

## การแก้ปัญหการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ ด้วยวิธีการสร้างสดมภ์

รัฐพล สังคะสุข<sup>1</sup>, ฐิติรัตน์ วิวิธเกียรรวงศ์<sup>2\*</sup>, เบญจพร พวงจำปี<sup>3</sup>, ศรินทิพย์ อนุรักษ<sup>4</sup>,  
สหชาติ เลิศศิริเมสซ์<sup>5</sup> และ พิรยุทธ์ ขาญเศรษฐกุล<sup>6</sup>

คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร<sup>1</sup>

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีไทย-ญี่ปุ่น<sup>2</sup>

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์<sup>3,6</sup>

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการจัดการอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์<sup>4</sup>

คณะอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์<sup>5</sup>

Received: 21 February 2020; Revised: 3 March 2020; Accepted: 9 March 2020

### บทคัดย่อ

งานวิจัยฉบับนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อแก้ปัญหการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ให้ได้ผลประโยชน์มากที่สุด โดยใช้วิธีการสร้างสดมภ์ (Column Generation) ด้วยการเปรียบเทียบวิธีการวิจัย 3 รูปแบบ คือ วิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูป (Full model of linear programming) วิธีการสร้างแถว (Row Generation) และวิธีการสร้างสดมภ์ (Column Generation) โดยทำการแก้ปัญหามาเปรียบเทียบคุณภาพของคำตอบกับจำนวนโครงการ โดยจะเปรียบเทียบในเรื่องคุณภาพของคำตอบ และระยะเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบ ซึ่งพบว่าปัญหามีขนาดเล็กการหาคำตอบด้วยวิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูป และวิธีการสร้างแถวสามารถหาคำตอบที่เท่ากับวิธีการสร้างสดมภ์ แต่วิธีการสร้างสดมภ์สามารถรองรับการแก้ปัญหามีขนาดใหญ่กว่าวิธีการแก้ปัญหาคำตอบด้วยกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปและวิธีการสร้างแถว เนื่องจากวิธีการสร้างสดมภ์ เป็นวิธีการที่ใช้การเพิ่มตัวแปรในการตัดสินใจแต่ละคอลัมน์ แต่วิธีการแก้ปัญหาคำตอบด้วยกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปจะพิจารณาทุกความเป็นไปได้ และวิธีการสร้างแถวจะใช้การเพิ่มข้อจำกัดเข้าไปทำให้ในการประมวลผลโปรแกรมที่ใช้วิธีการสร้างแถวจะใช้ทรัพยากรในการประมวลผลมากกว่า และส่งผลให้เวลาในการประมวลผลของวิธีการสร้างสดมภ์น้อยกว่า

คำสำคัญ: ปัญหการจัดสรรเงินลงทุน, การจัดหมู่, การสร้างสดมภ์, การหาค่าที่ดีที่สุด

\* Corresponding author: E-mail: titirat.vi@ku.th

<sup>1</sup> คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร

<sup>2</sup> คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีไทย-ญี่ปุ่น

<sup>3,6</sup> คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

<sup>4</sup> คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการจัดการอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตสุราษฎร์ธานี

<sup>5</sup> คณะอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

## Capital Budgeting Problem with Combinatorial Allocation Constraints by Column Generation Method

Rataphol Sangkhasuk<sup>1</sup>, Titirat Vivithkeyoonvong<sup>2</sup>, Benchaporn Phuangchampee<sup>3</sup>, Sarintip Anurak<sup>4</sup>,  
Sahachat Leartsiriphesaj<sup>5</sup> and Peerayuth Charnsetthikul<sup>6</sup>

Faculty of Industrial Technology, Phranakhon Rajabhat University<sup>1</sup>

Faculty of Engineering, Thai-Nichi Institute of Technology<sup>2</sup>

Faculty of Engineering, Kasetsart University<sup>3, 6</sup>

Faculty of Science and Industrial Technology, Prince of Songkla University, Surat Thani Campus<sup>4</sup>

Faculty of Agro-Industry, Kasetsart University<sup>5</sup>

Received: 21 February 2020; Revised: 3 March 2020; Accepted: 9 March 2020

### Abstract

This research studied the method to solve the problem of capital allocation in order to reach the optimal profit by Column Generation technique with 3 methodologies; Full model of Linear programming, Row Generation and Column Generation. The study compare between performance and number of projects to do operate in qualities and time. The result showed that the small size of problem solution by Column Generation gave the same answer to the solution by full model of linear programming and Row Generation. The method of Column Generation is supported the solutions that are larger than by Full model of linear programming Row Generation. Due as Column Generation is a method that using variable increment in each column decision. In the other hand, the solution by Full model of linear programming considers to solve every possibility and Row Generation is a method that using constraints increment. Therefore, the processing program which creating Row Generation use more processing resources and resulting in a shorter processing time in the method of Column Generation.

Keywords: Capital Budgeting Problem, Combinatorial Allocation, Column-generation, Optimization

---

\* Corresponding author: E-mail: titirat.vi@ku.th

<sup>1</sup> Faculty of Industrial Technology, Phranakhon Rajabhat University

<sup>2</sup> Faculty of Engineering, Thai-Nichi Institute of Technology

<sup>3,6</sup> Faculty of Engineering, Kasetsart University

<sup>4</sup> Faculty of Science and Industrial Technology, Prince of Songkla University, Surat Thani Campus

<sup>5</sup> Faculty of Agro-Industry, Kasetsart University

## 1. คำนำ

การจัดสรรเงินลงทุนถือเป็นปัญหาที่มีบทบาทต่อการพัฒนาของประเทศ โดยเฉพาะประเทศกำลังพัฒนา ซึ่งจะมีผลทำให้เกิดการขับเคลื่อนการลงทุนที่มีประสิทธิภาพ ลดโอกาสความเสี่ยงในการขาดทุน และเพิ่มโอกาสในการสร้างกำไรที่มากที่สุด ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนมีบทบาททั้งในส่วนภาครัฐ เช่น การวางแผนการจัดสรรงบประมาณให้กับหน่วยงานภาครัฐต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นหน่วยงานของส่วนกลาง หรือหน่วยงานส่วนท้องถิ่น โดยมองในเรื่องของผลประโยชน์ที่เกิดกับประชาชน หรือชุมชนในท้องถิ่น ในส่วนของภาคเอกชนจะช่วย

