

ความสัมพันธ์ระหว่างการนำความร้อนประสิทธิผลและสัดส่วนที่แทรกของวัสดุเม็ด

Correlation between Effective Thermal Conductivity and Included Fraction of Granular Material

บุรฉัตร ฉัตรวีระ^[1] และ เชิดพงศ์ วิสารทานนท์^[2]

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต ปทุมธานี 12121

โทร: 0-2564-3001-9 ต่อ 3105 โทรสาร: 0-2564-3010

E-mail: cburacha@engr.tu.ac.th^[1] and cherdphong.visarathanonth@sccc.co.th^[2]

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้กำหนดขึ้นมาเพื่อหาสมการทำนายค่าการนำความร้อนประสิทธิผลซึ่งในรูปลักษณะของวัสดุเม็ดที่แทรกอยู่ในวัสดุที่มีเนื้อเชื่อมต่อกัน ในเบื้องต้นของการวิเคราะห์ผู้วิจัยใช้การสร้างสมการพื้นฐานจากผลการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และได้นำไปประยุกต์เข้ากับฐานข้อมูลค่าการนำความร้อนประสิทธิผลของวัสดุที่มีลักษณะในข้างต้น ซึ่งข้อมูลดังกล่าวมีทั้งปริมาณของวัสดุเม็ดและค่าการนำความร้อนที่แตกต่างกันไป สมการที่สร้างขึ้นนั้นได้จำแนกลักษณะการนำความร้อนให้อยู่ในสมการการนำความร้อนของแมกซ์เวลล์ เมื่อมีการแทนที่ของวัสดุที่มีลักษณะเป็นเม็ดในปริมาณที่น้อย และมีลักษณะเข้าใกล้สมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ ในกรณีที่มีการแทนที่ของวัสดุเม็ดในปริมาณที่มากจนทำให้ส่วนเนื้อวัสดุที่เคยเชื่อมต่อกันออกจากกัน สมการที่ได้ในสุดท้ายให้ผลการทำนายค่าการนำความร้อนประสิทธิผลในขอบเขตที่กำหนดไว้ได้เป็นอย่างดี

Abstract

The objective of this research is to initiate a mathematical correlation for predicting the effective thermal conductivity of granular materials which is formed as an included fraction phase in the continuous phase. Initially, a prototype of mathematical formula has been developed from the analytical results of finite elements methods. Then, it will be applied with the effective thermal conductivity data, of materials to the similar characteristics of the prior case. However, such data have several different values for both the volume of granular materials and the magnitude of thermal conductivity. The formula classifies the characteristics of thermal conductivity in forms of Maxwell's equation when a small volume of granular material is replaced, and also the inversion of Maxwell's equation is stated. In case a volume of the replacement of granular materials is so great that causes the continuous phase to break down, the final results of the formula can effectively provide the prediction of thermal conductivity within the limited constraint.

1. บทนำ

การนำความร้อนของคอนกรีตเป็นอีกปัญหาที่ส่งผลกระทบต่อ การสร้างแบบจำลองเพื่อทำนายการแตกร้าวอันเนื่องมาจากอุณหภูมิ (Thermal Cracking) โดยทั่วไป เนื้อคอนกรีตสามารถแบ่งได้เป็นสอง ส่วนหลัก คือ เนื้อวัสดุที่มีการเชื่อมต่อกัน (σ_1) และ เนื้อวัสดุที่ไม่เชื่อมต่อกัน (σ_2) เป็นที่ทราบกันดีว่าซีเมนต์เพสต์มีหน้าที่เชื่อมต่อมวลรวมเข้าด้วยกัน ซึ่งมีลักษณะเนื้อเชื่อมต่อกัน ในขณะที่ หินและทราย ที่ผสมอยู่ในคอนกรีตจะเป็นส่วนที่ไม่เชื่อมต่อกันและมีลักษณะเป็นเม็ด (Granular Material) ซึ่งเหตุผลของความซับซ้อนทางกายภาพในเนื้อคอนกรีตนี้ส่งผลให้มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะหาสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าการนำความร้อนประสิทธิผล (σ_e) ต่อ สัดส่วนของวัสดุที่ผสมกันอยู่ ดังนั้น ถ้าทราบค่าการนำความร้อนของ ซีเมนต์เพสต์ ทรายและหิน แล้วนั้น การหาค่าการนำความร้อนของ คอนกรีตที่มีอัตราส่วนผสมของวัสดุทั้งสามที่ปริมาณต่างกันจะสามารถกระทำได้โดยไม่ต้องใช้การทดสอบค่าการนำความร้อนของทุกสัดส่วนผสมของคอนกรีต

แต่อย่างไรก็ตาม ในปัจจุบันยังไม่มีสมการทางคณิตศาสตร์ใดที่สามารถทำนายค่าการนำความร้อนประสิทธิผลของวัสดุผสมหลายชนิด ในความสัมพันธ์เดียวได้ ดังนั้นการวิเคราะห์ส่วนใหญ่จึงเป็นการวิเคราะห์ทางด้านทฤษฎี หรือเป็นการสร้างสมการจำลองค่าการนำความร้อนประสิทธิผลระหว่างวัสดุสองชนิดเท่านั้น ซึ่งทำให้การวิเคราะห์การนำความร้อนประสิทธิผลในวัสดุผสมชนิดใหม่ จึงยังเป็นเพียงค่าที่ได้ จากทฤษฎีหรือเป็นค่าที่ได้จากวัสดุที่ได้จัดเตรียมขึ้นภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้เท่านั้น ยกตัวอย่างเช่น ได้มีการหาค่าการนำความร้อนของ มอร์ตาร์ซึ่งแปรผันตามชนิดของมวลรวม ในการทดสอบได้กำหนดสัดส่วนของมอร์ตาร์จากอัตราส่วนของ วัสดุผง:ทราย:น้ำ ที่ 1:5:0.5 ซึ่งจะสามารถหาค่าการนำความร้อนประสิทธิผลของมอร์ตาร์ได้แตกต่างกันออกไปตามชนิดของมวลรวมที่ใส่เข้าไป [1] แต่ในความเป็นจริง อัตราส่วนน้ำต่อนูนซีเมนต์ของซีเมนต์เพสต์รวมถึงปัจจัยของการทดสอบอื่น ๆ ที่อาจส่งผลต่อการนำความร้อน ได้ถูกกำหนดไว้ให้เป็นเช่นเดียวกันในทุกส่วนผสม ดังนั้นผลที่ได้ของซีเมนต์เพสต์จึงควรมีค่าการนำความร้อนที่เท่ากันเสมอ ซึ่งการหาค่าการนำความร้อนของมอร์ตาร์จะต้องเกิดขึ้น ต่อไปทุกครั้งเมื่อชนิดของมวลรวมที่ใช้เปลี่ยนไป ทั้งที่ปัจจุบันนี้ได้มี

การหาค่าการนำความร้อนของมวลรวมชนิดต่าง ๆ อยู่แล้ว ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมุ่งเป้าในการสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ขึ้นเพื่อที่จะหาค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพ เพื่อลดความซับซ้อนในการวิเคราะห์ปัญหาในข้างต้น

