

การควบคุมการสั่นไหวของสะพานแขวนช่วงยาวภายใต้แรงลม ด้วยมวลหน่วงที่เหมาะสม

Vibration Control of Long-Span Suspension Bridges under Wind Load by Tuned Mass Dampers

วิโรจน์ บุญญภิญโญ และ พีระศักดิ์ พานิชไทรภพ

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต

อำเภอ คลองหลวง จังหวัด ปทุมธานี 12121

โทร. 0-2564-3001 ถึง 9 โทรสาร. 0-2564-3010

E-mail : bvirote@engr.tu.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้เสนอการวิเคราะห์การควบคุมการสั่นไหวของสะพานแขวนช่วงยาวภายใต้แรงลมด้วยมวลหน่วงที่เหมาะสม โดยได้เสนอแบบจำลองพลศาสตร์ของลมกับโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ขั้นสูง ที่สามารถใช้วิเคราะห์ได้ทั้งการสูญเสียเสถียรภาพแบบ Flutter และการตอบสนองแบบ Buffeting ในพิสัยเวลา สมการสมมูลทางพลศาสตร์ภายใต้แรงลม แสดงในรูปพิสัยหลัก และ state-space การสร้างแบบจำลองลมแปรปรวนใช้วิธี ARMA การคำนวณความหน่วงในแต่ละรูปแบบการสั่นไหวของระบบโครงสร้างเมื่อติดตั้ง TMD หาได้โดยใช้วิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลัก 2 ครั้ง แล้วนำมาตรึงความหน่วงที่ได้ มาใช้ในการคำนวณหาผลตอบสนองภายหลังการติดตั้ง TMD ตัวอย่างการคำนวณได้ใช้สะพานแขวน Akashi kaikyo ซึ่งมีความยาวช่วงกลาง 1990 เมตร มาเป็นแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ ผลการวิจัยพบว่า การติดตั้ง TMD เพื่อควบคุมการสั่นไหวในทิศทางแนวดิ่ง แนวราบ และ แนวการบิดลำดับที่ 1 ด้วยอัตราส่วนมวล TMD 1% ในแต่ละทิศทาง สามารถลดผลการตอบสนองแบบ Buffeting ของสะพานได้ประมาณ 14-24% ที่ความเร็วลมเฉลี่ย 20 เมตร/วินาที เมื่อความเร็วลมเพิ่มมากขึ้นประสิทธิภาพของ TMD ในทิศทางแนวการบิดเพิ่มมากขึ้นด้วย เนื่องจากอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมในทิศทางแนวการบิดมีค่าลดลง อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพของ TMD ในทิศทางแนวดิ่งและแนวราบมีค่าลดลง เนื่องจากอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมในแนวเหล่านี้มีค่ามากขึ้นเมื่อความเร็วลมเพิ่มขึ้น ผลการวิจัยยังพบว่า การติดตั้ง TMD ไม่ทำให้ความเร็วลมวิกฤติที่ทำให้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพแบบ Flutter เปลี่ยนแปลงไปอย่างมีนัยสำคัญ

Abstract

Vibration control of long-span suspension bridges under wind load by tuned mass dampers is presented. An advance and unique finite-element-based aerodynamic model that can be used to analyze

both flutter instability and buffeting response in time domain is also proposed. The equation of motion in the time domain is expressed in modal-coordinate state-space form. The turbulent wind is simulated along the bridge span by ARMA model. The modal damping of a structure-TMD system is analyzed by double mode-superposition method. The numerical examples are performed on the three-dimensional finite-element model of the Akashi Kaikyo Bridge with a main span length of 1990 m. The results show that when wind velocity is 20 m/s, the TMDs with 1% mass ratio in each direction can significantly reduce the buffeting response in vertical, horizontal and torsional directions by 14-24%. When the wind velocity increases, the effectiveness of TMD in reducing the torsional response also increases because the torsional aerodynamic damping reduces with the wind velocity. However, its effectiveness in vertical and horizontal direction reduces because the aerodynamic dampings in these directions increase with the wind velocity and become more dominant than TMD. The results also found that TMD results in no significant change in the critical wind velocity for flutter instability.

1. บทนำ

การพัฒนากำลังของวัสดุ ระบบโครงสร้างแบบใหม่ การวิเคราะห์โครงสร้างที่ถูกต้องมากขึ้น และเทคโนโลยีในการก่อสร้าง ทำให้การออกแบบและการก่อสร้าง สะพานค้ำ (cable-stayed bridge) และ สะพานแขวน (suspension bridge) มีช่วงยาวมากขึ้น ซึ่งยิ่งทำให้โครงสร้างที่มีความอ่อนตัวมากขึ้น ดังนั้นผลของแรงลมต่อสะพานช่วงยาวแบบนี้จึงมีความสำคัญมากทั้งในการออกแบบและการก่อสร้าง แรงลมสามารถทำให้โครงสร้างเกิดการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter เมื่ออัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลม (aerodynamic damping) มีค่ามากกว่าอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้าง นอกจากนี้ สะพานช่วงยาวยังมีความอ่อนไหวต่อการสั่นไหว เนื่องจากการแปร

ปรวนของความเร็วลม (buffeting) ที่พัดเข้าหาสะพาน การสั่นไหวแบบ buffeting นี้ทำให้สะพานเกิดความล้า และมีผลต่อความปลอดภัยของรถที่วิ่งผ่าน

Miyata et al. [1995] ได้เสนอแบบจำลองพลศาสตร์ของลมกับโครงสร้างแบบกึ่งสถิติ อย่างไรก็ตามในวิธีนั้น อัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลม ได้ถูกสมมุติแบบกึ่งสถิติซึ่งมีความถูกต้องในช่วงความเร็วลมรูป (reduced wind velocity) ที่มีค่ามากเท่านั้น นอกจากนี้ค่าสัมประสิทธิ์ของ aeroelastic จากผลการทดสอบหน้าตัดสะพานในอุโมงค์ลมไม่น่ามาพิจารณา ต่อมา Boonyapiyo et al [1999] ได้เสนอแบบจำลองพลศาสตร์ของลมกับโครงสร้าง ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ขั้นสูงที่สามารถวิเคราะห์ได้ ทั้งการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter และการตอบสนองแบบ buffeting ในพิสัยเวลา (time domain) ได้อย่างถูกต้องมากขึ้น โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ของ aeroelastic จากผลการทดสอบหน้าตัดสะพานในอุโมงค์ลม เพื่อคำนึงถึงอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมได้อย่างถูกต้อง

การลดการสั่นไหวของสะพานภายใต้แรงลม สามารถทำได้ 2 วิธี คือ ก. วิธี aerodynamic โดยการออกแบบหน้าตัดสะพานให้กลม ด้วยการทดสอบหน้าตัดสะพานในอุโมงค์ลม เพื่อลดแรงลมที่กระทำกับสะพาน และ ข.วิธี mechanical โดยการเพิ่มมวล สถิฟเนส และ อัตราความหน่วงของโครงสร้าง วิธีหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการเพิ่มอัตราความหน่วงให้กับโครงสร้างได้ คือ การติดตั้งมวลหน่วงที่เหมาะสม (tuned mass damper) [Simiu and Scanlan 1986] Mothotra[1987] และ Gu et al. [1998] ได้เสนอการวิเคราะห์การควบคุมการสั่นไหวของสะพานช่วงยาว ภายใต้แรงลมด้วยมวลหน่วงที่เหมาะสม อย่างไรก็ตามงานวิจัยทั้งสองนั้นได้คำนึงเฉพาะรูปแบบการสั่นไหวหลักในแนวตั้งและแนวการบิดลำดับที่ 1 เท่านั้น โดยใช้วิธี spectra นอกจากนี้ได้สมมุติแบบจำลองพลศาสตร์ของลมกับโครงสร้างอย่างง่าย กล่าวคือไม่ได้คำนึงถึงผลของ flutter และ buffeting ร่วมกัน งานวิจัยนี้ได้เสนอการวิเคราะห์การควบคุมการสั่นไหวของสะพานช่วงยาวภายใต้แรงลมด้วยมวลหน่วงที่เหมาะสมในพิสัยเวลา โดยได้คำนึงถึงจำนวนรูปแบบการสั่นไหวหลักหลายรูปแบบ ทั้งสามทิศทางคือ ในแนวตั้ง แนวราบ และแนวการบิด และได้ใช้แบบจำลองพลศาสตร์ของลมกับโครงสร้างขั้นสูงที่คำนึงถึงผลของ flutter และ buffeting ร่วมกัน

