

การประเมินสมรรถนะวงควบคุมภายใต้การเปลี่ยนแปลงทันทีของการรบกวนและความไม่แน่นอนจากการวัด

Performance Assessment of Control Loop under Abrupt Changes of Disturbances and Measurement Uncertainty

เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย และ อุบลวรรณ ตันตินุวงศ์

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

254 ถนนพญาไท ปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330 โทร. 0-2218-6487 โทรสาร 0 2251 8991

Email: bdavid@chula.ac.th, T_ubonwan@chula.com

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม โดยเปรียบเทียบค่าแปรปรวนสัญญาณที่วัดได้กับค่ามาตรฐาน. ที่ผ่านมากำหนดค่ามาตรฐานถูกกำหนดเป็นค่าแปรปรวนต่ำสุดซึ่งคำนวณได้จากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาของสัญญาณที่พิจารณา. โดยทั่วไปสัญญาณที่ได้จากการวัดอาจมีค่าแตกต่างจากสัญญาณค่าจริง นั่นคือ การวัดมีความคลาดเคลื่อน หรือความไม่แน่นอน. ดังนั้น เราจึงนิยามค่ามาตรฐานใหม่สำหรับการประเมินสมรรถนะ เรียกว่า ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน และพัฒนาระเบียบวิธีเพื่อคำนวณอนุกรมเวลาของสัญญาณที่วัดได้ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงทันทีของพลวัตการรบกวนและความไม่แน่นอนจากการวัด. การวิเคราะห์อนุกรมเวลาของสัญญาณที่ข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนจัดเป็นปัญหาลำบากสองน้อยสุดคงทน ซึ่งสามารถแปลงเป็นโปรแกรมกรวยอันดับสอง. กรรรมวิธีการหาผลเฉลยเชิงเลขทำได้ง่ายและมีประสิทธิภาพ. ในตอนท้าย เราแสดงตัวอย่างการประเมินสมรรถนะกับระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน. พบว่า ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนสามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงทันทีของพลวัตในวงควบคุม จึงทำให้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนมีความสมจริงและเหมาะสมสำหรับการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมมากกว่าดรรชนีสมรรถนะแบบอื่น.

คำสำคัญ: การประเมินสมรรถนะ, ค่าแปรปรวนต่ำสุด, การเปลี่ยนแปลงทันทีของการรบกวน, ความไม่แน่นอนจากการวัด, เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน.

Abstract

This paper presents the performance assessment of the control loop by comparing the actual performance with the benchmark. The benchmark was previously based on the minimum variance which can be calculated from time-series analysis of the measured output. In general, measured signals are different from actual signals. That is the measurement contains error or uncertainty. Hence, we define a new benchmark for performance assessment called the robust minimum variance and develop an algorithm to analyze the time series of the output signal under abrupt changes of disturbance dynamics and measurement uncertainty. The time series analysis of measured signal subject to uncertainty is formulated as the robust least

squares problem which can be cast as the second order cone program. The numerical solution can be readily and efficiently obtained. Finally, we illustrate an example of performance assessment for the heat exchanger control system and compare several performance indices. The results show that the performance based on robust minimum variance is more realistic and able to indicate the abrupt change of dynamic in the control loop more clearly than other performance indices.

Keywords: Performance assessment, Minimum variance, Abrupt change of disturbance, Measurement uncertainty, Heat exchanger.

1 บทนำ

การประเมินสมรรถนะเป็นการบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงที่ทำให้สมรรถนะของวงควบคุมดีขึ้นหรือเลวลง. กระบวนการควบคุมทางอุตสาหกรรมประกอบด้วยวงควบคุมเป็นจำนวนประมาณ 100-1,000 วง ดังนั้น การวัดตัวแปรในวงควบคุม เช่น อุณหภูมิ ความดัน ระดับ อัตราการไหล ประกอบด้วยสัญญาณเป็นจำนวนมาก. ทำอย่างไรจึงสามารถวิเคราะห์สัญญาณเหล่านี้ เพื่อบ่งบอกสถานะของวงควบคุม และใช้ผลการวิเคราะห์ไปพัฒนาการควบคุมกระบวนการให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น [1, 2]. นอกจากนี้ การประเมินสมรรถนะยังส่งผลในด้านเศรษฐศาสตร์ โดยเฉพาะ การบำรุงรักษาเครื่องมือวัด คุมอย่างสม่ำเสมอทำให้กระบวนการทำงานที่จุดเหมาะสม (optimal setting) สามารถช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายในส่วนพลังงาน ยังผลให้ต้นทุนการผลิตต่ำลงด้วย. ตัวอย่างการประยุกต์ใช้การประเมินสมรรถนะ ได้แก่ กระบวนการผลิตเยื่อกระดาษ โรงกลั่นน้ำมัน [4].

วิธีการประเมินและค่ามาตรฐานที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะย่อมขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์การควบคุม. เมื่อวัตถุประสงค์ของการควบคุม คือการลดค่าแปรปรวนสัญญาณออก ดรรชนีสมรรถนะที่นิยมใช้เป็นอัตราส่วนของค่าแปรปรวนต่ำสุดต่อค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุม. ค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้การควบคุมแบบค่าแปรปรวนต่ำสุด (minimum variance control). การควบคุมแบบค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นการควบคุมที่ดีเยี่ยม ในแง่ที่ไม่มีส่วนควบคุมอื่นที่จะทำให้ค่าแปรปรวนต่ำกว่านี้ได้ แต่การควบคุมแบบค่าแปรปรวนต่ำสุดไม่เป็นที่ยอมรับในทางปฏิบัติ ด้วยเหตุผลที่ทำให้วงควบคุมไม่คงทน และต้องใช้สัญญาณควบคุมขนาดใหญ่. อย่างไรก็ตาม การควบคุมแบบ

ค่าแปรปรวนต่ำสุดให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการประเมินสมรรถนะ นั่นคือ เราสามารถกำหนดให้ค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นค่ามาตรฐาน (benchmark) เพื่อใช้เปรียบเทียบสมรรถนะของวงควบคุม.

ตรรกะนี้สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดนี้สามารถคำนวณได้จากการวิเคราะห์หอนุกรมเวลาสัญญาณออก [3]. การคำนวณสัมประสิทธิ์ของหอนุกรมเวลาของสัญญาณออกเทียบเท่ากับการหาเอกลักษณ์ของวงควบคุม. นั่นคือ เป็นการหาสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองพลวัต โดยใช้ข้อมูลสัญญาณเข้าและสัญญาณออกของวงควบคุม. ในทางปฏิบัติ พบว่าขั้นตอนการหาเอกลักษณ์ของระบบนั้นใช้วิธีการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดของสมการเชิงเส้น.

ที่ผ่านมา การวิเคราะห์หอนุกรมเวลาของสัญญาณออกจากวงควบคุมมักจะเกิดความไม่แน่นอนจากการวัด. อย่างไรก็ตาม เป็นที่สังเกตว่าสัญญาณที่ได้จากการวัดอาจมีความคลาดเคลื่อนหรือมีความไม่แน่นอนรวมอยู่ด้วย. จากสาเหตุดังกล่าว เราจึงพัฒนาวิธีการคำนวณสัมประสิทธิ์ของหอนุกรมเวลาของสัญญาณที่วัดได้ภายใต้ความไม่แน่นอนที่มีขอบเขต. การวิเคราะห์หอนุกรมเวลาของสัญญาณที่มีความคลาดเคลื่อนของข้อมูล สามารถจัดรูปเป็นปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน (robust least squares: RLS) และมีโปรแกรมกรวยอันดับสอง (second-order cone program: SOCP) [5, 6] พร้อมทั้งซอฟต์แวร์ [7] เป็นเครื่องมือในการหาคำตอบ.

นอกจากนี้ ในการประเมินสมรรถนะเรายังจะแบ่งข้อมูลออกเป็นช่วงๆ แล้วนำข้อมูลของแต่ละช่วงไปวิเคราะห์หอนุกรมเวลาและประมาณสัญญาณรบกวน. สัญญาณรบกวนที่ประมาณได้ในแต่ละช่วงอาจมีพลวัตต่างกัน จึงเป็นเหตุให้ค่ามาตรฐานที่คำนวณได้มีค่าแปรผันตามเวลา [8]. อย่างไรก็ตาม ตัวควบคุมที่ใช้ในวงควบคุมทั่วไปเป็นแบบไม่แปรผันตามเวลา ดังนั้นการวิเคราะห์ค่าแปรปรวนต่ำสุดจึงควรมีเพียงค่าเดียว. ด้วยเหตุนี้ การใช้ค่ามาตรฐานที่แปรผันตามเวลาจึงไม่สมจริงกับตัวควบคุมที่ไม่แปรผันตามเวลา. ดังนั้นเราจึงประยุกต์หลักการกำหนดค่ามาตรฐาน ซึ่งมีคุณสมบัติไม่แปรผันตามเวลา [8] และพัฒนาระเบียบวิธีการคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบไม่แปรผันตามเวลา มาสู่การคำนวณค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบที่ไม่แปรผันตามเวลา.