2. แนวทางและขอบเขตการวิเคราะห์ปัญหา

ในเบื้องต้นของการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพต่อสัดส่วนของวัสดุเม็ด ได้เลือกใช้วิธีการจำลองวัสดุผสมขึ้นในระบบไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อสร้างสมการต้นแบบที่สามารถนำมาประยุกต์เข้ากับค่าการนำความร้อนในพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงของวัสดุ

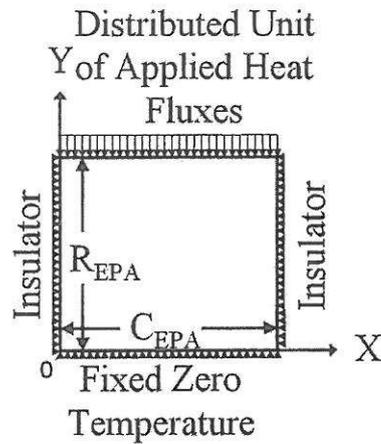
ลักษณะของวัสดุที่จำลองขึ้นด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ จะเป็นวัสดุที่ได้จากการผสมของวัสดุ 2 ชนิด ซึ่งวัสดุที่แทรกเข้ามาจะมีลักษณะเป็นเม็ด (เนื้อของวัสดุถูกตัดขาด) โดยการกระจายตัวของวัสดุที่เป็นเม็ดนี้ จะถูกกำหนดให้มีการกระจายตัวที่เท่า ๆ กัน ทั้งในแนวแกนตั้งและแกนนอน แต่อย่างไรก็ตามวัสดุที่มีค่าการนำความร้อนทั่วไปจะมีการเปลี่ยนแปลงค่าการนำความร้อนเมื่ออุณหภูมิของเนื้อวัสดุเปลี่ยนไป [2] ดังนั้นเพื่อเป็นการลดความซับซ้อนในการวิเคราะห์หลัง งานวิจัยนี้จึงกำหนดให้ค่าการนำความร้อนของวัสดุคงที่ไม่แปรผันตามอุณหภูมิของวัสดุที่เปลี่ยนแปลงไป ค่าที่คำนวณได้จากกระบวนการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้งหมดจะกำหนดให้อยู่ในรูปของค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพต่อค่าการนำความร้อนของวัสดุที่เชื่อมต่อกัน (σ_e/σ_1) โดยปัญหาของการนำความร้อนจะเป็นแบบสภาวะคงที่ (Steady State Condition) ซึ่งค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพที่ได้จะไม่ขึ้นอยู่กัเวลา และใช้กฎการนำความร้อนของฟูเรียร์ (Fourier's Law of Heat Conduction) ดังแสดงในสมการที่ 1

$$\dot{q}'' = -\sigma \nabla T \tag{1}$$

เมื่อกำหนดให้

- \dot{q}'' คือเวกเตอร์ของอัตราการถ่ายเทความร้อน (W/m²)
- σ ค่าการนำความร้อน (W/(m·K))
- T อุณหภูมิ (K)

การหาค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพของวัสดุที่จำลองขึ้นจะใช้ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นต่อระยะทางที่เปลี่ยนแปลงไปจากแหล่งกำเนิดความร้อน ดังแสดงในผังการวิเคราะห์รูปที่ 1 โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อนอยู่ทางด้านบนของวัสดุ และกำหนดอุณหภูมิคงที่ให้อยู่ด้านล่าง (0 °C) และสิ่งแวดล้อมอยู่ในสภาพไร้การถ่ายเทความร้อนทางด้านข้างเพื่อกำหนดทิศทางการไหลของความร้อนให้ไหลจากด้านบนลงด้านล่าง



รูปที่ 1 ผังแสดงการวิเคราะห์หาค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เมื่อกำหนดให้จำนวนเอลิเมนต์ (Element) สูงสุดในแถวและในสดมภ์เท่ากับ R_{EPA} และ C_{EPA} ตามลำดับ และ กำหนดให้ x และ y ซึ่งเป็นตำแหน่งของเอลิเมนต์ เป็นไปตามสมการที่ 2 และ 3 โดยเงื่อนไขขอบเขตของแหล่งกำเนิดความร้อนจากด้านบนของรูปที่ 1 สามารถแสดงได้ดังสมการที่ 4 โดย M คือชนิดของวัสดุ ส่วนสภาพไร้การถ่ายเทความร้อนในด้านซ้ายและด้านขวา ของขอบวัสดุจำลองสามารถแสดงได้จากสมการที่ 5 และ 6 ตามลำดับ สมการการกระจายความร้อนตั้งแต่สมการที่ 4 ถึง 6 กำหนดให้เป็นแบบเส้นตรง (Linear Interpolation) ส่วนเงื่อนไขขอบเขตของอุณหภูมิอ้างอิงที่ด้านล่างของแผนผังสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 7

$$1 \leq x \leq C_{EPA} \tag{2}$$

$$1 \leq y \leq R_{EPA} \tag{3}$$

$$\sigma_M \frac{\partial T(x, R_{EPA})}{\partial y} = 1 \tag{4}$$

$$\frac{\partial T(0, y)}{\partial x} = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial T(C_{EPA}, y)}{\partial x} = 0 \tag{6}$$

