

การออกแบบตัวควบคุมคงทนที่รวมเงื่อนไขเชิงเวลา สำหรับแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว *

Robust Controller Design with Time Domain Constraints for One-Link Flexible Robot Arm

เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย[†] และ ลัดดาวัลย์ แซ่ไคว่

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอแนวทางใหม่สำหรับสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนแบบมีโครงสร้าง จุดประสงค์ของการควบคุมประกอบด้วย การตามรอยสัญญาณอ้างอิง การขจัดสัญญาณรบกวน การค้ำน้ำหนักสัญญาณควบคุม และความคงทนเมื่อพารามิเตอร์ของระบบแปรเปลี่ยน จุดประสงค์การออกแบบเหล่านี้ สามารถแปลงเป็นเงื่อนไขเชิงความถี่และเชิงเวลา ได้แก่ ความกว้างแถบความถี่ของระบบวงปิด ค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัว และขนาดมากที่สุดของสัญญาณควบคุม กระบวนการออกแบบตัวควบคุมได้รวมแนวทางการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ เพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไขการออกแบบ จากนั้นเราประยุกต์ใช้เทคนิคการสังเคราะห์หมีวนกับการควบคุมแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว โดยคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงมวลและตำแหน่งมวลของโหลด ผลการจำลองทางคอมพิวเตอร์และการทดลองจริงยืนยันว่า การออกแบบนี้ให้ผลสอดคล้องกับข้อกำหนดทั้งเชิงความถี่และเชิงเวลา

คำสำคัญ: ตัวควบคุมคงทน, การสังเคราะห์หมีวน, ความกว้างแถบความถี่, ค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัว, สัญญาณควบคุม, แขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว

Abstract

This paper presents a novel method to design structured robust controllers where the design objectives include reference tracking, disturbance rejection, control signal bound, and robustness when there are uncertainties on plant parameters. These design

*งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากศูนย์เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์และอิเล็กทรอนิกส์แห่งชาติ (NECTEC) และโครงการศึกษาขั้นสูง ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

[†]สถานที่ติดต่อ ถนนพญาไท ปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330 โทร. 0 2218-6487 Email: bdavid@chula.ac.th

objectives have been converted into frequency-domain and time-domain criteria. In particular, they are described as closed-loop system bandwidth, steady state error, and maximum amplitude of control input signal. In the design process, we discuss how to select suitable weighting functions which satisfy these desired characteristics. The design technique is then applied to a one-link flexible robot arm subject to load mass and load position variation. The simulation results and experimental results ensure that the proposed approach matches the design criteria both frequency domain and time domain characteristics.

Keywords: robust controller, μ -synthesis, bandwidth, steady state error, control input signal, one-link flexible arm.

1 บทนำ

ปัจจุบันการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนเป็นหัวข้อหนึ่งที่วิศวกรรมระบบควบคุมให้ความสำคัญ การควบคุมคงทนสามารถประกันเสถียรภาพและสมรรถนะของระบบภายใต้ความไม่แน่นอนที่มีขอบเขตจำกัด [1, 2] วิธีการออกแบบตัวควบคุมคงทนวิธีหนึ่งคือการควบคุมเอชอินฟินิตี้ ซึ่งต่อมาได้ถูกพัฒนาเป็นการสังเคราะห์หมีวน (μ -synthesis) เพื่อลดความอนุรักษ์ของการออกแบบ

โดยทั่วไป ผู้ออกแบบกำหนดสมรรถนะของระบบควบคุม เป็นเงื่อนไขเชิงความถี่และเชิงเวลา ในงานวิจัยนี้ จุดประสงค์ของการควบคุมประกอบด้วย การตามรอยสัญญาณอ้างอิง การขจัดสัญญาณรบกวน การค้ำน้ำหนักสัญญาณควบคุม และความคงทนเมื่อพารามิเตอร์ของระบบแปรเปลี่ยน แต่เป็นการยากที่จะออกแบบตัวควบคุมให้สอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งสองโดเมนโดยตรง วิธีหนึ่งที่เราสนใจคือการแปลงข้อกำหนดเชิงเวลาให้อยู่ในรูปแบบเงื่อนไขเชิงความถี่โดยใช้ฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ ดังนั้นในกระบวนการออกแบบ ประเด็นสำคัญ

คือแนวทางกำหนดสมรรถนะระบบควบคุม และการเลือก
ฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะซึ่งเป็นฟังก์ชันเชิงความถี่

ก่อนหน้านี้ บทความ [3] ได้เสนอแนวทางการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ เพื่อประกันความกว้างแถบความถี่และค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัว และบทความ [4] ได้นำเสนอวิธีเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะเพื่อประกันขนาดสัญญาณควบคุมและขนาดของสัญญาณออก วิธีทั้งสองเป็นวิธีที่ง่ายต่อการนำไปใช้ งานวิจัยนี้ได้รวมการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะของสองวิธีข้างต้น และนำเสนอแนวทางใหม่สำหรับการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ เพื่อประกันสมรรถนะเชิงความถี่และเชิงเวลา หลังจากนั้น เราใช้แนวทางดังกล่าวออกแบบตัวควบคุม สำหรับระบบแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว วัดถูประสงค์หลักของการควบคุมแขนกลคือ การควบคุมให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่ไปตามตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว ภายใต้สภาวะการทำงานที่เปลี่ยนแปลง และมีข้อจำกัดในการจ่ายพลังงานของตัวขับเคลื่อน จากนั้นเราจะเปรียบเทียบผลการออกแบบกับวิธีควบคุมคงทนแบบที่ไม่ได้คำนึงเงื่อนไขเชิงเวลาโดยตรง [5] จากตัวอย่างการออกแบบ จะเห็นว่าแนวทางสังเคราะห์ตัวควบคุมในงานนี้ ให้ผลสอดคล้องกับข้อกำหนดทั้งเชิงความถี่และเชิงเวลา

