เทคนิคการสร้างแถวสำหรับแก้ไขปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่

อภิศักดิ์ วิทยาประภากร[1*] เอราวิล ถาวร[2]
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา 19 หมู่ 2 ตำบลแม่กา อำเภอเมือง จังหวัดพะเยา 56000
เริงทิวา ทิพยศักดิ์[3] และ พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล[4]
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 50 ถนนงามวงศ์วาน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ที่ศึกษาทุกทางเลือกการลงทุนภายใต้ทรัพยากรที่จำกัด โดยใช้เทคนิคการสร้างแถว จำนวนเงื่อนไขของทางเลือก (Combinatorial Constraints) ในตัวแบบทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 2^N-1 เงื่อนไข เมื่อ N คือจำนวนโครงการ ในกรณีที่ปัญหาการจัดสรรเงินทุนมีหลายโครงการทำให้จำนวนเงื่อนไขเกิดขึ้นมากตามไปด้วยส่งผลให้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีขนาดใหญ่และอาจไม่สามารถหาคำตอบได้ ผู้วิจัย จึงใช้เทคนิคการสร้างแถว (Row Generation) เพื่อลดจำนวนเงื่อนไขในปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ให้เหลือเฉพาะเงื่อนไขที่จำเป็นในการหาคำตอบ ผลของงานวิจัยพบว่า การแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสร้างแถวใช้เวลาน้อยกว่าการใช้โปรแกรมเชิงเส้นเมื่อมีจำนวนของโครงการตั้งแต่ 12 โครงการขึ้นไป ยกตัวอย่างเช่น กรณีที่มี 20 โครงการ การหาคำตอบด้วยวิธีเชิงเส้นใช้เวลามากกว่า 48 ชั่วโมง กรณีที่มี 50 โครงการ การหาคำตอบด้วยเทคนิคการสร้างแถวใช้เวลาไม่เกิน 5 นาที

คำสำคัญ: ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่, เทคนิคการสร้างแถว, โปรแกรมเชิงเส้นขนาดใหญ่, ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

* Corresponding author. E-mail: aphisak.wi@up.ac.th

[1] อาจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา

[2] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา

[3] อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

[4] รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Row Generation Technique to Solve the Problems of Capital Budgeting Allocation under Combinatorial Constraints

Aphisak Witthayapraphakorn[1*] Erawin Thavorn[2]
School of Engineering, University of Phayao, 19, Moo 2, Maeka Subdistrict, Muang District, Phayao 56000
Rerngtiwa Tippayasak[3] and Peerayuth Charnsethikul[4]
Faculty of Engineering, Kasetsart University, 50 Ngam Wong Wan Road, Lat Yao Subdistrict, Chatuchak District, Bangkok 10900

Abstract

This research aims to study capital budgeting allocation under very large combinatorial constraints to consider all alternatives of project investments under limited resources using the row generation technique. The amount of combinatorial constraints in mathematical model of this research is equal to 2^N-1 where N is the number of projects. If problems of capital budgeting allocation occur due to many projects, many constraints will follow accordingly. As a result, the mathematical model will consist of a very large N and may have difficulty in solving the problems. Therefore, the researchers apply the row generation technique to reduce a number of constraints of capital budgeting allocation down to the number of constraints necessary to find the answers. The results indicate that the row generation technique uses less processing time than the linear programming with over 12 projects. For example, for 20 projects, the processing time to solve the problems by using the linear programming technique is more than 48 hours. On the other hand, for 50 projects, the processing time to solve the problems by using the row generation technique is less than 5 minutes.

Keywords: Problem of Capital Budgeting Allocation under Combinatorial Constraints, Row Generation Technique, Large-scale Linear Programming, Mathematical Model

* Corresponding author. E-mail: aphisak.wi@up.ac.th
[1] Lecturer in Department of Industrial Engineering, School of Engineering, University of Phayao
[2] Assistant Professor in Department of Industrial Engineering, School of Engineering, University of Phayao
[3] Lecturer in Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Kasetsart University
[4] Associate Professor in Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Kasetsart University

1. บทนำ

ปัญหาการจัดสรรเงินทุน (Capital Budgeting Problem) คือ ปัญหาที่ต้องการจัดสรรทรัพยากรด้านการเงินให้แก่โครงการต่างๆ เพื่อที่ให้ได้ผลตอบแทนสูงสุด ซึ่ง Weingartner [1] ได้นำเสนอการใช้โปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming; LP) เพื่อหาผลตอบแทนสูงสุดที่ได้รับจากการลงทุนในโครงการ โดยปัญหาการจัดสรรเงินทุนเชิงจัดหมู่มีลักษณะศึกษาทุกทางเลือกการลงทุน (All Combination of Project) จะทำให้เกิดประโยชน์ต่อองค์กรสูงสุด เนื่องจากเป็นการพิจารณาทุกรูปแบบการลงทุน ทั้งนี้ก็เพื่อใช้ในการตัดสินใจ (Decision Making) ว่าองค์กรควรเลือกลงทุนรูปแบบใดให้เกิดประโยชน์สูงสุดภายใต้ทรัพยากรที่จำกัด แต่ปัญหานี้เมื่อแปลงเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์จะมีจำนวนเงื่อนไขของทางเลือกแปรผันกับจำนวนโครงการ (Combinatorial Constraints) ในรูปแบบ 2^N-1 เงื่อนไข โดย N เป็นจำนวนโครงการ ทำให้ในกรณีที่ปัญหาการจัดสรรเงินทุนมีจำนวนหลายโครงการปริมาณเงื่อนไขที่เกิดขึ้นจะมีจำนวนมหาศาล ส่งผลให้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีขนาดใหญ่และอาจไม่สามารถหาคำตอบได้

จากปัญหาที่เกิดขึ้นปริมาณเงื่อนไขทางเลือกในปัญหาการจัดสรรเงินทุนจะมีจำนวนมากคล้ายกับปริมาณเงื่อนไขกำจัดทัวร์ย่อยในปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Travelling Salesman Problem; TSP) ที่นิยามโดย Dantzig และคณะ [2] เพียงแต่ปัญหาการเดินทางของพนักงานขายจะใช้วิธีผ่อนคลายเงื่อนไข (เป็นการลดปริมาณเงื่อนไขกำจัดทัวร์ย่อยด้วยวิธีไม่ใส่เงื่อนไขกำจัดทัวร์ย่อยแล้วหาคำตอบ หากคำตอบที่ได้เกิดทัวร์ย่อยค่อยใส่เงื่อนไขกำจัดทัวร์ย่อยที่เกิดขึ้นลงไปแล้วหาคำตอบซ้ำอีกครั้ง และทำในรูปแบบนี้ไปจนกว่าคำตอบที่ได้จะไม่มีทัวร์ย่อย) จากวิธีการผ่อนคลายเงื่อนไขของปัญหาการเดินทางของพนักงานขายเห็นได้ว่าการหาคำตอบนั้นไม่จำเป็นต้องใช้เงื่อนไขครบก็สามารถหาคำตอบได้ ทำให้ผู้วิจัยมีแนวคิดลดจำนวนเงื่อนไขโดยใช้เฉพาะเงื่อนไขที่จำเป็นเท่านั้น จากแนวคิดนี้ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาถึงวิธีการลดเงื่อนไขที่ไม่จำเป็นและคงไว้ซึ่งเงื่อนไขที่จำเป็น พบว่ามีแนวคิดที่ใกล้เคียงกันคือเทคนิคสร้างสดมภ์ (Column Generation)