ทำให้เกิดการลงทุนที่ไม่ก่อให้เกิดรายได้ หรือลดโอกาสในการทำกำไรในการลงทุนที่คัดเลือกไว้ ในการลงทุนโครงการขนาดใหญ่จะเป็นปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงหมู่ ซึ่งเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อน ทั้งในเงื่อนไขข้อจำกัดผลรวมเงินลงทุนของกลุ่มโครงการ(Combinatorial allocation constraints) สูงสุด และข้อจำกัดผลรวมเงินลงทุนของกลุ่มโครงการ(Combinatorial allocation constraints) ต่ำสุด และเป็นปัญหาที่เป็นปัจจุบันมีผู้ให้ความสนใจศึกษาเกี่ยวกับการจัดสรรเงินลงทุนอย่างกว้างขวาง ในปี 2017 Tim J.Boonen, AndreasTsanakas and Mario V.Wüthrich ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดสรรเงินลงทุนภายใต้สมมติฐานที่ว่าพอร์ตการลงทุนนั้นเป็นชุดค่าผสมเชิงเส้นของการขาดทุนและกำไรแบบสุ่มโดยบริษัทสามารถเลือกน้ำหนักของพอร์ตได้ ในพอร์ตการลงทุนที่มีการรวบรวมความเสี่ยงที่ไม่ใช่เชิงเส้น [1] ในปี 2017 DóraBalog, Tamás László Bátyi, Péter Csóka and Miklós Pintér ได้ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติและการเปรียบเทียบวิธีการจัดสรรเงินลงทุนที่มีความเสี่ยงในหน่วยการเงิน เช่น ธนาคาร บริษัทประกันภัย พบว่าความเสี่ยงของหน่วยหลักควรถูกจัดสรรให้กับหน่วยย่อยโดยใช้วิธีการเลือกใช้วิธีการจัดสรรทุนที่มีความเสี่ยงอย่างยุติธรรม โดยใช้ seven methods (Activity based, Beta, Incremental, Cost gap, Marginal Risk Contribution, Shapley, and Nucleolus) [2] ปี 2018 JimingWang and AiqunWang ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับประสิทธิภาพการจัดสรรเงินลงทุนวิจัยโดยวิธีไฮบริดฟัชชีวิเคราะห์สถานการณ์อินพุต - เอาท์พุตของ บริษัท จด

ทะเบียน 15 แห่งในอุตสาหกรรมอีคอมเมิร์ซซึ่งจดทะเบียนในจีน [3] และในปี 2019 Wolfgang Droetz Malte Janzen and Ignacio Requejo ได้ศึกษาเกี่ยวกับ Sensitivity ของการเปลี่ยนแปลงโอกาสในการจัดสรรเงินทุน โดยทำการเลือกลงทุนในบริษัทเดินเรือที่จดทะเบียนในตลาดหลักทรัพย์ 126 แห่งซึ่งมีปัจจัยสำคัญคืออัตราค่าระวางเรือเป็นต้น [4] ในปี 2561 อภิศักดิ์ วิทยาประภากร และคณะ ได้ดำเนินงานภายใต้วัตถุประสงค์การดำเนินงานแก้ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ให้ได้ผลประโยชน์มากที่สุด โดยใช้วิธีการสร้างแถว (Row Generation) โดยในงานวิจัยนี้สามารถแก้ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงหมู่ได้ถึง 50 โครงการ แต่ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนในงานวิจัยนี้เป็นเพียงการกำหนดเงื่อนไขการลงทุนเชิงหมู่ที่ประกอบด้วยข้อจำกัดผลรวมเงินลงทุนของกลุ่มโครงการ (Combinatorial allocation constraints) สูงสุดเท่านั้น [5]

วิธีการสร้างสดมภ์ (Column Generation) เป็นเครื่องมือหนึ่งที่ใช้ในการแก้ปัญหาเชิงอุตสาหกรรมจำนวนมาก ซึ่งเป็นวิธีการที่ช่วยลดเวลาในการหาคำตอบที่ดีที่สุดให้สั้นลง โดยใช้หลักการสร้างตัวแปรในการตัดสินใจ (Decision Variable) เพิ่มขึ้นมาเพื่อช่วยในการหาคำตอบ ทำให้ลดความซับซ้อนในการประมวลผล ส่งผลให้เวลาในการประมวลผลน้อยลงไปด้วย ซึ่งสามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ และใช้เวลาในการหาคำตอบที่น้อย ในปี 1961 Gilmore and Gomory ได้ศึกษาการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ Cutting Stock เพื่อแก้ปัญหาในการบริหารจัดการทรัพยากรวัตถุดิบ ในงานที่ต้องวิเคราะห์ปริมาณการผลิตการใช้ทรัพยากร และการจัดการ Stock จากงานวิจัยพบว่า แนวโน้มของการใช้วิธีการการแก้ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุน มีความซับซ้อน การแก้ปัญหาสามารถพิจารณาวิธีการการสร้างสดมภ์ (Column Generation) มาใช้ [6] ในปี 2002 Goberna and Lopez ได้ศึกษาแนวทางการหาผลลัพธ์ของปัญหาเชิงเส้นที่มีขนาดใหญ่ เกี่ยวกับ Linear Semi-Infinite Programming Theory: An Updated Survey พบว่า มีตัวแปรตัดสินใจและข้อจำกัดที่มีความซับซ้อน จำนวนมาก โดยอาศัยวิธีการ Column Generation [7] ในปี 1965 Charnes et al. ได้ศึกษาเรื่อง On Representation of Semi-Infinite Programs Which Have No Duality Gaps

พบว่าการจัดการกับปัญหาการจัดสรรเงินลงทุน จะต้องดำเนินการหาคำตอบในรูปแบบของ Duality เพื่อจำกัดปริมาณการวิเคราะห์ตัวแปรตัดสินใจ โดยสามารถลดระยะเวลาการดำเนินการแก้ปัญหาได้ [8] และในปี 2010 พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล ได้ศึกษา column generations approach for the products mix based semi-Infinite linear programming model ซึ่งแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของวิธีการสร้างสมรรถ [9]

คณะผู้วิจัย จึงมีแนวคิดในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของคำตอบของวิธีการในการหาคำตอบปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ ที่เหมาะสมที่สุดในการหาคำตอบในกรณีปัญหาขนาดใหญ่ โดยการเปรียบเทียบ 2 วิธี คือ วิธีการแก้ปัญหาด้วยกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูป และการสร้างสมรรถ ยังเพิ่มเงื่อนไขในการตัดสินใจจากเดิมที่มีเพียง เป็นปัญหาที่ประกอบด้วยข้อจำกัดผลรวมเงินลงทุนของ กลุ่มโครงการ (Combinatorial allocation constraints) สูงสุดเท่านั้น มาเป็นเงื่อนไขการลงทุนเชิงจัดหมู่ที่ให้อุดคล้องกับการลงทุนเชิงจัดหมู่จริง คือ มีเงื่อนไขของปัญหาที่ประกอบด้วยข้อจำกัดผลรวมเงินลงทุนของกลุ่มโครงการ (Combinatorial allocation constraints) สูงสุดและต่ำสุด เพื่อให้เหมาะสมกับบริบทของการลงทุนเชิงจัดหมู่ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้เกิดการตัดสินใจที่มีความถูกต้องและสามารถแก้ปัญหาขนาดใหญ่ได้ รวมถึงเวลาในการหาคำตอบที่สั้นที่สุด