$$T(x, 0) = 0 \tag{7}$$

3. ขั้นตอนการจำลองวัสดุ

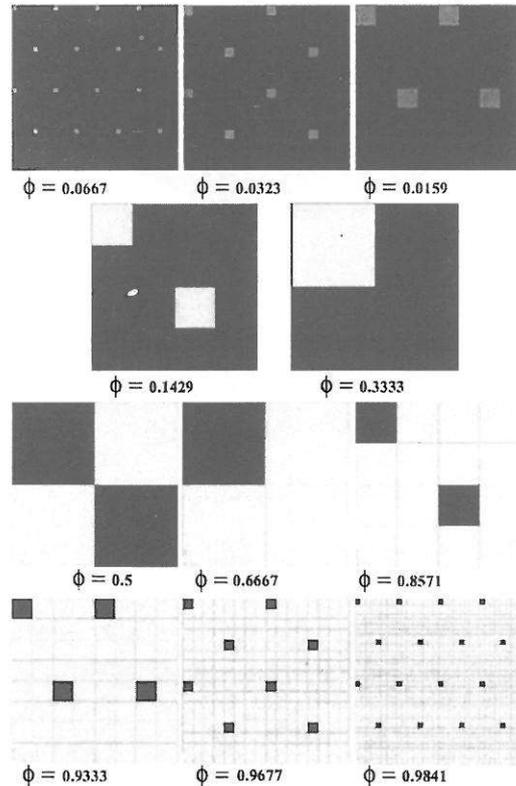
การหาค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพมีตัวแปรต้นในการวิเคราะห์คือ ปริมาณของวัสดุชนิดที่ 2 ที่เข้ามาแทรกในวัสดุชนิดที่ 1 (ϕ) และอัตราส่วนการนำความร้อนของวัสดุชนิดที่ 2 ต่อวัสดุชนิดที่ 1 ($\alpha = \sigma_2 / \sigma_1$) โดยมีค่า 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 และ 256 ตามลำดับ ซึ่งขอบเขตดังกล่าวกำหนดขึ้นจากการนำความร้อนที่ต่างกันสูงสุดของวัสดุ 2 ชนิดในปูนซีเมนต์ซึ่งอยู่ที่ไม่เกิน 256 เท่า [3] โดยกำหนดให้ส่วนที่เล็กที่สุดของการวิเคราะห์คือส่วนของเอลิเมนต์ (element) ซึ่งมีพื้นที่ 1 หน่วย และจะไม่ถูกแบ่งย่อยด้วยวิธีการรีไฟน์เมช (refine mesh) สำหรับสร้างความแม่นยำของการคำนวณ แต่จะใช้วิธีการทำซ้ำเพื่อเพิ่มความแม่นยำแทนวิธีการดังกล่าว กลุ่มของเอลิเมนต์ที่มีค่าการนำความร้อนต่างกันซึ่งถูกเรียงให้กระจายตัวเท่า ๆ กัน จะถูกใช้ในการบ่งชี้ถึงค่า ϕ โดยสัดส่วนและลักษณะการกระจายได้ถูกกำหนดขึ้นที่ 0.0159, 0.0323, 0.0667, 0.1429, 0.333, 0.5, 0.6667, 0.8571, 0.9333, 0.9677 และ 0.9841 ดังแสดงในรูปที่ 2 ระดับสีของเอลิเมนต์ที่ต่างกันแสดงถึงค่าการนำความร้อนที่ต่างกัน (สีเข้มแสดงถึงค่าการนำความร้อนของวัสดุชนิดที่ 1 และสีอ่อนคือค่าการนำความร้อนของวัสดุชนิดที่ 2) จำนวนการทำซ้ำเพื่อสร้างความแม่นยำของกลุ่มเอลิเมนต์ จะถูกกำหนดจากปริมาณเอลิเมนต์ต่อหน่วยพื้นที่ (EPA) โดยพิจารณาจากจำนวนเอลิเมนต์ในแนวแกนตั้ง x จำนวนเอลิเมนต์ในแนวแกนนอน ที่มีขนาดเท่ากับ 20x20, 40x40, 60x60 และ 80x80 ตามลำดับ แต่เนื่องจากขนาดของกลุ่มเอลิเมนต์นั้นมีขนาดไม่เท่ากัน จำนวนการทำซ้ำจึงถูกกำหนดขึ้นจาก จำนวนการทำซ้ำซึ่งให้ค่าจำนวนเอลิเมนต์มากกว่าหรือเท่ากับค่าที่กำหนดไว้ + 0.5 (การบวกจำนวนการทำซ้ำเพิ่มขึ้น 0.5 นั้นใช้สำหรับการทำให้ปัญหาที่เกิดขึ้นสมดุลในแนวแกนการไหลของความร้อน โดยมีค่าดังแสดงในตารางที่ 1) เมื่อสังเกตจากกลุ่มเอลิเมนต์ที่มีค่า $\phi = 0.5$ และจำนวนการทำซ้ำเท่ากับ 2 เมื่อกำหนดให้แหล่งกำเนิดความร้อนอยู่ด้านบน การไหลของความร้อนจะมีทิศทางลงพร้อมกับเฉียงไปทางด้านซ้าย ซึ่งจะทำให้เวกเตอร์ผลลัพธ์โดยรวมของการไหลความร้อนมีผลของทิศทางด้วย (ไม่พุ่งลงด้านล่างอย่างเดียว)

เมื่อจะสร้างแบบจำลองจะเริ่มต้นจากการสร้างกลุ่มของเอลิเมนต์ เพื่อเป็นต้นแบบของการทำซ้ำ จากนั้นจะมีการทำซ้ำตามจำนวนครั้งที่กำหนดขึ้นในแนวแกนนอนขึ้นก่อนแล้วจึงใช้กลุ่มเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นในแนวอนทั้งหมดทำซ้ำในจำนวนครั้งที่กำหนดขึ้นในแนวแกนตั้งแบบจำลองที่สร้างขึ้นจะถูกนำไปใช้ในการทดสอบในหัวข้อถัดไป

4. ผลการทดสอบ

อุณหภูมิผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งมีขอบเขตเงื่อนไขในหัวข้อที่ 2 สามารถระบุผลการทดสอบได้จากอุณหภูมิของเอลิเมนต์ที่คำนวณได้ โดยเอลิเมนต์ที่มีสีเข้มกว่าซึ่งอยู่ด้านบน อันแสดงถึงอุณหภูมิที่สูงกว่า ในทางกลับกัน เอลิเมนต์ที่มีสีอ่อน

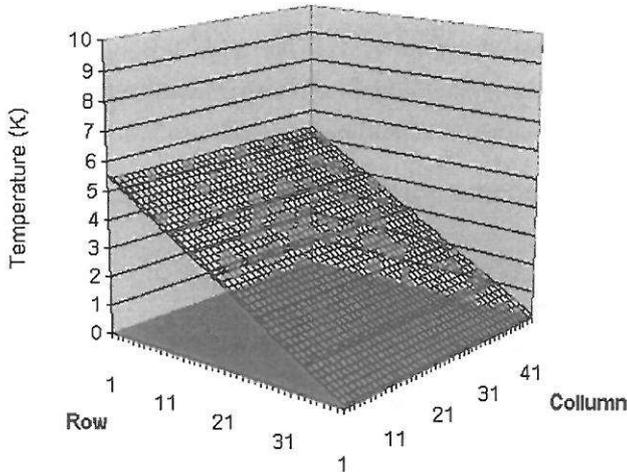
ซึ่งอยู่ด้านล่างแสดงถึงอุณหภูมิต่ำกว่า ซึ่งเมื่อพิจารณาจากสมการที่ 1 อุณหภูมิจะเป็นส่วนกลับกับทิศทางการไหลของความร้อน โดยมีมาตราส่วนดังแสดงในแถบด้านล่างของรูปตัวอย่าง (รูปที่ 3) ในหน่วย K นอกจากนี้ทิศทางการไหลของความร้อนที่ได้จากการคำนวณสามารถแสดงได้จากทิศทางของลูกศรซึ่งมีทิศทางจากด้านบนลงด้านล่างได้ในรูปที่ 4



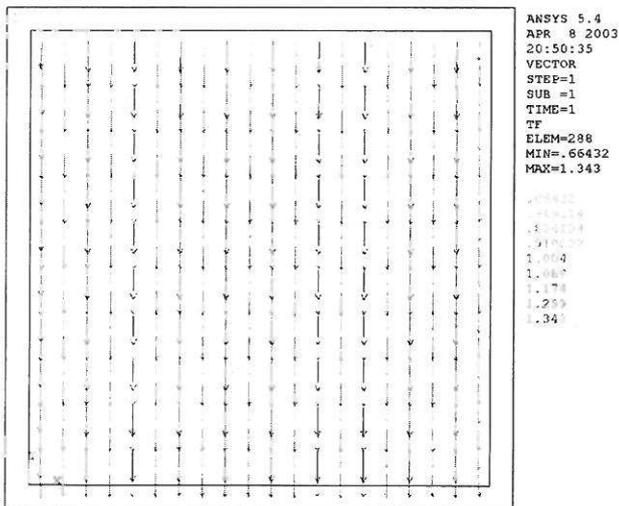
รูปที่ 2 ลักษณะการกระจายตัวของเอลิเมนต์ที่มีปริมาณการแทนที่แตกต่างกัน

