน้ำหนักบรรทุกตามที่ขออนุญาต และเมื่อได้รับความเห็นชอบจาก สวน. เรียบร้อยแล้ว จึงจะสามารถดำเนินการผลิตส่วนพ่วงของรถบรรทุกตามแบบที่ขออนุมัติ



(ก)

	รถหัวลาก 10 ล้อ	รถกึ่งพ่วง 12 ล้อ	น้ำหนักรวม 22 ล้อ
	25 ตัน	3 เพลา	50.5 ตัน

(ข)

รูปที่ 1 (ก) ส่วนพ่วงของรถบรรทุกกึ่งพ่วง 6 เพลา และ (ข) ข้อกำหนดน้ำหนักรถและน้ำหนักบรรทุกของรถกึ่งพ่วง

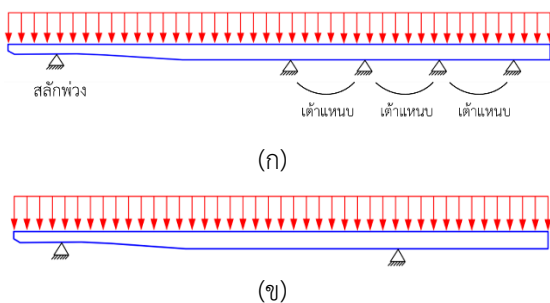
แชสซี คือ โครงสร้างที่มีความสำคัญที่สุดของส่วนพ่วง มีลักษณะเป็นคานเหล็ก 2 ชั้นวางขนานกัน และเชื่อมต่อกันด้วยคานเหล็กเป็นช่วง ๆ ดังรูปที่ 2 ทำหน้าที่ในการรับน้ำหนักบรรทุก แชสซีจะถูกรองรับด้วยสลัก

พ่วงและระบบช่วงล่างซึ่งประกอบด้วยแหนบเพลาและล้อ [3] การออกแบบแชสซีจำเป็นต้องคำนึงถึงความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกเป็นหลักเพื่อให้เกิดความปลอดภัยในการบรรทุกสินค้า [4]-[5]

ในการประเมินความแข็งแรงของแอสซีของส่วนพ่วง วิศวกรจะเริ่มพิจารณาจากผังวัตถุอิสระ (Free-body-diagram) ของแอสซี โดยทั่วไปแอสซีจะวางอยู่บนจุดรองรับทั้งหมด 5 ตำแหน่ง คือ บริเวณสลักพ่วง 1 ตำแหน่ง และบริเวณเต้าแทนบและเต้าโดงเตงอีก 4 ตำแหน่ง กำหนดน้ำหนักบรรทุกให้มีลักษณะเป็นแรงกระจายสม่ำเสมอกระทำตลอดแนวความยาวของแอสซี ผังวัตถุอิสระของแอสซีดังรูปที่ 3 (ก) แต่อย่างไรก็ตาม การหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับโดยใช้หลักการสมดุลของโจทย์ปัญหาดังกล่าวไม่สามารถทำได้เนื่องจากแรงที่ไม่ทราบค่ามีมากกว่าจำนวนสมการสมดุล ดังนั้นวิศวกรจึงทำการลดความซับซ้อนของปัญหาโดยการพิจารณาให้แอสซีมีจุดรองรับเพียง 2 ตำแหน่ง คือบริเวณสลักพ่วง และเพลากลางดังรูปที่ 3 (ข)



รูปที่ 2 ตัวอย่างโครงสร้างแอสซีของส่วนพ่วง



รูปที่ 3 (ก) ผังวัตถุอิสระของแอสซีขณะรับน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้างจริง และ (ข) ผังวัตถุอิสระที่ผ่านการลดความซับซ้อนของปัญหา

จากรูปที่ 3 (ข) เมื่อวิศวกรทำการลดความซับซ้อนของปัญหาและทำการคำนวณแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับแล้ว วิศวกรจะคำนวณโมเมนต์ดัดและความเค้นดัดที่เกิดขึ้นในแอสซี จากนั้นนำค่าความเค้นดัดสูงสุดที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าความเค้นคราก (yield strength) ของวัสดุที่ใช้ในการขึ้นรูปแอสซี เพื่อประเมินค่าความปลอดภัยในการรับน้ำหนักบรรทุก โดยแอสซีที่ออกแบบจะต้องมีค่าความปลอดภัยไม่ต่ำกว่า 4 [6]

วิธีการออกแบบโดยพิจารณาให้โครงสร้างของแอสซีมีลักษณะเป็นคานอย่างง่ายที่มีจุดรองรับ 2 ตำแหน่ง เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวก เนื่องจากสามารถประเมินแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นที่จุดรองรับได้ด้วยสมการสมดุลแรงและสมการสมดุลโมเมนต์ แต่อย่างไรก็ตาม การคำนวณด้วยวิธีนี้จะให้ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดมากกว่าค่าที่เกิดขึ้นในโครงสร้างจริง ทำให้แอสซีที่ได้จากออกแบบมีขนาดใหญ่และมีน้ำหนักมากกว่าที่ควรเป็น ส่งผลให้ต้นทุนที่ใช้ในการผลิตสูงขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้สูญเสียโอกาสในการบรรทุก อีกทั้งยังทำให้รถบรรทุกมีอัตราการสิ้นเปลืองเชื้อเพลิงที่สูงขึ้นในกรณีของการวิ่งรถเปล่า [7]