เพื่อความสะดวกสำหรับการอ้างอิง ในบทความนี้เรา กำหนดให้ $G(s)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่ระบุ (nominal system); $K(s)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม (controller); Δ , Δ_p , และ Δ_u คือความไม่แน่นอนที่เกิดในระบบ (system uncertainty), ความไม่แน่นอนเสมือนที่จำลองสมรรถนะการกำจัดสัญญาณรบกวน (disturbance rejection), และ ความไม่แน่นอนเสมือนที่จำลองสมรรถนะการจำกัดสัญญาณควบคุม (actuator constraint) ตามลำดับ; $w_i(s)$, $w_p(s)$, และ $w_u(s)$ คือฟังก์ชันน้ำหนักสำหรับ Δ , Δ_p , และ Δ_u ตามลำดับ; $\tilde{G}(s) = G(s)(1 + w_i(s)\Delta(s))$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่รวมความไม่แน่นอน (uncertain system); $L(s) = K(s)G(s)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบ (loop gain), $\tilde{L}(s) = K(s)\tilde{G}(s)$; $S(s) = 1/(1 + L(s))$ คือฟังก์ชันความไว (sensitivity function), $\tilde{S}(s) = 1/(1 + \tilde{L}(s))$; $T(s) = L(s)/(1 + L(s))$ คือฟังก์ชันความไวเติมเต็ม (complementary sensitivity function)

$\|G(j\omega)\|_\infty$ คือนอร์มอินฟินิตี้ (Infinity norm) ของฟังก์ชันถ่ายโอน $G(j\omega)$, RH_2 คือเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนตรรกยะที่มีเสถียรภาพโดยแท้ (strictly proper stable rational transfer function), γ คือค่าคงที่โดย

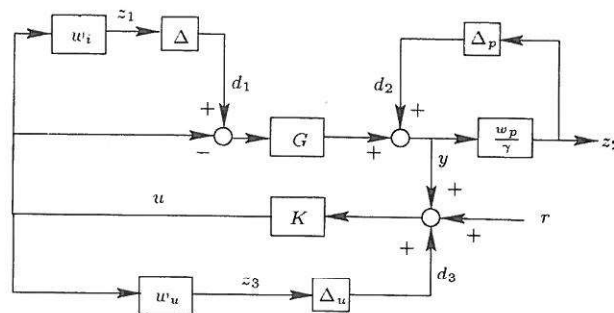
มีความหมายเป็นตัวบ่งชี้สมรรถนะการกำจัดสัญญาณรบ
กวน นั่นคือค่า γ ต่ำหมายถึงสัญญาณรบกวนถูกกำจัด
จากระบบได้มาก

กำหนดให้ M เป็นเมทริกซ์ถ่ายโอนเชิงซ้อนและ Δ เป็นความไม่แน่นอน $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ ค่ามิวของ M มีนิยามดังนี้

$$\mu_{\Delta}(M) = \left(\min_{\Delta} \{k_m | \det(I - k_m M \Delta) = 0, \|\Delta\|_{\infty} \leq 1\} \right)^{-1}$$

2 รูปแบบการสังเคราะห์ตัวควบคุมชีว

พิจารณาระบบวงปิดที่รวมความไม่แน่นอนดังรูปที่ 1 โดยที่ r คือสัญญาณอ้างอิง, y คือสัญญาณที่วัดได้, u คือสัญญาณควบคุม, d_1 , d_2 , และ d_3 คือสัญญาณออกของ Δ , Δ_p , และ Δ_u ตามลำดับ ขณะที่ z_1 , z_2 , และ z_3 คือสัญญาณเข้าของ Δ , Δ_p , และ Δ_u ตามลำดับ



รูปที่ 1: ระบบวงปิดที่รวมความไม่แน่นอน

วัตถุประสงค์แรกของการควบคุมคงทนคือ การประกันเสถียรภาพของระบบภายใต้ความไม่แน่นอน [1, 2] นั่นคือการออกแบบจะต้องสอดคล้องเงื่อนไขเสถียรภาพคงทน (Robust stability)

$$\|w_i(j\omega)T(j\omega)\|_\infty < 1 \quad (1)$$

วัตถุประสงค์ที่สองคือ การประกันสมรรถนะการกำจัด
สัญญาณรบกวนของระบบที่รวมความไม่แน่นอน [1, 2]
เงื่อนไขนี้เรียกว่าเงื่อนไขสมรรถนะคงทน (Robust
performance)

$$\left\| \left| \frac{w_p(j\omega)}{\gamma} S(j\omega) \right| + |w_i(j\omega) T(j\omega)| \right\|_{\infty} < 1 \quad (2)$$

วัตถุประสงค์ที่สาม ได้แก่การจำกัดขนาดสัญญาณควบคุม $u(t)$ โดยที่สัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณขั้นที่มีขนาดเท่ากับ r_0 จากบทความ [4] ถ้า $K(s)\tilde{S}(s) \in \mathbf{RH}_2$, ผลตอบอิมพัลส์ของ $K(s)\tilde{S}(s)$ เป็นสัญญาณที่มีเครื่องหมาย

เดียว หรือ $K(s)\tilde{S}(s)$ เป็นเฟสต่ำสุด, และความกว้างแถบความถี่ของ $K(j\omega)\tilde{S}(j\omega)$ มีค่าจำกัด จะได้ว่า

$$|u(t)| \leq r_0 \|K(j\omega)\tilde{S}(j\omega)\|_\infty, \quad \forall t > 0 \quad (3)$$