เทคนิคสร้างสดมภ์ถูกนำมาใช้ครั้งแรกในการแก้ปัญหาตัดแบ่งวัตถุดิบ (Cutting Stock Problem) [3] ซึ่งต่อมาได้รับความนิยมและนำไปใช้แก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นชนิดต่างๆ เช่น ปัญหาการมอบหมายงาน [4] ปัญหาการผสมสูตรอาหาร [5] เป็นต้น ซึ่งเทคนิคนี้เป็นการลดจำนวนตัวแปรซึ่งมีจำนวนมหาศาลให้เหลือเฉพาะตัวแปรที่สำคัญ โดยมีหลักการคือขั้นแรกจะลดจำนวนตัวแปรทั้งหมดในตัวแบบทางคณิตศาสตร์ให้เหลือเฉพาะตัวแปรตั้งต้น จากนั้นจะสร้างสดมภ์ที่มีเป้าหมายให้ค่าต้นทุนลดลง (Reduce Cost) ต่ำสุด (กรณีปัญหาที่หาค่าต่ำสุด) จากนั้นจะนำสดมภ์และตัวแปรตัดสินใจมาเพิ่มในตัวแบบทางคณิตศาสตร์เรื่อยๆจนกว่าค่าต้นทุนลดลงจะมีค่าที่ไม่ติดลบแล้วจึงหาคำตอบในขั้นสุดท้าย ซึ่งคำตอบที่ได้จะมีค่าเท่ากับการพิจารณาตัวแปรทั้งหมด จากแนวคิดนี้จะเห็นว่าเทคนิคสร้างสดมภ์สามารถลดจำนวนตัวแปรตัดสินใจได้เป็นจำนวนมากและได้คำตอบที่ไม่แตกต่างจากการพิจารณาตัวแปรทั้งหมดทำให้งานวิจัยนี้มีแนวคิดที่จะใช้เฉพาะเงื่อนไขที่สำคัญแทนที่จะใช้เงื่อนไขทั้งหมดเพื่อลดจำนวนเงื่อนไขที่มีอยู่ โดยขั้นแรกจะสร้างเงื่อนไขตั้งต้น แล้วจะค่อยๆ สร้างเงื่อนไขโดยตั้งเป้าหมายให้เงื่อนไขที่สร้างเป็นเงื่อนไขที่ทำให้เกิดการผิดเงื่อนไขมากที่สุด และนำเข้าเงื่อนไขไปในตัวแบบทางคณิตศาสตร์เรื่อยๆ จนกว่าจะไม่มีการผิดเงื่อนไข ซึ่งการทำในลักษณะเช่นนี้ท้ายสุดแล้วคำตอบที่ได้จะไม่ต่างจากการพิจารณาทุกเงื่อนไข เนื่องจากการพิจารณาทุกเงื่อนไขค่าที่ได้ไม่มีทางที่จะดีไปกว่าการพิจารณาบางเงื่อนไข หากแต่ถ้าค่าที่ได้จากการพิจารณาบางเงื่อนไขเมื่อนำไปตรวจสอบกับทุกเงื่อนไขที่ไม่ได้นำมาพิจารณาแล้วไม่ทำให้ผิดเงื่อนไข ค่าที่ได้นั้นย่อมเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการพิจารณาทุกเงื่อนไขเสมอ

จากสิ่งที่กล่าวมาข้างต้น งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์นำเสนอเทคนิคการสร้างแถวมาช่วยหาคำตอบของปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ โดยมีหลักการคือค้นหาสมการเงื่อนไขที่จำเป็นด้วยเทคนิคการสร้างแถวแล้วนำสมการเงื่อนไขเข้าไปแทรกในตัวแบบเริ่มต้น (Initial Model) เรื่อยๆ จนกว่าจะได้คำตอบของปัญหาที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) และเหมาะสมที่สุด (Optimize Solution) ซึ่งในงานวิจัยนี้จะนำเสนอการทดลองด้วยโปรแกรมแมทแลบ (Matlab) เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างเทคนิคสร้างแถวและการใช้โปรแกรมเชิงเส้นแก้ไขปัญหาโดยตรง

ทั้งนี้เพื่อให้เห็นถึงประสิทธิภาพและความเหมาะสมสำหรับการใช้เทคนิคสร้างแถวในปัญหานี้

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลายงานวิจัยที่ประยุกต์ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนให้สอดคล้องกับความเป็นจริงมากขึ้นเช่น การเลือกฟังก์ชันเป้าหมายที่เหมาะสม [6] กรณีสถานการณ์ไม่แน่นอน [7] การจัดการกับอัตราดอกเบี้ย [8] เป็นต้น และมีงานวิจัยหลายงานที่ศึกษาการนำทฤษฎีทางสถิติมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนที่มีความไม่แน่นอน [9] สำหรับปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนที่ศึกษาทุกทางเลือกการลงทุนนั้นจะมีตัวแบบทางคณิตศาสตร์ขนาดใหญ่ส่งผลให้การหาคำตอบเป็นไปได้ยาก ซึ่งมีงานวิจัยที่ประยุกต์หลักการหาคำตอบของปัญหา TSP ไปใช้หาคำตอบกรณีตัวแบบทางคณิตศาสตร์ขนาดใหญ่ที่เรียกว่า เทคนิคการสร้างแถว หรือการสร้างสมการเงื่อนไข (Constrain Generation) สำหรับหาคำตอบปัญหาต่างๆ เช่น Odijk [10] ได้ประยุกต์เทคนิคการสร้างสมการเงื่อนไขเพื่อหาคำตอบของปัญหาการจัดตารางการทำงานของรถไฟที่มีตัวแบบทางคณิตศาสตร์ขนาดใหญ่ ผลการวิจัยพบว่า สามารถหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพและนำไปประยุกต์เพื่อวิเคราะห์เกี่ยวกับระบบรถไฟที่มีขนาดใหญ่ในอนาคตได้ Williams และคณะ [11] ได้ประยุกต์ใช้วิธีการสร้างสมการเงื่อนไขสำหรับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มเพื่อหาแนวทางที่มีประสิทธิภาพในการจัดการทรัพยากรข้อมูล ผลการทดลองพบว่าสามารถหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพและนำไปประยุกต์กับการวางแผนต่างๆ ได้ Koulamas และ T'kindt [12] ได้ศึกษาปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบต่อเนื่องของเครื่องจักรสองเครื่อง (Two-Machine Flow Shop Problem) โดยพิจารณาปัญหาการเลือกงานแบบสองขั้นตอน ซึ่งปัญหาดังกล่าวถือว่าเป็นปัญหา NP-hard และมีตัวแบบคณิตศาสตร์ที่พิจารณาจำนวนทั้งหมด 3,000 งาน ดังนั้นงานวิจัยดังกล่าวจึงได้ใช้วิธีการสร้างสมการเงื่อนไขสำหรับโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มเพื่อหาคำตอบ ผลการทดลองพบว่าสามารถหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวได้และนำไปใช้พิจารณางานที่มากกว่า 100,000 งานหรือมากกว่าได้อีกด้วย