โครงสร้างของบทความเป็นดังนี้ เพื่อความสะดวกในการทำ ความเข้าใจ ในตอนที่ 2 อธิบายเนื้อหาจำเป็น ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เบื้องต้นสำหรับพัฒนากระบวนการหาคำตอบของงานวิจัยนี้. ในตอนที่ 3 บรรยายการวิเคราะห์หอนุกรมเวลาของสัญญาณออกของระบบเชิงเส้น ต่อด้วย พิจารณาการวิเคราะห์หอนุกรมเวลาเมื่อคำนึงถึงความไม่แน่นอนจากการวัด. ในตอนที่ 4 นำเสนอค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดและตรรกะนี้สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด ขณะที่ ในตอนที่ 5 นำเสนอผลกระทบของการประเมินสมรรถนะจากการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน พร้อมทั้งนำเสนอค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบไม่แปรผันตามเวลา. ในตอนที่ 6 เมื่อพิจารณาความไม่แน่นอนจากการวัดในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม จึงนิยามค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนทั้งแบบที่แปรผันตามเวลาและไม่แปรผันตามเวลา และพัฒนาวิธีการคำนวณตรรกะนี้สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน. ในตอนที่ 7 แสดงตัวอย่างการประเมินสมรรถนะของระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน และเปรียบเทียบตรรกะนี้สมรรถนะแบบต่างๆ. สุดท้ายตอนที่ 8 เป็นบทสรุป.

2 คณิตศาสตร์พื้นฐาน

เนื่องจากงานวิจัยนี้มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับปัญหาสมการเชิงเส้น, จึงขอเสนอคณิตศาสตร์พื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว. ส่วนแรกกล่าวถึงปัญหากำลังสองน้อยสุด ต่อด้วยปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน และโปรแกรมกรวยอันดับสอง ซึ่งมีรูปแบบเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงคอนเวกซ์. โปรแกรมกรวยอันดับสองเป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับการหาคำตอบของปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน.

2.1 ปัญหากำลังสองน้อยสุด

พิจารณาสมการเชิงเส้น

$$Ax \approx b, \quad (1)$$

เมื่อ $x \in \mathbb{R}^m$, $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ เป็นเมตริกซ์ข้อมูลที่มีค่าลำดับชั้นเต็ม (full rank) และ $b \in \mathbb{R}^n$ เป็นเวกเตอร์ข้อมูล. สำหรับ x ใดๆ เรานิยามค่าตกค้าง (residue) ได้ดังนี้

$$r(A, b, x) = \|Ax - b\|, \quad (2)$$

โดยที่ $\|\cdot\|$ เป็นนอร์มยูคลิเดียน (Euclidean norm) ของเวกเตอร์. ปัญหากำลังสองน้อยสุดเป็นการหาคำตอบ x ที่สอดคล้องกับสมการ (1) และทำให้ค่าตกค้างมีค่าต่ำสุด. กำหนดให้ x_{ls} เป็นคำตอบของปัญหากำลังสองน้อยสุด นั่นคือ x_{ls} ทำให้ค่าตกค้าง (2) มีค่าต่ำสุด. การหาคำตอบ x_{ls} เริ่มจากการพิจารณาค่ากำลังสองของค่าตกค้างดังนี้

$$r^2 = x^T A^T A x - 2b^T A x + b^T b.$$

จากนั้นหาอนุพันธ์ของ r^2 เทียบกับ x และกำหนดให้อนุพันธ์ดังกล่าวมีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$2x^T A^T A - 2b^T A = 0.$$

เมื่อจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$A^T A x = A^T b.$$

จากคุณสมบัติค่าลำดับชั้นเต็มของเมตริกซ์ A ทำให้ $A^T A$ เป็นเมตริกซ์ที่มีตัวผกผัน. เมื่อคูณตัวผกผันของเมตริกซ์ $A^T A$ ทั้งสองข้างของสมการ พบว่าคำตอบ x_{ls} ของปัญหากำลังสองน้อยสุดคือ

$$x_{ls} = (A^T A)^{-1} A^T b.$$

เนื่องจากการหาคำตอบ x_{ls} ของปัญหากำลังสองน้อยสุด ไม่ได้พิจารณาผลของความไม่แน่นอนที่มีอยู่ในข้อมูล (A, b) . เราจึงนำเสนอปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนในหัวข้อถัดไป.

2.2 ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทน

ปัญหากำลังสองน้อยสุดคงทนเป็นปัญหาการหาคำตอบในรูปแบบคล้ายกับปัญหากำลังสองน้อยสุด แต่สิ่งที่ต่างกันคือการพิจารณาความไม่แน่นอนที่มีอยู่ในข้อมูล. พิจารณาสมการเชิงเส้น

$$(A + \Delta A)x \approx (b + \Delta b), \quad (3)$$

เมื่อ $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $b \in \mathbb{R}^n$ และ $(A + \Delta A, b + \Delta b)$ เป็นข้อมูลที่มีความไม่แน่นอน โดยที่ $\Delta = [\Delta A \ \Delta b]$ เป็นความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขต กล่าวคือ $\|\Delta\|_2 \leq \rho$, $\rho \geq 0$. ในที่นี้ $\|\cdot\|_2$ เป็นนอร์มเมตริกซ์. สำหรับ x ใดๆ นิยามค่าตกค้างแล้วได้ดังนี้

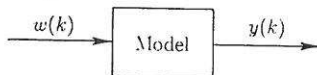
$$r(A, b, \rho, x) \triangleq \max_{\|[\Delta A \ \Delta b]\|_2 \leq \rho} \|(A + \Delta A)x - (b + \Delta b)\|. \quad (4)$$

3 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่พิจารณาในงานวิจัยนี้คือ การหาสัมประสิทธิ์ของอนุกรมเวลาของสัญญาณออกจากวงจรควบคุมภายใต้สัญญาณรบกวน. ในที่นี้ ได้แบ่งการวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นสองแบบคือ การวิเคราะห์อนุกรมเวลาสำหรับสัญญาณออกที่วัดได้แม่นยำหรือไม่มีความคลาดเคลื่อนจากการวัด และการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสำหรับสัญญาณออกที่อาจมีความคลาดเคลื่อนหรือความไม่แน่นอนจากการวัด.

3.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลาสัญญาณออก

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสัญญาณออก กำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณรบกวน $w(k)$ กับ สัญญาณออก $y(k)$ เป็นดังแบบจำลองในรูปที่ 2.



รูปที่ 2: แบบจำลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณรบกวนกับสัญญาณออก

เมื่อ $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาว (white noise) ที่มีการกระจายความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน (Gaussian). กล่าวคือ $w(k)$ เป็นตัวแปรสุ่มอิสระ (independent random variables) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ_w^2 . นิยามค่าเฉลี่ยและค่าแปรปรวนของสัญญาณรบกวน $w(k)$ คือ

$$\begin{aligned} E\{w(k)\} &= 0, \\ E\{w^2(k)\} &= \sigma_w^2, \end{aligned}$$

โดยที่ $E\{\cdot\}$ คือค่าคาดหวัง (Expected value). เนื่องจาก $w(k)$ เป็นตัวแปรสุ่มอิสระ จะได้ว่า

$$E\{w(i)w(j)\} = \begin{cases} \sigma_w^2, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (8)$$

ในทางปฏิบัติ เราสามารถประมาณ σ_w^2 โดยการสุ่มตัวอย่างจำนวนเท่ากับ N และคำนวณค่าแปรปรวนจากตัวอย่าง (sample variance) ได้จากความสัมพันธ์

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N w^2(k). \quad (9)$$

แบบจำลองที่พิจารณาในงานวิจัยนี้ ได้แก่ แบบจำลองอัตถดถอย (autoregressive model: AR model) และแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average model: MA model). ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณรบกวน $w(k)$ กับสัญญาณออก $y(k)$ ของแบบจำลองอัตถดถอยอันดับ n_a คือ

$$F(q)y(k) = w(k), \quad (10)$$

โดยที่ $F(q) = 1 + f_1q^{-1} + f_2q^{-2} + \dots + f_{n_a}q^{-n_a}$, และ $f_1, f_2, \dots, f_{n_a}$ เป็นสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองอัตถดถอย. q^{-1} คือตัวดำเนินการเลื่อนย้อนกลับ นั่นคือ $q^{-1}y(k) = y(k-1)$. ดังนั้นอนุกรมเวลาของแบบจำลองอัตถดถอยคือ

$$y(k) + f_1y(k-1) + \dots + f_{n_a}y(k-n_a) = w(k). \quad (11)$$

ในขณะที่ ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณรบกวน $w(k)$ กับสัญญาณออก $y(k)$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่คือ

$$y(k) = H(q)w(k), \quad (12)$$

โดยที่ $H(q) = 1 + h_1q^{-1} + h_2q^{-2} + \dots$ และ $h_1, h_2, \dots$ เป็นสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่. ดังนั้น อนุกรมเวลาของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่คือ

$$y(k) = w(k) + h_1w(k-1) + h_2w(k-2) + \dots \quad (13)$$

จาก [9] แบบจำลองอัตถดถอย (12) อาจแปลงให้อยู่ในรูปของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (10) โดยที่ $H(q)$ เป็นพหุนามที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $H(q)F(q) = 1$. กำหนดให้ σ_y^2 เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกที่คำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= E\{y^2(k)\} \\ &= E\{(w(k) + h_1w(k-1) + h_2w(k-2) + \dots) \\ &\quad (w(k) + h_1w(k-1) + h_2w(k-2) + \dots)\} \end{aligned}$$