## 2. แนวทางการแก้ปัญหา (Solution Methodology)

งานวิจัยนี้นำเสนอการแก้ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ด้วยวิธีการสร้างสมรรถ และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีดังกล่าว กับวิธีการแก้ปัญหาด้วยกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูป (Full model of linear programming) ซึ่งเป็นวิธีที่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ โดยปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนที่ทำการศึกษาในงานวิจัยนี้ เป็นปัญหาที่ประกอบด้วยข้อจำกัดผลรวมเงินลงทุนของกลุ่มโครงการ (Combinatorial allocation constraints) สูงสุดและผลรวมเงินลงทุนของกลุ่มโครงการงานขั้นต่ำ ซึ่ง

ลักษณะปัญหาที่มีข้อจำกัดทั้งสองฝั่ง จะทำให้จำนวนตัวแปรตัดสินใจเพิ่มขึ้นอีกเท่าตัวเมื่อพิจารณาในรูปปัญหา

ปัญหาการจัดสรรงบประมาณให้โครงการ N โครงการ เป็นปัญหาที่มีจำนวนข้อจำกัดและจำนวนตัวแปรตัดสินใจแน่นอน แต่เมื่อจำนวนโครงการเพิ่มขึ้น จำนวนข้อจำกัดเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อพิจารณาเป็นปัญหาดั้งเดิม (Primal problem) หรือจำนวนตัวแปรตัดสินใจเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อพิจารณาเป็นปัญหาคู่ (Duality problem) ตามความสัมพันธ์  $2^N-1$

กรณีตัวอย่างเช่น เมื่อจำนวนโครงการมี 5 โครงการ จำนวนข้อจำกัดเป็น 31 ข้อจำกัด ( $2^5-1$ ) และเมื่อจำนวนโครงการเพิ่มขึ้นเป็น 10 โครงการ จำนวนข้อจำกัดเพิ่มเป็น 1,023 ข้อจำกัด ( $2^{10}-1$ ) เมื่อจำนวนโครงการเพิ่มขึ้นเป็น 20 โครงการ จำนวนข้อจำกัดเพิ่มเป็น 1,048,576 ข้อจำกัด ( $2^{20}-1$ ) ซึ่งมากเกินไปกว่าที่วิธี Simplex method ไม่สามารถแก้ปัญหาโดยตรงได้

### 2.1 คำอธิบายสัญลักษณ์ย่อ

|          |                                                                                             |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| Z        | กำไรรวมจากการลงทุนทั้งหมด                                                                   |
| $C_j$    | กำไรจากการลงทุนโครงการที่ j                                                                 |
| r        | กลุ่มโครงการที่เกิดจากการจัดหมู่                                                            |
| $n_r$    | จำนวนโครงการในกลุ่มที่ r                                                                    |
| N        | จำนวนโครงการทั้งหมด                                                                         |
| $a_{ij}$ | ตัวแปรกำหนดการลงทุนของโครงการที่ j ภายใต้อุปสรรคการลงทุนที่ i โดยที่ $a_{ij} \in \{0,1\}$   |
| $x_j$    | สัดส่วนการลงทุนของโครงการ j                                                                 |
| j        | โครงการที่ j เมื่อ $j=1, 2, \dots, N$                                                       |
| i        | รูปแบบการลงทุนที่ i เมื่อ $i=1, 2, \dots, 2^N-1$                                            |
| $m_i$    | ค่าสูงสุดของผลรวมสัดส่วนการลงทุนรูปแบบที่ i                                                 |
| $l_i$    | ค่าต่ำสุดของผลรวมสัดส่วนการลงทุนรูปแบบที่ i                                                 |
| W        | ค่าเป้าหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาคู่                                              |
| $y_i^l$  | ตัวแปรตัดสินใจสำหรับปัญหาคู่ที่สอดคล้องกับข้อจำกัดผลรวมสัดส่วนขั้นต่ำของการลงทุนรูปแบบที่ i |

|         |                                                                                            |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| $y_i^m$ | ตัวแปรตัดสินใจสำหรับปัญหาคู่ที่สอดคล้องกับข้อจำกัดผลรวมสัดส่วนสูงสุดของการลงทุนรูปแบบที่ i |
| $RC_l$  | ค่าเป้าหมายของปัญหาย่อย (Reduced cost coefficient) สำหรับการสร้างสมมติให้ชุดตัวแปร $y_i^l$ |
| $RC_m$  | ค่าเป้าหมายของปัญหาย่อย (Reduced cost coefficient) สำหรับการสร้างสมมติให้ชุดตัวแปร $y_i^m$ |
| $p_j$   | ค่าราคาเงา (Shadow price) สำหรับข้อจำกัดที่ j เมื่อ $j=1, 2, \dots, N$                     |
| $k$     | ผลรวมจำนวนโครงการ                                                                          |
| $L_k$   | ผลรวมค่าสัดส่วนการลงทุนขั้นต่ำสำหรับรูปแบบที่มีจำนวนโครงการรวมเท่ากับ k                    |
| $M_k$   | ผลรวมค่าสัดส่วนการลงทุนสูงสุดสำหรับรูปแบบที่มีจำนวนโครงการรวมเท่ากับ k                     |
| $v_j$   | ตัวแปรตัดสินใจของปัญหาย่อยสำหรับการสร้างสมมติเพื่อเพิ่มตัวแปรตัดสินใจในชุดตัวแปร $y_i^l$   |
| $u_j$   | ตัวแปรตัดสินใจของปัญหาย่อยสำหรับการสร้างสมมติเพื่อเพิ่มตัวแปรตัดสินใจในชุดตัวแปร $y_i^m$   |