จากนั้นได้มีงานวิจัยที่ได้ประยุกต์วิธีการสร้างแถวร่วมกับสดมภ์เพื่อใช้หาคำตอบกับปัญหาต่างๆ เช่น Suyabatmaz และ Sahin [13] ได้ประยุกต์ใช้วิธีการสร้างสดมภ์-แถว สำหรับการวางแผนการทำงานของพนักงานรถไฟ เนื่องจากเป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ด้วยวิธีการแทรกสดมภ์เพียงอย่างเดียว ผลการทดลองพบว่าวิธีการสร้างสดมภ์-แถว สามารถใช้หาคำตอบได้อย่างเหมาะสม Muter และคณะ [14] ได้พัฒนาวิธีการสร้างสดมภ์-แถวที่พร้อมกันสำหรับปัญหาเชิงเส้นขนาดใหญ่ที่มีรูปแบบของปัญหาคือ จำนวนสดมภ์ขึ้นอยู่กับจำนวนแถว โดยปัญหาเหล่านี้เกิดกับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นที่มีจำนวนตัวแปรแบบเอ็กโปแนนเชียลซึ่งทำให้มีตัวแบบทางคณิตศาสตร์ขนาดใหญ่ การหาคำตอบเป็นไปได้ยาก ผลการทดลองพบว่า วิธีที่พัฒนาขึ้นใหม่สามารถนำมาใช้หาคำตอบกับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นขนาดใหญ่ได้

3. ระเบียบวิธีการวิจัย

สำหรับระเบียบวิธีการวิจัยสามารถอธิบายได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

3.1 ศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการจัดสรรเงินลงทุน และนิยามรูปแบบของปัญหา

สำหรับปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนที่ได้นำมาใช้ในการวิจัยนี้มีพื้นฐานมาจากตัวแบบของ Weingartner [1] ซึ่งสามารถอธิบายรูปแบบของปัญหาได้ดังนี้

- มีจุดมุ่งหมายให้ได้รับผลประโยชน์จากการลงทุนสูงที่สุด
- การจัดสรรเงินทุนจะเป็นการจัดสรรเงินทุนในรูปแบบสัดส่วนโดยค่าสัดส่วนจะมีค่าไม่เกิน 1 และเมื่อรวมกันทุกโครงการจะมีค่าเป็น 1
- การลงทุนจะมีรูปแบบการลงทุน 2^N-1 โดยที่ N เป็นจำนวนโครงการ
- ในแต่ละรูปแบบการลงทุนสามารถลงทุนรวมกันได้ไม่เกินเงื่อนไขสัดส่วนเงินลงทุนที่กำหนดไว้
- เงื่อนไขสัดส่วนเงินลงทุนจะกำหนดจากจำนวนโครงการที่ลงทุน เช่น รูปแบบที่มีการลงทุน 4 โครงการจะ

ลงทุนรวมกันได้ไม่เกิน 0.5 ของสัดส่วนเงินลงทุน โดยเงื่อนไขสัดส่วนเงินลงทุนจะมีทั้งหมด N-1 รูปแบบ

จากรูปแบบของปัญหาที่กล่าวมาสามารถเขียนรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ดังแสดงในตัวแบบ (1)

ตัวแบบปัญหาการจัดสรรเงินทุน (1)

Max $\quad Z = \sum_{j=1}^{N} c_j x_j \qquad (1.1)$

s.t. $\quad \sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j \le b_i, \quad i = 1,2,\ldots,m \qquad (1.2)$

$\sum_{j=1}^{N} x_j \le 1 \qquad (1.3)$

$0 \le x_j \le 1 \qquad (1.4)$

โดยที่ค่า b_i ขึ้นกับผลรวมของจำนวนการลงทุนในเงื่อนไขที่ i ($\sum_{j=1}^{N} a_{ij}$) ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าของ b_i ขึ้นกับผลรวมของจำนวนการลงทุนในเงื่อนไขที่ i

$\sum_{j=1}^{N} a_{ij}$	b_i
1	G_1
2	G_2
⋮	⋮
h	G_h
⋮	⋮
N-1	G_{N-1}

และมีตัวแปรดังแสดงต่อไปนี้

- Z คือ ค่าเป้าหมาย มีจุดประสงค์ให้ผลประโยชน์ที่ได้รับจากการลงทุนมีค่าสูงสุด (Maximum)
- c_j คือ ผลประโยชน์ที่ได้รับจากการลงทุนโครงการ j
- x_j คือ ตัวแปรตัดสินใจซึ่งมีค่าเป็นสัดส่วนการลงทุนในแต่ละโครงการ j
- a_{ij} คือ การลงทุนโครงการ j ภายใต้รูปแบบการลงทุนที่ i โดยที่ a_{ij} = 1 หรือ 0
- b_i คือ ข้อจำกัดสัดส่วนการลงทุนรูปแบบที่ i โดยที่ i = 1, 2, 3, ..., m (m จะมีค่าเท่ากับ 2^N-1 โดย N จะเป็นจำนวนโครงการที่ถูกนำมาพิจารณา) ซึ่งค่าของ b_i จะมีทั้งหมด N ค่าซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนโครงการลงทุน ($\sum_{j=1}^{N} a_{ij}$)
- G_h คือ สัดส่วนการลงทุนใช้แทนใน b_i เพื่อสร้างเงื่อนไขการลงทุนโดยมีค่าขึ้นอยู่กับผลรวมโครงการลงทุน ($\sum_{j=1}^{N} a_{ij}$) ภายใต้เงื่อนไขที่ i ซึ่ง $G_h < G_{h+1}$ เสมอ และ $0 < G_h < 1$
- N คือ จำนวนโครงการที่ถูกนำมาพิจารณาสัดส่วนการลงทุน
- m คือ จำนวนการลงทุนมีค่าเท่ากับ 2^N-1
- h คือ ผลรวมจำนวนโครงการการลงทุน ($\sum_{j=1}^{N} a_{ij}$) ภายใต้เงื่อนไขที่ i