ดังนั้น ถ้าเราต้องการจำกัด $|u(t)| \leq u_0, \forall t > 0$ เงื่อนไขขนาดสัญญาณควบคุมเป็นดังนี้

$$|w_u K(j\omega)\tilde{S}(j\omega)| \leq 1, \quad \forall \omega \quad (4)$$

โดยที่ $w_u = r_0/u_0$ เมื่อพิจารณากรณีที่เลวที่สุดของเงื่อนไข (4) ได้ว่า

$$\|w_u K(s)S(s) + w_i T(s)\|_\infty \leq 1 \quad (5)$$

การสังเคราะห์ตัวควบคุมมิวเป็นการประยุกต์การสังเคราะห์ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ (H_∞ control) โดยพิจารณาโครงสร้างความไม่แน่นอน ดังนั้นการสังเคราะห์ตัวควบคุมมิวที่ประกันเสถียรภาพคงทน (1) สมรรถนะคงทน (2) และสัญญาณควบคุม (5) สามารถเขียนเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดดังนี้

$$\begin{aligned} & \min_K \gamma \\ \text{s.t. } & \mu_{\tilde{\Delta}} \left(\begin{bmatrix} w_i T & w_i K S & w_i K S \\ \frac{w_p}{\gamma} G S & \frac{w_p}{\gamma} S & \frac{w_p}{\gamma} T \\ w_u T & w_u K S & w_u K S \end{bmatrix} \right) < 1 \\ & \tilde{\Delta} = \text{diag}\{\Delta, \Delta_p, \Delta_u\}, \|\tilde{\Delta}\|_\infty \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

3 การเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ

จากเงื่อนไขสมรรถนะคงทน เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันความไวกับฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะดังนี้

$$|\tilde{S}(\omega)| < \gamma/|w_p(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (7)$$

เราจะใช้ความสัมพันธ์ (7) เพื่อประกันสมรรถนะทั้งในเชิงความถี่และเชิงเวลา บทความ [3] ได้เสนอวิธีการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะดังนี้

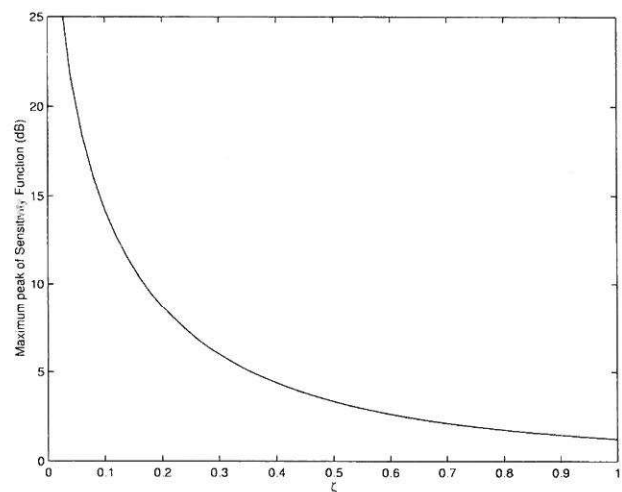
$$w_p(s) = \frac{1}{M} \frac{\tau s + M}{\tau s + A} \quad (8)$$

เมื่อ A คือค่าใหญ่สุดของค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัว, M คือขนาดสัญญาณรบกวนที่ความถี่สูง, $\tau = 1/\omega_B$, ω_B คือความกว้างแถบความถี่ต่ำที่สุดของระบบวงปิด จะเห็นได้ว่าวิธีข้างต้น [3] ไม่ได้คำนึงถึงขอบเขตของสัญญาณควบคุม และไม่ได้พิจารณาสมรรถนะเชิงเวลา เช่น ช่วง

เวลาขึ้นและช่วงเวลาเข้าที่ ก่อนที่จะกล่าวถึงแนวทางการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะใหม่ จะศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะผลตอบแทนเชิงความถี่ และลักษณะผลตอบแทนเชิงเวลาของระบบอันดับสอง ที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเป็น $\omega_n^2/(s^2 + 2\zeta\omega_n s)$ [6] เราได้ข้อสังเกตดังนี้

1. ค่ายอดสูงสุดของฟังก์ชันความไวมีความสัมพันธ์กับส่วนพ่วงเกินของผลตอบแทนขึ้น เช่น ถ้ากำหนดให้ $\omega_n = 1$ ความสัมพันธ์ระหว่าง ζ และค่ายอดสูงสุดของฟังก์ชันความไวจะได้ดังรูปที่ 2 ส่วนพ่วงเกินของผลตอบแทน M_p จะสัมพันธ์กับ ζ ดังนี้

$$M_p = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad 0 < \zeta < 1$$



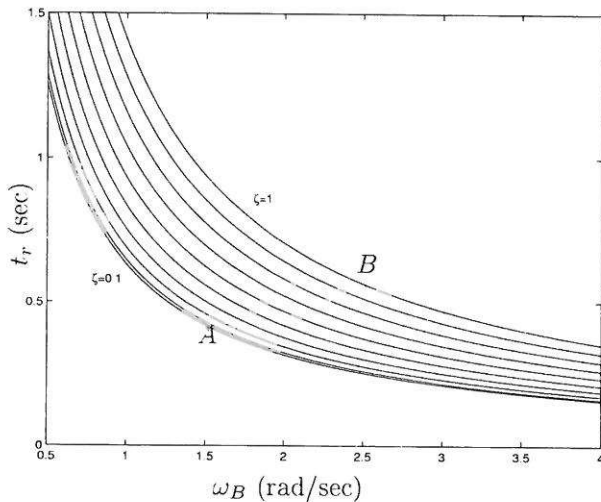
รูปที่ 2: ความสัมพันธ์ระหว่างค่ายอดสูงสุดของฟังก์ชันความไวกับ ζ

2. ความกว้างแถบความถี่ ω_B สัมพันธ์กับช่วงเวลาขึ้น t_r และช่วงเวลาเข้าที่ t_s ดังนี้