จากคุณสมบัติของ $w(k)$ ใน (8) ค่าแปรปรวนมีค่าเท่ากับ

$$\sigma_y^2 = (1 + h_1^2 + h_2^2 + \dots)\sigma_w^2.$$

สำหรับการคำนวณสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองอัตถดถอย และแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ และการประมาณสัญญาณรบกวน สามารถหาวิธีละเอียดได้จาก [9]. การหาเอกลักษณ์ของระบบเป็นการหาสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าของแบบจำลอง โดยใช้สัญญาณรบกวนและสัญญาณออกที่วัดได้ของระบบเป็นข้อมูลในการคำนวณ. ในทางปฏิบัติ สัญญาณออกเป็นข้อมูลที่ได้จากตัวตรวจวัด (sensor) ขณะที่การวัดสัญญาณรบกวนซับซ้อนและยุ่งยาก. การหาสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองอัตถดถอย และแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เป็นการประมวลสัญญาณออก $y(k)$ ของวงจรควบคุมภายใต้สัญญาณรบกวน $w(k)$. จากแบบจำลอง (11) และ (13) การคำนวณสัมประสิทธิ์ $f_1, f_2, \dots, f_{n_a}$ หรือ $h_1, h_2, \dots$ ของอนุกรมเวลาจำเป็นต้องใช้ข้อมูลสัญญาณออกที่วัดได้และสัญญาณรบกวน. เนื่องจากข้อจำกัดของการวัดสัญญาณรบกวน เราจึงเลี่ยงการคำนวณสัมประสิทธิ์ $h_1, h_2, \dots$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ แต่จะคำนวณสัมประสิทธิ์ $f_1, f_2, \dots, f_{n_a}$ ของแบบจำลองอัตถดถอยก่อน, แล้วจึงย้อนกลับไปคำนวณสัมประสิทธิ์ $h_1, h_2, \dots$ ของแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่. เริ่มแรก จัดรูปแบบสมการ (11) ใหม่เป็น

$$f_1y(k-1) + \dots + f_{n_a}y(k-n_a) = -y(k) + w(k). \quad (14)$$

และเก็บข้อมูลสำหรับการหาแบบจำลองให้มีจำนวนมากเพียงพอ กำหนดจำนวนข้อมูลเท่ากับ N จุด, โดยให้ $N \gg n_a$. พิจารณาสมการ (14) และแทนค่า k ด้วย $n_a + 1, n_a + 2, \dots, N$ จะเขียนความสัมพันธ์ในรูปแบบเมตริกซ์ได้เป็น

$$Af = b + w, \quad (15)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} y(n_a) & y(n_a-1) & \dots & y(1) \\ y(n_a+1) & y(n_a) & \dots & y(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(N-2) & y(N-1) & \dots & y(N-n_a-1) \\ y(N-1) & y(N-2) & \dots & y(N-n_a) \end{bmatrix} \\ b &= -[y(n_a+1) \ y(n_a+2) \ \dots \ y(N)]^T \\ f &= [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_{n_a}]^T \\ w &= [w(n_a+1) \ w(n_a+2) \ \dots \ w(N)]^T. \end{aligned}$$

เนื่องจาก $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ เราจึงประมาณให้ $w \approx 0$. ฉะนั้น สมการ (15) เขียนใหม่ได้เป็น

$$Af \approx b. \quad (16)$$

แล้วคำนวณค่าตอบของ (16) ได้จากการแก้ปัญหาล้างสองน้อยสุด. กำหนดให้ f_{ls} เป็นคำตอบจากการแก้ปัญหาล้างสองน้อยสุด (16) มีค่าดังนี้

$$f_{ls} = (A^T A)^{-1} A^T b. \quad (17)$$

คำตอบ f_{ls} ใน (17) เป็นสัมประสิทธิ์ของอนุกรมเวลาของแบบจำลอง (11) ต่อไป เป็นการคำนวณสัมประสิทธิ์ $\hat{h}_1, \hat{h}_2, \dots$ ของอนุกรมเวลาของแบบจำลอง (13) ซึ่งหาได้จากเงื่อนไข $\hat{H}(q)\hat{F}(q) = 1$. ขณะเดียวกัน พิจารณาค่าคลาดเคลื่อนจากการแก้ปัญหาล้างสองน้อยสุด พบว่า

$$w = Af_{ls} - b. \quad (18)$$

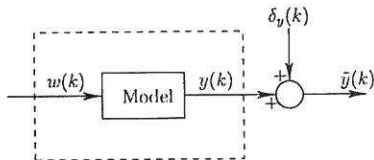
ดังนั้น จึงใช้ค่าคลาดเคลื่อนนี้เป็นค่าประมาณของสัญญาณรบกวน. ลำดับสุดท้าย เมื่อได้ค่าประมาณของสัญญาณรบกวน เราก็จะสามารถคำนวณค่าแปรปรวนของสัญญาณรบกวนได้จากสมการ (9).

3.2 การวิเคราะห์อนุกรมเวลาสำหรับสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนจากการวัด

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสำหรับสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน กำหนดให้ $\tilde{y}(k)$ เป็นสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน ดังนี้

$$\tilde{y}(k) = y(k) + \delta_y(k), \quad \|\delta_y(k)\| \leq \alpha, \quad \alpha \geq 0 \quad (19)$$

โดยที่ $y(k)$ เป็นสัญญาณออกจริง และ $\delta_y(k)$ เป็นความไม่แน่นอนที่มีขอบเขต (bounded uncertainty). ความสัมพันธ์ระหว่าง $w(k)$ กับ $\tilde{y}(k)$ แสดงดังรูปที่ 3.2.



รูปที่ 3: แบบจำลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณรบกวนกับสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนจากการวัด

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอน คือ การหาค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมเวลาของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนจากควบคุมภายใต้สัญญาณรบกวน $w(k)$. ความสัมพันธ์ระหว่าง $w(k)$ กับ $\tilde{y}(k)$ ตามแบบจำลองอัตโนมัติด้วยที่มีอันดับ n_a

$$\hat{F}(q)(\tilde{y}(k) - \delta_y(k)) = w(k),$$

โดยที่ $\hat{F}(q) = 1 + \hat{f}_1 q^{-1} + \dots + \hat{f}_{n_a} q^{-n_a}$ และ อนุกรมเวลาของสัญญาณออกตามแบบจำลองอัตโนมัติด้วยได้ความไม่แน่นอนการวัดคือ

$$(\tilde{y}(k) - \delta_y(k)) + \hat{f}_1(\tilde{y}(k-1) - \delta_y(k-1)) + \dots + \hat{f}_{n_a}(\tilde{y}(k-n_a) - \delta_y(k-n_a)) = w(k). \quad (20)$$

ในขณะที่ แบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่มีลักษณะเป็นดังนี้

$$\tilde{y}(k) - \delta_y(k) = \hat{H}(q)w(k),$$

โดยที่ $\hat{H}(q) = 1 + \hat{h}_1 q^{-1} + \hat{h}_2 q^{-2} + \dots$ และ อนุกรมเวลาของสัญญาณออกตามแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ภายใต้ความไม่แน่นอนจากการวัดคือ

$$\tilde{y}(k) - \delta_y(k) = w(k) + \hat{h}_1 w(k-1) + \hat{h}_2 w(k-2) + \dots \quad (21)$$

แบบจำลองอัตโนมัติด้วยภายใต้ความไม่แน่นอนการวัดมีความสัมพันธ์กับแบบจำลองค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ สอดคล้องกับเงื่อนไข $\hat{H}(q)\hat{F}(q) = 1$.

กำหนดให้ $\sigma_{\tilde{y}}^2$ เป็นค่าแปรปรวนของ $\tilde{y}$ ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\sigma_{\tilde{y}}^2 = \sup_{\|\delta_y\| \leq \alpha} (1 + \hat{h}_1^2 + \hat{h}_2^2 + \dots) \sigma_w^2.$$

ขั้นตอนการคำนวณค่าแปรปรวนนี้ เริ่มด้วยการคำนวณสัมประสิทธิ์ $\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_{n_a}$. จากแบบจำลอง (20) เมื่อจัดรูปความสัมพันธ์ระหว่าง $w(k)$ กับ $\tilde{y}(k)$ ใหม่ พบว่า

$$\hat{f}_1(\tilde{y}(k-1) - \delta_y(k-1)) + \dots + \hat{f}_{n_a}(\tilde{y}(k-n_a) - \delta_y(k-n_a)) = -\tilde{y}(k) + \delta_y(k) + w(k). \quad (22)$$

กำหนดให้ตัวอย่างที่ได้จากการวัดมีจำนวนเท่ากับ N จุด, โดยให้ $N \gg n_a$. ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณรบกวน $w(k)$ กับสัญญาณออก $\tilde{y}(k)$ ตามสมการ (22) และแทนเวลา $k = n_a + 1, n_a + 2, \dots, N$ เขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$(A + \Delta A)\tilde{f} = (b + \Delta b) + w \quad (23)$$

โดยที่ A, b, f , และ w มีนิยามเหมือนกรณีที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนจากการวัด และ ΔA และ Δb เป็นเมทริกซ์ความไม่แน่นอนจากการวัด

$$\Delta A = - \begin{bmatrix} \delta_y(n_a) & \delta_y(n_a-1) & \dots & \delta_y(1) \\ \delta_y(n_a+1) & \delta_y(n_a) & \dots & \delta_y(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_y(N-1) & \delta_y(N-2) & \dots & \delta_y(N-n_a) \end{bmatrix}$$

$$\Delta b = \begin{bmatrix} \delta_y(n_a+1) & \delta_y(n_a+2) & \dots & \delta_y(N) \end{bmatrix}^T$$