2. พลศาสตร์ของแรงลม

2.1 แบบจำลองลักษณะลมแปรปรวน (Simulation of Turbulent Wind)

การจำลองลักษณะลมแปรปรวนที่เข้ามากระทำกับโครงสร้างสะพาน จะให้ลมเข้ามากระทำที่ node ของโครงสร้าง โดยเป็นแรงลมที่แปรปรวนมากระทำที่ deck ตลอดความยาวของสะพาน ส่วนที่ cable และ tower จะคำนึงเฉพาะความเร็วลมเฉลี่ยที่มากระทำ โดยในการสร้างลักษณะลมแปรปรวนจะใช้ spectrum ในทิศทางลมของ Hino [1971]

และในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลมของ Bush and Panofsky [1968] , coherence function ของ Davenport [1962] และวิธีการสร้างแบบจำลองลักษณะลมแปรปรวนโดยวิธี ARMA (auto regressive-moving average) ที่เสนอโดย Samaras et al. [1985] งานวิจัยนี้ได้คำนวณลักษณะลมแปรปรวนในช่วงเวลาทั้งหมด 900 วินาทีในช่วงห่างของเวลาเท่ากับ 0.5 วินาที

2.2 แบบจำลองแรงลมพลศาสตร์ (Aerodynamic Force Model)

แบบจำลองแรงลมพลศาสตร์สามารถแยกออกมาได้ 2 ส่วน คือ 1.ความเร็วลมเฉลี่ยซึ่งจะทำให้เกิดผลทาง aeroelastic คือการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter จากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลม และ 2.ความเร็วลมแปรปรวน ซึ่งทำให้เกิดการสั่นไหว เนื่องจากการแปรปรวนของความเร็วม (buffeting) ที่พัดเข้าหาสะพาน ดังนั้นแรงลมที่กระทำที่ node ต่อความยาว (รูปที่ 1) สามารถเขียนได้

$$\text{lift } L = L_{ae} + L_b, \text{ drag } D = D_{ae} + D_b, \text{ moment } M = M_{ae} + M_b \quad (1)$$

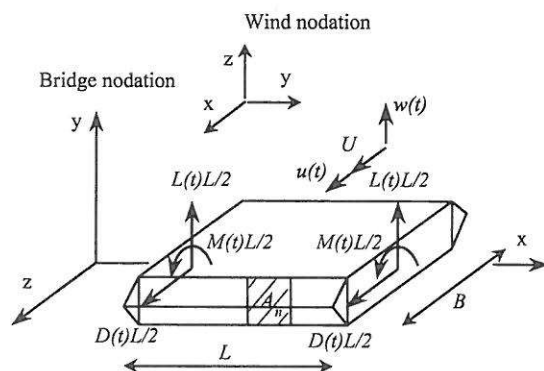
เมื่อตัวห้อย ae เป็นผลของ aeroelastic , ตัวห้อย b เป็นผลของ buffeting
แรงลม buffeting แบบกึ่งสถิติเขียนได้

$$L_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[C_L \left(1 + 2 \frac{u}{U} \right) + \left(C'_L + \frac{A_n}{B} C_D \right) \frac{w}{U} \right] \quad (2a)$$

$$D_b = \frac{1}{2} \rho U^2 A_n \left[C_D \left(1 + 2 \frac{u}{U} \right) + C'_D \frac{w}{U} \right] \quad (2b)$$

$$M_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[C_M \left(1 + 2 \frac{u}{U} \right) + C'_M \frac{w}{U} \right] \quad (2c)$$

โดยที่ U = ความเร็วลมเฉลี่ย, ρ = ความหนาแน่นของอากาศ = 0.125 kg/m³, B = ความกว้างของหน้าตัดสะพาน, $u = u(t)$ และ $w = w(t)$ เป็นส่วนของความเร็วลมแปรปรวนตามแนวนอนและแนวตั้งตามลำดับ, A_n = พื้นที่หน้าตัดสะพานในทิศทางตั้งฉากกับลม, $C'_L = dC_L/d\alpha$; $C'_D = dC_D/d\alpha$; $C'_M = dC_M/d\alpha$



รูปที่ 1 แรงลมพลศาสตร์ที่กระทำที่ node ของสะพาน

แรงลม aeroelastic จากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลม เขียนได้ในรูปแบบ Laplace แล้วแปลงสัมประสิทธิ์ aeroelastic ในรูปแบบของ rational function ได้ [Boonyapiyo et al. 1999]

$$f_{ae} = \frac{1}{2} \rho U^2 \left\{ \sum_{l=0}^2 a_l \left(\frac{sB}{U} \right)^l + \sum_{l=3}^{m+2} a_l \frac{s}{s + \frac{b_l U}{B}} \right\} u(s) \quad (3)$$

โดยที่ เวลาไร้มิติ $s = U t / B$, m = จำนวนของ partial fraction จะมีค่าอยู่ระหว่าง 2 - 4, b_l = ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวหาร (denominator coefficients), f_{ae} = เวกเตอร์แรง aeroelastic, $u(s)$ = เวกเตอร์การขจัด, a_l = ค่าสัมประสิทธิ์ aeroelastic ในรูปแบบ rational function

2.3 สมการสมดุลทางพลศาสตร์ภายใต้แรงลม

การตอบสนองของโครงสร้างในพิกัดเดิม u สามารถเขียนได้ในรูปแบบการสั่นไหว ϕ (mode shape) และพิกัดหลัก q โดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลักได้ ดังนั้นสมการสมดุลทางพลศาสตร์ที่คำนึงผลทั้งผลของ flutter และ buffeting ร่วมกันโดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลักเขียนได้

$$u(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) q(t) = \sum_{r=1}^n \phi_r(x, y, z) q_r(t) \quad (4)$$

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F_{ae} + F_b \quad (5)$$

โดยที่ n = จำนวนของรูปแบบการสั่นไหวที่พิจารณา, $M = \phi^T m \phi$ = modal mass matrix, $C = \phi^T c \phi = \text{Diag}(2\xi_i \omega_i M_i)$ = modal damping matrix, ξ_i = modal damping factor, $K = \phi^T k \phi$ = modal stiffness matrix, $F_{ae} = \phi^T f_{ae}$ = modal aeroelastic force vector, $F_b = \phi^T f_b$ = modal buffeting force vector, f_b = structural buffeting force vector, m , c และ k = mass, damping, และ stiffness matrices ของโครงสร้าง

แปลงสมการที่ 5 เป็นพิสัย Laplace และแทนค่า f_{ae} จากสมการที่ 3 แล้วจัดรูปสมการใหม่ได้

$$\left(\hat{M}s^2 + \hat{C}s + \hat{K} - \frac{1}{2} \rho U^2 \sum_{l=3}^{m+2} A_l \frac{s}{s + \frac{b_l U}{B}} \right) q(s) = F_b \quad (6)$$