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอสมการทางเลือกสำหรับประเมินค่าโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในแอสซีของส่วนพ่วงของรถบรรทุกขณะรับภาระ โดยสมการดังกล่าวถูกสร้างขึ้นด้วยวิธีสมการสามโมเมนต์ (Three-Moment Equation) นอกจากนี้ งานวิจัยนี้ ยังได้นำเสนอกรณีศึกษาของการออกแบบแอสซีของส่วนพ่วงโดยใช้สมการที่ถูกรวบรวมขึ้นในงานวิจัย ผลลัพธ์ที่ได้จากกรณีศึกษาจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีการคำนวณด้วยวิธีแบบเดิมเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของผลลัพธ์ที่ได้จากการออกแบบ และยังถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อยืนยันความถูกต้องของสมการที่ถูกรวบรวมขึ้น

2. ทฤษฎี

2.1 คาน

คาน หมายถึง โครงสร้างที่รับแรงตั้งฉากกับแนวแกนของคาน เมื่อคานรับภาระจะมีแรงภายในเกิดขึ้นในคาน 2 รูปแบบ ได้แก่ แรงเฉือนภายใน (internal shear force) และโมเมนต์ดัดภายใน (internal bending moment) โดยที่แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดดังกล่าวจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามแนวแกนของคานตามที่กล่าวข้างต้น แรงเฉือนภายในจะส่งผลให้มีความเค้นเฉือนเกิดขึ้นที่บริเวณหน้าตัดขวางของคาน (transverse shear stress) และพยายามทำให้หน้าตัดคานเลื่อนออกจากกัน ในขณะที่โมเมนต์ดัดภายในที่เกิดขึ้นจะส่งผลให้มีความเค้นดัด (bending stress) เกิดขึ้นในแนวแกนซึ่งทำให้คานเกิดการแอ่นหรือโก่งตัว

ในการประเมินความแข็งแรงของคานขณะรับภาระ โดยทั่วไปความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับค่าความเค้นดัด วิศวกรจึงมักพิจารณาเพียงค่าความเค้นดัดที่เกิดขึ้นภายในคานเพียงอย่างเดียว โดยที่ค่าความเค้นดัดในคานสามารถคำนวณได้จากสูตรของการดัด (flexure formula)

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad (1)$$

โดยที่

σ = ความเค้นดัด (เมกะปาสกาล)

M = โมเมนต์ดัดภายในที่เกิดขึ้นเนื่องจากการรับภาระ (นิวตันเมตร)

y = ระยะห่างจากแกนสะเทิน (neutral axis) (เมตร)

I = โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัด (เมตร⁴)

จากสมการที่ (1) จะเห็นว่าวิศวกรจะต้องประเมินโมเมนต์ดัดภายในที่เกิดขึ้นในคานเนื่องจากการรับภาระเสียก่อน จึงจะสามารถหาค่าความเค้นดัดที่เกิดขึ้นในคานได้ โดยสมการของโมเมนต์ดัดสามารถ

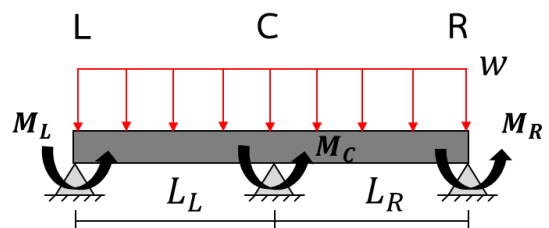
หาได้จากการสร้างภาคตัด (section) ของคานในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงแรง ใช้สมการสมดุลของแรงและโมเมนต์ในการสร้างสมการโมเมนต์ดัด ซึ่งหลักการดังกล่าวได้ถูกอธิบายไว้ในหนังสือกลศาสตร์วัสดุทั่วไป

แต่อย่างไรก็ตาม ในการหาสมการโมเมนต์ดัดนั้น วิศวกรจะต้องทำการคำนวณแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้น ณ จุดรองรับของคานเสียก่อน โดยสามารถคำนวณได้จากสมการสมดุลของแรงและโมเมนต์ ดังนั้นหากคานที่ทำการวิเคราะห์เป็นคานต่อเนื่อง (continuous beam) ที่มีจุดรองรับมากกว่า 2 จุด จำนวนตัวแปรที่เกิดขึ้นจะมากกว่าจำนวนของสมการสมดุลที่มี วิศวกรจึงจำเป็นต้องใช้เทคนิคอื่น ๆ เช่น วิธีสมการสามโมเมนต์ เข้ามาช่วยในการประเมินค่าแรงปฏิกิริยา

2.2 วิธีสามโมเมนต์

วิธีสมการสามโมเมนต์ เป็นหนึ่งในวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการคำนวณแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในคานต่อเนื่องที่มีโครงสร้างแบบ statically indeterminate โดยวิธีนี้จะใช้สมการความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดของจุด 3 จุดบนคานต่อเนื่อง

จากรูปที่ 4 พิจารณาคานต่อเนื่องที่มีจุดรองรับ 3 จุด หรือมีช่วงของคาน 2 ช่วง รับแรงกระจายคงที่ ตลอดความยาวคาน หากคานดังกล่าวมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ และวางอยู่บนจุดรองรับที่อยู่ในระดับเดียวกัน เราจะสามารถใช้วิธีสามโมเมนต์เพื่อหาความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น ณ บริเวณจุดรองรับทั้ง 3 ตำแหน่ง ได้ดังนี้