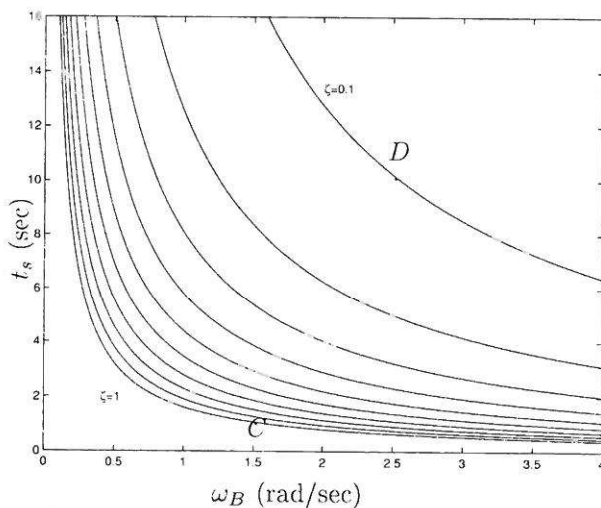
$$t_r = \left(\frac{1 - 0.4167\zeta + 2.917\zeta^2}{\omega_B} \right) \times \frac{1}{[\sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1} - (2\zeta^2 + 1)]^{1/2}} \quad (9)$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_B} [\sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1} - (2\zeta^2 + 1)]^{1/2} \quad (10)$$

จะสังเกตว่าหากความกว้างแถบความถี่กว้างขึ้น จะทำให้ระบบมีช่วงเวลาเข้าที่และช่วงเวลาขึ้นเร็ว อย่างไรก็ตามทั้งสองขึ้นกับ ζ ด้วย ทำให้บางระบบที่มีความกว้างแถบความถี่กว้าง มีช่วงเวลาเข้าที่หรือช่วงเวลาขึ้นช้า ดังเช่นรูปที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความกว้างแถบความถี่และช่วงเวลาขึ้น ระบบ A มีความ



รูปที่ 3: ความสัมพันธ์ระหว่าง t_r กับ ω_B และ ζ

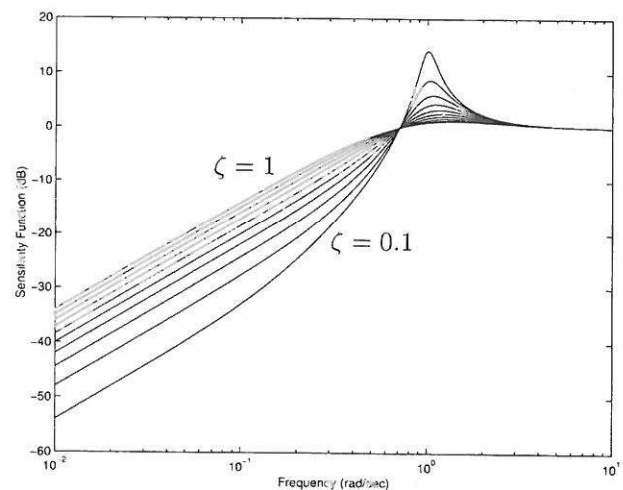


รูปที่ 4: ความสัมพันธ์ระหว่าง t_s กับ ω_B และ ζ

กว้างแถบความถี่เป็น 1.5 เรเดียนต่อวินาที และระบบ B มีความกว้างแถบความถี่เป็น 2.5 เรเดียนต่อวินาที เราคาดว่าระบบ B จะมีช่วงเวลาที่ขึ้นที่เร็วกว่าระบบ A จากรูปที่ 3 แสดงให้เห็นว่า ระบบ A มีช่วงเวลาที่ขึ้น 0.4 วินาที เร็วกว่าระบบ B มีช่วงเวลาที่ขึ้น 0.6 วินาที เป็นผลมาจากค่า ζ ของสองระบบแตกต่างกันและรูปที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความกว้างแถบความถี่และช่วงเวลาที่เข้าที่ หากกำหนดให้ ระบบ C มีความกว้างแถบความถี่เป็น 1.5 เรเดียนต่อวินาที และระบบ D มีความกว้างแถบความถี่เป็น 2.5 เรเดียนต่อวินาที เราคาดว่าระบบ D จะมีช่วงเวลาที่เข้าที่ที่เร็วกว่า จากรูปที่ 4 แสดงให้เห็นว่า ระบบ C มีช่วงเวลาที่เข้าที่ 1.1 วินาที เร็วกว่าระบบ D มีช่วงเวลาที่ขึ้น 10.4 วินาที ซึ่งเป็นผลมาจากระบบมีค่า

ζ ต่างกัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เราไม่สามารถประกันช่วงเวลาที่เข้าที่และช่วงเวลาที่ขึ้นได้จากความกว้างแถบความถี่ของระบบ แต่อย่างไรก็ตามจากสมการที่ (9) และ (10) แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มว่า ถ้าความกว้างแถบความถี่ของระบบใดมาก ก็จะมีช่วงเวลาที่เข้าที่และช่วงเวลาที่ขึ้นเร็วหรือระบบมีผลตอบเชิงเวลาที่สั้นนั่นเอง

3. พิจารณาฟังก์ชันความไวเมื่อแปรค่า ζ ในช่วง 0.1 – 1 ดังรูปที่ 5 เมื่อ ζ มีค่าน้อยกว่า 1 สังเกตได้ว่าในบริเวณความถี่หักมุม (crossover frequency) ฟังก์ชันความไวมีความชันมีค่าสูงกว่า 20 dB/dec และยิ่ง ζ มีค่าลดลงมาก ฟังก์ชันความไวจะมีความชันสูงขึ้นอีก นั่นคือถ้าต้องการให้ระบบตอบสนองเร็วและมีสัณฐานพุ่งเกิน ควรพยายามให้ฟังก์ชันความไวมีความชันมากกว่า 20 dB/dec ในบริเวณความกว้างแถบความถี่ เพื่อทำให้ช่วงเวลาที่เข้าที่และช่วงเวลาที่ขึ้นเร็ว