ตารางที่ 1 จำนวนการทำซ้ำของกลุ่มเอลิเมนต์ในขนาดชิ้นส่วนต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ต่าง ๆ

ϕ	ขนาดของกลุ่มเอลิเมนต์ตั้งต้น (แกนตั้ง x แกนนอน)	จำนวนการทำซ้ำต่อขนาดชิ้นส่วนต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ($R_{EPA} \times C_{EPA}$)			
		20 x 20	40 x 40	60 x 60	80 x 80
0.333, 0.5, 0.667	2 x 2	10.5	20.5	30.5	40.5
0.1429, 0.8571	4 x 4	5.5	10.5	15.5	20.5
0.0159, 0.9333	8 x 8	3.5	5.5	8.5	10.5
0.0323, 0.9677	16 x 16	2.5	3.5	4.5	5.5
0.0667, 0.9841	32 x 32	1.5	2.5	2.5	3.5



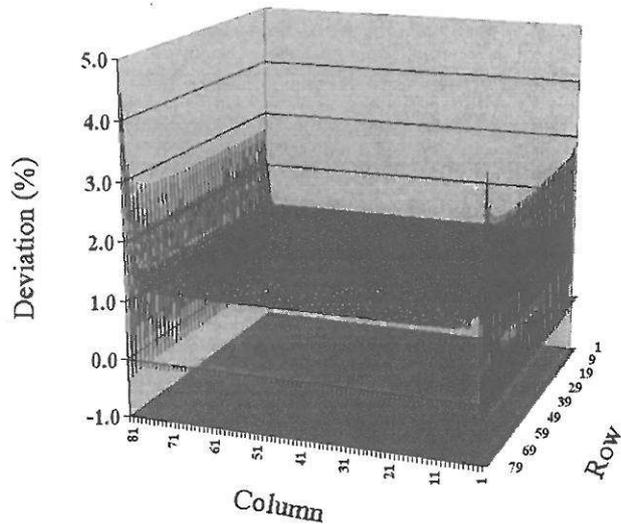
รูปที่ 3 การกระจายตัวของอุณหภูมิในตัวอย่างจำลองที่ได้ทำการคำนวณด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ มีขนาดชิ้นส่วนต่อพื้นที่ 40x40, $\phi = 0.5$ และ $\alpha = 16$ เท่า



รูปที่ 4 ทิศทางการไหลของความร้อนภายในวัสดุจำลองซึ่งมีทิศทางจากด้านบนลงด้านล่าง

แต่อย่างไรก็ตาม เนื่องจากขอบเขตเงื่อนไขในสมการที่ 5 และ 6 ซึ่งกำหนดให้ไม่มีการไหลของความร้อนออกในแนวแกน x จึงส่งผลให้เกิดค่าอุณหภูมิที่ไม่คงที่ขึ้นตลอดขอบที่ไร้การถ่ายเทความร้อน ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้จากสมการที่ 1 โดยการกระจายตัวของอุณหภูมิจะต้องมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางการไหลความร้อนเสมอ ดังนั้น ผลต่างของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นจึงควรมีแนวโน้มที่คงที่ คือ ลดลง แต่ค่าที่ได้จากการทดสอบพบว่าตามขอบซึ่งเป็นสภาพไร้การถ่ายเทความร้อนมีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่ไม่คงที่ดังแสดงในรูปที่ 5 โดยมีแกนตั้งคือร้อยละของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ และแกนนอนคือระยะสมกัมและแถว จะ

สังเกตได้ว่าสมกัมที่ 1-5 และ 77-82 จะมีค่าผิดพลาดค่อนข้างสูง ดังนั้นค่าที่ได้จะถูกตัดสมกัมเริ่มต้น และสมกัมสุดท้ายออกด้านละ 5 สมกัมก่อนการนำไปคำนวณเพื่อหาค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพต่อไป



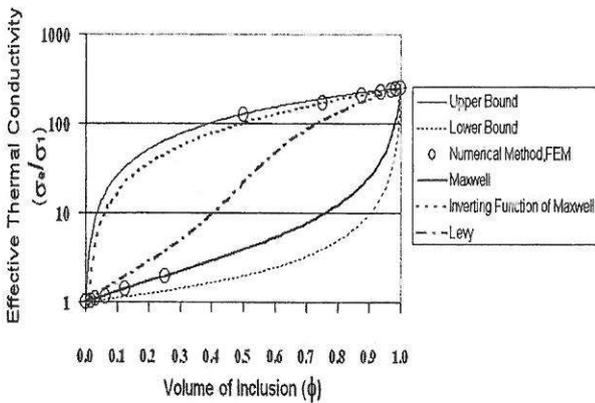
รูปที่ 5 ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นที่ขอบซึ่งไร้การถ่ายเทความร้อนของตัวอย่างจำลองที่มีขนาดชิ้นส่วนต่อพื้นที่ 80x80, $\phi = 0.5$ และ $\alpha = 256$

เนื่องด้วยการหาค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพเมื่อใช้ผลของความต่างจากวัสดุทั้งสองที่น้อย (α เข้าใกล้ 1) จะทำให้ผลการวิเคราะห์ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร การเปรียบเทียบผลค่าการนำความร้อนของวัสดุแตกต่างกันมากที่สุดจากผลการทดสอบ ($\alpha = 256$) จึงถูกเลือกขึ้นมาพิจารณา โดยทำการเปรียบเทียบค่าที่ได้จากวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์กับสมการที่นำเสนอโดยแมกซ์เวลล์ (สมการที่ 8) พบว่าสมการของแมกซ์เวลล์ให้ผลที่ใกล้เคียงสำหรับ ค่า ϕ ที่ต่ำกว่า 0.5 ดังแสดงในรูปที่ 6 โดยใช้กราฟกึ่งลอการิทึม (Semi-Log) ซึ่งมีแกนนอน คือ ปริมาตรที่แทรกเข้ามาของวัสดุชนิดที่ 2 และแกนตั้ง คือ การนำความร้อนประสิทธิภาพเทียบกับการนำความร้อนของวัสดุชนิดที่ 1 (σ_e/σ_1) ในมาตราส่วนลอการิทึม เมื่อสังเกตลักษณะการวางตัวของเอลิเมนต์จากรูปที่ 2 พบว่า ส่วนที่นำความร้อนสูงกว่า (สีเหลืองอ่อน) นั้นถูกล้อมรอบไว้ด้วย ส่วนที่มีการนำความร้อนต่ำกว่า ซึ่งทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับรูปที่แมกซ์เวลล์ได้ตั้งสมมติฐานไว้กล่าวคือ ค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพที่เกิดขึ้นจากอนุภาคทรงกลม (Spherical Particles) แทรกเข้ามา โดยไม่มีการสัมผัสกันระหว่างอนุภาค และอยู่ในวัสดุที่เป็นเนื้อเดียวและเชื่อมต่อกัน [4] ส่วนสมการการนำความร้อนประสิทธิภาพของเลวี [5] ซึ่งแพร่หลายในวงการอาหารนั้นให้ค่าเฉลี่ยที่อยู่กึ่งกลางซึ่งไม่ใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากผลของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_1} = \frac{1 + 2 \cdot \phi \cdot \omega}{1 - \phi \cdot \omega} \quad (8)$$