โดยที่ $\hat{M} = M - \frac{1}{2} \rho B^2 A_2$ = aeroelastic-modified modal mass,

$\hat{K} = K - \frac{1}{2} \rho U^2 A_0$ = aeroelastic-modified modal stiffness,

$\hat{C} = C - \frac{1}{2} \rho U B A_1$ = aeroelastic-modified modal damping,

$A_l = \phi^T a_l \phi$, $l = 0, 1, 2, \dots, m+2$ = modal aeroelastic matrix,

สุดท้ายใช้การ inverse laplace transformation และวิธี state space ในสมการที่ 6 ได้ [Boonyapiyo et al. 1999]

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{m+2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \cdots & 0 \\ -\hat{M}^{-1}\hat{K} & -\hat{M}^{-1}\hat{C} & \frac{1}{2}\rho U^2 \hat{M}^{-1} & \cdots & \frac{1}{2}\rho U^2 \hat{M}^{-1} \\ 0 & A_3 & -\frac{U}{B}b_3 I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & A_{m+2} & 0 & \cdots & -\frac{U}{B}b_{m+2} I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{m+2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \hat{M}^{-1}F_b \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

โดยที่ x_l , $l = 3, 4, \dots, m+2$ = aerodynamic state vectors

2.4 การวิเคราะห์ผลตอบสนองของโครงสร้าง

สมการที่ 7 เขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้

$$\dot{\eta}(t) = A\eta(t) + B F_b(t) \quad (8)$$

จะเห็นว่าสมการที่ 8 ประกอบไปด้วย 2 เทอมคือเทอมของ aeroelastic ใน A และเทอมของแรง buffeting เมื่อต้องการวิเคราะห์การสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter ที่สามารถจะทำได้ โดยคิดเฉพาะในเทอมของ aerolastic ดังนี้

$$\dot{\eta}(t) = A\eta(t) \quad (9)$$

จากสมการที่ 9 ใช้ complex eigenvalue analysis สามารถที่จะหา eigenvalue และ eigenvector ออกมาได้ในรูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน ที่สามารถหาค่า ความถี่ธรรมชาติ รูปแบบการสั่นไหวและอัตราความหน่วงของระบบ ซึ่งประกอบด้วยอัตราความหน่วงของโครงสร้างและอัตราความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมได้ [Boonyapiyo et al. 1999] เมื่อค่าอัตราความหน่วงของระบบที่ได้มีค่ามากกว่า 0 แสดงว่าโครงสร้างมีเสถียรภาพ (stable) เมื่อมีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่าโครงสร้างเริ่มจะไม่เสถียรภาพ (neutrally) และเมื่อมีค่าน้อยกว่า 0 แสดงว่าโครงสร้างไม่เสถียรภาพ (unstable) โดยที่ความเร็วลมที่ทำให้โครงสร้างเริ่มที่จะไม่เสถียรภาพเรียกว่า ความเร็วลมวิกฤติของโครงสร้าง (critical velocity) ซึ่งจะทำให้โครงสร้างมีการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter

การหาผลตอบสนองแบบ buffeting สามารถที่จะหาได้โดยการแก้สมการที่ 8 โดยการแปลงสมการที่ 8 ด้วยสมการที่ 10

$$\eta(t) = T y(t) \quad (10)$$

โดยที่ T = eigenvector ของเมทริกซ์ A มีขนาด $(2n+nm) \times (2n+nm)$

แทนค่าสมการที่ 10 ลงในสมการที่ 8 แล้วคูณด้วย T^{-1} ได้

$$\dot{y}(t) = \Lambda y(t) + R(t) \quad (11)$$

โดยที่ $R(t) = T^{-1}BF_b(t)$, $\Lambda = T^{-1}AT$ = eigenvalue ของเมทริกซ์ A มีขนาด $(2n+nm) \times (2n+nm)$

ดังนั้น modal state vector $y(t)$ สามารถเขียนได้

$$y(t) = \int_0^{t-\Delta t} e^{\Lambda(t-\tau)} R(\tau) d\tau + \int_{t-\Delta t}^t e^{\Lambda(t-\tau)} R(\tau) d\tau \quad (12)$$

$$\cong e^{\Lambda \Delta t} y(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [e^{\Lambda \Delta t} R(t-\Delta t) + R(t)]$$

จากสมการที่ 12 จะสามารถหาค่า $y(t)$ ออกมาได้ แล้วนำไปแทนค่าในสมการที่ 10 แล้วแทนค่าของ $q(t)$ ในแถว n แรกในสมการที่ 4 ก็จะได้คำตอบสองของโครงสร้างในพิกัดเดิมของ u ได้

3. การคำนวณอัตราความหน่วง เมื่อติดตั้งมวลหน่วงที่เหมาะสมกับสะพาน

จากโครงสร้างระบบแบบระดับความเสรีหลายชั้น เมื่อมีการติดตั้ง TMD จำนวน 2 ตัวเข้าไปที่ตำแหน่ง h และ k ของโครงสร้างตามลำดับ (รูปที่ 2 เช่น TMD2 และ TMD3) ได้สมการสมดุลทางพลศาสตร์

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (13)$$

เมื่อเมทริกซ์ความหน่วง

$$c = \begin{bmatrix} c_s & 0^T & 0^T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & c_{1,h} & \cdots & -c_{1,h} & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & -c_{1,h} & \cdots & c_{1,h} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & c_{2,k} & \cdots & 0 & -c_{2,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & -c_{2,k} & \cdots & 0 & c_{2,k} \end{bmatrix} \quad (14)$$

โดยที่ c_s เป็นค่าเมทริกซ์ความหน่วงของโครงสร้าง ก่อนที่จะมีการติดตั้ง TMD, $c_{1,h}$, $c_{2,k}$ เป็นค่าเมทริกซ์ความหน่วงของตัว TMD ตัวที่ 1 และ 2 ที่ตำแหน่ง h และ k ตามลำดับ

ทำการวิเคราะห์ eigenvalue จากสมการที่ 13 เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้าง และทำการ Normalization รูปแบบการสั่นไหวเพื่อให้ เมทริกซ์ของมวล (M_s) เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ (I) โดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลักดังนี้ โดยกำหนดให้

$$u = Sq \quad (15)$$

โดยที่ q เป็นเวกเตอร์การขจัดในพิกัดหลัก, S เป็นเวกเตอร์รูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างเมื่อติดตั้ง TMD

แทนค่า u จากสมการที่ 15 ลงในสมการที่ 13 แล้วคูณด้วย S^T ได้สมการสมดุลทางพลศาสตร์ โดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลักได้

$$M_s \ddot{q} + C_s \dot{q} + K_s q = P_s \quad (16)$$

เมื่อเมทริกซ์ความหน่วงในแต่ละรูปแบบการสั่นไหว (modal damping matrix)

$$C_s = S^T c S \quad (17)$$

การคำนวณหาอัตราความหน่วงในแต่ละรูปแบบการสั่นไหว เมื่อมีการติดตั้ง TMD เข้ากับโครงสร้าง สามารถคำนวณโดยวิธี state-space และผลที่ได้จะได้เมทริกซ์ความหน่วงเฉพาะในแนวทแยง อย่างไรก็ตามวิธีดังกล่าวไม่คำนึงถึงความหน่วงสัมพันธ์ที่มีผลต่อรูปแบบการสั่นไหวอื่นๆ (coupling term) ส่วนวิธีการที่เสนอในงานวิจัยนี้จะคำนึงถึงสิ่งนี้ด้วย และสามารถใช้กับโครงสร้างที่มีความถี่ธรรมชาติในแต่ละรูปแบบการสั่นไหวที่ใกล้เคียงกันได้ด้วย โดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลักคล้ายกับสมการที่ 15 สองครั้งดังนี้ ครั้งแรกกำหนดให้

$$u = \begin{Bmatrix} u_s \\ u_{t1} \\ u_{t2} \end{Bmatrix} = Ax = \begin{bmatrix} \phi_1 & \cdots & \phi_n & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x_{t1} \\ x_{t2} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