รูปที่ 5: ขนาดของฟังก์ชันความไวเมื่อแปรค่า ζ

4. ระบบวงเปิดที่มีขั้วที่ $s = 0$ หนึ่งตัวจะทำให้ความชันของฟังก์ชันความไวที่ความถี่ต่ำเท่ากับ 20 dB/dec และทำให้ค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัวเป็นศูนย์

จากข้อสังเกตที่ 1 และ 2 กล่าวได้ว่าเราไม่สามารถประกันส่วนพุ่งเกิน ช่วงเวลาที่ขึ้น และช่วงเวลาที่เข้าที่ จากการเลือกฟังก์ชันนำหนักรวมกันเท่านั้น อย่างไรก็ตาม ช่วงเวลาที่ขึ้น t_r และช่วงเวลาที่เข้าที่ t_s แปรผกผันกับความกว้างแถบความถี่ ω_B เราสามารถประกัน ω_B ได้จากการกำหนดฟังก์ชันนำหนักรวมกัน จากข้อสังเกตที่ 3 และ 4 กล่าวว่าความชันที่บริเวณความกว้างแถบความถี่ควรมีขนาดเกิน 20 dB/dec เพื่อทำให้ช่วงเวลาที่ขึ้นและช่วงเวลาที่เข้าที่เร็วขึ้น นั่นคือฟังก์ชันนำหนัก

สมรรถนะควรมีอันดับมากกว่าหนึ่ง ในบทความนี้ จะกำหนดให้ฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะมีอันดับสอง จากที่กล่าวไว้ข้างต้น เราสามารถสรุปขั้นตอนการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะดังนี้

1. กำหนดให้ฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $w_p(s)$ เป็น

$$w_p(s) = \frac{1}{M} \frac{\tau s + M}{(\tau s + A)(ks + 1)} \quad (11)$$

2. กำหนดให้ $k = 0$ และเลือกค่า M , τ , และ A ตามแนวทางในบทความ [3]
3. สังเคราะห์ตัวควบคุมมิว แล้วอ่านค่าความกว้างแถบความถี่ของระบบวงปิดโดยประมาณ
4. เลือกค่า k โดยให้ความชันบริเวณความถี่หักมุมของ $w_p(s)$ มีค่าสูงกว่า 20 dB/dec เล็กน้อย¹
5. โดยพิจารณาจากความกว้างแถบความถี่ของระบบวงปิดในขั้นตอนที่ 3 เลือกค่า τ ใหม่² เพื่อให้ความกว้างแถบความถี่ของ $w_p(s)$ สอดคล้องกับข้อกำหนดของการออกแบบ
6. ออกแบบตัวควบคุมมิวและคำนวณผลตอบของสัญญาณออกของระบบวงปิด
7. กลับไปขั้นตอนที่ 4 หากผลตอบที่ได้ไม่เป็นที่พอใจ

เนื่องจากช่วงเวลาขึ้นและช่วงเวลาเข้าที่ ขึ้นอยู่กับทั้งขนาดใหญ่สุดของฟังก์ชันความไว และความกว้างแถบความถี่ ดังนั้นเราจึงเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะหลายตัว แล้วพิจารณาผลตอบจากการจำลองทางคอมพิวเตอร์ ถึงแม้ว่าขั้นตอนนี้จะไม่สามารถรับประกันสมรรถนะเชิงเวลาทุกครั้ง ขั้นตอนการเลือก $w_p(s)$ นี้ เป็นแนวทางหนึ่งในการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะที่ทำให้ระบบมีผลตอบเชิงเวลาที่ยอมรับได้ ดังเช่นตัวอย่างการออกแบบที่จะกล่าวในหัวข้อต่อไป

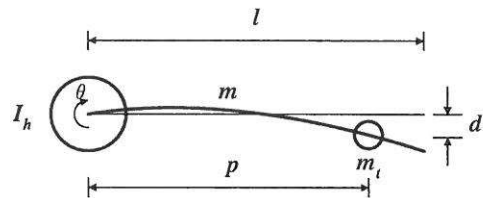
4 ผลการจำลองทางคอมพิวเตอร์

แขนกลข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวเป็นแขนกลจาก Quanser Consulting [7] ดังในรูปที่ 6 แบบจำลองของแขนกลที่นำมาใช้ออกแบบตัวควบคุมได้มาจากการ

¹ การเลือกนี้จะช่วยปรับปรุงผลตอบเชิงเวลา แต่มีข้อควรระวังว่า หากความชันบริเวณนี้มากเกินไป จะทำให้ระบบมีส่วนพ่วงเกินมากและผลตอบเชิงเวลาเลวลง

² เนื่องจากการเพิ่มชั่วหนึ่งชั่วของฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ ทำให้ความกว้างแถบความถี่ลดลง ดังนั้นจึงควรปรับลดค่าของ τ ตามสมควร

ประยุกต์วิธีขึ้นประกอบอันตะ (Finite Element Method) และเทคนิคลากรอง (Lagrange Technique) [8, 9] กับสมการออยเลอร์-เบอร์นูลี โดยคิดคานอ่อนตัวเป็น 1 ท่อน กำหนดให้ $x = [\theta \ d \ \dot{\theta} \ \dot{d}]^T$, θ คือมุมที่แกนมอเตอร์,



รูปที่ 6: แขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว

d คือตำแหน่งมุมที่เบี่ยงเบน, y คือตำแหน่งมุมที่ปลายแขน และ u คือสัญญาณควบคุม จาก [5] ได้สมการสถานะดังนี้