เนื่องจาก w เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ เบื้องต้นจึงกำหนดให้ $w \approx 0$. ฉะนั้น สมการ (23) ประมาณได้เป็น

$$(A + \Delta A)\tilde{f} \approx b + \Delta b. \quad (24)$$

มีข้อสังเกตว่า (24) เป็นปัญหาล้างสองน้อยสุดคงทน ซึ่งสมมูลกับการโปรแกรมกรวยอันดับสอง ดังที่บรรยายได้ในตอนที่สอง. กำหนดให้ $\tilde{f}_{rls}$ เป็นคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาล้างสองน้อยสุดคงทน. ในการแก้ปัญหาล้างสองน้อยสุดคงทน จะต้องระบุขอบเขตของเมทริกซ์ความไม่แน่นอน $\Delta = [\Delta A \quad \Delta b]$ โดยที่ $\Delta \in \mathbb{R}^{(N-n_a) \times (n_a+1)}$ และ $\|\Delta\|_2 \leq \rho$, $\rho \geq 0$. สมาชิกทุกตัวของ Δ ประกอบด้วย $\delta_y(\cdot)$ และ $\|\delta_y(\cdot)\| \leq \alpha$, $k = 1, 2, \dots, N$ โดยที่ α เป็นความคลาดเคลื่อนของตัวตรวจวัดหรือเครื่องมือวัด ดังนั้น จาก [10, 11] การวิเคราะห์ค่าขอบเขตของนอร์มเมทริกซ์เป็นแนวทางสำหรับการคำนวณ ρ มีค่าดังนี้

$$\|\Delta\|_2 \leq \alpha \sqrt{(N-n_a)(n_a+1)}.$$

เมื่อได้คำตอบ $\tilde{f}_{rls}$ ของปัญหา (24) ต่อไป จึงคำนวณสัมประสิทธิ์ $\hat{h}_1, \hat{h}_2, \dots$ จากความสัมพันธ์ $\hat{H}(q)\hat{F}(q) = 1$. หลังจากนั้น เราประมาณสัญญาณรบกวนโดยพิจารณาค่าคลาดเคลื่อนของการแก้ปัญหาล้างสองน้อยสุดคงทน

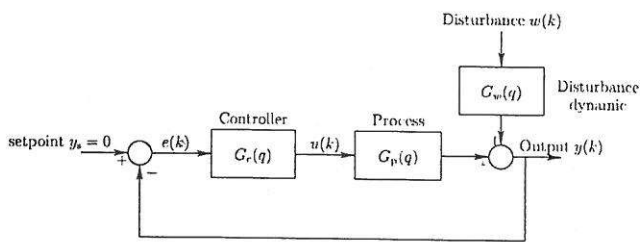
$$w = A\tilde{f}_{rls} - b. \quad (25)$$

นั่นคือ สัญญาณรบกวนมีค่าเท่ากับผลต่างระหว่างค่าประมาณของสัญญาณออกกับค่าที่วัดได้จริง เมื่อทราบค่าประมาณของสัญญาณรบกวนได้ ก็จะทำให้จำนวนค่าแปรปรวนของสัญญาณรบกวนได้

เนื้อหาในตอนนี้มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการคำนวณตรรกะที่สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดและตรรกะที่สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน ซึ่งจะนำเสนอในตอนต่อไป และ 6 ตามลำดับ.

4 ตรรกะที่สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด

ในงานวิจัยนี้ พิจารณาการควบคุมที่เป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง เป็นระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลา สัญญาณเข้าหนึ่งสัญญาณ-สัญญาณออกหนึ่งสัญญาณ และมีการควบคุมแบบป้อนกลับ โดยที่การรบกวนสัญญาณการป้อนกลับด้วยสัญญาณรบกวน ดังรูปที่ 4.



รูปที่ 4: กระบวนการควบคุมแบบป้อนกลับ

ในรูปที่ 4 $y(k)$ เป็นสัญญาณออกของวงควบคุม $u(k)$ เป็นสัญญาณควบคุม และ $w(k)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาว (white noise) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าแปรปรวนเท่ากับ σ_w^2 . เห็นได้ว่า y มีค่าเท่ากับผลบวกเชิงเส้นของ u และ w ดังนี้

$$y(k) = G_p(q)u(k) + G_w(q)w(k), \quad (26)$$

โดยที่ $G_p(q)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการที่มีเสถียรภาพและเฟสต่ำสุด ซึ่งเขียนในรูปของพหุนามเศษ $B(q)$ และพหุนามส่วน $A(q)$ ได้ว่า

$$G_p(q) = q^{-d} \frac{B(q)}{A(q)},$$

ทั้งนี้ d เป็นเวลาประวิงของกระบวนการ. นอกจากนี้ $G_w(q)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของพลวัตการรบกวน ซึ่งเขียนในรูปของพหุนามเศษ $C(q)$ และพหุนามส่วน $D(q)$ ได้ว่า

$$G_w(q) = \frac{C(q)}{D(q)}.$$

จากแผนภาพของวงควบคุมในรูปที่ 4 สัญญาณควบคุม $u(k)$ แปรผันโดยตรงกับสัญญาณออก $y(k)$ ดังนี้

$$u(k) = -G_c(q)y(k) \quad (27)$$

โดยที่ $G_c(q)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่มีรูปแบบเป็น

$$G_c(q) = \frac{S(q)}{R(q)}.$$

ต่อไปเพื่อความสะดวกของตัวดำเนินการ q ยกเว้นกรณีที่ต้องการระบุให้ชัดเจน. เมื่อแทน $u(k)$ จาก (27) ใน (26) และจัดรูปใหม่ พบว่า

$$y(k) = \frac{G_w}{(1 + G_c G_p)} w(k). \quad (28)$$

จาก [12] ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด $G_{c,mv}$ เป็นตัวควบคุมที่ทำให้ค่าแปรปรวนของสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าต่ำสุด ซึ่งคำนวณได้จากการหาพหุนาม $\hat{R}$ และ $\hat{S}$ ที่สอดคล้องกับ

$$C/D = \hat{R} + q^{-d}\hat{S}/D \quad (29)$$

และได้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด ดังนี้

$$G_{c,mv} = \frac{A\hat{S}}{B D \hat{R}},$$

ฉะนั้น ภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด สัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าเท่ากับ

$$y_{mv}(k) = \hat{R}w(k) \quad (30)$$

เป็นที่สังเกตว่า $\hat{R}$ มีอันดับเท่ากับ $d-1$ จึงเท่ากับว่า $\hat{R}$ เป็นพหุนามที่มีจำนวนพจน์เท่ากับ d นั่นคือ

$$\hat{R}(q) = 1 + h_1 q^{-1} + h_2 q^{-2} + \dots + h_{d-1} q^{-(d-1)}.$$

โดยที่ h_i เป็นสัมประสิทธิ์ของพหุนาม $\hat{R}$ ดังนั้น อนุกรมเวลาของสัญญาณออกหาได้จากความสัมพันธ์ (30) เป็นดังนี้

$$y_{mv}(k) = w(k) + h_1 w(k-1) + \dots + h_{d-1} w(k-d+1). \quad (31)$$

หากกำหนดให้ σ_{mv}^2 เป็นค่าแปรปรวนของ y_{mv} . ปรากฏว่า σ_{mv}^2 เป็นค่าแปรปรวนต่ำสุดของสัญญาณออกสำหรับวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุมใดๆ มีค่าเท่ากับ

$$\sigma_{mv}^2 = (1 + h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_{d-1}^2) \sigma_w^2. \quad (32)$$

ปัจจัยที่มีผลต่อค่าแปรปรวนต่ำสุด ได้แก่ สัมประสิทธิ์ของพหุนาม $\hat{R}$ และเวลาประวิงของกระบวนการ d ซึ่งเป็นค่าที่สามารถประมาณได้. วิธีการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมและค่ามาตรฐานที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์การควบคุม. เมื่อวัตถุประสงค์ของการควบคุม คือการลดค่าแปรปรวนสัญญาณออก และ σ_{mv}^2 เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนของสัญญาณออก จึงกำหนดให้ σ_{mv}^2 เป็นค่ามาตรฐานในการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม. ตรรกะที่สมรรถนะที่นิยมใช้ [3] เรียกว่า ตรรกะที่สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด (η_{mv}) เป็นอัตราส่วนของค่าแปรปรวนต่ำสุดต่อค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุม นั่นคือ

$$\eta_{mv} = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{mv}^2} \quad (33)$$

โดยที่ σ_y^2 เป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกของวงควบคุม. เนื่องจาก $\sigma_{mv}^2 \leq \sigma_y^2$ จึงเป็นผลให้ $0 < \eta_{mv} \leq 1$. เป็นที่สังเกตว่าค่าแปรปรวนต่ำสุดมีค่าขึ้นกับสัมประสิทธิ์ของพหุนาม $\hat{R}$ ซึ่งสัมพันธ์กับพลวัตของการรบกวน G_w ตามสมการ (29). หรือกล่าวได้ว่าพลวัตของการรบกวนส่งผลต่อตัวควบคุม $G_{c,mv}$ และค่าแปรปรวนต่ำสุด σ_{mv}^2 . ถ้าพลวัตการรบกวนเปลี่ยนแปลงจะส่งผลให้ $G_{c,mv}$ และ σ_{mv}^2 เปลี่ยนแปลงด้วย. ในทางปฏิบัติ เรามักจะแบ่งข้อมูลในการประเมินสมรรถนะเป็นช่วงๆ. ในแต่ละช่วง มีการหาแบบจำลองของวงควบคุมปิด เพื่อหาอนุกรมเวลาของสัญญาณออกจากการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดและประมาณค่าสัญญาณรบกวน. การรบกวนที่ประมาณได้ในแต่ละช่วงอาจมีพลวัตต่างกัน. พลวัตการรบกวนที่ต่างกันย่อมส่งผลต่อ $G_{c,mv}$ และ σ_{mv}^2 ต่างกัน.