โดยที่ x_s เป็นเวกเตอร์การขจัดในพิกัดหลัก, x_{t1} , x_{t2} เป็นค่าการขจัดในพิกัดหลักของตัว TMD ตัวที่ 1 และ 2, ϕ เป็น รูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างก่อนการติดตั้ง TMD

แทนค่าสมการที่ 18 ลงในสมการที่ 13 แล้วคูณด้วย A^T จะได้สมการสมดุลทางพลศาสตร์ โดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลัก

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = P \quad (19)$$

เมื่อเมทริกซ์ในแต่ละรูปแบบการสั่นไหว $M = \text{diag}(1, 1, \dots, 1_n, m_{t1}, m_{t2})$ และเมทริกซ์ความหน่วงในแต่ละรูปแบบการสั่นไหว

$$C = A^T c_A = \begin{bmatrix} \phi_1^T c_s \phi_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \phi_n^T c_s \phi_n & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + c_{n1} \begin{bmatrix} \phi_h \phi_h & \cdots & \phi_h \phi_{nh} & -\phi_h & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{nh} \phi_h & \cdots & \phi_{nh} \phi_{nh} & -\phi_{nh} & 0 \\ -\phi_h & \cdots & -\phi_{nh} & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + c_{n2} \begin{bmatrix} \phi_k \phi_k & \cdots & \phi_k \phi_{nk} & 0 & -\phi_k \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{nk} \phi_k & \cdots & \phi_{nk} \phi_{nk} & 0 & -\phi_{nk} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -\phi_k & \cdots & -\phi_{nk} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

โดยที่ ϕ_{nh}, ϕ_{nk} = ค่าการขจัดของรูปแบบการสั่นไหว n ของโครงสร้าง ตรงตำแหน่ง h และ k ที่ติดตั้ง TMD เข้าไปตามลำดับ

การหาค่าเมตริกซ์ความหน่วงของโครงสร้างภายหลังจากติดตั้ง TMD จากสมการที่ 19 จะเป็นสมการสมดุทธ์ทางพลศาสตร์ของโครงสร้างที่ได้มีการคำนึงถึงผลของตัว TMD เข้าไปแล้วโดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลัก แต่ K ไม่ใช่เมตริกซ์แข็ง และ M ไม่ใช่ I ดังนั้นจะใช้วิธีการวิเคราะห์ eigenvalue หาค่า eigenvector ในสมการที่ 19 เพื่อที่จะแปลง M และ K ให้เป็นเมตริกซ์แข็ง และจะทำการ normalization เพื่อให้ M กลายเป็น I โดยกำหนดให้

$$x = By \quad (21)$$

โดยที่ B เป็น eigenvector matrix ที่ทำการ normalization แล้ว, y เป็นเวกเตอร์การขจัดในพิกัดหลัก

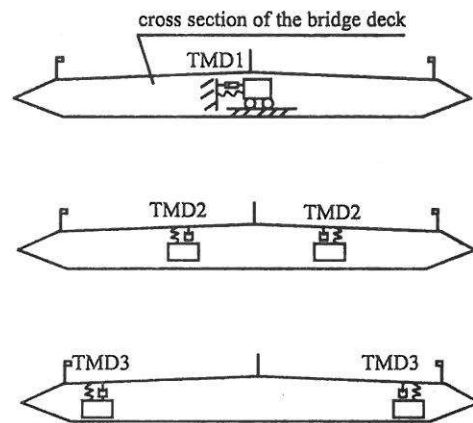
แทนค่าสมการที่ 21 ลงในสมการที่ 19 แล้วคูณ ด้วย B^T จะได้สมการสมดุทธ์ทางพลศาสตร์ โดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลักครั้งที่สองดังนี้

$$M_{st} \ddot{y} + C_{st} \dot{y} + K_{st} y = P_{st} \quad (22)$$

$$\text{เมื่อ} \quad C_{st} = B^T C B = B^T A^T c_A B \quad (23)$$

จะเห็นว่า M_s และ M_{st} จะเป็น I เหมือนกันซึ่ง M_s ได้มาจาก $S^T m S$ และ M_{st} ได้มาจาก $B^T A^T m A B$ ดังนั้นจะได้ว่า $S = A B$ เพราะฉะนั้นจึงสรุปได้ว่า $C_s = C_{st}$ เมื่อหาค่าของ C_{st} ได้ก็สามารถนำไปใช้กับสมการสมดุทธ์ทางพลศาสตร์ในสมการที่ 16 หรือสมการที่ 5 และ 7 ได้

จะเห็นว่าวิธีการติดตั้ง TMD เข้าไปกับโครงสร้างโดยตรงแล้วคำนวณหา damping matrix ที่รวมผล TMD เข้าไปในอีกโปรแกรมโดยวิธีที่เสนอนี้จะช่วยให้ไม่ต้องปรับปรุงแก้ไขตัวโปรแกรมการวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงลมพลศาสตร์ซึ่งมีความยุ่งยากมาก



รูปที่ 2 การติดตั้ง TMD บริเวณกึ่งกลางสะพาน เพื่อควบคุมการสั่นไหวในแนวราบ (TMD1) แนวตั้ง (TMD2) และแนวการบิด (TMD3)

4. ตัวอย่างการคำนวณและผลการวิจัย

สะพาน Akashi Kaikyo ในประเทศญี่ปุ่นที่ใช้ในการวิเคราะห์มีช่วงกลางสะพานยาว 1990 เมตรในการวิเคราะห์ได้ทำการจำลองโครงสร้างของสะพาน Akashi Kaikyo โดยใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยใช้ nodes ทั้งหมด 681 node ดังแสดงในรูปที่ 3 ใช้ค่า rational function และ static aerodynamic coefficients จากการทดสอบหน้าตัดโครงสร้าง truss girder ในอุโมงค์ลม [Boonyapinyo et al. 1999] ความเร็วลมแปรปรวนและความเร็วลมเฉลี่ยเข้ามากระทำที่ nodes ของ deck กระจ่ายตลอดความยาวของสะพานจำนวน 51 จุด ส่วนที่ cable และ tower จะมีเฉพาะความเร็วลมเฉลี่ยเข้ามากระทำ 38 จุดและ 14 จุดตามลำดับ modal logarithmic decrement ในทุกรูปแบบการสั่นไหวของสะพาน $\delta = 0.03$ ($\xi = 0.03/2\pi \approx 0.0048$) ช่วงของเวลาที่เพิ่มขึ้นในขั้นตอนการวิเคราะห์และการจำลองลักษณะลมที่แปรปรวนเท่ากับ 0.5 วินาที รูปที่ 4 แสดงลักษณะของลมแปรปรวนที่จุดกึ่งกลางของความยาวสะพาน ณ ความเร็วลม 60 เมตร/วินาที ทั้งในทิศทางลม และในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม การคำนวณผลตอบสนองของโครงสร้างทางสถิติ จะเริ่มพิจารณาจากเวลา 300 วินาที จนถึง 900 วินาที เนื่องจากเวลาก่อน 300 วินาที จะมีผลของการตอบสนองแบบชั่วคราว (transient response) อยู่ ระดับความแปรปรวนของความเร็วลมในทิศทางลม $I_u = 10\%$ และ ระดับความแปรปรวนของความเร็วลมในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม $I_w = I_u/2 = 5\%$ จำนวนรูปแบบการสั่นไหวที่ใช้ในการพิจารณาหาผลตอบสนองจะใช้ 20 รูปแบบการสั่นไหวแรกของโครงสร้างสะพาน ดังแสดงในรูปที่ 5