โดย

- σ_e คือค่าการนำความร้อนประสิทธิผล (W/(m·K))
- σ_1, σ_2 คือค่าการนำความร้อนของวัสดุชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ (W/(m·K))
- ϕ คือค่าปริมาตรของวัสดุชนิดที่ 1 ต่อปริมาตรรวมของวัสดุทั้งสองชนิด
- ω คือการลดทอนความสามารถเชิงขั้ว (Polarizability Reduction) ซึ่งสามารถแสดงให้อยู่ในรูปของ $\left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + 2 \cdot \sigma_1} \right)$ หรือ $\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 2} \right)$
- α คืออัตราส่วนการนำความร้อนของวัสดุชนิดที่ 2 ต่อวัสดุชนิดที่ 1 (σ_2/σ_1)



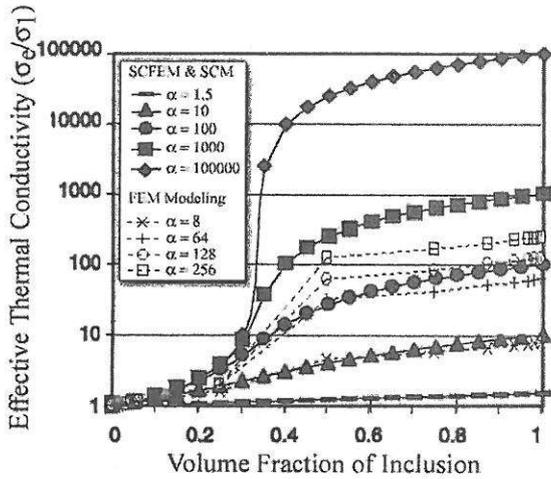
รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างการนำความร้อนประสิทธิผลต่อปริมาตรวัสดุเม็ดที่แทรกเข้ามา ด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

เช่นเดียวกับกับค่าการนำความร้อนประสิทธิผลเมื่อ ϕ สูงกว่า 0.5 ลักษณะของวัสดุเข้าใกล้กับสมมติฐานของแมกซ์เวลล์อีกครั้ง แต่ในสภาพนี้วัสดุที่มีลักษณะการแทรกกลายเป็นวัสดุซึ่งเคยเป็นวัสดุที่เชื่อมต่อเดิมและมีการนำความร้อนต่ำ ได้ถูกล้อมรอบด้วยวัสดุที่มีการนำความร้อนสูง ดังนั้น การกลับสภาพการนำความร้อนของวัสดุที่เชื่อมต่อกันให้มีความการนำความร้อนสูง และค่าการนำความร้อนของวัสดุที่แทรกเข้ามามีการนำความร้อนต่ำ รวมถึงกลับปริมาณการแทรกเข้าจากที่เพิ่มขึ้น (ϕ)

เริ่มจาก 0 ไปจนถึง 1) เป็นลดลง (ϕ' จึงเริ่มต้นจาก 1 ไปจนถึง 0 ดังนั้น $\phi' = (1-\phi)$) แล้วทำการปรับค่าให้เทียบเท่ากับการนำความร้อนสูง ด้วยการคูณ α เข้าไปจากสมการของแมกซ์เวลล์ (สมการที่ 8) สมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ (Inverting Function of Maxwell = $Maxwell'(\phi, \alpha)$) จะสามารถนำเสนอได้ในรูปสมการที่ 9 ซึ่งให้ค่าการนำความร้อนประสิทธิผลเท่ากันกับการใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นอย่างดีในช่วงของ ϕ มากกว่า 0.5 แต่อย่างไรก็ตามจะสังเกตเห็นได้อย่างชัดเจนว่าที่ $\phi = 0.5$ ค่าการนำความร้อนจะเท่ากับขอบเขตบน (การต่อความต้านทานความร้อนแบบขนาน)[6] ซึ่งไม่เข้ากับความสัมพันธ์ที่เสนอโดยแมกซ์เวลล์หรือสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ทั้งสิ้น สามารถอธิบายได้จากลักษณะการวางตัวของเอลิเมนต์ (ดูรูปที่ 2 ที่มี $\phi = 0.5$) ซึ่งขอบของส่วนที่มีการนำความร้อนสูงนั้นเชื่อมต่อกัน ความร้อนจึงไหลผ่านเส้นทางซึ่งมีการต้านทานความร้อนที่น้อยที่สุด ซึ่งผลลัพธ์ของการวางเอลิเมนต์แบบนี้ คือ ความร้อนจะผ่านเข้าเอลิเมนต์ที่มีการนำความร้อนสูงเป็นหลักซึ่งจะทำให้ค่าการนำความร้อนประสิทธิผลนั้นเทียบเท่ากับค่าการนำความร้อนที่ขอบเขตบน ซึ่งได้ผลเช่นเดียวกันในงานวิจัยของทอร์ควาโด [7] แต่อย่างไรก็ตาม นอกเหนือจากการเปรียบเทียบผลที่ได้กับแมกซ์เวลล์ ยังมีการเปรียบเทียบการนำความร้อนประสิทธิผลที่ได้จากความสัมพันธ์ของเลวี ดังเส้นประหนา ซึ่งให้ผลที่อยู่กึ่งกลางระหว่างค่าที่ได้จากทั้งแมกซ์เวลล์และค่าที่ได้จากวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

$$Maxwell'(\phi, \alpha) = \left(\frac{1 + 2 \cdot \left(\frac{1/\alpha - 1}{1/\alpha + 2} \right) \cdot (1 - \phi)}{1 - \left(\frac{1/\alpha - 1}{1/\alpha + 2} \right) \cdot (1 - \phi)} \right) \cdot \alpha \quad (9)$$

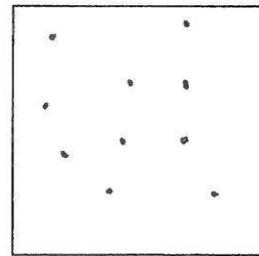
นอกจากนี้ ผลการวิเคราะห์ยังได้ถูกเปรียบเทียบกับงานซึ่งนำเสนอโดยดีคาร์ลิสและแจเกอร์ (Decarlis และ Jaeger) ซึ่งใช้วิธีเซลล์คอนซิสเทน (SCM) และ เซลล์คอนซิสเทนที่ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (SCFEM) [8] แสดงไว้ในรูปที่ 7 ซึ่งเป็นกราฟกึ่งลอการิทึม โดยมีแกนนอน คือ ปริมาตรที่แทรกเข้ามาของวัสดุชนิดที่ 2 และแกนตั้ง คือ การนำความร้อนประสิทธิผลในมาตราส่วนลอการิทึม ซึ่งผลการวิเคราะห์มีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกันทุกช่วง α โดยเมื่อทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการจำลอง (จากค่าที่กำหนดขึ้นระหว่าง $\alpha = 2$ จนถึง $\alpha = 256$) $\alpha = 8$ ต่อค่า $\alpha = 10$ ด้วยวิธี SCM, SCFEM และ ค่าที่ได้จากการจำลองที่ $\alpha = 64, 128, 256$ ต่อค่า $\alpha = 100$ ด้วยวิธี SCM, SCFEM แต่อย่างไรก็ตามค่า ϕ ที่ 0.5 ให้ผลที่แตกต่างออกไปจากผลการทดสอบของ SCM, SCFEM