รูปที่ 4 แนวทางของวิธีสามโมเมนต์

$$M_L L_L + 2M_C(L_L + L_R) + M_R L_R = -\frac{w}{4}(L_L^3 + L_R^3) \quad (2)$$

โดยที่

M_L = โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น ณ จุดรองรับ L (นิวตันเมตร)

M_C = โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น ณ จุดรองรับ C (นิวตันเมตร)

M_R = โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น ณ จุดรองรับ R (นิวตันเมตร)

L_L = ระยะห่างระหว่างจุดรองรับ L และ C (เมตร)

L_R = ระยะห่างระหว่างจุดรองรับ C และ R (เมตร)

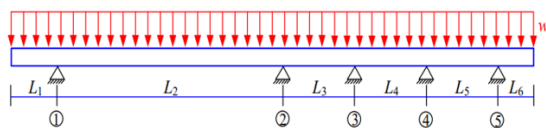
w = ภาระโหลดในรูปแบบแรงกระจาย (กิโลนิวตันต่อเมตร)

กรณีที่คานามีจุดรองรับมากกว่า 3 ตำแหน่ง เรายังสามารถใช้สมการที่ (2) ในการหาค่าโมเมนต์ที่เกิดขึ้นที่จุดรองรับได้โดยการแบ่งคานาออกเป็นช่วง ๆ โดยให้แต่ละช่วงมีจุดรองรับช่วงละ 3 ตำแหน่ง

3. การประยุกต์ใช้วิธีการสามโมเมนต์เพื่อวิเคราะห์ค่าโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในแชสซีของส่วนพ่วงของรถบรรทุกกึ่งพ่วง 6 เพลา

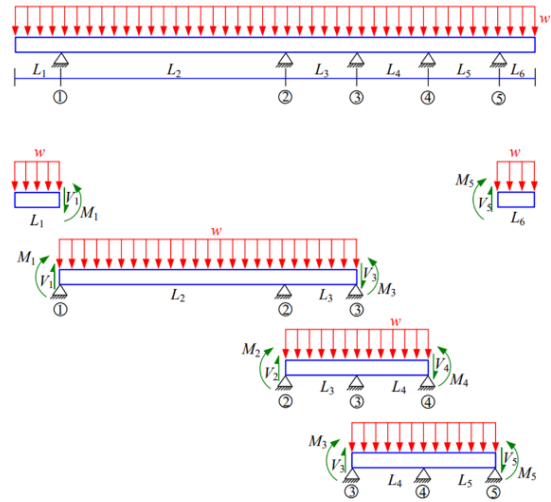
จากรูปที่ 1 (ก) เราสามารถเขียนแผนภาพอิสระของแรง ของแชสซีของส่วนพ่วงของรถบรรทุกกึ่งพ่วง 6 เพลา ได้ดังรูปที่ 5

โดยที่ w คือ น้ำหนักบรรทุกทุกซึ่งอยู่ในรูปแรงกระจาย L_1, L_2, \dots, L_6 คือ ระยะห่างระหว่างจุดรองรับ



รูปที่ 5 แบบจำลองของแชสซีขณะรับโหลด

จากรูปที่ 5 เราสามารถหาความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น ณ จุดรองรับของคานาทั้ง 5 ตำแหน่งตามแนวทางของวิธีการสามโมเมนต์ ได้โดยการแบ่งคานาออกเป็น 3 ช่วง ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 การแบ่งช่วงของคานาตามแนวทางของวิธีการสามโมเมนต์

เมื่อนำสมการที่ (2) มาประยุกต์ใช้กับโครงสร้างของคานาในรูปที่ 6 จะได้ระบบสมการที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ของโมเมนต์ที่เกิดขึ้น ณ จุดรองรับของช่วงคานาทั้ง 5 ช่วง ดังนี้