พารามิเตอร์ในการออกแบบ TMD ใช้ตามหลักการที่เสนอโดย Ayarinde and Warburton [1980] ซึ่งเป็นค่าการออกแบบ TMD ที่เหมาะสมในกรณีของ randomly forced vibration การออกแบบตัวควบคุมแบบมวลหน่วง ในครั้งแรกจะพิจารณาที่รูปแบบการสั่นไหวทั้งในทิศทางแนวตั้งลำดับที่ 1, 3 แนวราบลำดับที่ 1, 3 และแนวการบิดที่ 1 โดยใช้

อัตราส่วนมวล TMD 1% และ 2% ของ modal mass หลังจากนั้นได้พิจารณาการติดตั้งมวลหน่วงแบบผสมหลายรูปแบบการสั่นไหว ในที่นี้ได้นำเสนอไว้ 2 แบบ คือ แบบผสมที่ 1 ติดตั้ง TMD ควบคุมในทิศทางแนวตั้ง และในแนวการบิด ลำดับที่ 1 ที่กึ่งกลางสะพานด้วยอัตราส่วนมวล TMD 2% และ 1% ตามลำดับ แบบผสมที่ 2 ติดตั้ง TMD ควบคุมในทิศทางแนวตั้ง แนวราบ และ แนวการบิด ลำดับที่ 1 ที่กึ่งกลางสะพานด้วยอัตราส่วนมวล TMD 1% ในแต่ละทิศทาง ทั้งนี้เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการลดผลตอบสนอง และการเคลื่อนที่ของตัว TMD ในทุกทิศทาง modal mass ของรูปแบบการสั่นไหวในทิศทางแนวตั้ง แนวราบ และแนวการบิดลำดับที่ 1 เท่ากับ 6,343 ตัน 4,571 ตัน และ 1,146,542 ตัน-เมตร³ ตามลำดับ รายละเอียดของ TMD แสดงโดยพระศักดิ์ [2543]

4.1 การสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter ก่อนและหลังการติดตั้ง TMD

รูปที่ 6 และ 7 แสดงการเปลี่ยนแปลงของระบบความถี่ และระบบความหน่วงของสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 เนื่องจากผลของ aeroelastic จะเห็นได้ว่าความเร็วลมวิกฤติที่ทำให้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter ก่อนและหลังการติดตั้ง TMD ในแบบผสมที่ 1 มีค่าไม่แตกต่างกัน คือเท่ากับ 10.2 เมตร/วินาที ทั้งนี้เนื่องจากผลของอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงใกล้ความเร็วลมวิกฤติ

4.2 การตอบสนองแบบ buffeting ก่อนและหลังการติดตั้ง TMD

รูปที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบการขจัดของ deck ที่กึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD ในแบบผสมที่ 2 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 20 เมตร/วินาที ปรากฏว่า โดยแสดงทั้งในทิศทางแนวตั้ง แนวราบ และแนวการบิด จะเห็นได้ว่าการตอบสนองของการขจัดในรูปค่า std (standard derivative) ที่ความเร็วลมเฉลี่ย 20 เมตร/วินาที หลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 2 มีค่าลดลงเท่ากับ 21%, 14% และ 24% ในทิศทางแนวตั้ง แนวราบ และแนวการบิดตามลำดับ

รูปที่ 9 แสดงการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของตัว TMD ในการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 2 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 20 เมตร/วินาที ทั้งในทิศทางแนวตั้ง แนวราบ และแนวการบิด จะเห็นได้ว่าการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของตัว TMD แบบผสมที่ 2 อยู่ในช่วงที่เป็นไปได้ในทางปฏิบัติ นอกจากนี้งานวิจัยยังพบว่า การเพิ่มอัตราส่วนมวลของ TMD จาก 1% เป็น 2% สามารถลดผลตอบสนองของสะพาน ในทิศทางแนวตั้งได้เพิ่มขึ้นประมาณ 50% แต่สามารถลดผลตอบสนองในทิศทางแนวราบ และแนวการบิดเพิ่มขึ้นอีกเพียงเล็กน้อยเท่านั้น อย่างไรก็ตามการเลือกอัตราส่วนมวล TMD ควรพิจารณาถึงการเคลื่อนที่ของตัว TMD ด้วยเนื่องจากการเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนมวล TMD ทำให้การเคลื่อนที่ของตัว TMD ลดลงไปได้อย่างมาก นอกจากนี้ในการติดตั้ง TMD เข้ากับโครงสร้างจริง ในทางปฏิบัติจะแบ่งตัว TMD แยกออกมาเป็นหลายตัวติดกระจายบริเวณกึ่ง

กลางสะพาน แต่ยังคงความถี่ธรรมชาติของ TMD ที่แยกออกมาเอาไว้ให้เท่ากับการติดตั้ง TMD แบบตัวใหญ่เพียงตัวเดียว ซึ่งจากการศึกษาพบว่าผลตอบสนองของทั้งตัวสะพานและตัว TMD ที่ได้ยังคงมีค่าเท่ากับแบบติดตั้งตัว TMD ขนาดใหญ่เพียงตัวเดียว

รูปที่ 10 และ 11 แสดงการเปรียบเทียบการขจัดและ spectra ของ deck ที่กึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที ปรากฏว่า โดยแสดงทั้งในทิศทางแนวตั้ง แนวราบ และแนวการบิด จะเห็นได้ว่าเมื่อความเร็วลมเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็น 60 เมตร/วินาที การตอบสนองของการขจัดในรูปค่า std ในทิศทางแนวการบิด หลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 มีค่าลดลงเท่ากับ 59% ดังนั้นประสิทธิภาพของ TMD ในทิศทางแนวการบิดมีค่าเพิ่มมากขึ้นเมื่อความเร็วลมเพิ่มมากขึ้น เนื่องจากอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมในทิศทางแนวการบิดมีค่าลดลง (รูปที่ 7) อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพของ TMD ในทิศทางแนวตั้งและแนวราบมีค่าลดลง เนื่องจากอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมในทิศทางเหล่านี้ มีค่ามากขึ้นเมื่อความเร็วลมเพิ่มมากขึ้น

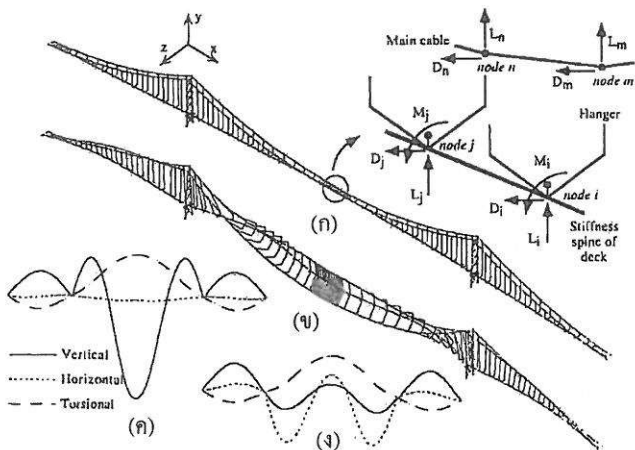
รูปที่ 12 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองของสะพานที่กึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ที่ความเร็วลมเฉลี่ยต่างๆ ปรากฏว่า