ตัวแบบ (1) สามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้ สมการ (1.1) เป็นสมการเป้าหมายโดยตั้งเป้าหมายให้การลงทุนเกิดผลประโยชน์สูงที่สุด สมการ (1.2) เป็นการตั้งเงื่อนไขให้รูปแบบการลงทุนที่ i ต้องมีสัดส่วนการลงทุนรวมกันไม่เกินสัดส่วนการลงทุนที่กำหนดไว้ (b_i) สมการ (1.3) เป็นการตั้งเงื่อนไขให้เมื่อรวมสัดส่วนการลงทุนทั้งหมดแล้วต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1 เพื่อจัดสรรการลงทุนที่มีอยู่ให้ไม่เกินจำนวนเงินลงทุนที่มี สมการ (1.4) เป็นเงื่อนไขกำหนดให้สัดส่วนการลงทุนต้องอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 เท่านั้น ตารางที่ 1 เป็นตารางที่ใช้กำหนดค่า b_i เพื่อนำมาแทนในเงื่อนไขที่ i โดยมีค่าอยู่ระหว่าง G_1 ถึง G_n โดยค่าที่นำมาใช้จะขึ้นอยู่กับผลรวมจำนวนโครงการที่ลงทุน ($\sum_{j=1}^{N} a_{ij}$) ในเงื่อนไขที่ i

3.2 ศึกษาวิธีการหาคำตอบด้วยเทคนิคการสร้างแถวและนิยามตัวแบบทางคณิตศาสตร์กรณีผ่อนคลายเงื่อนไข

สำหรับเทคนิคการสร้างแถวที่เป็นพื้นฐานของงานวิจัยนี้คือ เทคนิคสร้างแถวของ TSP โดยงานวิจัยนี้จะผ่อนคลายเงื่อนไขที่ (1.2) ก่อนเป็นอันดับแรก จากนั้นจึงเพิ่มเงื่อนไขที่จำเป็นเข้ามาจนกว่าจะได้คำตอบที่เป็นไปได้ ซึ่งสามารถเขียนในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ดังแสดงในตัวแบบ (2)

ตัวแบบปัญหาการจัดสรรเงินทุนกรณีผ่อนคลายเงื่อนไข (2)

Max $\quad Z = \sum_{j=1}^{N} c_j x_j \qquad (2.1)$

s.t. $\quad \sum_{j=1}^{N} a_{rj} x_j \le b_r, \quad r = 1,2,\ldots,\mathrm{R} \qquad (2.2)$

$\sum_{j=1}^{N} x_j \le 1 \qquad (2.3)$

$0 \le x_j \le 1 \qquad (2.4)$

โดยที่ค่า b_r ขึ้นกับผลรวมของจำนวนโครงการลงทุนในรอบหาคำตอบที่ r ($\sum_{j=1}^{N} a_{rj}$) ดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ค่าของ b_r โดยขึ้นกับจำนวนโครงการลงทุนในรอบหาคำตอบที่ r

$\sum_{j=1}^{N} a_{rj}$	b_r
1	G_1
2	G_2
⋮	⋮
h	G_h
⋮	⋮
N-1	G_{N-1}

และมีตัวแปรเพิ่มเติมดังแสดงต่อไปนี้

- a_{rj} คือ การลงทุนในโครงการ j ของรอบการหาคำตอบที่ r ซึ่งรอบหาคำตอบที่ r=1 สามารถใช้เงื่อนไขอะไรมาใส่ก่อนก็ได้เพื่อหาคำตอบในขั้นต้น หลังจากนั้นค่อยใช้ค่า $a_{r+1,j}$ ซึ่งสามารถหาได้จากตัวแบบ (2) แล้วนำไปเพิ่มในตัวแบบ (1) ตั้งแต่การหาคำตอบรอบที่ 2 เป็นต้นไป โดยอธิบายไว้ในตัวแบบ (2)
- b_r คือ ข้อจำกัดสัดส่วนการลงทุนของรอบการหาคำตอบที่ r ซึ่งในรอบหาคำตอบที่ r=1 จะมีค่าสอดคล้องกับ a_{1j} หลังจากนั้นค่อยใช้ค่า b_{r+1} ซึ่งสามารถหาได้จากตัวแบบ (2) แล้วนำไปเพิ่มในตัวแบบ (1) ตั้งแต่การหาคำตอบรอบที่ 2 เป็นต้นไป โดยอธิบายไว้ในตัวแบบ (2)

ตัวแบบ (2) มีโครงสร้างคล้ายตัวแบบ (1) แต่แตกต่างที่สมการ (2.2) เป็นการผ่อนคลายเงื่อนไขของสมการ (1.2) โดยสมการ (2.2) ไม่ใช้เงื่อนไขทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดหากแต่ใช้เงื่อนไขเท่าที่จำเป็นเท่านั้น โดยเงื่อนไขจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ตามรอบการหาคำตอบและจะสิ้นสุดเมื่อมีคำตอบที่เป็นไปได้และเหมาะสมที่สุดในรอบที่ R โดยที่ $\mathrm{R} \geq m$

3.3 ศึกษาวิธีสร้างสดมภ์เพื่อประยุกต์ใช้สำหรับการสร้างแถว และนิยามตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับสร้างแถว

สำหรับเทคนิคการสร้างแถวมีพื้นฐานมาจากวิธีสร้างสดมภ์ โดยจะสร้างแถวที่จำเป็นสำหรับการหาคำตอบ (สำหรับงานวิจัยนี้ใช้ค่าที่ผิดเงื่อนไขเป็นการระบุความสำคัญ โดยที่ ยิ่งผิดเงื่อนไขมากยิ่งมีความสำคัญมาก) เพื่อนำมาใช้ในเทคนิคสร้างแถว สามารถอธิบายเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตัวแบบ (3)

ตัวแบบสำหรับการสร้างแถวหรือเงื่อนไข (3)

Max $\quad T^{k^r} = \sum_{j=1}^{N} a_j^{k^r} x_j^{r^*} - b_k \qquad (3.1)$

s.t. $\quad \sum_{j=1}^{N} a_j^{k^r} = k \qquad (3.2)$

$a_j^{k^r} = \{0,1\} \qquad (3.3)$

$k = 1,\ldots,N-1 \qquad (3.4)$

โดยที่ค่า b_k จะขึ้นกับค่า *k* ดังแสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่าของ b_k โดยขึ้นกับค่า k

k	b_k
1	G_1
2	G_2
⋮	⋮
h	G_h
⋮	⋮
N-1	G_{N-1}

และมีตัวแปรเพิ่มเติมดังแสดงต่อไปนี้

- T^{k^r} คือ ค่าเป้าหมายโดยมีจุดประสงค์ให้มีค่าผิดเงื่อนไขสูงที่สุดภายใต้รูปแบบการลงทุน k โครงการ ในรอบที่ r
- $a_j^{k^r}$ คือ ตัวแปรตัดสินใจการลงทุนโครงการ j ในกรณีที่กำหนดให้มีการลงทุน k โครงการ ในรอบที่ r
- $x_j^{r^*}$ คือ ค่าคงที่ที่ได้มาจากการหาค่า x_j ในตัวแบบ (2) รอบการหาคำตอบที่ r
- b_k คือ ข้อจำกัดสัดส่วนการลงทุนในกรณีมีการลงทุน k โครงการ
- k คือ ผลรวมจำนวนโครงการลงทุนโดยจะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง N-1 ใช้สำหรับหารูปแบบเงื่อนไขการลงทุนที่ผิดเงื่อนไขมาที่สุดในตัวแบบ (3)