ในตอนต่อไป จะนำเสนอผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงพลวัตการรบกวนต่อตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดและค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด.

5 ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนต่อค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด

การเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุมเปรียบได้กับการเปลี่ยนแปลงตามเวลาของฟังก์ชันถ่ายโอน G_w [8]. กำหนดให้การรบกวนมีพลวัต 2 ชุดดังนี้

$$G_w(q, k) = \begin{cases} G_{w0}(q) = \bar{R}_0(q) + q^{-d} \frac{\bar{S}_0(q)}{D_0(q)}, & 1 \leq k < N_1 \\ G_{w1}(q) = \bar{R}_1(q) + q^{-d} \frac{\bar{S}_1(q)}{D_1(q)}, & N_1 + d \leq k < N_2 \end{cases}$$

สำหรับช่วง $N_1 \leq k < N_1 + d$, เวลาประวิง d มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ N_1 เราจึงละการพิจารณาการประเมินสมรรถนะในช่วงดังกล่าว. ลำดับต่อไป เป็นการนำเสนอผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงพลวัตของ $G_w(k)$ ต่อ $G_{c,mv}$ และ σ_{mv}^2 .

1. ในช่วงเวลา $1 \leq k < N_1$ แทน $G_w(k)$ ด้วย G_{w0} ในสมการ (28) สัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุม G_c มีค่าเท่ากับ

$$y_0(k) = \bar{R}_0 w(k) + \left[\frac{\bar{S}_0}{D_0} - (G_c^{-1} \frac{A}{B} + q^{-d})^{-1} G_{w0} \right] q^{-d} w(k). \quad (34)$$

และตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็น

$$G_{c,mv0} = \frac{A \bar{S}_0}{B D_0 \bar{R}_0}.$$

ดังนั้น ภายใต้ตัวควบคุม $G_{c,mv0}$ สัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าเป็น

$$y_{0,mv0}(k) = \bar{R}_0 w(k).$$

และค่าแปรปรวนของ $y_{0,mv0}$ มีค่าเท่ากับ $\sigma_{y_{0,mv0}}^2$ ซึ่งเป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนของสัญญาณออกในช่วง $1 \leq k < N_1$.

2. ในช่วงเวลา $N_1 + d \leq k < N_2$ แทน $G_w(k)$ ด้วย G_{w1} สัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุม G_c มีค่าเท่ากับ

$$y_1(k) = \bar{R}_1 w(k) + \left[\frac{\bar{S}_1}{D_1} - (G_c^{-1} \frac{A}{B} + q^{-d})^{-1} G_{w1} \right] q^{-d} w(k). \quad (35)$$

เพราะว่าพลวัตการรบกวนเปลี่ยนไป ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดจึงแตกต่างจากตัวควบคุมในช่วงก่อน ดังนี้

$$G_{c,mv1} = \frac{A \bar{S}_1}{B D_1 \bar{R}_1}.$$

ฉะนั้น ภายใต้ $G_{c,mv1}$ สัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าเป็นดังนี้

$$y_{1,mv1}(k) = \bar{R}_1 w(k).$$

และค่าแปรปรวนของ $y_{1,mv1}$ มีค่าเท่ากับ $\sigma_{y_{1,mv1}}^2$ ซึ่งเป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนของสัญญาณออกในช่วงเวลา $N_1 + d \leq k < N_2$.

เป็นที่สังเกตว่า เมื่อพลวัตการรบกวนเปลี่ยนแปลงตามเวลา ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดจะแปรผันตามเวลาด้วย. ดังนั้น ค่าแปรปรวนของสัญญาณออกภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นค่ามาตรฐานที่แปรผันตามเวลา. อย่างไรก็ตาม ตัวควบคุมที่ใช้ในวงควบคุมโดยทั่วไปเป็นตัวควบคุมไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ทำให้ค่าแปรปรวนต่ำสุด หรือค่ามาตรฐาน ควรจะมีเพียงค่าเดียว. ด้วยเหตุนี้ การประเมินสมรรถนะโดยใช้ค่ามาตรฐานที่แปรผันตามเวลาจึงไม่สมจริงกับวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุมไม่แปรผันตามเวลา. เพื่อให้การประเมินสมรรถนะสมจริงกับวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุมไม่แปรผัน

ตามเวลา เราควรเลือกตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดเพียงตัวเดียวเป็นตัวควบคุมมาตรฐานในการคำนวณค่ามาตรฐานสำหรับทุกช่วงเวลา. อาทิเช่น กำหนดให้ $G_{c,mv0}$ เป็นตัวควบคุมมาตรฐาน. ในช่วงเวลา $N_1 + d \leq k < N_2$ เมื่อแทน G_c ด้วย $G_{c,mv0}$ ในสมการ (35) สัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุม $G_{c,mv0}$ เป็นดังนี้

$$y_{1,mv0}(k) = (G_{w1}/G_{w0}) \bar{R}_0 w(k). \quad (36)$$

เนื่องจาก ภายใต้ตัวควบคุม $G_{c,mv0}$ ค่าแปรปรวนต่ำสุดของสัญญาณออกของวงควบคุมมีค่าเท่ากับ $\sigma_{y_{1,mv0}}^2$ จึงเป็นการเหมาะสมที่เลือก $\sigma_{y_{1,mv0}}^2$ เป็นค่ามาตรฐานสำหรับการประเมินสมรรถนะในช่วงเวลา $N_1 + d \leq k < N_2$. จากเหตุผลข้างต้น เราจึงแบ่งค่ามาตรฐานได้เป็นสองแบบ. แบบแรกเป็นค่ามาตรฐานที่แปรผันตามเวลา เรียกว่า ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ ซึ่งขึ้นกับตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่เปลี่ยนตามเวลา. แบบที่สองเป็นค่ามาตรฐานที่ไม่แปรผันตามเวลา เรียกว่า ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี ซึ่งขึ้นกับตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ไม่เปลี่ยนตามเวลา. ต่อไป จะนำเสนอระเบียบวิธีการคำนวณดรรชนีสมรรถนะอิงค่ามาตรฐานแต่ละแบบ.

5.1 ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ

ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอเป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของแต่ละช่วงเวลา. ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาในแต่ละช่วงเวลา อาจจะเป็นตัวเดียวกันหรือต่างกันได้ ขึ้นกับพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุม. หากไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวนในแต่ละช่วงเวลา ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาจะเป็นตัวเดียวกัน. แต่ถ้ามมีการเปลี่ยนแปลงพลวัตของการรบกวน จะทำให้ตัวควบคุมที่พิจารณาเป็นตัวควบคุมที่ต่างกัน.

ขั้นตอนการคำนวณ เริ่มต้นแบ่งข้อมูลสัญญาณออก y เป็นช่วงๆ แต่ละช่วงเวลามีจำนวนข้อมูลเท่ากับ N จุด. $y = \{y_0, y_1, y_2, \dots\}$ โดยที่ y_i คือข้อมูลในช่วงเวลาที่ i . นั่นคือ

$$y_i = \{y(Ni + 1), y(Ni + 2), \dots, y(Ni + N)\}; \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

ดังนั้น ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอของข้อมูลแต่ละช่วงเวลา มีค่าดังแสดงในตารางที่ 1.

ตารางที่ 1: ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอของข้อมูลแต่ละช่วงเวลา

ข้อมูล	พลวัตการรบกวน	ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวนต่ำสุด	ดรรชนีสมรรถนะ
y_0	G_{w0}	$G_{c,mv0}$	$\sigma_{y_{0,mv0}}^2$	$\frac{\sigma_{y_{0,mv0}}^2}{\sigma_{y_0}^2}$
y_1	G_{w1}	$G_{c,mv1}$	$\sigma_{y_{1,mv1}}^2$	$\frac{\sigma_{y_{1,mv1}}^2}{\sigma_{y_1}^2}$
y_2	G_{w2}	$G_{c,mv2}$	$\sigma_{y_{2,mv2}}^2$	$\frac{\sigma_{y_{2,mv2}}^2}{\sigma_{y_2}^2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

5.2 ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี

ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีเป็นค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ได้

กำหนดให้เป็นมาตรฐาน. หากเลือกให้ $G_{c,mv0}$ เป็นตัวควบคุมมาตรฐาน ค่ามาตรฐานของช่วงเวลาที่ i ก็คือค่าแปรปรวนต่ำสุดสัญญาณออกของช่วงเวลาที่ i ของวงควบคุมภายใต้ตัวควบคุม $G_{c,mv0}$. ในการใช้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบนี้เป็นค่ามาตรฐาน เราต้องเลือกข้อมูลหนึ่งช่วงเพื่อหาตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด และตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดนี้จะเป็นตัวควบคุมมาตรฐานในการคำนวณค่ามาตรฐานของข้อมูลช่วงอื่น. เพื่อความต่อเนื่องในการประเมินสมรรถนะ เราจึงเลือกตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดในช่วงเวลาแรก เป็นตัวควบคุมมาตรฐานสำหรับคำนวณค่ามาตรฐานของข้อมูลในช่วงต่อไป. ในขั้นแรก เลือกตัวอย่างข้อมูลสัญญาณออก y จำนวน $2N$ แล้วแบ่งข้อมูลเป็น $\{y_0, y_1\}$. สมมติให้การรบกวนมีพลวัต 2 ชุดคือ

$$G_w(q, k) = \begin{cases} G_{w0} = \tilde{R}_0(q) + q^{-d} \frac{\tilde{S}_0(q)}{D_0(q)}, & 1 \leq k \leq N, \\ G_{w1} = \tilde{R}_1(q) + q^{-d} \frac{\tilde{S}_1(q)}{D_1(q)}, & N+1 \leq k \leq 2N, \end{cases}$$