4.3 แรงภายในสะพาน ก่อนและหลังการติดตั้ง TMD

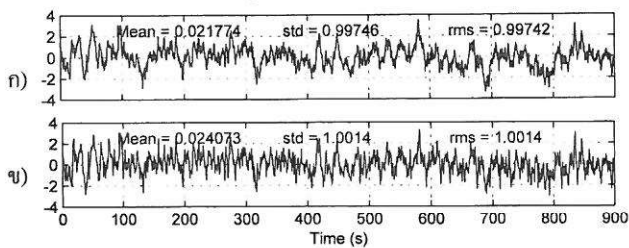
รูปที่ 13 แสดงการเปรียบเทียบแรงภายในแนวแกนของ cable ที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพาน ก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที จะเห็นได้ว่า การตอบสนองของแรงภายในแนวแกน cable ในรูปค่า std ที่ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที หลังการติดตั้ง TMD ในแบบผสมที่ 1 มีค่าลดลงเท่ากับ 30%

รูปที่ 14 แสดงการเปรียบเทียบแรงภายในของ deck ที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที โดยแสดงทั้ง โมเมนต์แนวการบิด โมเมนต์แนวราบ และ โมเมนต์แนวตั้ง จะเห็นได้ว่า การตอบสนองของโมเมนต์ภายใน deck ในรูปค่า std ที่ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที หลังการติดตั้ง TMD ในแบบผสมที่ 1 มีค่าลดลงเท่ากับ 15%, 2% และ 1% ในแนวการบิด แนวราบ และแนวตั้งตามลำดับ

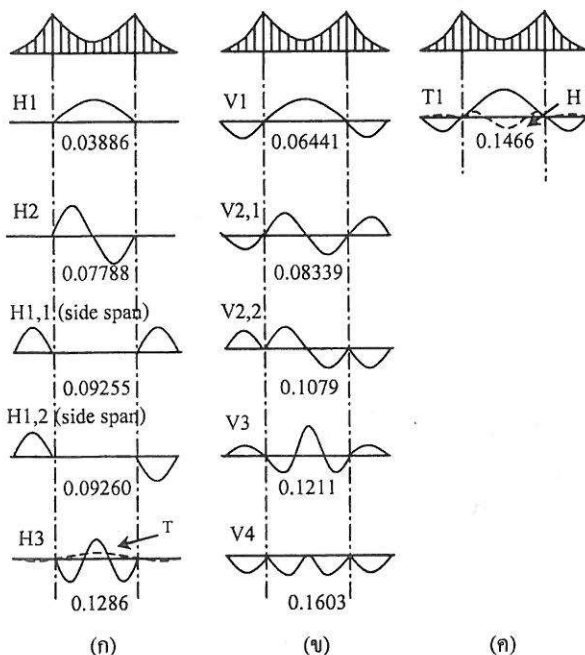
รูปที่ 15 แสดงการเปรียบเทียบแรงภายในของ tower ที่ตำแหน่งบนสุดด้านแหลม ก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที โดยแสดงทั้ง แรงในแนวแกน โมเมนต์แนวตั้งฉากกับระนาบของ tower และ โมเมนต์แนวระนาบของ tower จะเห็นได้ว่า การตอบสนองของแรงภายใน tower ในรูปค่า std ที่ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที หลังการติดตั้ง TMD ในแบบผสมที่ 1 มีค่าลดลงเท่ากับ 6% ของแรงในแนวแกน 13% ของโมเมนต์แนวตั้งฉากกับระนาบของ tower และ 6% ของโมเมนต์แนวระนาบของ tower



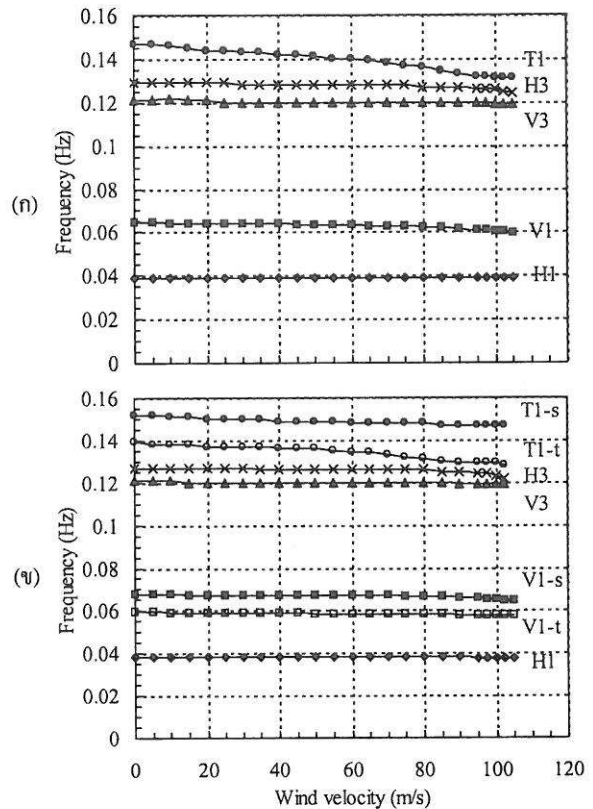
รูปที่ 3 ก) แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ ข) รูปแบบการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter 3 มิติ ค) รูปแบบการสั่นไหวในส่วนจินตภาพของการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter ง) รูปแบบการสั่นไหวในส่วนจริงของการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter



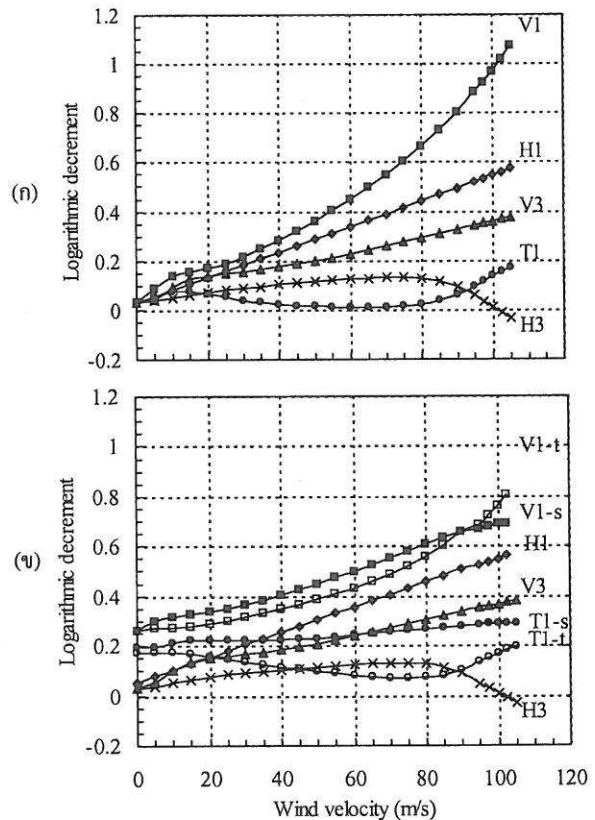
รูปที่ 4 ลักษณะของลมแปรปรวนที่จุดกึ่งกลางของความยาวสะพาน ณ ความเร็วลม 60 เมตร/วินาที ก) ในทิศทางลม ข) ในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม



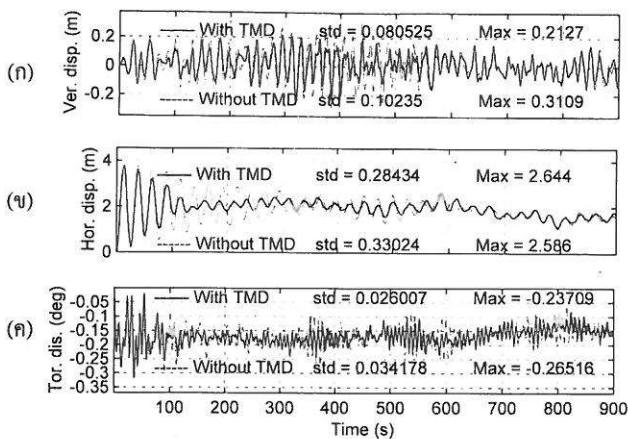
รูปที่ 5 ความถี่ธรรมชาติ(รอบ/วินาที) และรูปแบบการสั่นไหวของสะพาน Akashi Kaikyo ก) แนวราบ ข) แนวตั้ง ค) แนวการบิด