## 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ (Capital Budgeting Problem with Combinatorial Allocation Constraints) สามารถเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของปัญหาดั้งเดิม (Primal problem) ได้ดังสมการที่ (1) – (4)

$$\max. Z = \sum_{j=1}^N c_j x_j \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \leq m_i, \quad \forall i \quad (2)$$

$$-\sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \leq -l_i, \quad \forall i \quad (3)$$

$$x_j \geq 0, \quad \forall j \quad (4)$$

สมการที่ (1) แสดงสมการวัตถุประสงค์ (Objective function) ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อหาคำตอบที่ทำให้เกิดกำไรรวมสูงสุดจากการจัดสรรเงินลงทุน อสมการที่ (2) – (4) แสดงข้อจำกัด (Constraint) ของแบบจำลอง โดยอสมการที่ (2) หมายถึงภายใต้รูปแบบการจัดสรรเงินลงทุนแบบที่ i สามารถได้รับเงินลงทุนรวมไม่เกินค่าสัดส่วน  $m_i$  ในทำนองเดียวกันสำหรับอสมการที่ (3) ภายใต้รูปแบบการจัดสรรเงินลงทุนแบบที่ i สามารถได้รับเงินลงทุนรวมไม่น้อยกว่าค่าสัดส่วน  $l_i$  และอสมการที่ (4) เพื่อกำหนดค่าสัดส่วนการลงทุนสำหรับแต่ละโครงการจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0

เมื่อพิจารณาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของปัญหาดั้งเดิม (Primal problem) ด้วยทฤษฎีปัญหาคู่ (Duality theory) จะสามารถเขียนปัญหาดั้งเดิมในรูปของปัญหาคู่ (Dual problem) ได้ดังสมการที่ (5) – (8)

$$\min. W = \sum_{i=1}^{2^N-1} m_i y_i^m - \sum_{i=1}^{2^N-1} l_i y_i^l \quad (5)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{2^N-1} (a_{ji} y_i^l - a_{ji} y_i^m) \leq -c_j, \quad \forall j \quad (6)$$

$$y_i^l \geq 0, \quad \forall i \quad (7)$$

$$y_i^m \geq 0, \quad \forall i \quad (8)$$

สมการที่ (5) แสดงสมการเป้าหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาคู่ ซึ่งสัมประสิทธิ์ของสมการเป้าหมายคือค่าทางด้านขวา (Right Hand Side, RHS) ของสมการข้อจำกัดในแบบจำลองของปัญหาดั้งเดิม และตัวแปรตัดสินใจสำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ปัญหาคู่จะประกอบไปด้วย 2 ชุดตัวแปร คือ  $y_i^m$  และ  $y_i^l$  ซึ่งจะสอดคล้องกับจำนวนข้อจำกัดของปัญหาดั้งเดิม (สมการที่ (2) และ (3))

สมการที่ (6) แสดงอสมการข้อจำกัดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาคู่ โดยค่าทางด้านขวา (RHS) รวมถึงเครื่องหมายของอสมการจะสอดคล้องกับสมการเป้าหมายของปัญหาหลัก (สมการที่ (1) และอสมการที่ (7) และ (8) เพื่อกำหนดค่าตัวแปรตัดสินใจของปัญหาคู่ให้มีความมากกว่าหรือเท่ากับ 0)

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาคู่พบว่าจำนวนตัวแปรตัดสินใจมีจำนวนมาก และจะเพิ่มจำนวนอย่างรวดเร็วเมื่อจำนวนโครงการในการจัดสรรเงินลงทุนเพิ่มจำนวนขึ้นดังแสดงในสมการที่ (9) การเพิ่มจำนวนโครงการส่งผลให้วิธีการแก้ปัญหาด้วยกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปแบบไม่สามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ หรือไม่สามารรถแก้ปัญหาได้ภายในเวลาการประมวลผลที่เหมาะสม

$$\text{no. of variable} = 2(2^N - 1) \quad (9)$$

ซึ่งวิธีการสร้างสดมภ์ (Column Generation Method) สามารถใช้แก้ปัญหาข้างต้นและให้คำตอบที่ดีที่สุดได้

### 2.3 การแก้ปัญหาด้วยวิธีการสร้างสดมภ์

หลักการของวิธีการสร้างสดมภ์จะเริ่มจากการประมาณปัญหาที่มีขนาดเป็นอนันต์ หรือมีขนาดใหญ่ เป็นปัญหาที่มีขนาดจำกัดที่สามารถใช้วิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปแบบแก้ปัญหาได้ เรียกปัญหาเริ่มต้นว่า ปัญหาหลัก (Original problem) และใช้ทฤษฎีปัญหาคู่ (Duality theorem) สร้างแบบจำลองสำหรับปัญหาย่อย (Sub problem) ที่ทำหน้าที่สร้างสดมภ์ (Column) เพื่อเพิ่มตัวแปรในปัญหาหลัก โดยวัตถุประสงค์ของปัญหาย่อยคือการเลือกตัวแปรตัดสินใจที่จำเป็น และมีผลต่อค่าเป้าหมาย (Objective value) ของปัญหาหลักเท่านั้น

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาย่อยแสดงดังสมการที่ (10) – (17) เมื่อ  $k$  คือผลรวมจำนวนโครงการในรูปแบบการจัดสรรเงินลงทุน ดังนั้น  $k=1, 2, \dots, N$

$$\min. RC_k = \sum_{j=1}^N p_j v_j - L_k \quad (10)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^N p_j v_j \leq M_k \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^N v_j = k \quad (12)$$

$$v_j = \{0,1\}, \forall j \quad (13)$$

$$\min. RC_m = M_k - \sum_{j=1}^N p_j u_j \quad (14)$$

s.t.

$$-\sum_{j=1}^N p_j u_j \leq -L_k \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^N u_j = k \quad (16)$$

$$u_j = \{0,1\}, \forall j \quad (17)$$

สมการที่ (10) – (13) แสดงปัญหาย่อยสำหรับการสร้างสดมภ์เพื่อเลือกตัวแปรตัดสินใจในชุดตัวแปร  $y_i^l$  และสมการที่ (14) – (17) แสดงปัญหาย่อยสำหรับการสร้างสดมภ์เพื่อเลือกตัวแปรตัดสินใจในชุดตัวแปร  $y_i^m$  โดยสมการที่ (10) และ (14) แสดงสมการวัตถุประสงค์ของปัญหาย่อยเพื่อหาคำตอบ (Decision variable) ที่ทำให้ค่า Reduced cost coefficient มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหมายถึงคำตอบของปัญหาย่อยดังกล่าว เป็นสดมภ์ที่เพิ่มเข้าไปในปัญหาหลักแล้วทำให้ปัญหาหลักเข้าใกล้ปัญหาเต็มรูปแบบ (Full model) มากขึ้น ค่าเป้าหมายของปัญหาหลักเปลี่ยนแปลง และค่าราคาเงา (Shadow price,  $p_j$ ) เปลี่ยนแปลง

สมการที่ (11) แสดงข้อจำกัดที่ควบคุมให้สดมภ์ที่สร้างขึ้นสำหรับชุดตัวแปร  $y_i^l$  ยังคงเป็นจริงสำหรับข้อจำกัดผลรวมสัดส่วนที่มากที่สุด (สมการที่ 2) และสมการที่ (15) แสดงข้อจำกัดที่ควบคุมให้สดมภ์ที่สร้างขึ้นสำหรับชุดตัวแปร  $y_i^m$  ยังคงเป็นจริงสำหรับข้อจำกัดผลรวมสัดส่วนขั้นต่ำ (สมการที่ 3)