- $a_{r+1,j}$ คือ รูปแบบลงทุนในโครงการที่ j ซึ่งคัดเลือกมาจากค่า $a_j^{k^r}$ ของ T^{k^r} ที่มีค่าเป็นบวกมากที่สุด โดยค่าที่ได้จะถูกนำไปใช้ในสมการ (2.2)

ตัวแบบ (3) เป็นตัวแบบสำหรับการสร้างเงื่อนไขในรอบที่ r+1 โดยสามารถอธิบายได้ดังนี้ สมการ (3.1) เป็นการตั้งเป้าหมายเพื่อหารูปแบบที่ผิดเงื่อนไขมากที่สุดในการลงทุนจำนวน k โครงการ (ค่า $\sum_{j=1}^{N} a_j^{k^r} x_j^{r*} - b_k$ ยิ่งมากเท่าไหร่แสดงว่ายิ่งผิดเงื่อนไขมากเท่านั้น) สมการ (3.2) เป็นการกำหนดเงื่อนไขให้จำนวนการลงทุนเท่ากับจำนวน k โครงการ สมการ (3.3) เป็นการกำหนดให้ $a_j^{k^r}$ ต้องเป็น 0 หรือ 1 เท่านั้นเพื่อนำมาสร้างเงื่อนไขของรูปแบบการลงทุน สมการ (3.4) เป็นการกำหนดให้ต้องหาคำตอบของตัวแบบ (3) วนไปเรื่อยๆ จนกว่าจะครบกับจำนวนโครงการที่มี โดยสุดท้ายแล้วต้องนำค่า T^{k^r} ที่ได้มาเปรียบเทียบกัน โดยจะนำค่า $a_j^{k^r}$ ของ T^{k^r} ที่มีค่าเป็นบวกมากที่สุดไปกำหนดเป็นค่า $a_{r+1,j}$ จากนั้นนำไปใช้ในสมการ (2.2) ของตัวแบบ (2)

3.4 สร้างวิธีเฉพาะสำหรับการสร้างแถว

วิธีเฉพาะสำหรับการสร้างแถวสามารถอธิบายได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 เรียงลำดับ $a_j^{k^r}$ โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ x_j^{r*} จากมากไปน้อย กำหนดให้ k=1, N=จำนวนโครงการ

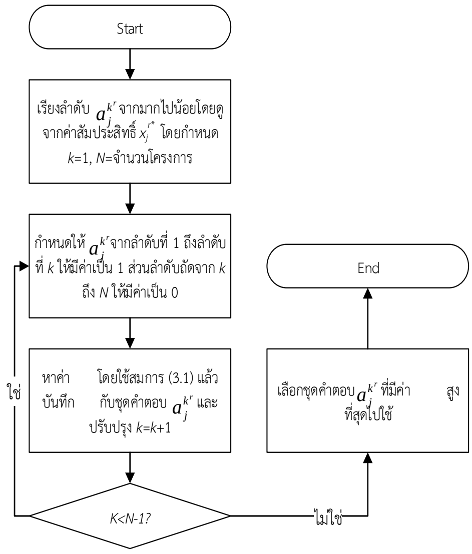
ขั้นที่ 2 กำหนดให้ $a_j^{k^r}$ ตั้งแต่ลำดับ 1 ถึง k มีค่าเป็น 1 ลำดับถัดจากจาก k มีค่าเป็น 0

ขั้นที่ 3 หาค่า T^{k^r} โดยใช้สมการ (3.1) แล้วบันทึกค่าไว้ แล้วปรับปรุง k= k +1

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบว่า k น้อยกว่า N-1 หรือไม่ ถ้าใช่ไปขั้นที่ 2 ไม่ใช่ไปขั้นที่ 5

ขั้นที่ 5 เปรียบเทียบ T^{k^r} ทุกตัวที่บันทึกไว้ในขั้นที่ 3 แล้วเลือกรูปแบบที่มีค่า T^{k^r} ก็จะได้รูปแบบแถวที่จะไปใช้ในสมการ (2.2)

เพื่อให้เห็นลำดับขั้นตอนวิธีการเฉพาะสำหรับการสร้างแถวได้ชัดเจนยิ่งขึ้น งานวิจัยนี้จึงได้นำเสนอในรูปแบบแผนผังการไหล แสดงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 วิธีเฉพาะสำหรับสร้างแถว

3.5 สร้างวิธีหาคำตอบปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนด้วยเทคนิคการสร้างแถวแบบวิธีเฉพาะ

สำหรับวิธีหาคำตอบปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนด้วยเทคนิคการสร้างแถวแบบวิธีเฉพาะจะเรียกชื่อย่อว่า "วิธีสร้างแถว" สามารถอธิบายได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแบบ (2) เป็นตัวแบบเริ่มต้น (Initial Model) โดยใช้สมการ (2.3) เป็นเงื่อนไขตั้งต้น และยังไม่มีเงื่อนไข (2.2) กำหนด r=0

ขั้นที่ 2 หาค่า x_j ของตัวแบบ (2) ในรอบที่ r ด้วยโปรแกรมเชิงเส้น

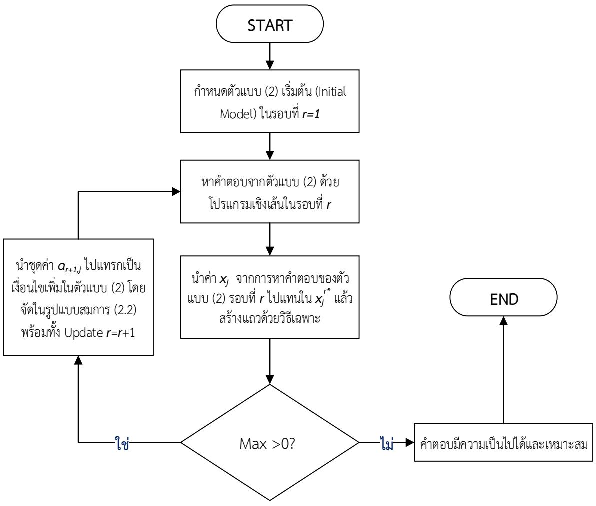
ขั้นที่ 3 นำค่า x_j ในรอบที่ r จากขั้นที่ 2 ไปแทนใน x_j^{r*} ของตัวแบบ (3) แล้วทำการสร้างแถวโดยใช้วิธีเฉพาะในหัวข้อ 3.4