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 621.4 & -28.27 & 0 \\ 0 & -327.1 & 12.72 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 52.65 \\ -23.69 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 2.222 \ 0 \ 0] x$$

จุดประสงค์การควบคุมคือปรับตำแหน่งเชิงมุมของโหลดให้เข้าสู่ค่าสัญญาณอ้างอิง โดยที่สัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณขั้นที่มีค่าตั้งแต่ -25 ถึง 25 องศา แขนกลมีการเปลี่ยนแปลงมวลของโหลด และตำแหน่งของโหลด การเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ระบบมีช่วงจำกัด ดังต่อไปนี้

$$0.05 \text{ กก} \leq m_t \leq 0.1 \text{ กก}, \quad 0.3 \text{ เมตร} \leq p \leq 0.45 \text{ เมตร}$$

สำหรับการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน w_i [5] เริ่มต้นด้วยคำนวณ

$$l_M(\omega) = \max_{\substack{m_t \in [0.05, 0.1] \\ p \in [0.3, 0.45]}} \left| \frac{\tilde{G}(j\omega)}{G(j\omega)} - 1 \right|,$$

โดยที่ $\tilde{G}(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่รวมการเปลี่ยนแปลงของมวลโหลด m_t และความยาวของแขนกล p หลังจากนั้น $w_i(s)$ จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$|w_i(j\omega)| \geq l_M(\omega), \quad \forall \omega. \quad (12)$$

จะได้ฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนดังนี้

$$w_i(s) = 0.21s \left(\frac{s}{10} + 1 \right) \left(\frac{s}{100} + 1 \right) \quad (13)$$

ข้อกำหนดสมรรถนะของการออกแบบตัวควบคุม ได้แก่

- ก. ความกว้างแถบความถี่ไม่ต่ำกว่า 1.5 เรเดียนต่อวินาที
- ข. ค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัวไม่เกิน 0.05 องศา
- ค. สัญญาณควบคุมถูกจำกัดที่ 5 โวลต์

สำหรับข้อกำหนด ก. และ ข. เราเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะตามหัวข้อที่ 3 ได้

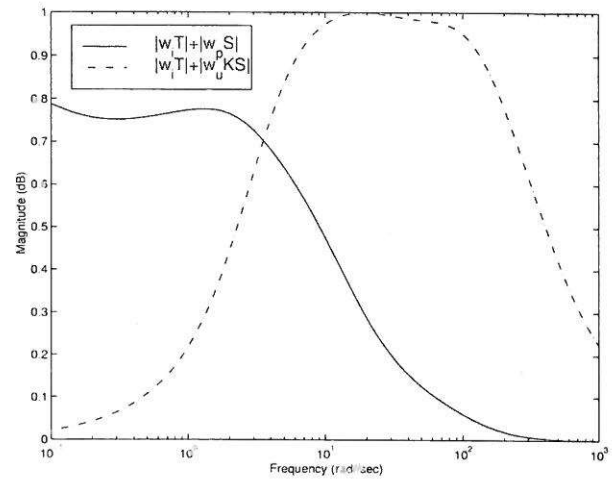
$$w_p(s) = \frac{(0.43s + 10)}{10(0.43s + 0.001)(0.625s + 1)} \quad (14)$$

สำหรับข้อกำหนด ค. เนื่องจากสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณขั้นที่มีขนาด 50 องศา (0.8727 เรเดียน) จะได้ $r_0 = 0.8727$ และสัญญาณควบคุมมีขนาดไม่เกิน 5 โวลต์จะได้ $u_0 = 5$ ดังนั้น $w_u = 0.1745$ เมื่อได้กำหนด $w_i(s)$, $w_p(s)$, และ w_u เราคำนวณตัวควบคุมมิวจากวิธีการวนรอบดีเค (DK-iteration) ตัวควบคุมที่ได้มีอัตราขยายไฟตรงเท่ากับ 1319.3 และมีศูนย์และขั้วดังแสดงในตาราง 1

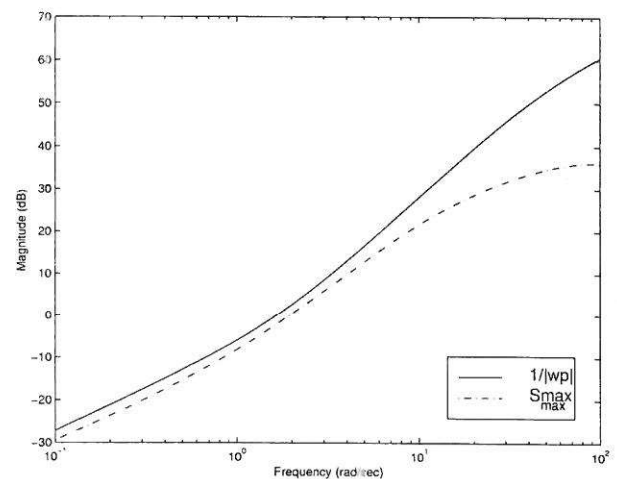
ตารางที่ 1: ศูนย์และขั้วของตัวควบคุมมิว

ศูนย์	ขั้ว
-621.05	-621.05
$-221.42 \pm j289.09$	$-223.35 \pm j290.64$
-100.00	-215.62
-99.999	$-105.51 \pm j35.560$
-35.546	-35.703
-15.825	$-12.436 \pm j8.3702$
-11.381	-16.053
$-6.9337 \pm j4.2271$	-11.386
-5.5280	-5.6426
-2.1198	-1.6617
-9.5690×10^{-2}	-1.1360×10^{-1}
-1.5475×10^{-4}	-2.5913×10^{-4}
-3.3124×10^{-6}	-1.6260×10^{-4}