สมการที่ (13) และ (17) คือข้อจำกัดที่กำหนดค่าของสมาชิกในสแตมที่ถูกรูปร่างขึ้นให้มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 โดยผลรวมของสมาชิกในแต่ละสแตมจะมีค่าเท่ากับผลรวมจำนวนโครงการตามสมการข้อจำกัดที่ (12) และ (16) ทำให้สแตมที่ถูกรูปร่างขึ้น มีลักษณะเหมือนกับเวกเตอร์  $a_{ji}$  สำหรับ  $j=1, 2, \dots, N$

ในงานวิจัยนี้ ปัญหาย่อยในวิธีการสร้างสแตมสำหรับค่า  $k$  ใดๆ ประกอบไปด้วย 2 ปัญหา (สมการที่ (10) – (13) และ (14) – (17)) ดังนั้นจำนวนปัญหาย่อยสำหรับทุกค่า  $k$  มีจำนวนทั้งสิ้น  $2k$  เพื่อให้วิธีสร้างสแตมสามารถสร้างแทนปัญหาเต็มรูปแบบได้ ปัญหาย่อยทั้งหมด  $2k$  ปัญหาต้องถูกแก้ และแต่ละปัญหาต้องถูกแก้วนซ้ำจนกว่าค่า Reduced cost coefficient แต่ละกรณีจะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 ซึ่งหมายถึงคำตอบของปัญหาย่อยที่เติมลงในปัญหาหลัก ไม่ทำให้ค่าเป้าหมายของปัญหาหลักเปลี่ยนแปลง

## 2.4 ขั้นตอนวิธีของการแก้ปัญหาด้วยวิธีการสร้างสแตม

กระบวนการเฉพาะสำหรับวิธีสร้างสแตมในงานวิจัยนี้มีรายละเอียดดังนี้  
ขั้นตอนที่ 1 สร้างแบบจำลองสำหรับปัญหาดั้งเดิมที่มีจำนวนตัวแปรตัดสินใจจำกัดเป็น  $2N+2$  ตัวแปร ซึ่งทำให้มีจำนวนสแตมดั้งเดิม เป็น  $2N+2$  สแตม ดังนี้

$$\sum_{j=1}^N a_{ji} = 1 \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^N a_{ji} = N \quad (19)$$

สมการที่ (18) สำหรับ  $y_i^l$  จำนวน  $N$  สแตม และสำหรับ  $y_i^m$  จำนวน  $N$  สแตม

สมการที่ (19) สำหรับ  $y_i^l$  จำนวน 1 สแตม และสำหรับ  $y_i^m$  จำนวน 1 สแตม

- ขั้นตอนที่ 2 หาคำตอบและค่า Shadow price สำหรับปัญหาดั้งเดิม

ขั้นตอนที่ 3 สร้างแบบจำลองสำหรับปัญหาย่อย 2 ปัญหาตามสมการที่ (10) – (13) และ (14) – (17) ด้วยค่า Shadow price จากขั้นตอนที่ 2 และ  $k=N-1$

- ขั้นตอนที่ 4 หาคำตอบของปัญหาในขั้นตอนที่ 3 และเติมคำตอบที่ได้เป็นสแตมของปัญหาหลักเมื่อค่าสมการเป้าหมาย (Reduced cost coefficient) น้อยกว่า 0 และทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 ถึง 4 จนกว่าจะได้ค่าสมการเป้าหมายมากกว่าหรือเท่ากับ 0

- ขั้นตอนที่ 5 สร้างปัญหาใหม่สำหรับผลรวมจำนวนโครงการที่ลดลงเท่ากับ 1 และทำซ้ำขั้นตอนที่ 3 ถึง 5 จนกว่าค่า  $k$  จะครบทุกกรณี ขั้นตอนวิธีแสดงเป็นแผนผังในรูปที่ 1

## 2.5 การออกแบบการทดลอง

ทำการทดลองวัดประสิทธิภาพของวิธีการสร้างสแตมที่มีขั้นตอนวิธีเฉพาะสำหรับงานวิจัยนี้ โดยใช้โปรแกรม Matlab 2016a และเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยประมวลผล Core i5-7200 2.5GHz หน่วยความจำในการประมวลผล (RAM) 8 GB มีทำการทดลอง 3 การทดลองดังนี้

- ทำการทดลองเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลระหว่างวิธีการสร้างสแตมกับวิธีกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปแบบ กับปัญหามิติเล็ก โดยมีจำนวนโครงการ 11-20 โครงการ

- ทำการทดลองวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของวิธีสร้างสแตมสำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ โดยมีเวลาในการประมวลผลเป็นตัวชี้วัด ทำการทดลองกับขนาดปัญหา คือ 20 25 30 35 และ 40 โครงการ ตามลำดับ

- ทำการทดลองเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาของวิธีการสร้างสแตมกับวิธีการสร้างแถว [5] โดยทำการทดลองบนปัญหาที่มีขนาดใหญ่ คือ 10 30 50 70 90 110 และ 130 โครงการ ตามลำดับ (\*\*หมายเหตุ: การทดลองนี้ ใช้โปรแกรม Matlab 2016a และเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยประมวลผล Intel Core i5-9300H 2.4GHz. หน่วยความจำในการประมวลผล (RAM) 8 GB) ปัญหาที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วยพารามิเตอร์ดังนี้

1. ผลรวมสัดส่วนการลงทุนขั้นต่ำ ( $l_i$ ) สำหรับจำนวนโครงการตั้งแต่ 1 ถึง N โครงการ ซึ่งมีค่าสู่ตามการแจกแจงแบบเอกรูปที่มีค่าต่อเนื่อง ตั้งแต่ 0 ถึง 0.25 โดย  $l_i < m_j$  และ  $l_i < l_j$  เมื่อ  $i < j$

2. ผลรวมสัดส่วนการลงทุนสูงสุด ( $m_i$ ) สำหรับจำนวนโครงการตั้งแต่ 1 ถึง N โครงการ ซึ่งมีค่าสู่ตามการแจกแจงแบบเอกรูปที่มีค่าต่อเนื่อง ตั้งแต่ 0 ถึง 1 โดย  $m_i > l_j$  และ  $m_i < m_j$  เมื่อ  $i < j$

3. กำไรที่ได้จากการลงทุนต่อหน่วยของแต่ละโครงการ ซึ่งมีค่าสู่ตามการแจกแจงแบบเอกรูปที่มีค่าต่อเนื่อง ตั้งแต่ 20 ถึง 45