$$M_1 = -\frac{w}{2} L_1^2$$

$$M_1 L_2 + 2M_2(L_2 + L_3) + M_3 L_3 = -\frac{w}{4}(L_2^3 + L_3^3)$$

$$M_2 L_3 + 2M_3(L_3 + L_4) + M_4 L_4 = -\frac{w}{4}(L_3^3 + L_4^3)$$

$$M_3 L_4 + 2M_4(L_4 + L_5) + M_5 L_5 = -\frac{w}{4}(L_4^3 + L_5^3)$$

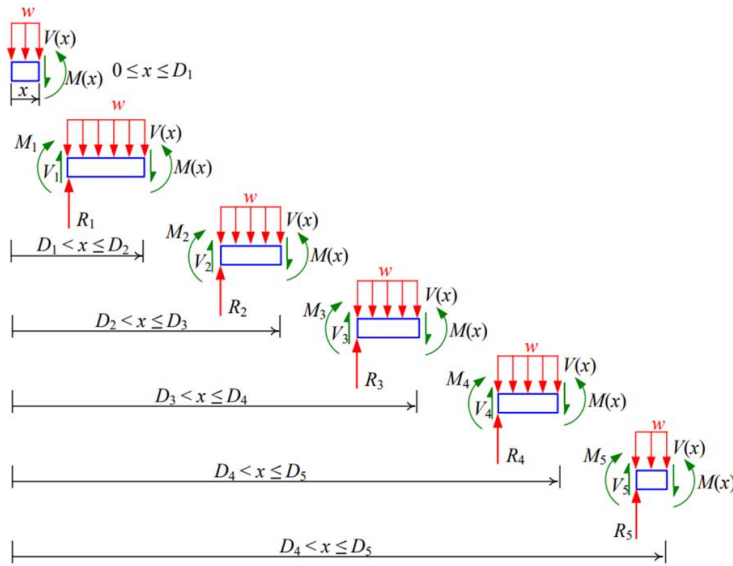
$$M_5 = -\frac{w}{2} L_6^2 \quad (3)$$

ตัวแปรในสมการที่ (3) ที่ยังไม่ทราบค่าคือ เมื่อ

M_2, M_3 และ M_4 ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่าดังกล่าวได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_2 + L_3 & L_3 / 2 & 0 \\ L_3 / 2 & L_3 + L_4 & L_4 / 2 \\ 0 & L_4 / 2 & L_4 + L_5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{wL_1^2L_2}{4} - \frac{w(L_2^3 + L_3^3)}{8} \\ -\frac{w(L_3^3 + L_4^3)}{8} \\ \frac{wL_5L_6^2}{4} - \frac{w(L_4^3 + L_5^3)}{8} \end{bmatrix} \quad (5)$$



รูปที่ 7 ผังวัตถุอิสระสำหรับภาคตัดคานช่วงต่าง ๆ

พิจารณาภาคตัดคานดังรูปที่ 7 ในที่นี้ M_1, M_2, \dots, M_5 คือค่าโมเมนต์ตัดที่จุดรองรับ ซึ่งหาได้จากสมการ (3) และ (4) ค่าโมเมนต์ตัดในช่วง $D_n \leq x \leq D_{n+1}$ เมื่อ $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ คือ

$$M(x) = M_n + (R_n + V_n)(x - D_n) - 0.5w(x - D_n)^2 \quad (6)$$

เนื่องจาก $M(x = D_{n+1}) = M_{n+1}$ และ $D_{n+1} - D_n = L_{n+1}$ แทนค่าใน (6) แล้วแก้สมการจะได้ว่า

$$R_n + V_n = \frac{wL_{n+1}}{2} + \frac{M_{n+1} - M_n}{L_{n+1}} \quad (7)$$

แทนค่าสมการ (7) ใน (6) จะได้ว่า

$$M(x) = M_n + \left(\frac{wL_{n+1}}{2} + \frac{M_{n+1} - M_n}{L_{n+1}}\right)(x - D_n) - \frac{w(x - D_n)^2}{2} \quad (8)$$

ที่ตำแหน่งปลายคาน $M_0 = 0, M_6 = 0$ และ $M_1 = -wL^2 / 2$ จากสมการ (8) สมการโมเมนต์ตัดในแต่ละช่วงสามารถเขียนได้ดังนี้

ช่วง $0 \leq x \leq D_1$

$$M(x) = -\frac{wx^2}{2} \quad (9)$$

ช่วง $D_1 \leq x \leq D_2$

$$M(x) = M_1 + \left(\frac{wL_2}{2} + \frac{M_2 - M_1}{L_2}\right)(x - D_1) - \frac{w(x - D_1)^2}{2} \quad (10)$$

ช่วง $D_2 \leq x \leq D_3$

$$M(x) = M_2 + \left(\frac{wL_3}{2} + \frac{M_3 - M_2}{L_3}\right)(x - D_2) - \frac{w(x - D_2)^2}{2} \quad (11)$$

ช่วง $D_3 \leq x \leq D_4$

$$M(x) = M_3 + \left(\frac{wL_4}{2} + \frac{M_4 - M_3}{L_4}\right)(x - D_3) - \frac{w(x - D_3)^2}{2} \quad (12)$$

ช่วง $D_4 \leq x \leq D_5$

$$M(x) = M_4 + \left(\frac{wL_5}{2} + \frac{M_5 - M_4}{L_5}\right)(x - D_4) - \frac{w(x - D_4)^2}{2} \quad (13)$$

ช่วง $D_5 \leq x \leq D_6$ เราพบว่า $M(D_6) = 0$ ดังนั้น

$$M(x) = M_5 + \left(\frac{wL_6}{2} + \frac{-M_5}{L_6}\right)(x - D_5) - \frac{w(x - D_5)^2}{2} \quad (14)$$

จากการวิเคราะห์สมดุลขอแอสซีสามารถสรุปขั้นตอนการหาค่าความเค้นดัดที่เกิดขึ้นในแอสซีของส่วนพ่วงของรถบรรทุกกึ่งพ่วง 6 เพลา ได้ดังนี้

- 1) กำหนดค่าแรงกระจายต่อความยาว W และระยะของจุดรองรับ L_1, L_2, \dots, L_6
- 2) คำนวณค่าโมเมนต์ดัดที่จุดรองรับ M_1, M_2, \dots, M_5 โดยใช้สมการ (3) และ (4)
- 3) หาสมการโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในคานแต่ละช่วงโดยใช้สมการ (9) – (14)
- 4) นำสมการโมเมนต์ดัดที่ได้ไปเขียนกราฟเพื่อหาค่าโมเมนต์ดัดสูงสุด และความเค้นสูง
- 5) คำนวณขนาดหน้าตัดของคานที่สามารถรับแรงได้อย่างปลอดภัย จากนั้นจึงเลือกวัสดุที่จะนำมาใช้ทำแอสซี