จากการแก้ปัญหา (6) ค่า γ ที่ต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 1 ตัวควบคุมที่ได้เป็นแบบเฟสต่ำสุดและมีเสถียรภาพ ซึ่งสอดคล้องกับข้อกำหนดต่างๆ สำหรับเงื่อนไขขนาดสัญญาณควบคุม จากผลตอบเชิงความถี่ในรูปที่ 7 แสดงให้เห็นว่า $|w_i T| + |w_p S|$ และ $|w_i T| + |w_u K S|$ มีค่าไม่เกินหนึ่ง ดังนั้นตัวควบคุมมิวที่คำนวณได้สามารถประกันสมรรถนะคงทน (2) และขนาดสัญญาณควบคุม (5) รูปที่ 8 แสดงให้เห็นว่าความกว้างแถบความถี่ของระบบวงปิดมีค่ามาก



รูปที่ 7: ผลตอบเชิงความถี่ $(|w_i T| + |w_p S|)$ และ $(|w_i T| + |w_u K S|)$

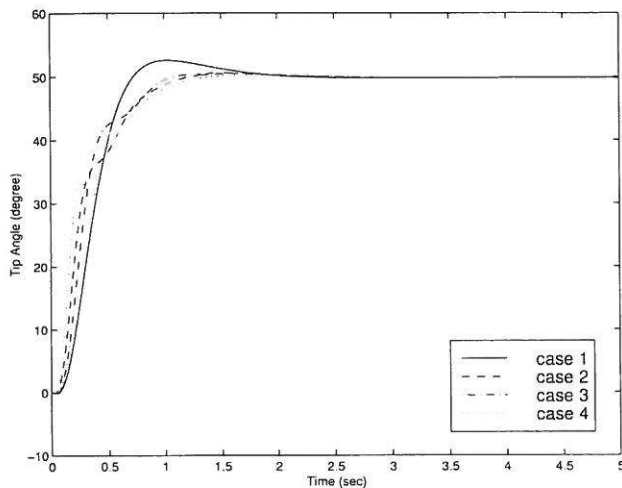


รูปที่ 8: ผลตอบเชิงความถี่ $|S_{max}|$ และ $1/|w_p|$

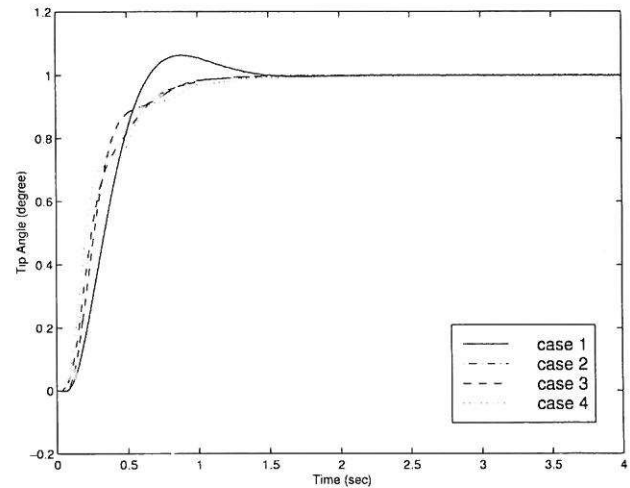
กว่า 1.5 เรเดียนต่อวินาที รูปที่ 9 แสดงผลตอบเชิงเวลาของระบบควบคุมสำหรับสภาวะการทำงาน 4 กรณีคือ

1. มวลโหลด 100 กรัม, ตำแหน่งมวล 0.45 เมตร
2. มวลโหลด 100 กรัม, ตำแหน่งมวล 0.3 เมตร
3. มวลโหลด 50 กรัม, ตำแหน่งมวล 0.45 เมตร
4. มวลโหลด 50 กรัม, ตำแหน่งมวล 0.3 เมตร

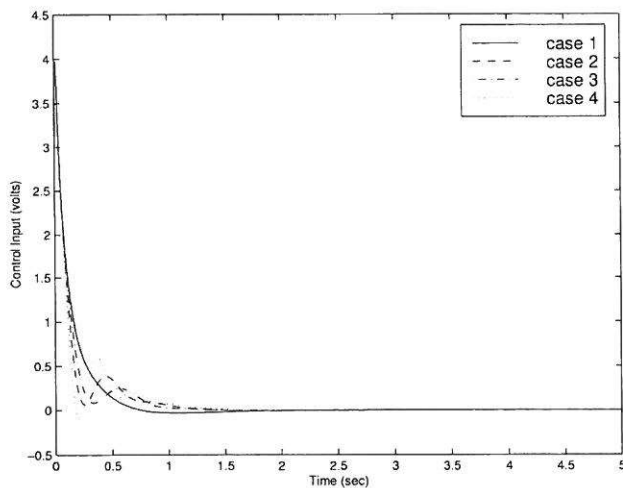
ผลตอบสัญญาณขั้นของตำแหน่งมุมที่ปลายแขนมีช่วงเวลาเข้าที่ 0.95 – 1.6 วินาที ช่วงเวลาขึ้น 0.4 – 0.7 วินาที ส่วนพุ่งเกิน 0 – 5.5 % และค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัวมีขนาดต่ำกว่า 0.05 องศา รูปที่ 10 แสดงสัญญาณควบคุมที่มีขนาดไม่เกิน 5 โวลต์ เมื่อเปรียบเทียบผลการจำลอง