### 3. ผลการทดลอง

ในงานวิจัยนี้จะแบ่งการทดลองเป็น 3 การทดลอง คือ

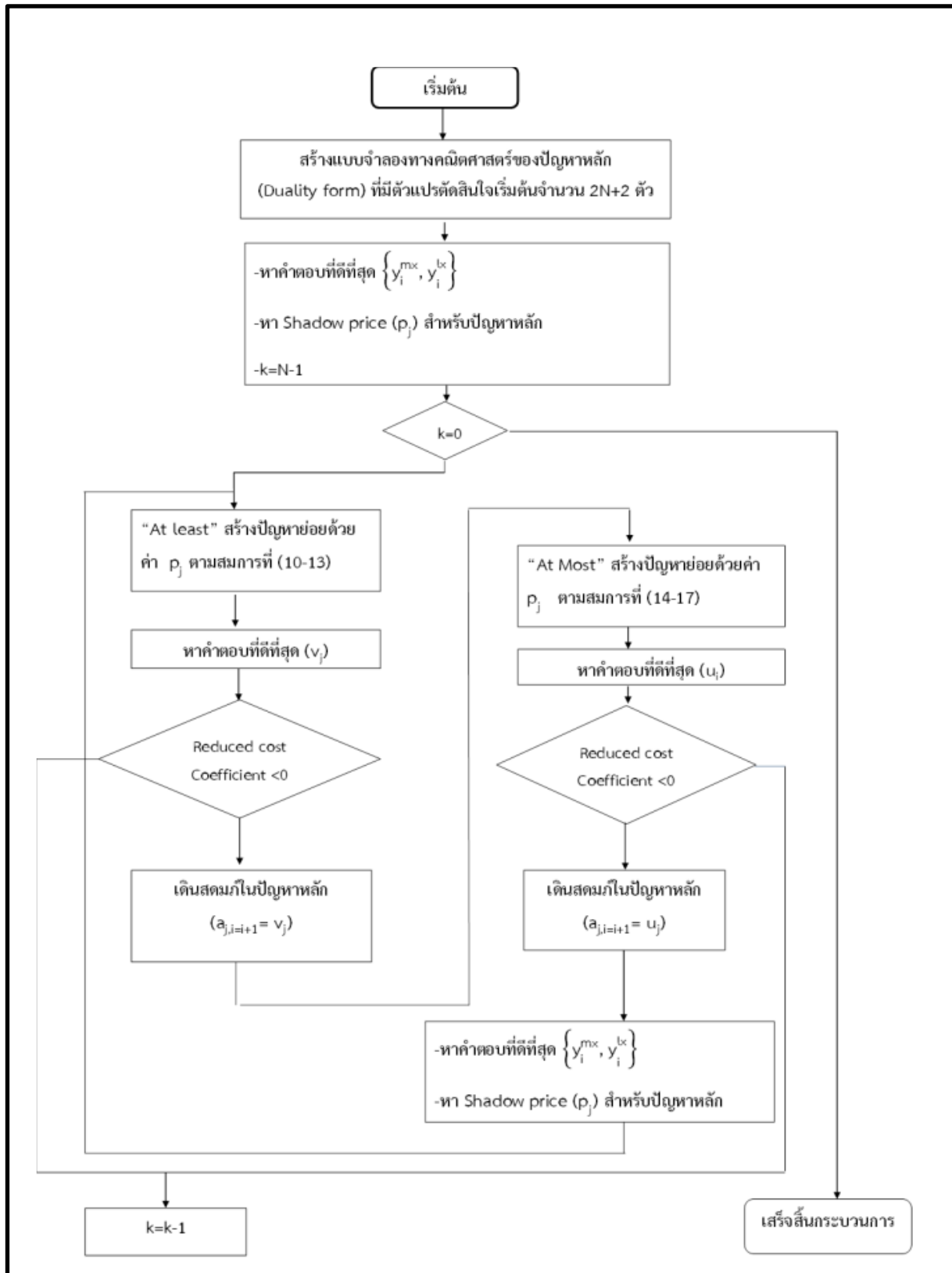
#### 3.1 ปัญหาขนาดเล็ก

ผลการทดลองในกรณีที่ขนาดของปัญหามีขนาดเล็ก คือ ขนาดโครงการมีจำนวน 11-20โครงการ จะเปรียบเทียบผลการทดลองระหว่างวิธีวิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูป และวิธีสร้างสมรรถในเรื่องของเวลาและคุณภาพของคำตอบคือ กำไรในการลงทุน โดยสามารถแสดงผลการทดลอง ในตารางที่ 1

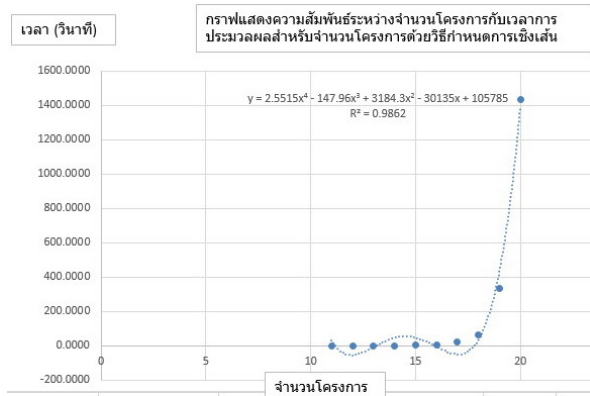
ตารางที่ 1 ผลการทดลองปัญหาขนาดเล็ก

| จำนวนโครงการ | ขนาดปัญหา      | เวลาประมวลผล (วินาที) |            | ผลกำไร (ล้านบาท)  |            | ผลต่างกำไร (%) |
|--------------|----------------|-----------------------|------------|-------------------|------------|----------------|
|              | เงื่อนไขตัวแปร | จำนวนเต็มเชิงเส้น     | สร้างสมรรถ | จำนวนเต็มเชิงเส้น | สร้างสมรรถ |                |
| 11           | 2,047*11       | 0.3936                | 1.0965     | 42.0311           | 42.0311    | 0.0000         |
| 12           | 4,095*12       | 0.0514                | 1.3112     | 36.5553           | 36.5601    | 0.0131         |
| 13           | 8,191*13       | 0.1370                | 1.5310     | 40.0527           | 40.0640    | 0.0282         |
| 14           | 16,383*14      | 0.3590                | 1.7593     | 36.9078           | 36.9078    | 0.0000         |
| 15           | 32,767*15      | 0.7475                | 2.0815     | 38.0650           | 38.0650    | 0.0000         |
| 16           | 65,535*16      | 4.6021                | 1.6555     | 34.8657           | 34.8657    | 0.0000         |
| 17           | 131,071*17     | 18.8454               | 1.1740     | 36.0604           | 36.0727    | 0.0341         |
| 18           | 262,143*18     | 63.2433               | 3.6952     | 38.1627           | 38.3525    | 0.4973         |
| 19           | 524,287*19     | 335.5638              | 10.6583    | 36.2722           | 36.4177    | 0.4011         |
| 20           | 1,048,575*20   | 1,434.0793            | 11.7577    | 37.9738           | 38.0892    | 0.3039         |