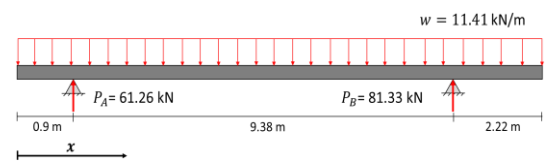
4. กรณีศึกษา

หัวข้อนี้จะนำเสนอการออกแบบแอสซีที่ใช้สำหรับส่วนพ่วงของรถบรรทุกกึ่งพ่วง 6 เพลา ที่มีความยาว 12.5 เมตร ซึ่งทำจากเหล็ก SS400 โดยแอสซีที่ถูกออกแบบจะถูกใช้สำหรับการรับน้ำหนักบรรทุกทุกขนาด 30 ตัน หรือแอสซีจะรับแรง 15 ตัน คิดเป็นแรงกระจายตลอดความยาวแอสซีเท่ากับ 11.41 กิโลนิวตันต่อเมตร (นำภาระโหลดที่แอสซีได้รับหารด้วยพื้นที่คานบนของโครงสร้างแอสซี) โดยตัวโครงสร้างของแอสซีมีระยะห่างระหว่างสลักพ่วง เต้าแหบ และเต้าโตงเตงดังแสดงในรูปที่ 1 (ข)

สำหรับการออกแบบจะใช้การคำนวณ 2 วิธี ได้แก่ การคำนวณโดยพิจารณาให้แอสซีเป็นคานอย่างง่าย และการคำนวณโดยพิจารณาให้แอสซีเป็นคานต่อเนื่องที่มีจุดรองรับ 5 จุด โดยในการคำนวณจะพิจารณาให้คานมีหน้าตัดคงที่ตลอดความยาวคานผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณจากทั้ง 2 วิธีจะถูกนำมาเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างขนาดของหน้าตัดและต้นทุนที่ใช้ในการผลิต

4.1 การคำนวณโดยพิจารณาให้แอสซีเป็นคานอย่างง่าย

จากรูปที่ 1 (ข) กำหนดตำแหน่งของจุดรองรับ ดังรูปที่ 8 ใช้สมการสมดุลวิเคราะห์แรงที่เกิดขึ้นที่จุดรองรับ จะได้ว่า $P_A = 61.26$ กิโลนิวตัน และ $P_B = 81.33$ กิโลนิวตัน นำแรงปฏิกิริยาที่ได้ไปสร้างสมการของโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงความยาวคานผลลัพธ์แสดงในตารางที่ 1



รูปที่ 8 ผังวัตถุอิสระของแอสซีรถบรรทุก กรณีพิจารณาให้เป็นคานอย่างง่าย

ตารางที่ 1 สมการโมเมนต์ดัดของคานอย่างง่าย

ช่วงคาน (เมตร)	สมการโมเมนต์ดัด (กิโลนิวตันเมตร)
$0 \leq x < 0.9$	$M(x) = -5.704x^2$
$0.9 \leq x < 10.28$	$M(x) = -5.704x^2 + 61.26(x - 0.9)$
$10.28 \leq x \leq 12.5$	$M(x) = -5.704x^2 + 61.261(x - 0.9) + 81.327(x - 10.28)$

4.2 การคำนวณโดยพิจารณาให้แซสซีเป็นคานต่อเนื่อง

จากรูปที่ 1 (ก) เมื่อพิจารณาให้แซสซีมีลักษณะเป็นคานเป็นคานต่อเนื่องที่มีจุดรองรับ 5 จุด กำหนดตำแหน่งของจุดรองรับดังรูปที่ 9 เมื่อแทนค่าในสมการ (3) และ (4) โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นที่จุดรองรับของคานมีค่าดังนี้

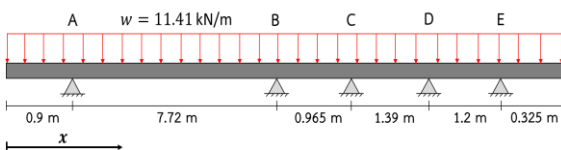
$M_1 = -4.62$ กิโลนิวตันเมตร

$M_2 = -74.46$ กิโลนิวตันเมตร

$M_3 = 14.95$ กิโลนิวตันเมตร

$M_4 = -6.3$ กิโลนิวตันเมตร

$M_5 = -0.6$ กิโลนิวตันเมตร



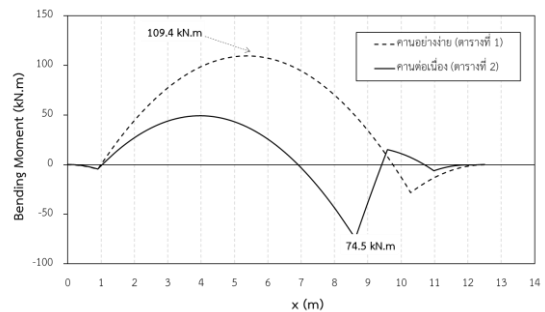
รูปที่ 9 FBD ของแซสซีรถบรรทุก กรณีพิจารณาให้เป็นคานต่อเนื่อง

แทนค่าโมเมนต์ดัดที่จุดรองรับลงในสมการที่ (9)-(14) สมการของโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงความยาวคานแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 สมการโมเมนต์ดัดของคานต่อเนื่อง