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบค่า max T^{k^r} จากขั้นที่ 3 ถ้า max T^{k^r} มากกว่า 0 ให้ไปขั้นที่ 5 แต่ถ้าไม่ใช่ให้หยุดการหาคำตอบโดย x_j จากขั้นที่ 2 จะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

ขั้นที่ 5 นำแถวที่ได้จากขั้นที่ 3 (ชุดคำตอบ $a_{r+1,j}$ ที่ให้ค่า max T^{k^r}) ไปเพิ่มในตัวแบบ (2) โดยอยู่ในรูปแบบเงื่อนไข (2.2) พร้อมทั้งปรับปรุง r=r+1 จากนั้นวนไปขั้นที่ 2 ต่อไป

เพื่อให้เห็นลำดับขั้นตอนของวิธีหาคำตอบปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนด้วยเทคนิคการสร้างแถวแบบวิธีเฉพาะ

ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น งานวิจัยนี้จึงได้นำเสนอในรูปแบบแผนผังการไหลแสดงดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 วิธีการหาคำตอบด้วยเทคนิคการสร้างแถว

3.6 ตัวอย่างการหาคำตอบด้วยวิธีสร้างแถว

ตัวอย่างที่แสดงในงานวิจัยนี้เป็นการนำเสนอการหาคำตอบด้วยวิธีสร้างแถว โดยศึกษาโครงการลงทุนทั้งหมด 5 โครงการ แต่ละโครงการมีผลตอบแทนการลงทุนต่อสัดส่วนการลงทุนเป็นจำนวน 3 หน่วย 2 หน่วย 4 หน่วย 3 หน่วย และ 4 หน่วยตามลำดับ พร้อมทั้งมีเงื่อนไขจำกัดปริมาณสัดส่วนการลงทุนในกรณีต่างๆ แสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เงื่อนไขจำกัดปริมาณสัดส่วนการลงทุนของตัวอย่าง

จำนวนโครงการลงทุน	**ปริมาณสัดส่วนลงทุน**
1	0.25
2	0.35
3	0.5
4	0.80

จากตัวอย่างข้างต้นเมื่อแปลงเป็นตัวแบบ (1) จะได้ตัวแบบดังแสดงในตัวแบบ (4)

ตัวแบบปัญหาการลงทุนตัวอย่าง (4)

Max $Z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4x_5$

s.t.

$$
\begin{aligned}
& x_1 \le 0.25 \\
& x_2 \le 0.25 \\
& x_3 \le 0.25 \\
& x_4 \le 0.25 \\
& x_5 \le 0.25 \\
& x_1 + x_2 \le 0.35 \\
& x_1 + x_3 \le 0.35 \\
& x_1 + x_4 \le 0.35 \\
& x_1 + x_5 \le 0.35 \\
& x_2 + x_3 \le 0.35 \\
& x_2 + x_4 \le 0.35 \\
& x_2 + x_5 \le 0.35 \qquad T^{k^r} \\
& x_3 + x_4 \le 0.35 \\
& x_3 + x_5 \le 0.35 \\
& x_4 + x_5 \le 0.35 \\
& x_1 + x_2 + x_3 \le 0.5 \\
& x_1 + x_2 + x_4 \le 0.5 \\
& x_1 + x_2 + x_5 \le 0.5 \\
& x_1 + x_3 + x_4 \le 0.5 \\
& x_1 + x_3 + x_5 \le 0.5 \\
& x_1 + x_4 + x_5 \le 0.5 \\
& x_2 + x_3 + x_4 \le 0.5 \\
& x_2 + x_3 + x_5 \le 0.5 \\
& x_2 + x_4 + x_5 \le 0.5 \\
& x_3 + x_4 + x_5 \le 0.5 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 0.80 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_5 \le 0.80 \\
& x_1 + x_2 + x_4 + x_5 \le 0.80 \\
& x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \le 0.80 \\
& x_1 + x_3 + x_4 + x_5 \le 0.80 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \le 1.00 \\
& 0 \le x_j \le 1
\end{aligned}
$$

จากตัวแบบ (4) จะเห็นได้ว่ามีเงื่อนไขทั้งหมด 31 เงื่อนไขโดยใน 31 เงื่อนไขนี้อาจจะไม่จำเป็นต้องใช้ทุกเงื่อนไข ซึ่งการลดเงื่อนไขนี้สามารถใช้วิธีสร้างแถวได้ดังแสดงต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำการผ่อนคลายเงื่อนไขดังแสดงในตัวแบบ (5) กำหนด r=0

ตัวแบบปัญหาการลงทุนตัวอย่างกรณีผ่อนคลายเงื่อนไข รอบที่ 0 (5)

Max $\quad Z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4x_5$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \le 1.00$$
$$0 \le x_j \le 1$$

ขั้นที่ 2 หาค่า x_j ของตัวแบบ (5) ในรอบที่ 0 ด้วยโปรแกรมเชิงเส้นได้ $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0$

ขั้นที่ 3 นำค่า x_j ในรอบที่ 0 ไปแทนใน x_j^{r*} ของตัวแบบ (3) แล้วทำการสร้างแถวโดยใช้วิธีเฉพาะต่อไปนี้

- เรียงลำดับ a_j^k โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ x_j^{r*} จากมากไปน้อยได้เป็น $a_3^k, a_1^k, a_2^k, a_4^k, a_5^k$
- หาค่า $T^{k'}$ วนไปเป็นจำนวน *N*-1 รอบได้ค่า $T^{k'}$ และชุดคำตอบดังแสดงในตารางที่ 5

ตารางที่ 5 ชุดคำตอบ $T^{k'}$

k	$T^{k'}$	**รูปแบบแถว**				
		a_3^k	a_1^k	a_2^k	a_4^k	a_5^k
1	0.75	1				
2	0.65	1	1			
3	0.5	1	1	1		
4	0.2	1	1	1	1	

- เลือกชุดคำตอบที่ให้ค่า $T^{k'}$ สูงที่สุดซึ่งในตารางที่ 5 คือชุดคำตอบที่ *k*=1

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบค่า max $T^{k'}$ ซึ่งกรณีนี้ยังมีค่าเป็นบวกเลยไปทำขั้นที่ 5

ขั้นที่ 5 นำรูปแบบแถวได้จากขั้นที่ 3 (ชุดคำตอบ $a_{r+1,j}$ ที่ให้ค่า max $T^{k'}$) ไปเพิ่มในตัวแบบ (5) พร้อมทั้งปรับปรุง *r*=*r*+1=1 ได้ตัวแบบ (6) ดังนี้

ตัวแบบปัญหาการลงทุนตัวอย่างกรณีผ่อนคลายเงื่อนไข รอบที่ 1 (6)

Max $\quad Z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4x_5$

s.t.

$$x_3 \le 0.25$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \le 1.00$$
$$0 \le x_j \le 1$$