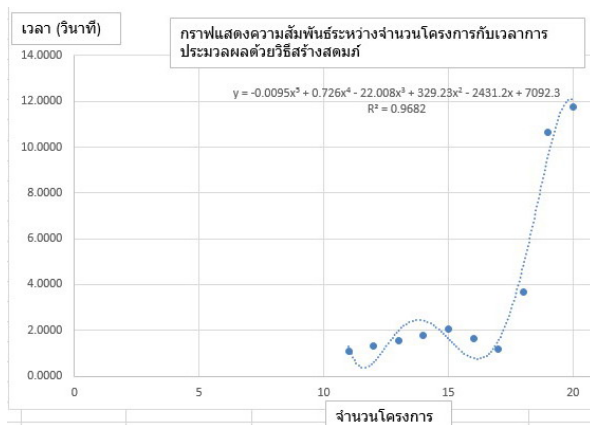
ผลจากตารางที่ 1 เวลาในการประมวลผลโดยวิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูป จะใช้เวลาต่ำกว่าวิธีสร้างสมรรถเมื่อจำนวนโครงการน้อยกว่าหรือเท่ากับ 15 โครงการ จากนั้นเมื่อจำนวนโครงการมากกว่า 15 โครงการ พบว่าเวลาในการประมวลผลโดยใช้วิธีสร้างสมรรถจะใช้เวลาที่น้อยกว่า และเมื่อจำนวนโครงการเพิ่มไปถึง 20 โครงการ พบว่าเวลาประมวลผลโดยวิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปใช้เวลาประมวลผล คือ 1,434.0793 วินาที หรือมากกว่า 14 ชั่วโมงแต่วิธีสร้างสมรรถใช้เวลาประมวลผล คือ 11.7577 วินาที ได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโครงการกับเวลาการประมวลผลดังรูปที่ 2 และ 3



รูปที่ 1 แผนผังแสดงขั้นตอนวิธีเฉพาะของวิธีการสร้างสแตมป์ในงานวิจัย



รูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโครงการกับเวลาประมวลผลด้วยวิธีกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูป



รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโครงการกับเวลาประมวลผลด้วยวิธีสร้างสมการ

จากรูปที่ 2 และ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโครงการกับเวลาประมวลผลที่ได้ พบว่าวิธีกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูป และวิธีสร้างสมการ มีความเหมาะสมสำหรับแก้ปัญหาที่กล่าวได้ไม่แตกต่างกัน พิจารณาคุณภาพของคำตอบ (ข้อมูลผลกำไร) ในตารางที่ 1 พบว่าคุณภาพคำตอบของวิธีสร้างสมการน้อยกว่าวิธีกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งผลต่างสูงสุดจากการทดลองมีค่าเท่ากับร้อยละ 0.4973 ซึ่งทางทฤษฎี คุณภาพคำตอบไม่ควรมีความแตกต่างกัน แต่ในทางปฏิบัติอาจเกิดผลต่างได้เนื่องจากค่าความละเอียดของ reduced cost coefficient ซึ่งค่าความละเอียดที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีค่าเป็น  $1 \times 10^{-15}$

### 3.2 ปัญหาขนาดใหญ่

เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่มากขึ้น การประมวลผลด้วยวิธีกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็ม

รูปแบบ ต้องใช้เวลาในการประมวลผลมาก ยกตัวอย่างเช่น ปัญหาที่มีจำนวนโครงการเท่ากับ 20 โครงการ ในการทดลองที่ 1 ใช้เวลาในการประมวลผลอย่างน้อย 14 ชั่วโมง ซึ่งการหาคำตอบด้วยวิธีการสร้างสมการสามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้และใช้เวลาในการประมวลผลน้อยกว่ามาก เนื่องจากวิธีการสร้างสมการเลือกเฉพาะเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการสร้างแบบจำลองเท่านั้น โดยพิจารณาจากค่า reduced cost coefficient ดังหลักการที่กล่าวมาแล้ว ทำให้สามารถลดขนาดของปัญหาและเวลาประมวลผลลงได้มาก เช่น ปัญหาที่มีจำนวนโครงการเท่ากับ 20 โครงการ ใช้เวลาแก้ปัญหาเพียง 2.54 วินาที ผลการทดลองแก้ปัญหาขนาดใหญ่ที่มีจำนวนโครงการ 20-40 โครงการ ด้วยวิธีการสร้างสมการได้ผลดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 เวลาประมวลผลตั้งแต่ 20 โครงการขึ้นไปด้วยวิธีสร้างสมการ

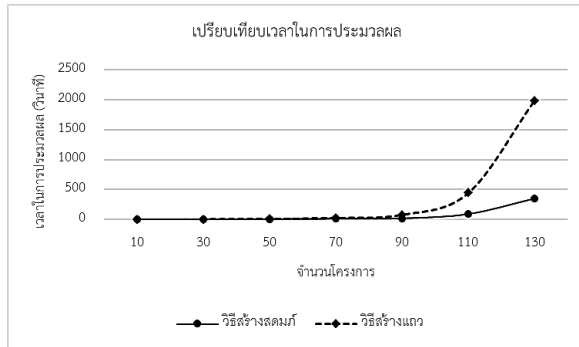
| จำนวนโครงการ | ขนาดปัญหา<br>เงื่อนไข*ตัวแปร | เวลาประมวลผล<br>(วินาที) |
|--------------|------------------------------|--------------------------|
| 20           | 1,048,575*20                 | 2.5421                   |
| 25           | 33,554,431*25                | 3.9459                   |
| 30           | 1,073,741,823*30             | 4.1514                   |
| 35           | 34,359,738,367*35            | 7.3739                   |
| 40           | 1,099,511,627,775*40         | 21.7659                  |

จากตารางที่ 1 และ ตารางที่ 2 พบว่า การแก้ปัญหาด้วยวิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปเหมาะสมกับจำนวนโครงการไม่เกิน 20 โครงการ ถ้าจำนวนโครงการเกินกว่านี้จะใช้เวลานานมากในการประมวลผลเพื่อลดเวลาในการประมวลผลจึงใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีสร้างสมการเพื่อลดจำนวนข้อจำกัดที่ไม่จำเป็น และสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้