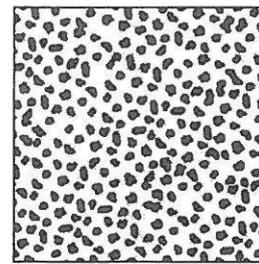
รูปที่ 7 การเปรียบเทียบค่าการนำความร้อนประสิทธิผลที่ได้จากวัสดุจำลอง (FEM Modeling) กับค่าที่ได้จากวิธีเซลล์ที่คอนซิสเทนท์ไฟไนต์เอลิเมนต์ (SCFEM) และเซลล์ที่คอนซิสเทนท์ (SCM)

5. การพัฒนาสมการทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของการนำความร้อนประสิทธิผล

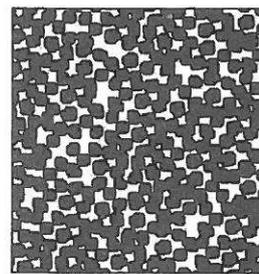
จากวัตถุประสงค์ของการพัฒนาสมการทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ซึ่งจะต้องถูกประยุกต์เข้ากับลักษณะทางกายภาพของวัสดุ รวมถึงสมการจะต้องมีความต่อเนื่องของปริมาตรที่แทรกเข้ามา (ระหว่าง 0 ถึง 1) ดังนั้นการแบ่งประเภทของเนื้อวัสดุจึงเกิดขึ้นใน 3 ลักษณะด้วยกัน คือ ประเภทที่ 1 รูปที่วัสดุที่แทรกเข้ามาในเนื้อวัสดุมีปริมาณน้อย ซึ่งทำให้การนำความร้อนระหว่างเนื้อวัสดุที่แทรกเข้ามาไม่ส่งผลกระทบต่อซึ่งกันและกัน ซึ่งเรียกระดับปริมาณการแทรกเข้ามาซึ่งส่งผลในลักษณะนี้ว่าลักษณะอนุภาคโดดเดี่ยว ดังแสดงในรูปที่ 8 (แสดงค่าการนำความร้อนประสิทธิผลเช่นเดียวกับสมการของแมกซ์เวลล์) ในประเภทที่ 2 วัสดุที่แทรกเข้ามาเริ่มเข้าใกล้กันมากขึ้น รวมถึงมีบางส่วนสัมผัสกัน ซึ่งทำให้การนำความร้อนของวัสดุที่แทรกเข้ามารบกวนซึ่งกันและกัน (ความร้อนส่งถ่ายซึ่งกันและกันในอนุภาคที่มีการนำความร้อนสูงกว่า) เรียกสภาพนี้ว่าลักษณะอนุภาคชิด ดังแสดงในรูปที่ 9 (ค่าการนำความร้อนประสิทธิผลจะอยู่ระหว่างสมการของแมกซ์เวลล์ และสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์) และประเภทสุดท้าย คือ ลักษณะของการอัดแน่นของอนุภาคที่แทรกเข้ามาจนทำให้วัสดุที่เป็นวัสดุเชื่อมต่อกันออกจากกัน และถือว่ามีผลอันเนื่องมาจากรูปร่างของส่วนที่ตัดขาดมีน้อยมาก เรียกสภาพนี้ว่าลักษณะอนุภาคอัดแน่นซึ่งแสดงอยู่ในรูปที่ 10 (แสดงค่าการนำความร้อนประสิทธิผลเช่นเดียวกับสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์)



รูปที่ 8 ลักษณะอนุภาคโดดเดี่ยว



รูปที่ 9 ลักษณะอนุภาคชิด



รูปที่ 10 ลักษณะอนุภาคอัดแน่น

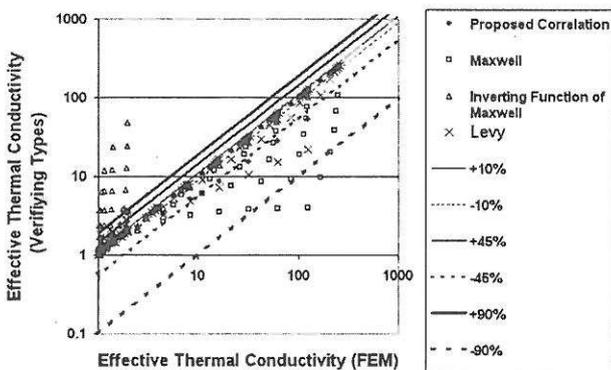
สมการของการนำความร้อนประสิทธิผลเปรียบเทียบกับ การนำความร้อนของวัสดุชนิดที่ 1 จึงถูกสร้างให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างสมการของแมกซ์เวลล์และสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ ดังแสดงในสมการที่ 10 โดยมีสมการแปลง $\psi(\phi)$ (สมการที่ 11) ทำหน้าที่แสดงผลของสภาพการจัดตัวของอนุภาคที่แทรกเข้ามาให้แสดงผลอยู่ระหว่างสมการของแมกซ์เวลล์และสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการนำความร้อนจะไม่ส่งผลกระทบต่อสมการแปลง เมื่อการจัดตัวของอนุภาคยังคงที่

แต่อย่างไรก็ตาม ค่าที่ได้จากสมการแปลง (Validating Factor) จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 โดยเมื่อค่าสมการแปลงเท่ากับ 0 ค่าการนำความร้อนที่คำนวณได้ จะเกิดขึ้นจากสมการของแมกซ์เวลล์ ในขณะที่เมื่อค่าของสมการแปลงเท่ากับ 1 ค่าการนำความร้อนที่คำนวณได้จะได้จากสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ โดยค่าสมการแปลงนั้นจะขึ้นอยู่กับอัตราส่วนการนำความร้อนของวัสดุทั้งสอง จะสังเกตได้ว่าในสมการแปลงจะมีค่าคงที่ A และ B ซึ่งต้องการค่าจากการวัดค่าความถดถอย (Regression) จากค่าการนำความร้อนของวัสดุจริง ที่มีอัตราส่วนการนำความร้อนและปริมาตรที่แทรกเข้ามาแตกต่างกัน

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_1} = \psi(\phi) \cdot Maxwell'(\phi, \alpha) + (1 - \psi(\phi)) \cdot Maxwell(\phi, \alpha) \tag{10}$$

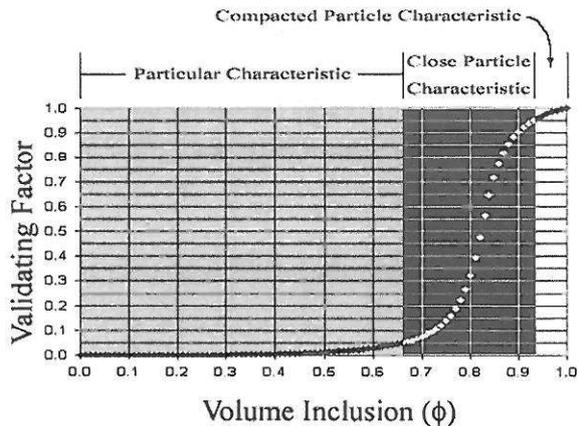
$$\Psi(\phi) = \frac{\arctan(A \cdot [\phi^B - 0.5])}{2 \cdot \arctan(A \cdot [0.5])} + 0.5 \tag{11}$$