จากนั้นวนกลับไปขั้นที่ 2 แล้วหาคำตอบด้วยโปรแกรมเชิงเส้นวนไปทั้งหมดอีก 8 รอบ สุดท้ายค่า max $T^{k'}$ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0 ก็จะได้ตัวแบบ (7) ซึ่งเป็นตัวแบบที่ใช้เงื่อนไขเท่าที่จำเป็น

ตัวแบบปัญหาการลงทุนตัวอย่างกรณีผ่อนคลายเงื่อนไข รอบที่ 9 (7)

Max $\quad Z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4x_5$

s.t.

$$x_3 \le 0.25$$
$$x_3 + x_5 \le 0.35$$
$$x_1 + x_3 \le 0.35$$
$$x_1 + x_4 + x_5 \le 0.5$$
$$x_2 + x_3 + x_4 \le 0.5$$
$$x_1 + x_2 + x_5 \le 0.5$$
$$x_1 + x_3 + x_5 \le 0.5$$
$$x_2 + x_3 + x_5 \le 0.5$$
$$x_3 + x_4 + x_5 \le 0.5$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \le 1.00$$
$$0 \le x_j \le 1$$

จากตัวแบบ (7) ใช้โปรแกรมเชิงเส้นหาคำตอบจะได้ Z=2.67 ซึ่งมีค่าเท่ากับการใช้โปรแกรมเชิงเส้นหาคำตอบในตัวแบบ (4) หากแต่ตัวแบบ (7) จะใช้จำนวนเงื่อนไขมาพิจารณาเพียงแค่ 10 เงื่อนไข ในขณะที่ตัวแบบ (4) จะต้องพิจารณา 31 เงื่อนไข ทำให้วิธีสร้างแถวใช้ทรัพยากรในการประมวลผลน้อยกว่าการหาคำตอบโดยตรงด้วยโปรแกรมเชิงเส้น

3.7 ออกแบบการทดลอง

สำหรับการทดลองจะทดลองเปรียบเทียบด้านประสิทธิภาพโดยดูจากเวลาประมวลผลเปรียบเทียบกันระหว่างวิธีโปรแกรมเชิงเส้นแก้ปัญหาโดยตรงจากตัวแบบ (1) และวิธีสร้างแถว โดยกำหนดปัญหาการทดลองดังนี้

- ปัญหาขนาด 11 โครงการถึง 20 โครงการ สำหรับการทดลองเปรียบเทียบกันทั้ง 2 วิธี
- ปัญหาขนาด 25 โครงการถึง 50 โครงการ สำหรับทดลองวิธีสร้างแถว เพื่อดูเวลาประมวลผลกรณีปัญหามีขนาดใหญ่มากๆ

งานวิจัยนี้ทดลองโดยใช้โปรแกรม Matlab 2016a และเครื่องคอมพิวเตอร์สเปค: Intel® Core™ i7-7700 CPU 3.60 GHz, RAM 16.00 GB

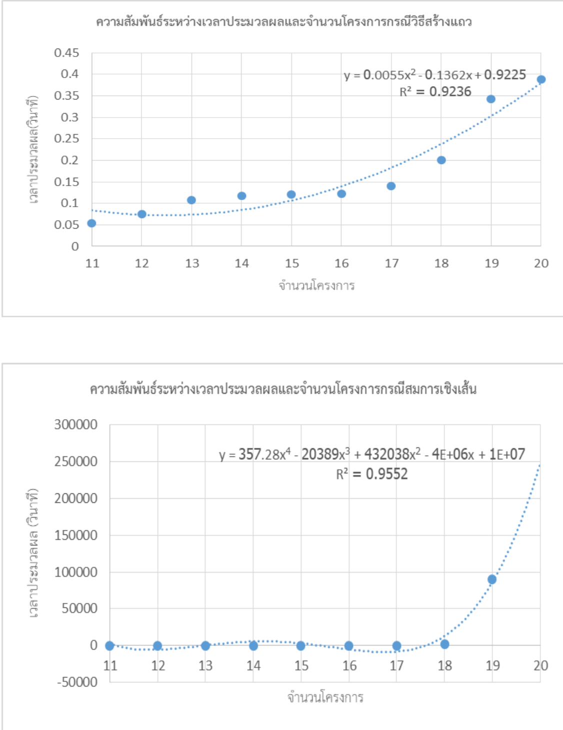
4. ผลการทดลอง

ผลการทดลองปัญหาขนาด 11 โครงการถึง 20 โครงการสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เวลาประมวลของจำนวนโครงการ 11 ถึง 20 โครงการ

จำนวนโครงการ	ขนาดปัญหา (เงื่อนไข*ตัวแปร)	เวลาประมวลผล (วินาที)	
		โปรแกรมเชิงเส้น	วิธีสร้างแถว
11	2,047*11	0.078	0.0533
12	4,095*12	0.2033	0.1076
13	8,191*13	1.4622	0.1169
14	16,383*14	2.1411	0.1209
15	32,767*15	11.2483	0.0753
16	65,535*16	32.2399	0.1398
17	131,071*17	131.1368	0.1215
18	262,143*18	1,395.7	0.2
19	524,287*19	89,746	0.3434
20	1,048,575*20	>48 ชั่วโมง	0.3883

จากตารางที่ 6 วิธีสร้างแถวจะใช้เวลาประมวลผลน้อยกว่าโปรแกรมเชิงเ ส้นเกือบทุกกรณียกเว้นกรณี 11 โครงการที่โปรแกรมเชิงเส้นจะใช้เวลาประมวลผลน้อยกว่าหากแต่เวลาก็แทบจะไม่แตกต่างกัน นอกจากนั้นการเพิ่มจำนวนโครงการมากขึ้นเรื่อยๆเวลาประมวลผลของโปรแกรมเชิงเส้นก็จะเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัดดูได้จากกรณี 19 โครงการและ 20 โครงการที่ใช้เวลาประมวลผลมากกว่า 24 ชั่วโมง และ 48 ชั่วโมงตามลำดับ ต่างจากวิธีสร้างแถวที่เวลาประมวลผลจะเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างเวลาประมวลผลและจำนวนโครงการที่เพิ่มขึ้นจึงสร้างกราฟความสัมพันธ์ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างเวลาประมวลผลและจำนวนโครงการ

จากรูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างเวลาประมวลผลและจำนวนโครงการกรณีวิธีสร้างแถวจะมีความสัมพันธ์เป็นสมการกำลัง 2 ในขณะที่กรณีโปรแกรมเชิงเส้นมีความสัมพันธ์เป็นสมการกำลัง 4 จากความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นจึงชัดเจนว่าวิธีสร้างแถวมีความเหมาะสมสำหรับปัญหาประเภทนี้มากกว่าการใช้โปรแกรมเชิงเส้นหาคำตอบโดยตรงจากตัวแบบ 1

ผลการทดลองปัญหาขนาด 25 ถึง 50 โครงการกรณีวิธีสร้างแถวสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เวลาประมวลของจำนวนโครงการ 25 ถึง 50 โครงการกรณีวิธีสร้างแถว