กำหนดให้ $G_{c,mv0}$ เป็นตัวควบคุมมาตรฐานในช่วงเวลาแรก. ในช่วงเวลาถัดไป ค่ามาตรฐานที่ใช้ประเมินสมรรถนะควรเป็นค่าแปรปรวนต่ำสุดของสัญญาณออกของวงควบคุม ภายใต้ตัวควบคุมเดียวกัน นั่นคือเป็นค่าแปรปรวนของ $y_{1,mv0}$. ต่อไป จะนำเสนอขั้นตอนการคำนวณ $y_{1,mv0}$ และค่าแปรปรวนต่ำสุด. จากสมการ (36) พบว่า $y_{1,mv0}$ เป็นฟังก์ชันของ G_{w0} , G_{w1} ซึ่งสัมพันธ์กับฟังก์ชันถ่ายโอนของวงควบคุมปิด G_{cl0} , G_{cl1} ดังนี้

$$G_{cl0} = \frac{G_{w0}}{1 + G_c G_p}, \quad G_{cl1} = \frac{G_{w1}}{1 + G_c G_p}.$$

เมื่อให้ G_{cl1} เป็นตัวตั้งแล้วหารด้วย G_{cl0} พบว่า

$$\frac{G_{w1}}{G_{w0}} = \frac{G_{cl1}}{G_{cl0}}.$$

เมื่อแทน G_{w1}/G_{w0} ใน (36) ด้วย G_{cl1}/G_{cl0} จะได้ว่า

$$y_{1,mv0}(k) = \frac{G_{cl1}}{G_{cl0}} \tilde{R}_0 w(k). \quad (37)$$

ดังนั้น ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบนี้เป็นช่วงเวลาที่ข้อมูล y_1 เท่ากับค่าแปรปรวนของสัญญาณออก $y_{1,mv0}(k)$.

โดยทั่วไป แบ่งข้อมูลสัญญาณออกเป็นช่วงๆ แต่ละช่วงเวลามีข้อมูลจำนวนเท่ากับ N จุด. $y = \{y_0, y_1, y_2, \dots\}$ โดยที่ y_i เป็นข้อมูลช่วงเวลาที่ i . นั่นคือ

$$y_i = \{y(Ni+1), y(Ni+2), \dots, y(Ni+N)\}; \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

หากเลือก y_0 เป็นข้อมูลเพื่อคำนวณตัวควบคุมมาตรฐาน $G_{c,mv0}$ ผลการคำนวณค่ามาตรฐานและดัชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบนี้เป็นของแต่ละช่วงเวลาแสดงในตารางที่ 2.

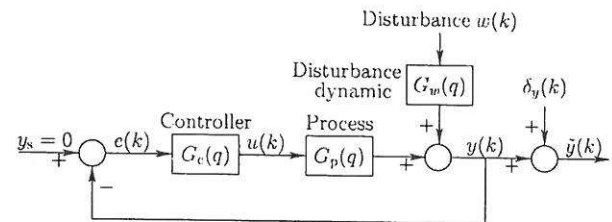
ที่ผ่านมา การใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดเป็นค่ามาตรฐานนั้น ได้ละเลยความไม่แน่นอนที่มีอยู่ในสัญญาณออก นั่นคือ การวัดอาจมีความคลาดเคลื่อน เนื่องจากข้อจำกัดและความแม่นยำของเครื่องมือวัด. ดังนั้น ค่ามาตรฐานที่ใช้ในการประเมินสมรรถนะควรคำนึงถึงความไม่แน่นอนที่อาจเกิดขึ้นด้วย.

6 ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน

พิจารณาวงควบคุมแบบป้อนกลับภายใต้ความไม่แน่นอนจากการวัด ดังรูปที่ 5. สัญญาณออกภายใต้ความไม่แน่นอนมีรูปแบบดัง

ตารางที่ 2: ค่ามาตรฐานและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเป็นของข้อมูลแต่ละช่วงเวลา

ข้อมูล	พลวัตการรบกวน	ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวนต่ำสุด	ดรรชนีสมรรถนะ
y_0	G_{w0}	$G_{c,mv0}$	$\sigma_{y_0,mv0}^2$	$\frac{\sigma_{y_0,mv0}^2}{\sigma_{y_0}^2}$
y_1	G_{w1}	$G_{c,mv0}$	$\sigma_{y_1,mv0}^2$	$\frac{\sigma_{y_1,mv0}^2}{\sigma_{y_1}^2}$
y_2	G_{w2}	$G_{c,mv0}$	$\sigma_{y_2,mv0}^2$	$\frac{\sigma_{y_2,mv0}^2}{\sigma_{y_2}^2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$



รูปที่ 5: กระบวนการควบคุมแบบป้อนกลับภายใต้ความไม่แน่นอนของการวัด

นี้

$$\tilde{y}(k) = y(k) + \delta_y(k),$$

โดยที่ $y(k)$ เป็นสัญญาณออกจริงของวงควบคุม, $\tilde{y}(k)$ เป็นสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนจากการวัด และ $\delta_y(k)$ เป็นความคลาดเคลื่อนจากการวัดที่มีขอบเขต นั่นคือ

$$\|\delta_y(k)\| \leq \alpha, \quad \alpha \geq 0.$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง $w(k)$ กับ $\tilde{y}(k)$ ในรูปอนุกรมเวลาเป็นดังนี้

$$\tilde{y}(k) - \delta_y(k) = w(k) + \tilde{h}_1 w(k-1) + \tilde{h}_2 w(k-2) + \tilde{h}_3 w(k-3) + \dots \quad (38)$$

โดยที่ $\tilde{h}_i$, $i = 1, 2, 3, \dots$ เป็นสัมประสิทธิ์ของอนุกรมเวลา. ดังนั้นค่าแปรปรวนของ $\tilde{y}(k)$ จึงมีค่าเป็น

$$\sigma_{\tilde{y}}^2 = \sup_{\|\delta_y\| \leq \alpha} (1 + \tilde{h}_1^2 + \tilde{h}_2^2 + \dots) \sigma_w^2. \quad (39)$$

นอกจากนี้ กำหนดให้ $\tilde{y}_{mv}(k)$ เป็นสัญญาณออกของวงควบคุมภายใต้การควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด และความไม่แน่นอนจากการวัด. $\tilde{y}_{mv}(k)$ มีอนุกรมเวลาเป็น

$$\tilde{y}_{mv}(k) = w(k) + \tilde{h}_1 w(k-1) + \dots + \tilde{h}_{d-1} w(k-d+1). \quad (40)$$

เช่นเดียวกัน ค่าแปรปรวนของ $\tilde{y}_{mv}(k)$ มีค่าเป็น

$$\sigma_{rmv}^2 = \sup_{\|\delta_y\| \leq \alpha} (1 + \tilde{h}_1^2 + \tilde{h}_2^2 + \dots + \tilde{h}_{d-1}^2) \sigma_w^2. \quad (41)$$

จาก (39) และ (41) แสดงให้เห็นว่า $\sigma_{rmv}^2 \leq \sigma_{\tilde{y}}^2$. นั่นคือ σ_{rmv}^2 เป็นค่าต่ำสุดของค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนนั้น จึงกำหนดให้ σ_{rmv}^2 เป็นค่ามาตรฐานใหม่สำหรับการประเมินสมรรถนะของวงควบคุม เรียกว่า ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน.

ในงานวิจัยนี้ เราพัฒนาดรรชนีสมรรถนะตัวใหม่เป็นดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน (η_{rmv}) ซึ่งเป็นอัตราส่วน

ของค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนต่อค่าแปรปรวนสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนแบบมีขอบเขต นั่นคือ

$$\eta_{rmv} = \frac{\sigma_{rmv}^2}{\sigma_y^2} \quad (42)$$

ปัจจัยที่มีผลต่อค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน σ_{rmv}^2 ได้แก่ พลวัตการรบกวน G_w เวลาประวิงของกระบวนการ d และขอบเขตความไม่แน่นอนของสัญญาณที่วัดได้ α .

โดยทั่วไป เราแบ่งข้อมูลสำหรับการประเมินสมรรถนะออกเป็นช่วงๆ. ในแต่ละช่วงเวลา ขั้นตอนเริ่มต้นด้วยการวิเคราะห์อนุกรมเวลาสัญญาณออกที่วัดได้จากวงควบคุม แล้วคำนวณ σ_{rmv}^2 . ในการคำนวณค่าแปรปรวนนี้ พลวัตการรบกวนได้ในแต่ละช่วงเวลาอาจแตกต่างกัน ส่งผลให้ σ_{rmv}^2 แปรผันตามตัวควบคุมมาตรฐาน หรือกล่าวได้ว่า σ_{rmv}^2 ขึ้นกับที่ตัวควบคุมแบบแปรผันตามเวลา. อย่างไรก็ตาม ตัวควบคุมในกระบวนการมักเป็นตัวควบคุมที่ไม่แปรผันตามเวลา ดังนั้นค่ามาตรฐานสำหรับการประเมินสมรรถนะก็ควรมีค่าแปรปรวนต่ำสุดเพียงค่าเดียว. การประเมินสมรรถนะโดยใช้ค่ามาตรฐานที่แปรผันตามเวลา จึงไม่สมจริงกับวงควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมมาตรฐานแบบไม่แปรผันตามเวลา. เพื่อให้การประเมินสมรรถนะสมจริงกับการปฏิบัติงานทุกช่วงเวลา จึงควรเลือกตัวควบคุมมาตรฐาน $G_{c,mv}$ เพียงตัวเดียว. จากเหตุผลข้างต้น จึงแบ่งค่ามาตรฐานเป็นสองแบบคือ ค่ามาตรฐานแบบเอซึ่งได้จากการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา และค่ามาตรฐานแบบบีซึ่งได้จากการควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา.