ช่วงคาน (เมตร)	สมการโมเมนต์ดัด (กิโลนิวตันเมตร)
$0 \leq x < 0.9$	$M(x) = -5.704x^2$
$0.9 \leq x < 8.63$	$M(x) = -5.704(x - 0.9)^2 + 34.984(x - 0.9) - 4.62$
$8.62 \leq x < 9.585$	$M(x) = -5.704(x - 8.62)^2 + 98.154(x - 8.62) - 74.462$
$9.585 \leq x < 10.975$	$M(x) = -5.704(x - 9.585)^2 - 7.357(x - 9.585) + 14.945$
$10.975 \leq x < 12.17$	$M(x) = -5.704(x - 10.975)^2 + 11.593(x - 10.975) - 6.301$
$12.175 \leq x < 12.5$	$M(x) = -5.704(x - 12.175)^2 + 3.707(x - 12.175) - 0.602$

4.3 เปรียบเทียบผลการคำนวณ



รูปที่ 10 เปรียบเทียบ Bending Moment Diagram ของคานอย่างง่ายและคานแบบต่อเนื่อง

รูปที่ 10 แสดงการเปรียบเทียบค่าโมเมนต์ดัดที่ได้จากการคำนวณจากสมการในตารางที่ 1 และตารางที่ 2 จากรูปจะเห็นว่าผลการคำนวณจากทั้ง 2 วิธีให้ค่าโมเมนต์ดัดที่แตกต่างกันค่อนข้างมาก โดยกรณีพิจารณาให้แซสซีเป็นคานอย่างง่าย (ตารางที่ 1) ให้ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดเป็นบวกเท่ากับ 109.4 กิโลนิวตันเมตร และเกิดที่บริเวณ $x = 5.4$ เมตร ในขณะที่การพิจารณาให้แซสซี

เป็นคานต่อเนื่อง (ตารางที่ 2) ให้ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดเป็นลบเท่ากับ -74.5 กิโลนิวตันเมตร และเกิดที่ตำแหน่ง $x = 8.7$ เมตร

ดังนั้น จากข้อมูลข้างต้นจะเห็นว่าการคำนวณโดยพิจารณาให้แซสซีเป็นคานต่อเนื่องตามลักษณะของโครงสร้างจริงของแซสซีจะให้ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ต่ำกว่าการคำนวณโดยพิจารณาให้แซสซีเป็นคานอย่างง่าย โดยในกรณีศึกษาให้ค่าต่ำกว่าถึงประมาณ 31.9%

4.3.1 การเปรียบเทียบขนาดพื้นที่หน้าตัดของคาน

ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการในตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ถูกนำมาใช้คำนวณค่า section modulus เพื่อใช้ในการเลือกขนาดหน้าตัดของเหล็กที่เหมาะสมสำหรับใช้เป็นแซสซี โดยคำนวณจากสมการที่ 15

$$S = \frac{M_{max} \times SF}{\sigma_y} \tag{15}$$

โดยที่

- S = section modulus (เซนติเมตร³)
- M_{max} = โมเมนต์ดัดสูงสุด (กิโลนิวตันเมตร)
- SF = ค่าความปลอดภัย
- σ_y = ค่าความเค้นครากของวัสดุที่ใช้ในการทำโครงสร้างแซสซี(เมกกะปาสคาล)

จากสมการที่ 15 หากกำหนดให้คานมีความปลอดภัยเท่ากับ 4 และจากคุณสมบัติของเหล็ก SS400 ค่าความเค้นครากจะเท่ากับ 400 เมกกะปาสคาล โดยค่า section modulus ที่ได้จะมีค่าดังนี้

- กรณีพิจารณาให้แซสซีเป็นคานอย่างง่าย ค่า section modulus เท่ากับ 1,093.6 เซนติเมตร³
- กรณีพิจารณาให้แซสซีเป็นคานต่อเนื่อง ค่า section modulus เท่ากับ 744.7 เซนติเมตร³

เมื่อนำค่า section modulus ที่ได้จากการคำนวณข้างต้นไปเลือกขนาดหน้าตัดของเหล็ก H-beam ปีกกว้าง หรือเหล็ก Wide Flange จากตารางเหล็ก (รูปที่ 11) จะได้ผลลัพธ์ดังแสดงในตารางที่ 3

Nominal size	Weight	Sectional Dimension						Sectional Area			Moment of Inertia			Radius of Gyration			Modulus of Section		
		H	B	t _f	t _w	r	A _f	A _w	A _n	I _x	I _y	I _z	r _x	r _y	r _z	Z _x	Z _y	Z _z	
350x250	69.2	336	249	8.0	12	20	88.15	16,500	3,090	14.5	5.92	1,100	248						
	79.7	340	250	9.0	14	20	101.50	21,700	3,650	14.6	6.00	1,280	292						
	106.0	338	351	13.0	13	20	135.30	28,200	9,380	14.4	8.33	1,670	534						
	115.0	344	348	10.0	16	20	146.00	33,300	11,200	15.1	8.78	1,940	646						
350x350	131.0	344	354	16.0	16	20	166.60	35,300	11,800	14.6	8.43	2,050	669						
	137.0	350	350	12.0	19	20	173.90	40,300	13,600	15.2	8.84	2,300	776						
	156.0	350	357	19.0	19	20	198.40	42,800	14,400	14.7	8.53	2,450	809						
	32.0	298	149	5.5	8	13	40.80	6,320	442	12.4	3.29	424	59						
300x200	36.7	300	150	6.5	9	13	46.78	7,210	508	12.4	3.29	481	68						
	56.8	294	200	8.0	12	18	72.38	11,300	1,600	12.5	4.71	771	160						
300x300	65.4	298	201	9.0	14	18	83.36	13,300	1,900	12.6	4.77	893	189						
	94.5	294	302	12.0	12	18	107.70	16,900	5,520	12.5	7.16	1,150	365						
	97.0	298	299	9.0	14	18	110.80	18,800	6,240	13.0	7.51	1,270	417						
	94.0	300	300	10.0	15	18	119.80	20,400	6,750	13.1	7.51	1,360	450						
300x300	106.0	300	305	15.0	15	18	134.80	21,500	7,100	12.6	7.26	1,440	466						
	106.0	304	301	11.0	17	18	134.80	23,400	7,730	13.2	7.57	1,540	514						