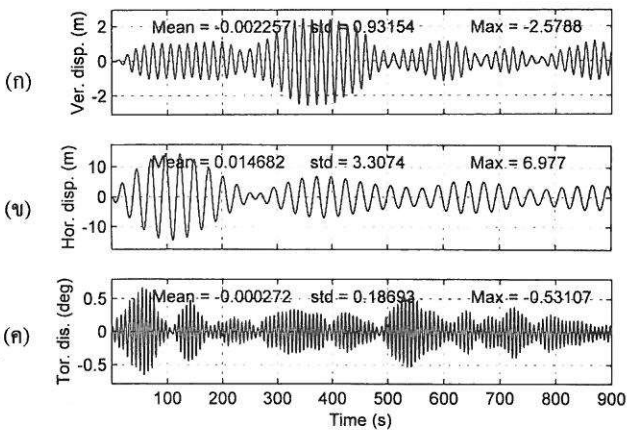
รูปที่ 6 ระบบความถี่ธรรมชาติที่เปลี่ยนไปเนื่องจากผล aeroelastic ก) ก่อนการติดตั้ง TMD ข) หลังจากติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1



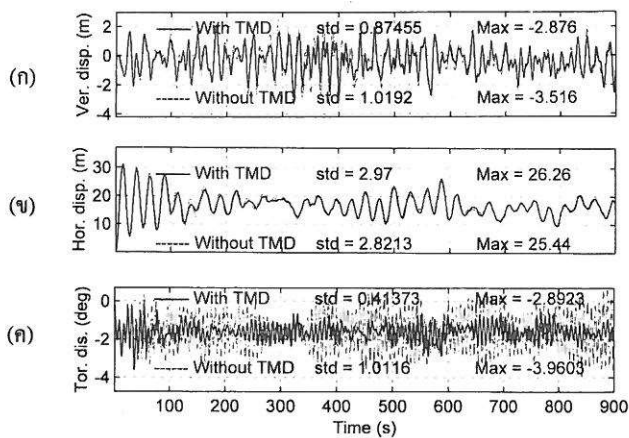
รูปที่ 7 ระบบความหน่วงที่เปลี่ยนไปเนื่องจากผล aeroelastic ก) ก่อนการติดตั้ง TMD ข) หลังจากติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1



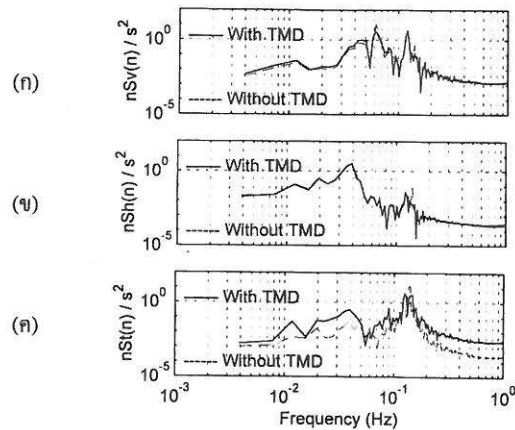
รูปที่ 8 เปรียบเทียบการขจัดของ deck ที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 2 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 20 เมตร/วินาที
ก) แนวตั้ง ข) แนวราบ ค) แนวการบิด



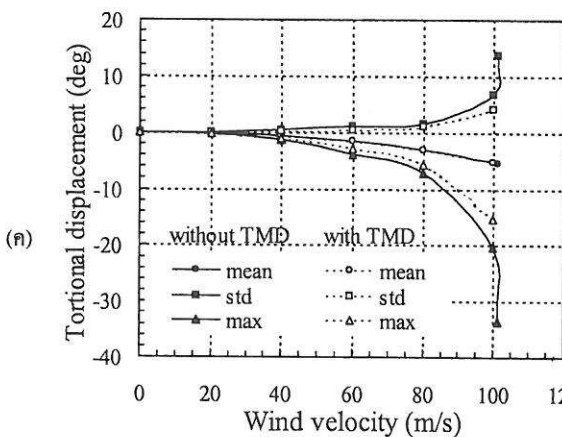
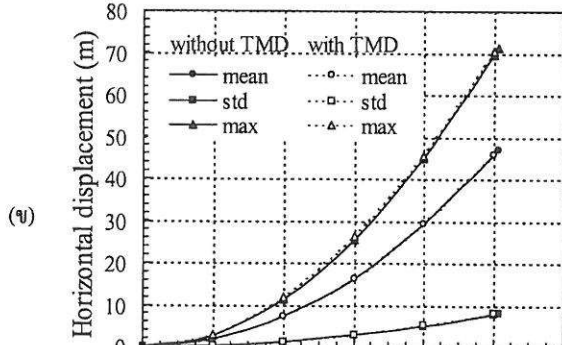
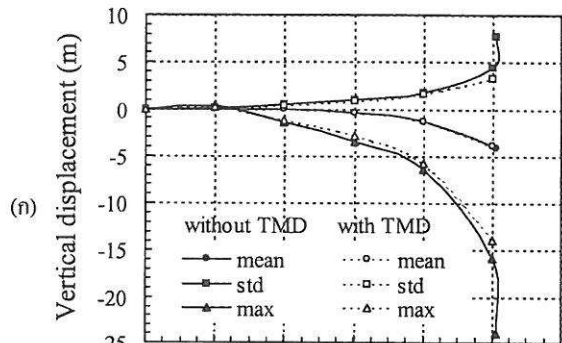
รูปที่ 9 การเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของตัว TMD แบบผสมที่ 2 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 20 เมตร/วินาที ก) แนวตั้ง ข) แนวราบ ค) แนวการบิด



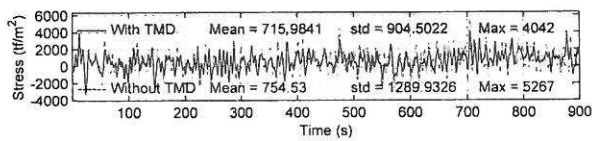
รูปที่ 10 เปรียบเทียบการขจัดของ deck ที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที ก) แนวตั้ง ข) แนวราบ ค) แนวการบิด



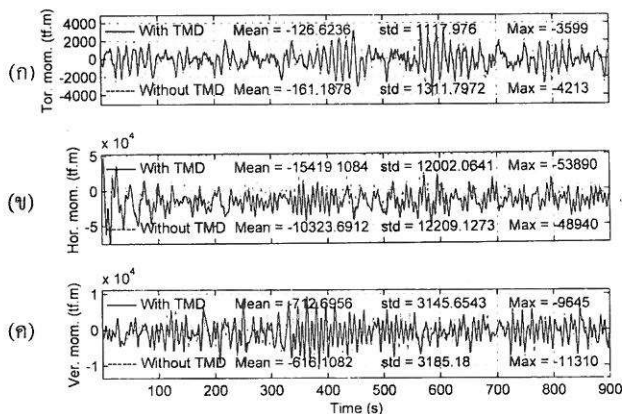
รูปที่ 11 เปรียบเทียบ Spectra ของ deck ที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที ก) แนวตั้ง ข) แนวราบ ค) แนวการบิด



รูปที่ 12 เปรียบเทียบผลตอบสนองของ deck ที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ยต่างๆ ก) แนวตั้ง ข) แนวราบ ค) แนวการบิด