6.1 ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ

ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอเป็นค่าแปรปรวนของสัญญาณออกที่มีความไม่แน่นอนจากการวัด. ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาในแต่ละช่วงเวลา อาจเป็นตัวเดียวกันหรือต่างกันได้ ทั้งนี้ขึ้นกับพลวัตของการรบกวนที่กระทำต่อวงควบคุม. หากพลวัตการรบกวนไม่เปลี่ยนแปลง ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่พิจารณาก็จะเป็นตัวเดียวกัน. ในทางกลับกัน ถ้าพลวัตการรบกวนมีการเปลี่ยนแปลง ก็จะทำให้ตัวควบคุมที่พิจารณในแต่ละช่วงเป็นตัวควบคุมที่ต่างกัน.

ขั้นตอนการคำนวณสมรรถนะของวงควบคุม เริ่มต้นแบ่งข้อมูลเป็นช่วงๆ และในแต่ละช่วงเวลามีข้อมูลจำนวนเท่ากับ N จุด. $y = \{y_0, y_1, y_2, \dots\}$ โดยที่ y_i คือข้อมูลช่วงเวลา i . นั่นคือ

$$y_i = \{y(Ni + 1), y(Ni + 2), \dots, y(Ni + N)\}; i = 0, 1, 2, \dots$$

ค่ามาตรฐานและตรรกะนี้สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของข้อมูลแต่ละช่วงเวลามีค่าดังแสดงในตารางที่ 3.

6.2 ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี

ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีเป็นค่าแปรปรวนสัญญาณออกของวงควบคุมที่อาจมีความไม่แน่นอนจากการวัด ภายใต้ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดที่กำหนดเป็นมาตรฐานตัวเดียว. หากเลือก $G_{c,mv0}$ เป็นตัวควบคุมมาตรฐาน ค่ามาตรฐานของช่วงเวลา i ก็คือค่าแปรปรวนของสัญญาณออกจากวงควบคุม y_i โดยใช้ตัวควบคุมมาตรฐาน $G_{c,mv0}$.

ในการประยุกต์ใช้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีเริ่มแรก เลือกข้อมูลช่วงเวลาหนึ่งในสภาวะการทำงานปกติ และ

ตารางที่ 3: ค่ามาตรฐานและตรรกะนี้สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอของข้อมูลแต่ละช่วงเวลา

ข้อมูล	พลวัตการรบกวน	ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน	ตรรกะนี้สมรรถนะ
y_0	G_{w0}	$G_{c,mv0}$	$\sigma_{y0,rmv0}^2$	$\frac{\sigma_{y0,rmv0}^2}{\sigma_{y0}^2}$
y_1	G_{w1}	$G_{c,mv1}$	$\sigma_{y1,rmv1}^2$	$\frac{\sigma_{y1,rmv1}^2}{\sigma_{y1}^2}$
y_2	G_{w2}	$G_{c,mv2}$	$\sigma_{y2,rmv2}^2$	$\frac{\sigma_{y2,rmv2}^2}{\sigma_{y2}^2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

กำหนดตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดมาตรฐาน. อาทิเช่น เลือกตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดของข้อมูลในช่วงเวลาแรก $G_{c,mv0}$ เป็นตัวควบคุมมาตรฐานสำหรับคำนวณค่ามาตรฐานของข้อมูลในช่วงเวลาถัดไป. จากนั้น คำนวณค่าแปรปรวนต่ำสุดของข้อมูลในช่วงเวลาอื่น โดยใช้ตัวควบคุมมาตรฐานที่เลือกในช่วงแรก. หากแบ่งข้อมูลสัญญาณออกเป็นช่วงๆ และในแต่ละช่วงเวลามีจำนวนข้อมูลเท่ากับ N จุด. $y = \{y_0, y_1, y_2, \dots\}$ โดยที่ y_i เป็นข้อมูลช่วงเวลา i .

$$y_i = \{y(Ni + 1), y(Ni + 2), \dots, y(Ni + N)\}; i = 0, 1, 2, \dots$$

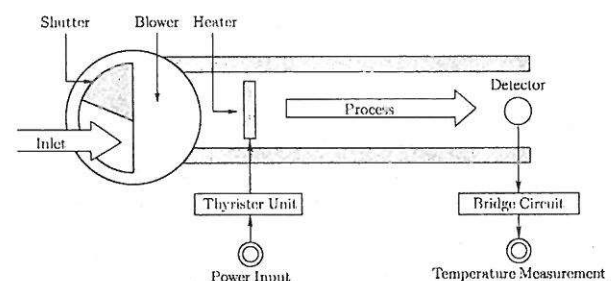
ค่าแปรปรวนต่ำสุดและตรรกะนี้สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีของข้อมูลแต่ละช่วงเวลาแสดงดังตารางที่ 4.

ตารางที่ 4: ค่ามาตรฐานและตรรกะนี้สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบีของข้อมูลแต่ละช่วงเวลา

ข้อมูล	พลวัตการรบกวน	ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุด	ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน	ตรรกะนี้สมรรถนะ
y_0	G_{w0}	$G_{c,mv0}$	$\sigma_{y0,rmv0}^2$	$\frac{\sigma_{y0,rmv0}^2}{\sigma_{y0}^2}$
y_1	G_{w1}	$G_{c,mv0}$	$\sigma_{y1,rmv0}^2$	$\frac{\sigma_{y1,rmv0}^2}{\sigma_{y1}^2}$
y_2	G_{w2}	$G_{c,mv0}$	$\sigma_{y2,rmv0}^2$	$\frac{\sigma_{y2,rmv0}^2}{\sigma_{y2}^2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

7 ตัวอย่างการประเมินสมรรถนะระบบควบคุมเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

พิจารณาเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแสดงดังรูปที่ 6.



รูปที่ 6: เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

สัญญาณออกคืออุณหภูมิด้านขาออกที่ตัวตรวจรู้. การรบกวนที่จำลองขึ้นเป็นการเปลี่ยนแปลงอัตราการใช้ของอากาศจากภายนอก

ที่ผ่านเข้ามาทางช่องเปิด. กระบวนการมีการป้อนกลับผ่านตัวควบคุมแบบสัดส่วนและอินทิกรัล (PI controller). ในตอนนี้ จะนำเสนอผลการประเมินสมรรถนะ เมื่อมีการเปลี่ยนสภาวะการทำงานของกระบวนการ. การเปลี่ยนแปลงที่ส่งผลต่อสภาวะการทำงานคือ ปริมาณของอากาศจากภายนอกที่ผ่านเข้ากระบวนการทางช่องเปิด โดยปรับตำแหน่งม่านควบคุม ที่มีค่าตั้งแต่ 0 – 10. ตำแหน่ง 0 คือช่องอากาศปิดสนิทและตำแหน่ง 10 คือช่องอากาศเปิดกว้างสุด. ในการทดลองนี้ เริ่มต้น กำหนดสภาวะการทำงานปกติเป็น ตำแหน่งม่านควบคุม 2 หลังจากเวลาช่วงหนึ่งผ่านไป ให้ปรับม่านควบคุมอย่างทันทีไปอยู่ที่ตำแหน่ง 7 แล้วบันทึกผลตอบสนองของสัญญาณความคลาดเคลื่อน ซึ่งเป็นค่าแตกต่างระหว่างสัญญาณออกกับสัญญาณอ้างอิง. คาบของการสุ่มสัญญาณมีค่าเท่ากับ 0.065 วินาที. เราแบ่งข้อมูลออกเป็น 40 ช่วงเวลา. แต่ละช่วงเวลา มีข้อมูลจำนวนเท่ากับ 2,000 จุด. จากกราฟแบบจำลองของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน พบว่าฟังก์ชันถ่ายโอนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่ตำแหน่งม่านควบคุม 2 และ 7 มีค่าตามลำดับดังนี้

$$G_p(q) = q^{-4} \frac{0.0863q^{-1}}{1 - 0.9441q^{-1}}, \quad (43)$$

$$G_p(q) = q^{-4} \frac{0.1013q^{-1}}{1 - 0.9422q^{-1}}. \quad (44)$$

เมื่อพิจารณาแบบจำลองทั้งสอง (43) และ (44) พบว่า เวลาประวิงของกระบวนการ $d = 4$ และอัตราขยายของแบบจำลองที่ตำแหน่งม่าน 7 มีค่ามากกว่าอัตราขยายของแบบจำลองที่ตำแหน่ง 2. ในขณะที่ แบบจำลองทั้งสองมีขั้วแตกต่างเพียงเล็กน้อยเท่านั้น. การเปลี่ยนอัตราขยายของกระบวนการจะส่งผลให้วงควบคุมมีพลวัตเปลี่ยนไป. ต่อมา พิจารณาขอบเขตความไม่แน่นอนจากความผิดพลาดของการวัด ประกอบด้วย เทอร์มิสเตอร์ วงจรขยายสัญญาณ และตัวแปลงผันข้อมูล (A/D converter) ปรากฏว่า ความไม่แน่นอนของสัญญาณที่วัดได้มีขอบเขตเป็น