จำนวนโครงการ	ขนาดปัญหา (เงื่อนไข*ตัวแปร)	เวลาประมวลผล (วินาที)
25	33,554,431*25	0.719
30	1,073,741,823*30	1.8285
35	34,359,738,367*35	2.0247
40	1,099,511,627,775*40	8.6249
45	35,184,372,088,831*45	81.7107
50	1,125,899,906,842,620*50	115.8706

จากตารางที่ 7 เมื่อปัญหามีขนาดที่ใหญ่มากๆ วิธีสร้างแถวก็ยังสามารถหาคำตอบได้และใช้เวลาประมวลผลที่น้อยมาก ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากวิธีสร้างแถวจะไม่ได้พิจารณาเงื่อนไขทั้งหมดหากแต่จะค่อยๆ เลือกเงื่อนไขเข้ามาจนกว่าคำตอบจะอยู่ในช่วงที่เป็นไปได้ ซึ่งวิธีการนี้เป็นการลดขนาดของปัญหาเสมือนวิธีกำจัดทัวร์ย่อยของ TSP ส่งผลให้ใช้เวลาประมวลผลที่ไม่นานแม้จะมีเงื่อนไขที่มหาศาลเพราะวิธีสร้างแถวจะพิจารณาเฉพาะเงื่อนไขที่จำเป็นเท่านั้น

จากผลการทดลองพบว่า การใช้โปรแกรมเชิงเส้นแก้ไขปัญหาโดยตรงเหมาะสมเฉพาะปัญหาที่มีขนาดไม่เกิน 18 โครงการเท่านั้นหากเกินจากนี้จะใช้เวลาประมวลผลที่ยาวนานเนื่องจากโปรแกรมเชิงเส้นต้องพิจารณาเงื่อนไขที่เกิดขึ้นทั้งหมด แตกต่างจากวิธีสร้างแถวที่มีความเหมาะสมกับปัญหานี้มากกว่าเนื่องจาก วิธีสร้างแถวจะไม่พิจารณาเงื่อนไขที่เกิดขึ้นทั้งหมดแต่จะค่อยๆ เพิ่มเงื่อนไขที่จำเป็นเข้าไปเรื่อยๆ จนกว่าคำตอบจะอยู่ในช่วงคำตอบที่เป็นไปได้ ทำให้ปัญหามีขนาดเล็กส่งผลให้ประหยัดทรัพยากรในการประมวลผลหาคำตอบ

5. สรุป

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์นำเสนอเทคนิคการสร้างแถวมาช่วยหาคำตอบการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ โดยวิธีสร้างแถวจะใช้หลักการลดขนาดของปัญหาที่มีเงื่อนไขจำนวนมากมายให้เหลือเฉพาะเงื่อนไขที่สำคัญทำให้ใช้ทรัพยากรเพื่อการหาคำตอบน้อยกว่าการพิจารณาเงื่อนไขทั้งหมดในคราวเดียว เพียงแต่วิธีสร้างแถวจะมีข้อเสียคือจะต้องหาคำตอบหลายรอบและเพิ่มเงื่อนไขไปจนกว่าคำตอบจะอยู่ในช่วงที่เป็นไปได้ทำให้อาจจะใช้เวลาประมวลผลที่ยาวนานกว่าการพิจารณาเงื่อนไขทั้งหมดในกรณีปัญหาที่มีเงื่อนไขไม่มาก

จากผลการทดลองพบว่าการหาคำตอบด้วยวิธีสร้างแถวมีความเหมาะสมสำหรับปัญหานี้เนื่องจากในกรณีที่ปัญหามีเงื่อนไขไม่มากเวลาประมวลผลของโปรแกรมเชิงเส้นที่พิจารณาทุกเงื่อนไขเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีสร้างแถวถึงแม้จะเร็วกว่า แต่ก็ไม่เห็นความแตกต่างระหว่าง 2 วิธี หากแต่เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้นการพิจารณาทุกเงื่อนไขด้วยโปรแกรมเชิงเส้นใช้เวลามากกว่าวิธีสร้างแถวอย่างเห็นได้ชัด นอกจากนั้นแล้วในปัญหาที่มีจำนวนเงื่อนไขมหาศาลในตารางที่ 5 วิธีสร้างแถวก็ยังสามารถหาคำตอบในเวลาไม่ถึง 5 นาที ทำให้วิธีสร้างแถวเป็นทางเลือกหนึ่งที่เหมาะสมในการแก้ไขปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารอ้างอิง

[1] H. W. Weingartner, *Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems,* Englewood Press, Prentice- Hall, 1963.

[2] G. Dantzig, R. Fulkerson, and S. Jonhson, "Solution of a large-scale travelling-salesman problem", *Journal of the Operation Research Society of America*, pp. 393-410, 1954.

[3] C. Gilmore, and E. Gomory, "A linear programming approach to the cutting-stock problem", *Operations Research*, Vol. 9, No. 11, pp. 849–859, 1961.

[4] M. Gamache, F. Soumis, G. Marquis, and J. Desrosiers, "A Column generation approach for large-scale aircrew rostering problems", *Operations Research*, Vol. 47, pp. 247-263, 1999.

[5] P. Charnsethikul, "A column generations approach for the products mix based semi-infinite linear programming model" .

International Journal of Management Science and Engineering Management, Vol. 6, No. 2, 105-108, 2011.

[6] H. M. Weingartner, "Criteria for programming investment project selection", *Journal of Industrial Economics*, Vol. 11, pp. 65–76, 1966.

[7] H. M. Weingartner, "Capital budgeting of interrelated projects: survey and synthesis", *Management Science*, Vol. 12, pp. 485-516, 1966.

[8] M. Padberg M, M.J. Wilczak, "Optimal project selection when borrowing and lending rates differ", *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 29, pp. 63-78, 1999.

[9] P. K. De, D. Acharya, K. C. Sahu, "A chance-constrained goal programming model for capital budgeting", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 33, pp. 635-638, 1982.

[10] M. A. Odijk, "A constraint generation algorithm for the construction of periodic railway timetables", *Transportation Research*, Vol. 30, No. 6, pp. 455-464, 1995.

[11] L. Williams, J. Fisher, and A. Willsky, "A constraint generation integer programming approach to information theoretic sensor resource management", *IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing*, pp. 59-63, 2007.

[12] F. Croce, C. Koulamas, and V. T'kindt, "A constraint generation approach for the two-machine flow shop problem with jobs selection", *Combinatorial Optimization: Third International Symposium (ISCO 2014)*, pp. 198-207, 2014.

[13] A. C. Suyabatmaz, G. Sahin. "A column-and-row generation algorithm for a crew planning problem in railways". *Operations Research Proceedings*, pp.335-340, 2011.

[14] İ Muter, Ş Birbil, and K. Bülbül, "Simultaneous column-and-row generation for large-scale linear programs with column-dependent-rows", *Mathematical Programming*, Vol. 142, No. 1-2, pp. 47-82, 2013.