### 3.3 เปรียบเทียบกับวิธีการสร้างแถว [5] สำหรับปัญหาขนาดใหญ่

วิเคราะห์เปรียบเทียบความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการประมวลผลเฉลี่ยด้วยการทดสอบ Paired sample t-test พบว่าเวลาในการประมวลผลของวิธีการสร้างสมการน้อยกว่า

วิธีการสร้างแถวที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และเมื่อปัญหามีขนาดใหญ่มากขึ้น ผลต่างของเวลาในการประมวลผลมีแนวโน้มที่จะแตกต่างกันมากขึ้น เช่น ปัญหาที่มี 130 โครงการ วิธีการสร้างสตมกใช้เวลาน้อยกว่าวิธีการสร้างแถวถึง ร้อยละ 82.45 ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 เปรียบเทียบเวลาประมวลผลของวิธีสร้างสตมกกับวิธีสร้างแถว [5]

#### 4. สรุปและวิจารณ์ผล

ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ เป็นปัญหาที่มีจำนวนข้อจำกัดแปรตามจำนวนของโครงการ โดยเฉพาะเมื่อมีการพิจารณาข้อจำกัดทั้งค่าผลรวมสัดส่วนขั้นต่ำ และผลรวมสัดส่วนสูงสุดร่วมกัน ทำให้วิธีการกำหนดการเชิงเส้นที่พิจารณาข้อจำกัดทุกกรณีไม่สามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ภายในเวลาที่เหมาะสม งานวิจัยนี้เสนอวิธีการสร้างสตมก เพื่อแก้ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ที่มีจำนวนโครงการมาก ซึ่งวิธีการสร้างสตมกใช้หลักการสร้างเงื่อนไขเพิ่ม โดยสตมกที่เพิ่มขึ้น คือสตมกที่ทำให้ค่า Reduced cost coefficient ของปัญหาลดลง ซึ่งหมายถึงสตมกดังกล่าวทำให้ค่าสมการเป้าหมายเปลี่ยนแปลง หรือหมายถึงสตมกดังกล่าวเป็นข้อจำกัดที่มีความจำเป็นเช่นกัน วิธีการสร้างสตมกจะทำการสร้างสตมกไปจนกว่าค่า Reduced cost coefficient มีค่าน้อยกว่า 0 ซึ่งหมายถึงไม่มีข้อจำกัดที่จำเป็นที่ทำให้ค่าสมการเป้าหมายเปลี่ยนแปลงค่าอีก และข้อจำกัดที่มีอยู่สามารถแทนข้อจำกัดทั้งหมดได้ ซึ่งวิธีการนี้จะเหมาะสมกับปัญหาที่มีเงื่อนไขจำนวนมหาศาล จากผลการทดลองที่ได้พบว่าเมื่อจำนวนโครงการต่ำกว่า 15 โครงการ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปแบบสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ด้วยเวลาในการประมวลผลที่น้อยกว่า แต่เมื่อจำนวนปัญหาเพิ่มขึ้น พบว่าเวลาในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการกำหนดการเชิง

เส้นแบบเต็มรูปแบบใช้เวลาในการประมวลผลมาก ในขณะที่วิธีการสร้างสตมกสามารถแก้ปัญหาได้ในเวลาที่เหมาะสม และเมื่อทำการเปรียบเทียบวิธีการสร้างสตมกกับวิธีการสร้างแถว [5] พบว่าเมื่อจำนวนข้อจำกัดเพิ่มขึ้น เวลาในการประมวลผลวิธีการสร้างแถวเพิ่มขึ้นอย่างมากและรวดเร็ว ในขณะที่วิธีการสร้างสตมกยังสามารถแก้ปัญหาขนาดใหญ่ได้ภายในเวลาที่เหมาะสม ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าวิธีการสร้างสตมกสามารถแก้ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมู่ได้ โดยคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ดีที่สุด และในแง่ของเวลาในการประมวลผล วิธีการสร้างสตมกมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีการกำหนดการเชิงเส้นแบบเต็มรูปแบบ และวิธีการสร้างแถว [5] เมื่อปัญหามีข้อจำกัดมากขึ้น อย่างไรก็ตามเมื่อจำนวนข้อจำกัดมากขึ้น (จำนวนโครงการ) เวลาในการประมวลผลของวิธีการสร้างสตมกเพิ่มมากขึ้นด้วยความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น และเริ่มใช้เวลาเพิ่มขึ้นมากเมื่อจำนวนโครงการมากกว่า 90 โครงการ

#### 5. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณาจารย์ และบุคลากรของคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ทุกท่านและมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ที่ให้การสนับสนุนในเรื่องสถานที่ทำวิจัย รวมถึงคุณเอราวิธ ธาร อาจารย์ประจำคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา ที่ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูล

#### เอกสารอ้างอิง

- [1] T. J. Boonen, A. Tsanakas and M. V. Wüthrich, "Capital allocation for portfolios with non-linear risk aggregation," *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 72, pp. 95-106, 2017.
- [2] D. Balog, T. L. Bátyi, P. Csóka and M. Pintér, "Properties and comparison of risk capital allocation methods," *European Journal of Operational Research*, vol. 259, pp. 614-625, 2017.
- [3] J. Wang and A. Wang, "Data envelope analysis on capital allocation efficiency using hybrid

- fuzzy method,” *Computers & Electrical Engineering*, vol. 71, pp. 206-211, 2018.
- [4] W. D. M. Janzen and I. Requejo, “Capital allocation and ownership concentration in the shipping industry,” *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 122, pp. 78-99, 2019.
- [5] อภิศักดิ์ วิทยาประภากร, เอราริล ถาวร, เรืองทิวา ทิพย์ศักดิ์ และ พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล, “การแก้ปัญหาการจัดสรรเงินลงทุนเชิงจัดหมัด้วยเทคนิคการสร้างแถว,” *วารสารไทยการวิจัยดำเนินงาน*, ปีที่ 6, ฉบับที่ 2, น. 10-21, 2561.
- [6] P. C. Gilmore and R. Gomory “A linear programming approach to the cutting stock problem—Part II,” *Operations Research*, 1961.
- [7] M. A. Goberna and M. A. Lopez, “Linear semi-infinite programming theory: an updated survey,” *European Journal of Operational Research*, vol. 143, pp. 390-405, 2002.
- [8] A. Charnes, W. W. Copper and K. Kortanek “On representation of semi-infinite programs which have no duality gaps,” *Management Science*, vol. 12, pp. 113-121, 1965.
- [9] P. Charnsethikul, “A column generations approach for the products mix,” *Management Science and Engineering Management*, vol. 6, pp. 105-108, 2002.
- [10] G. Dantzing and W. Orchard-Hays, "The product form the inverse in the simplex method," *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, vol. 8, no. 35, pp. 64-67, 1954.