เมื่อทำการเปรียบเทียบความแม่นยำของค่าการนำความร้อนที่ได้จากสมการต่าง ๆ ที่เสนอขึ้นต่อค่าการนำความร้อนที่ได้จากแบบจำลอง (α ได้ดังรูปที่ 11 เมื่อแทนตั้งคือค่าการนำความร้อนที่ได้จากสมการต่าง ๆ (Verifying Types) อันได้แก่ สมการที่นำเสนอขึ้น (Proposed Correlation) สมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell) สมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ (Inverting Function of Maxwell) และ สมการของ เลวี (Levy) โดยแกนนอนคือค่าการนำความร้อนที่ได้จากการจำลองวัสดุด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่าค่าที่ได้จากสมการที่นำเสนอขึ้นมีความแม่นยำกว่าการใช้สมการของแมกซ์เวลล์ สมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ และสมการของเลวี เพียงอย่างเดียว โดยเมื่อใช้สมการของแมกซ์เวลล์ค่าที่ให้ความผิดพลาดน้อยจะพบจากวัสดุที่มีการแทนที่ในปริมาตรสัดส่วนที่น้อยกว่า 0.5 โดยค่าการแทนที่ ที่มากกว่านั้นจะให้ความผิดพลาดที่สูง ในทางกันสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ซึ่งจะให้ค่าความแม่นยำในช่วงการแทนที่ของสัดส่วนที่มากกว่า 0.5 และจะให้ค่าความผิดพลาดที่สูงเมื่ออยู่ช่วงการแทนที่ของสัดส่วนที่น้อยกว่า 0.5 ซึ่งทำให้เมื่อเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจึงเกิดแนวการกระจายของค่าความผิดพลาดของทั้งสองสมการแตกต่างกัน สามารถสังเกตจากสมการของแมกซ์เวลล์จะให้ค่าที่ต่ำกว่าความเป็นจริงได้มากกว่าร้อยละ -90 ส่วนสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์จะมีความผิดพลาดมากกว่าร้อยละ +90 ส่วนค่าการนำความร้อนจากสมการของเลวี จะมีความผิดพลาดกระจัดกระจายตลอดช่วงของปริมาตรที่แทรกเข้ามา (ϕ ตั้งแต่ 0 ถึง 1)



รูปที่ 11 ค่าคลาดเคลื่อนที่ได้จากวัสดุจำลองต่อสมการทางคณิตศาสตร์ แสดงความสัมพันธ์ของแมกซ์เวลล์ สมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ เลวี และสมการทางคณิตศาสตร์ แสดงความสัมพันธ์ที่นำเสนอขึ้น

แต่เมื่อนำสมการที่ 10 และ 11 ประยุกต์เข้ากับข้อมูลค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพผลในวัสดุจริง โดยคอนโซ [9] เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการนำความร้อนประสิทธิภาพต่อสัดส่วนการแทรกเข้ามาของวัสดุเม็ด พบว่าโดยรวมแล้วนั้น ค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพเฉลี่ยของวัสดุเม็ดซึ่งมีอัตราส่วนการนำความร้อนตั้งแต่ 0.0013 (σ_2 น้อยกว่า σ_1) ถึง 1,932 เท่า (σ_2 มากกว่า σ_1) จะมีค่าที่ได้จากสมการแปลงดังแสดงในรูปที่ 12 การเรียงตัวของวัสดุเม็ดที่อยู่ในรูปแบบโคคเคียวนั้นจะพบได้ในช่วง ϕ ที่ 0 ถึง 0.66 (เมื่อคิดจากค่าเบี่ยงเบนจากสมการของแมกซ์เวลล์ที่ร้อยละ 5 ($\psi(\phi, \alpha) < 0.05$)) ในขณะที่วัสดุเริ่มส่งผลกระทบต่อการถ่ายเทความร้อนซึ่งกันและกัน (แสดงลักษณะอนุภาคชิด) ที่ ϕ เท่ากับ 0.66 ถึง 0.94 ($0.05 < \psi(\phi, \alpha) < 0.95$) และเนื้อวัสดุเดิมที่เชื่อมต่อกันถูกตัดขาดออกจากกัน (อนุภาคอัดแน่น) ที่ ϕ มากกว่า 0.95 ขึ้นไป (เบี่ยงเบนจากสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์น้อยกว่าร้อยละ 5 หรือ $\psi(\phi, \alpha) > 0.95$)



รูปที่ 12 ค่าจากสมการแปลงที่มีลักษณะทางกายภาพเป็นวัสดุเม็ด

แต่อย่างไรก็ตาม ค่าที่ได้จากสมการที่ประยุกต์ขึ้น (สมการที่ 11) ยังคงให้ค่าที่ค่อนข้างคลาดเคลื่อนสูง ซึ่งเมื่อสังเกตจากอัตราส่วนการนำความร้อนของสองวัสดุที่แตกต่างมากขึ้น ซึ่งพบว่าอัตราส่วนการนำความร้อนที่สูงขึ้นจะส่งผลกระทบต่อค่าการนำความร้อนประสิทธิภาพเล็กน้อย ดังนั้นสมการแปลงจากสมการที่ 11 จึงสร้างตัวแปรที่มีฟังก์ชันย่อยแสดงในสมการที่ 12, 13, 14 และ 15 ตามลำดับ โดยค่า A, B, C และ D ของวัสดุประเภทเม็ด (รวมถึงค่าการนำความร้อนที่ได้จากวัสดุจำลองด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์) ที่ได้จากการหาค่าจากการทดลองภายใต้สมการที่กำหนดขึ้น มีค่าดังแสดงในตารางที่ 2

$$\Lambda_A = A \cdot (1 - \xi_C) \tag{12}$$

$$\Lambda_B = 1 + B \cdot \xi_D \quad (13)$$

$$\xi_C = \frac{\alpha^{\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)C} - 1}{\alpha^{\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)C} + 1} \quad (14)$$

$$\xi_D = \frac{\alpha^{\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)D} - 1}{\alpha^{\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)D} + 1} \quad (15)$$

โดย

A, B, C และ D คือ ค่าคงที่สำหรับสมการแปลง

ξ_C คือ สมการที่ใช้สำหรับปรับค่าคงที่ A (เดิม) ให้อยู่ในรูปฟังก์ชัน Λ_A เพื่อให้เกิดความสัมพันธ์กับค่า α ที่เปลี่ยนไป โดยใช้ตัวแปร C เข้ามาช่วย

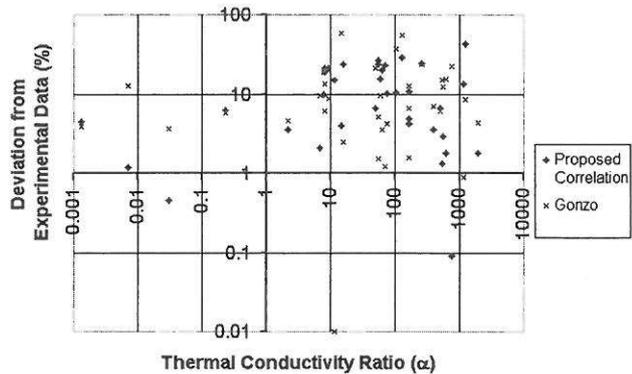
ξ_D คือ สมการที่ใช้สำหรับปรับค่าคงที่ B (เดิม) ให้อยู่ในรูปฟังก์ชัน Λ_B เพื่อให้เกิดความสัมพันธ์กับค่า α ที่เปลี่ยนไป โดยใช้ตัวแปร D เข้ามาช่วย