รูปที่ 11 ตารางเหล็ก H-beam ปีกกว้าง [8]

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบของคานอย่างง่ายกับคานต่อเนื่อง

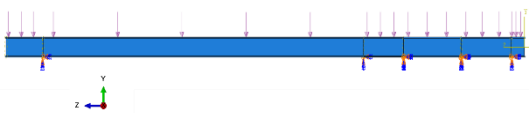
รายละเอียด	คาน	
	คานอย่างง่าย	คานต่อเนื่อง
ขนาด	350x250	300x200
section modulus (เซนติเมตร ³)	1,100	771
σ_{max} (เมกกะปาสคาล)	99.42	96.58
น้ำหนัก (กิโลกรัมต่อเมตร)	69.2	56.8
ความยาว (เมตร)	12.5	12.5
น้ำหนักรวม (กิโลกรัม)	865	710
ราคา (บาทต่อกิโลกรัม)	35	35
รวม (บาท)	30,275	24,850

จากตารางที่ 3 จะเห็นว่าเมื่อพิจารณาที่ขนาดความยาวของแซสซี 12.5 เมตร และราคาเหล็กที่ 35 บาทต่อกิโลกรัม [10] การคำนวณโดยพิจารณาให้แซสซีเป็นคานต่อเนื่องจะได้แซสซีที่มีน้ำหนักลดลง 17.9% เมื่อเทียบกับกรณีของการพิจารณาให้แซสซีเป็นคานอย่างง่าย

4.4 การตรวจสอบความถูกต้องของสมการที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีสามโมเมนต์

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงการสร้างแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของคานต่อเนื่อง (รูปที่ 9) เพื่อใช้ในการยืนยันความถูกต้องของคำตอบที่ได้จากการนำวิธีสามโมเมนต์มาประยุกต์ใช้ในการเลือกหน้าตัดของคาน โดยทำการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของคานต่อเนื่องในตารางที่ 3 (เหล็ก H-beam ขนาดหน้าตัด H 300x200 ที่ $t_1 = 8$ mm. และ $t_2 = 12$ mm.) รับภาระตามรูปที่ 12 ด้วยโปรแกรม ABAQUS [9] ซึ่งมีรายละเอียดในการสร้างแบบจำลองดังนี้

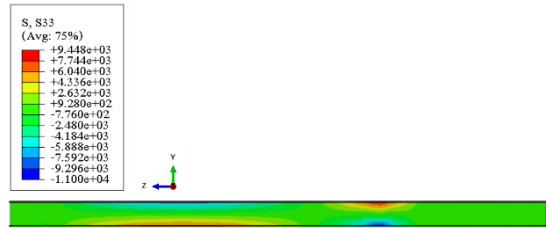
- แบบจำลองถูกสร้างขึ้นด้วยแบบเอลิเมนต์ 3 มิติสี่เหลี่ยม 8 โหนด (hexahedral elements of type, C3D8R)
- กำหนดภาระในรูปของความดันขนาด 0.0376 เมกกะปาสคาล กระจายลงบริเวณพื้นที่ด้านบนของโครงสร้างแซสซี โดยค่าความดันดังกล่าวถูกคำนวณมาจากการนำน้ำหนักบรรทุกทุกขนาด 30 ตัน ทารด้วยพื้นที่ด้านบนของโครงสร้างแซสซี (รูปที่ 12)
- กำหนด Boundary condition ที่จุดรองรับทั้ง 5 ตำแหน่ง ดังแสดงในรูปที่ 12 โดยกำหนดให้จุดรองรับดังกล่าวสามารถหมุนรอบแกน x ได้เพียงอย่างเดียว (ไม่สามารถเคลื่อนที่ตามแนวแกน x, y และ z ได้ และไม่สามารถหมุนรอบแกน y และ แกน z ได้)
- กำหนดการประมวลผลของแบบจำลองเป็นแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ (Elastic)



รูปที่ 12 ลักษณะการกำหนด Boundary condition และโหลด

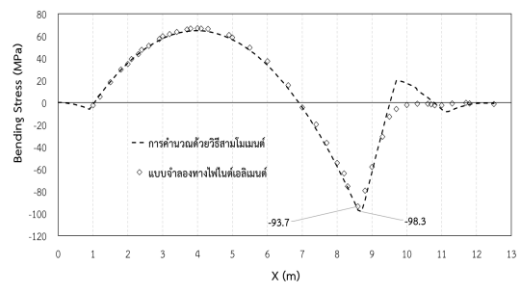
ในการประมวลผลของแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ผู้วิจัยได้ทำการเพิ่มจำนวนของเอลิเมนต์ในแบบจำลอง จนกระทั่งผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองวิ่งเข้า

สู่ค่าคงที่ ซึ่งจากผลการศึกษาพบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองจะวิ่งเข้าสู่ค่าคงที่เมื่อจำนวนของเอลิเมนต์มีจำนวนมากกว่า 2,256 เอลิเมนต์ ซึ่งได้ผลลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 13