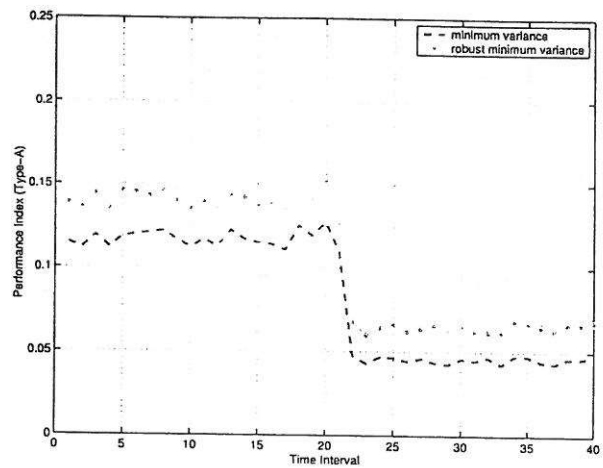
$$\|\delta_y(k)\| \leq 0.2421$$

หรือ เทียบได้กับขอบเขตของเมตริกซ์ความไม่แน่นอน

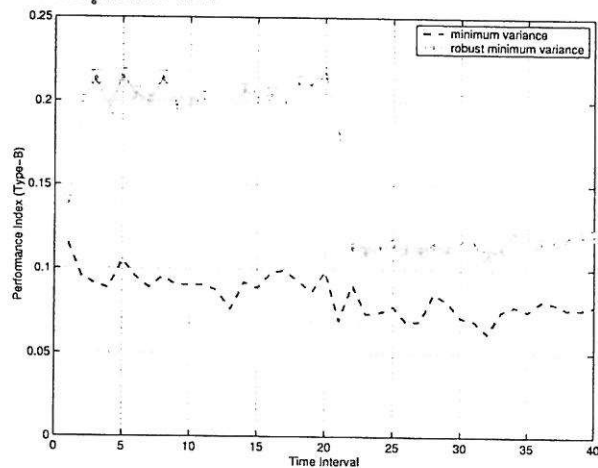
$$\|\Delta\|_2 \leq 3.9615.$$

เพื่อให้เห็นผลของขอบเขตความไม่แน่นอนต่อการคำนวณดัชนีสมรรถนะ จึงประมาณขอบเขตความไม่แน่นอนเป็นช่วง กล่าวคือ $3.5 \leq \rho \leq 4$. ในรูปที่ 7 เส้นประแสดงดัชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ $\eta_{mv,A}$ และเส้นทึบแสดงดัชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ $\eta_{rmv,A}$. ขณะที่ ในรูปที่ 8 เส้นประแสดงดัชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี $\eta_{mv,B}$ และเส้นทึบแสดงดัชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี $\eta_{rmv,B}$.

จากรูปที่ 7 มีข้อสังเกตว่า $\eta_{mv,A}$ มีค่าต่ำกว่า $\eta_{rmv,A}$ เล็กน้อย. นอกจากนี้ ทั้ง $\eta_{mv,A}$ และ $\eta_{rmv,A}$ มีค่าลดลงอย่างชัดเจนประมาณช่วงเวลาที่ 21-22 ซึ่งตรงกับการเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุม. นอกจากนี้ เมื่อเปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะก่อนและหลังการเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุม พบว่ามีค่าแตกต่างประมาณ 0.07-0.08. ขณะที่ ในรูปที่ 8 สังเกตเห็นว่า $\eta_{mv,B}$ มีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยมาก และยังมีค่าต่ำกว่า $\eta_{rmv,B}$ อีกด้วย. เมื่ออากาศจากภายนอกไหลเข้าสู่ภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนมากขึ้น สังเกตเห็นว่า $\eta_{rmv,B}$ มีค่าลดลงอย่างชัดเจน คือเปลี่ยนจาก 0.22 ในช่วงเวลาที่ 20 ไปเป็น



รูปที่ 7: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุมจาก 2 ไป 7



รูปที่ 8: ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบีและดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุมจาก 2 ไป 7

0.11 ในช่วงเวลาที่ 22. เมื่อเปรียบเทียบดรรชนีสมรรถนะคงทนแบบบี ก่อนและหลังการเปลี่ยนตำแหน่งม่านควบคุม พบว่ามีค่าแตกต่างประมาณ 0.11.

ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า ทั้งดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบเอ $\eta_{mv,A}$ และดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบเอ $\eta_{rmv,A}$ ตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงสภาวะการทำงานของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน. สาเหตุที่บ่งชี้ความแตกต่างได้ เป็นเพราะการใช้ดรรชนีสมรรถนะอิงค่ามาตรฐานที่ผันแปรตามพลวัตของวงควบคุมสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงพลวัตของกระบวนการ. ในขณะที่ การใช้ค่ามาตรฐานค่าเดียวตลอดช่วงการประเมิน หรือที่ไม่ผันแปรตามพลวัตของวงควบคุม เช่น ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดแบบบี $\eta_{mv,B}$. ไม่สามารถตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงสภาวะการทำงานของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน. แต่เมื่อพิจารณาความไม่แน่นอนจากการวัด ดรรชนีสมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนแบบบี $\eta_{rmv,B}$. ยังคงตรวจพบการเปลี่ยนแปลงสภาวะการทำงานของกระบวนการ.

8 บทสรุป

บทความนี้นำเสนอการประเมินสมรรถนะโดยใช้ค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด และค่ามาตรฐานอิงค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน เมื่อพิจารณาความไม่แน่นอนจากการวัดในการวิเคราะห์หอนุกรมเวลา การใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนเป็นค่ามาตรฐาน จึงมีความเหมาะสมกว่าค่าแปรปรวนต่ำสุด. นอกจากนี้ เรายังแบ่งค่ามาตรฐานเป็นสองแบบได้แก่ ค่ามาตรฐานแบบเอ และค่ามาตรฐานแบบบี ในการคำนวณค่ามาตรฐานแบบเอ ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดมีลักษณะแปรผันตามเวลา ขณะที่ การคำนวณค่ามาตรฐานแบบบี ตัวควบคุมค่าแปรปรวนต่ำสุดมีลักษณะไม่แปรผันตามเวลา. จากตัวอย่างการประยุกต์ตรรกะนี้สมรรถนะกับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน กำหนดให้กระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงพลวัต โดยการปรับตำแหน่งของม่านควบคุม. ผลการวิเคราะห์สมรรถนะแบบต่างๆ แสดงให้เห็นว่าการพิจารณาความไม่แน่นอนจากการวัด พร้อมกับตรรกะนี้สมรรถนะอิงค่าแปรปรวนต่ำสุด สามารถบ่งชี้การเปลี่ยนแปลงสภาวะการทำงานของวงควบคุมได้ชัดเจนกว่าตรรกะนี้สมรรถนะที่ไม่คำนึงความไม่แน่นอนจากการวัด. ดังนั้นการคำนึงถึงความไม่แน่นอนจากการวัดเป็นแนวทางที่ทำให้ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทนเป็นค่ามาตรฐานที่มีความน่าเชื่อถือ และประยุกต์ใช้กับการประเมินสมรรถนะของวงควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพ.

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนด้านทุนวิจัยส่วนหนึ่งจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. อีกทั้งได้รับการสนับสนุนด้านอุปกรณ์และสถานที่ทำวิจัย จากห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ขอขอบพระคุณอย่างยิ่ง.

เอกสารอ้างอิง

- [1] B. Huang and S. L. Shar, *Performance Assessment of Control Loops: Theory and Applications*. Springer-Verlag London, Great Britain, 1999.
- [2] C. B. Lynch and G. A. Dumont "Control Loop Performance Monitoring", *IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.*, vol. 4, no. 2, pp. 185-192, March 1996.
- [3] T. J. Harris, "Assessment of Control Loop Performance", *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 67, pp. 685-861, 1989.
- [4] I. Campbell, D. Uduehi, A. Ordys and G. Van der Molen, "pH Process Control System Benchmarking", *Proc. American Control Conf.*, vol. 6, pp. 4332-4335, June 2001.
- [5] L. El Ghaoui and H. Lebre, "Robust Solutions to Least-Squares Problems with Uncertain Data", *Siam J. Matrix Anal. Appl.*, vol. 18, no. 4, pp. 1035-1064, 1997.
- [6] M. Lobo, L. Vandenberghe and S. Boyd, "Applications of Second-Order Cone Programming", *Linear Algebra and its Applications*, vol. 284, pp. 193-228, November 1998.
- [7] M. Lobo, L. Vandenberghe and S. Boyd, "Second-Order Cone Programming (SOCP)", Stanford University, CA, 1998. <http://www.stanford.edu/~boyd/SOCP.html>.
- [8] B. Huang, "Performance Assessment of Processes with Abrupt Changes of Disturbances." *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 77, no. 5, pp. 1044-1054, October 1999.

- [9] G. P. Box, G. M. Jenkins and G. C. Reinsel, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 3rd edition, Prentice Hall, New Jersey, 1994.
- [10] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 2nd edition, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1989.
- [11] อุบลวรรณ ดันดินุวงศ์, การประเมินสมรรถนะของวงควบคุมโดยใช้ค่าแปรปรวนต่ำสุดคงทน. วิทยานิพนธ์ปริญาโทบัณฑิต. ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, พ.ศ. 2546.
- [12] K. J. Åström and B. Wittenmark, *Computer Controlled Systems: Theory and Design*, 3rd edition, Prentice Hall, New Jersey, 1997.