ตารางที่ 2 ค่าคงที่สำหรับสมการที่นำเสนอขึ้น โดยมีลักษณะทางกายภาพที่แตกต่างกัน

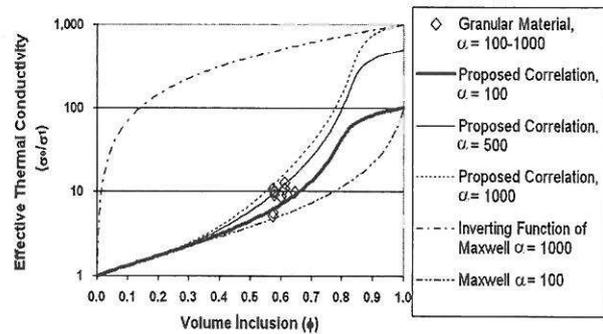
ชนิดของลักษณะทางกายภาพ	A	B	C	D
วัสดุเม็ด	12	1020	0.02186277	0.000910816
วัสดุจำลองด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์	23	1	0	0

เมื่อเปรียบเทียบค่าการนำความร้อนประสิทธิผลที่ได้จากสมการที่ประยุกต์ขึ้นกับสมการที่นำเสนอโดยกอนโซพบว่า ค่าความคลาดเคลื่อน (ค่าในแนวแกนตั้ง) ของสมการทั้งสองมีค่าที่ใกล้เคียงกันดังแสดงอยู่ในรูปที่ 13 และสุดท้าย เมื่อเปรียบเทียบผลโดยดูจากค่าการนำความร้อนประสิทธิผลที่ได้จากการทดสอบ เปรียบเทียบค่าที่ได้จากสมการทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ที่นำเสนอขึ้น โดยทำการสังเกตจากวัสดุซึ่งมีอัตราส่วนการนำความร้อนอยู่ระหว่าง 100 ถึง 1,000 เท่า จะได้ผลดังแสดงดังรูปที่ 14 โดยแกนตั้ง คือ ค่าการนำความร้อนประสิทธิผลในมาตราส่วนลอการิทึม และแกนนอน คือ ค่าปริมาตรการแทรกของวัสดุชนิดที่ 2 จะพบว่าบางส่วนของข้อมูลที่ได้จากการทดสอบจะต่ำกว่า

ขอบเขตล่างซึ่งกำหนดไว้โดยสมการทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ ($\alpha = 100$) อยู่เล็กน้อย แต่ไม่ต่ำกว่าขอบเขตล่างซึ่งกำหนดโดยความสัมพันธ์ของแมกซ์เวลล์ที่ $\alpha = 100$ และไม่สูงกว่าขอบเขตบน (สมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์) ซึ่งเป็นการยืนยันถึงสมการที่ถูกเลือกมาใช้สำหรับการสร้างความสัมพันธ์นี้เหมาะสมกับการนำไปประยุกต์ต่อไป



รูปที่ 13 ผลของความคลาดเคลื่อนต่ออัตราส่วนการนำความร้อนที่นำเสนอในงานนี้ และโดยกอนโซ



รูปที่ 14 ผลเปรียบเทียบการนำความร้อนประสิทธิผลต่อความสัมพันธ์ที่นำเสนอในช่วง α ตั้งแต่ 100 จนถึง 1000 เท่า

6. สรุป

สมการที่ประยุกต์ขึ้นจากสมการพื้นฐานที่เป็นระบบไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถจำลองค่าการนำความร้อนประสิทธิผลของวัสดุเม็ดได้เป็นอย่างดี โดยมีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนจากข้อมูลดิบของกอนโซ อยู่ที่ร้อยละ 11.87 ในขณะที่สมการของกอนโซจะมีความคลาดเคลื่อนอยู่ที่ร้อยละ 12.07 ที่อัตราส่วนการนำความร้อนของวัสดุเม็ดที่แทรกเข้ามาต่อวัสดุที่มีเนื้อเชื่อมต่อกันที่ 0.0013 ถึง 1932 เท่า ซึ่งใช้สมการของแมกซ์เวลล์ทำนายค่าการนำความร้อนประสิทธิผลเมื่อมีการแทรกเข้ามาของวัสดุเม็ดในปริมาณที่น้อย ใช้สมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์ทำนายค่า

การนำความร้อนในกรณีที่วัสดุเม็ดแทรกเข้ามามีปริมาณมากจนทำให้เนื้อวัสดุที่เชื่อมต่อยู่เดิมขาดลง แต่ในกรณีที่มีการแทรกเข้ามาของวัสดุเม็ดที่มีปริมาณไม่มากและไม่น้อยจนเกินไป จะใช้สมการปรับแก้ค่าการนำความร้อนให้อยู่ระหว่างสมการของแมกซ์เวลล์ และสมการส่วนกลับของแมกซ์เวลล์

7. กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ บริษัท ปูนซีเมนต์นครหลวง จำกัด (มหาชน) ที่ให้ทุนสนับสนุนงานวิจัยนี้จนสำเร็จลุล่วงเป็นอย่างดี

8. เอกสารอ้างอิง

- [1] Gibbon, G.J. and Ballim, Y. "Determination of the Thermal Conductivity of Concrete During the Early Stages of Hydration." *Magazine of Concrete Research* 50 (September 1998):229-235.
- [2] Kays, W.M. and Crawford, M.E. *Convective Heat and Mass Transfer*. Third Edition. Singapore: McGraw-Hill Book Co., 1993: 552.
- [3] Pongsak Jitvutikrai. "Model for Predicting Heat of Hydration and Thermal Properties of Fly Ash Concrete." Master's Thesis, Sirindhorn International Institute of Technology and Faculty of Engineering, Thammasat University, 2000. P.2
- [4] Maxwell, J.C. *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Vol. 1, Oxford: Clarendon Press, 1873.
- [5] Levy, F.L. "A Modified Maxwell-Eucken Equation for Calculating the Thermal Conductivity of Two-Component Solutions or Mixtures." *International Journal of Refrigeration* 4 (July 1981):223-225.
- [6] ASHRAE. *The American Society of Heat and Refrigerating Engineers Fundamentals Handbook*. 1993.
- [7] Torquato, S., and Kim, In C. "Effective Conductivity, Dielectric Constant, and Diffusion Coefficient of Digitized Composite Media Via First-Passage-Time Equation." *Journal of Applied Physics* 85 (February 1999): 1560-1571.
- [8] Decarlis, A. and Jaeger, H. "Effective Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Phase Material Using the Self-Consistent Finite Element Method." *Scripta Materialia* 44 (2001):1955-1958.
- [9] Gonzo, Elio E. "Estimating Correlations for the Effective Thermal Conductivity of Granular Materials." *Chemical Engineering Journal* 90 (2002):299-302.