รูปที่ 13 ผลกระจายตัวของความเค้นดัดที่เกิดขึ้นในแซสซีขณะรับน้ำหนักบรรทุก

รูปที่ 14 แสดงการเปรียบเทียบค่าความเค้นดัดที่เกิดขึ้นในแซสซี ระหว่างผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ค่าโมเมนต์ดัดที่ได้จากตารางที่ 2 และผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ จากรูปจะเห็นว่าค่าความเค้นที่ได้จากทั้ง 2 วิธี มีความสอดคล้องกันและมีความแตกต่างกันไม่เกิน 4.9% โดยความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นจากกรณีที่คำนวณด้วยวิธีสมการสามโมเมนต์มีค่าเท่ากับ 98.3 เมกกะปาสคาล ในขณะที่ความเค้นดัดสูงสุดที่เกิดขึ้นในแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าเท่ากับ 93.7 เมกกะปาสคาล ที่บริเวณ $x = 8.6$ เมตร ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าสมการที่ 4, 5 และ 6 สามารถนำไปใช้ในการประเมินเพื่อหาค่าแรงปฏิกิริยา และโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในคานต่อเนื่องที่มีจุดรองรับ 5 จุด ได้อย่างถูกต้อง



รูปที่ 14 การเปรียบเทียบค่าความเค้นดัดในแซสซี

5. สรุป

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอวิธีการทางเลือกสำหรับใช้ในการออกแบบแชสซีของส่วนพ่วงของรถบรรทุกกึ่งพ่วง 6 เพลา โดยวิธีการที่นำเสนอนี้จะทำการพิจารณาให้แชสซีของส่วนพ่วงมีลักษณะเป็นคานต่อเนื่องที่มีจุดรองรับ 5 จุด และใช้สมการที่ถูกพัฒนาขึ้นในงานวิจัยด้วยวิธีสามโมเมนต์ในการวิเคราะห์เพื่อหาแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นที่จุดรองรับ

จากการทดลองใช้วิธีการดังกล่าวกับกรณีศึกษาในงานวิจัย พบว่าการพิจารณาให้แชสซีเป็นคานต่อเนื่องนั้นจะส่งผลให้วิศวกรสามารถเลือกขนาดหน้าตัดของเหล็กที่ใช้ในการทำแชสซีได้เหมาะสมมากกว่าวิธีการที่ใช้ในการออกแบบแชสซีในปัจจุบัน ส่งผลให้แชสซีที่ได้รับการออกแบบมีน้ำหนักลดลง และสามารถลดต้นทุนในการผลิตได้

นอกจากนี้ งานวิจัยนี้ยังได้ทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากสมการที่สร้างขึ้นในงานวิจัย กับผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อยืนยันความน่าเชื่อถือของงานวิจัย ผลการเปรียบเทียบพบว่าวิธีการที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้มีความน่าเชื่อถือ และสามารถนำไปใช้ในการออกแบบแชสซีของส่วนพ่วงรถบรรทุกกึ่งพ่วง 6 เพลาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยเรื่อง การออกแบบแชสซีรถบรรทุกด้วยวิธีสมการสามโมเมนต์ โดยมหาวิทยาลัยพะเยาได้รับการสนับสนุนจาก กองทุนส่งเสริม ววน. ภายใต้โครงการวิจัย “ต้นแบบการพัฒนาระบบเพื่อส่งเสริมทักษะอาชีพสำหรับเทคโนโลยีอุตสาหกรรม ตามบริบทภาคเหนือตอนบน” ทั้งนี้จึงขอขอบคุณเป็นอย่างสูง

7. เอกสารอ้างอิง

[1] S. Piyanuch. (2019, August 06). Industry Outlook (1st ed.). [Online]. Available: <https://www.krungsri.com>

- [2] S. Srisarin, A. Nattaya, T. Aeknaree and W. Sasiwimon, “Logistics Cost Analysis For Private Transport Entrepreneurs A Case Study Of ABC Company Limited,” Southeast Bangkok Journal, vol. 7, no.1, pp. 15-27, Jan.-Jun. 2021
- [3] A. Agarwal and L. Mthembu, “Weight optimization of heavy-duty truck chassis by optimal space fill design using light weight Graphite Al GA 7-230 MMC,” Materials Today Journal, vol. 52, pp. 1278-1287, Mar. 2022.
- [4] A. Agarwal and L. Mthembu, “FE design analysis and optimization of heavy-duty truck chassis using sparse grid initialization technique,” Materials Today Journal, vol. 60, pp. 2084-2092, May. 2022.
- [5] S. Mohd and G. Amir, “Design and Analysis of ‘Eco’ Car Chassis,” Procedia Engineering Journal, vol. 41, pp. 1756-1760, 2012.
- [6] A. Warid and T. Shan, Machine Design, 1st ed. Thailand: SE-EDUCATION, 2013.
- [7] N. Todsapon, “A Study Of Fuel Consumption Of Trucks,” Ph.D. dissertation, Dept. B. Eng., Suranaree Univ., Nakhon Ratchasima, Thailand, 2013.
- [8] Siam Yamato Steel co. ltd. (2019, August 06). H-Beam TIS 1227-2558. [Online]. Available: <https://www.syssteel.com/>
- [9] Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc, “ABAQUS/Standard User Manual,” Rhode Island.
- [10] Steel leader of Thailand. (2019, August 06). H Beam Price. [Online]. Available: <https://www.steellead.com>