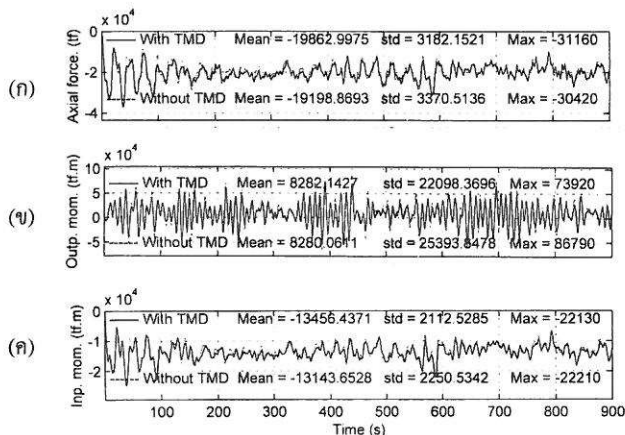


รูปที่ 13 การเปรียบเทียบแรงภายในแนวแกน cable ที่ตำแหน่งกึ่งกลางก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที



รูปที่ 14 การเปรียบเทียบแรงภายใน deck ที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที

ก) โมเมนต์แนวการบิด ข) โมเมนต์แนวราบ ค) โมเมนต์แนวตั้ง



รูปที่ 15 การเปรียบเทียบแรงภายใน tower ที่ตำแหน่งบนสุดด้านทลบลมก่อนและหลังการติดตั้ง TMD แบบผสมที่ 1 ณ ความเร็วลมเฉลี่ย 60 เมตร/วินาที ก) แรงในแนวแกน ข) โมเมนต์แนวตั้งจากกับระนาบของ tower ค) โมเมนต์แนวระนาบของ tower

5. สรุป

งานวิจัยนี้ได้เสนอการวิเคราะห์การควบคุมการสั่นไหวของสะพานแขวนช่วงยาวภายใต้แรงลม โดยแบบจำลองพลศาสตร์ลมกับโครงสร้างขั้นสูงที่ใช้สามารถคำนึงผลอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมได้อย่างถูกต้อง โดยการใช้ค่าสัมประสิทธิ์ aeroelastic จากผลการทดสอบหน้าตัดสะพานในอุโมงค์ลม อัตราส่วนความหน่วงในแต่ละรูปแบบการสั่นไหวของระบบโครงสร้างเมื่อติดตั้ง TMD สามารถหาได้อย่างถูกต้องโดยวิธีรวมรูปแบบการสั่นไหวหลัก 2 ครั้ง ซึ่งคำนึงถึงผลของความหน่วงสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบการสั่นไหวด้วย ในขณะที่วิธีเดิม state-space ที่ใช้กันอยู่ไม่ได้คำนึงถึงผลของความหน่วงสัมพันธ์

จากตัวอย่างการคำนวณการควบคุมการสั่นไหวของสะพานแขวน Akashi Kaikyo สามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. การติดตั้ง TMD ตามรูปแบบการสั่นไหว ในทิศทางแนวดิ่งและแนวราบลำดับที่ 1 ด้วยอัตราส่วนมวล TMD 1% ในแต่ละทิศทางสามารถลดผลตอบสนองแบบ buffeting ของสะพานได้ประมาณ 14-21% ที่ความเร็วลมเฉลี่ยมีค่า 20 เมตร/วินาที เมื่อความเร็วลมเฉลี่ยมีค่ามากขึ้นประสิทธิภาพของ TMD มีค่าลดลง เนื่องจากผลของอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลม ในทิศทางแนวเหล่านี้มีค่ามากขึ้นและมากกว่าผลของ TMD

2. การติดตั้ง TMD ตามรูปแบบการสั่นไหว ในทิศทางแนวการบิดลำดับที่ 1 ด้วยอัตราส่วนมวล TMD 1% สามารถลดผลตอบสนองแบบ buffeting ของสะพานได้ประมาณ 24% ที่ความเร็วลมเฉลี่ย 20 เมตร/วินาที เมื่อความเร็วลมเฉลี่ยมีค่ามากขึ้นเป็น 60 เมตร/วินาที สามารถลดผลตอบสนองได้ประมาณ 59% เนื่องจากผลของอัตราส่วนความหน่วงจากการสั่นไหวร่วมระหว่างสะพานกับลมในทิศทางแนวการบิด มีค่าลดลงเมื่อความเร็วลมมีค่าเพิ่มขึ้น จึงทำให้ผลของ TMD มีค่ามากขึ้น

3. การติดตั้ง TMD ผสมตามรูปแบบการสั่นไหวในทิศทางแนวดิ่ง แนวราบ และแนวการบิด ลำดับที่ 1 ด้วยอัตราส่วนมวล TMD 1% ในแต่ละทิศทาง ให้ผลตอบสนองแบบ buffeting ของสะพานในแต่ละทิศทาง ออกมาใกล้เคียงกับการติดตั้ง TMD แบบแยกเฉพาะรูปแบบการสั่นไหวของทิศทางนั้นๆ

4. การติดตั้ง TMD ทั้งแบบเฉพาะรูปแบบการสั่นไหว และแบบผสมหลายรูปแบบการสั่นไหว ไม่ทำให้ความเร็วลมวิกฤติที่ทำให้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพแบบ flutter ของสะพานเปลี่ยนไปอย่างมีนัยสำคัญ

5. การติดตั้ง TMD สามารถลดแรงภายในที่เกิดขึ้นในสะพานจากผลการตอบสนองแบบ buffeting ได้ ซึ่งทำให้สามารถลดผลของความเสียหายของสะพานเนื่องจากผลของแรงลม และทำให้สามารถยืดอายุการใช้งานของสะพานได้ยาวนานขึ้น

6. เอกสารอ้างอิง

- Ayorinde, E.O., and Warburton, G.B. (1980), "Minimizing Structural Vibrations with Absorbers" *J. of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 8, pp. 219-236.
- Boonyapinyo, V., Miyata, T., and Yamada, H. (1999), "Advanced Aerodynamic Analysis of Suspension Bridges by State-Space Approach" *J. of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 125 (12), pp. 1357 - 1366.
- Bush, N.E., and Panofsky, H.A. (1968), "Recent Spectra of Atmospheric Turbulence" *Q.J. Roy. Met. Soc.*, Vol. 94.
- Davenport, A. G. (1962), "Buffeting of a Suspension Bridge by Storm Winds" *J. of Structural Div.*, ASCE, Vol. 88 (ST3), pp. 233 - 268.
- Gu, M., Chang, C.C., Wu, W., and Xiang, H.F. (1998) "Increase of Critical Flutter Wind Speed of Long - Span Bridges Using Tuned Mass Damper", *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 73, pp. 111-123.
- Hino, M. (1971), "Spectrum of Gusty Wind." *Proc. 3rd Int. Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, Japan, pp. 69 - 77.
- Miyata, T., Yamada, H., Boonyapinyo, V., and Santos, J.C. (1995), "Analytical Investigation on the Response of a Very Long Suspension Bridge under Gusty Wind.", *9th Int. Conf. on Wind Engineering*, New Delhi, India, pp. 1006-1017.
- Malhotra K. (1987), "Tuned Mass Damper (TMD) for Suppressing Wind Effects in Cable-Stayed Bridge Decks", *Master thesis*, Asian Institute of Technology, Thailand
- Samaras, E., Shinozuka, M., and Tsurui, A. (1985) "ARMA Representation of Random Process" *J. of Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 111 (3), pp. 449-461.
- Simiu, E., and Scanlan, R.H. (1986), *Wind Effects on Structures*, 2Ed., John Wiley & Sons, New York, N.Y.
- พีระศักดิ์ พานิชไตรภพ (2543) "การควบคุมการสั่นสะเทือนของสะพานแขวนช่วงยาวภายใต้แรงลมด้วยมวลหน่วงที่เหมาะสม", วิทยานิพนธ์, คณะวิศวกรรมศาสตร์, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์