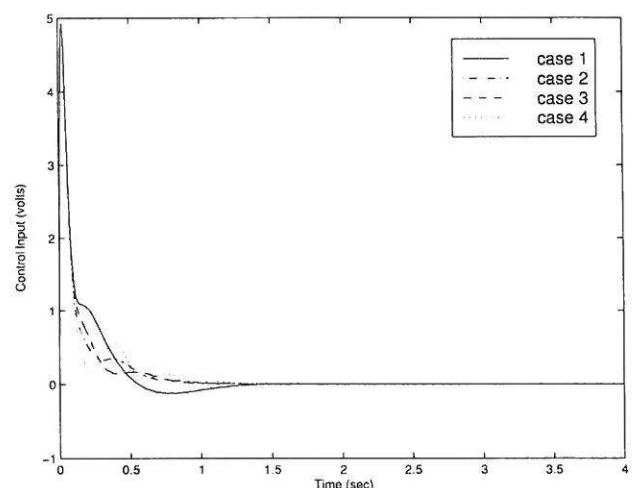
รูปที่ 9: ผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของตำแหน่งมุมที่ปลายแขนทั้ง 4 กรณีโดยใช้การสังเคราะห์หมีว



รูปที่ 11: ผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของตำแหน่งมุมที่ปลายแขนทั้ง 4 กรณีโดยใช้การจัดสัญญาณวงรอบ



รูปที่ 10: ผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของสัญญาณควบคุมทั้ง 4 กรณีโดยใช้การสังเคราะห์หมีว



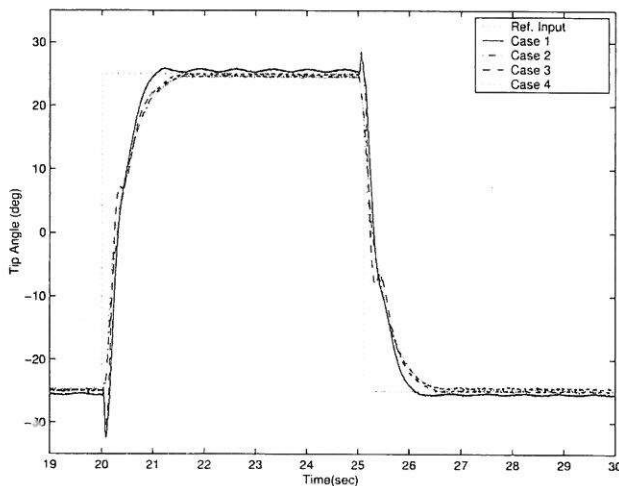
รูปที่ 12: ผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของสัญญาณควบคุมทั้ง 4 กรณีโดยใช้การจัดสัญญาณวงรอบ

ทางคอมพิวเตอร์กับผลตอบเชิงเวลาของระบบควบคุม ซึ่งออกแบบโดยวิธีการจัดสัญญาณวงรอบ [5] ดังรูปที่ 11 และ 12 จะสังเกตว่าผลตอบของตำแหน่งมุมปลายแขน จากวิธีการควบคุมทั้งสองให้ผลใกล้เคียงกัน แต่สัญญาณควบคุมจากวิธีการจัดสัญญาณวงรอบมีขนาดกว้างใหญ่กว่าเล็กน้อย ขณะที่วิธีการจัดสัญญาณวงรอบไม่สามารถประกันขนาดสัญญาณควบคุม บทความนี้ได้คำนึงถึงการประกันขนาดสัญญาณควบคุมในกระบวนการสังเคราะห์ตัวควบคุม พร้อมกับข้อกำหนดสมรรถนะคงทนอื่นๆ

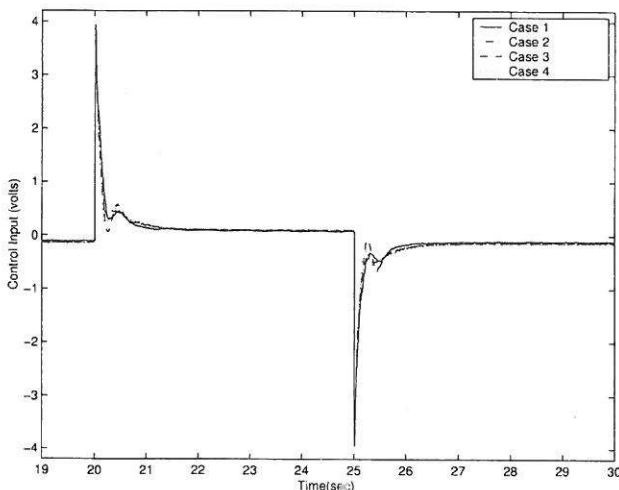
5 ผลการทดลองจริง

ชุดทดลองแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว [7] เป็นแขนกลที่ขับเคลื่อนโดยมอเตอร์กระแสไฟตรง ตำแหน่งมุมที่ปลายแขนจะได้จากมุมแขนที่แกนมอเตอร์และมุมเบี่ยงเบนปลายแขน ชุดการทดลองประกอบด้วยตัวตรวจรู้ (sensor) จำนวนสองตัว ได้แก่ โพเทนชิโอมิเตอร์ (ใช้วัดตำแหน่งมุมของมอเตอร์) และกลิ้งที่ติดไว้ที่แกนมอเตอร์ (ใช้วัดมุมเบี่ยงเบนปลายแขนโดยการวัดแสงจากหลอดไฟติดไว้ที่ปลายแขน) สัญญาณจากตัวตรวจรู้ทั้งสองจะถูกส่งไปยังตัวแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็น

สัญญาณดิจิทัล (A/D converter) แบบ 12 บิต แล้วส่งต่อไปให้กับคอมพิวเตอร์ เพื่อประมวลสัญญาณควบคุมต่อไปคอมพิวเตอร์ที่ใช้เป็นรุ่น Pentium 133 MHz โปรแกรมการควบคุมเขียนด้วยภาษาซีบอร์ดแลนด์ (Borland C) สัญญาณควบคุมที่ได้จะถูกส่งต่อไปยังตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณแอนะล็อก (D/A converter) แบบ 12 บิต สัญญาณควบคุมที่ได้จะขับให้มอเตอร์หมุนในทิศทางที่ต้องการ สำหรับการทดลองนี้ อัตราสุ่มสัญญาณมีค่าเท่ากับ 200 Hz

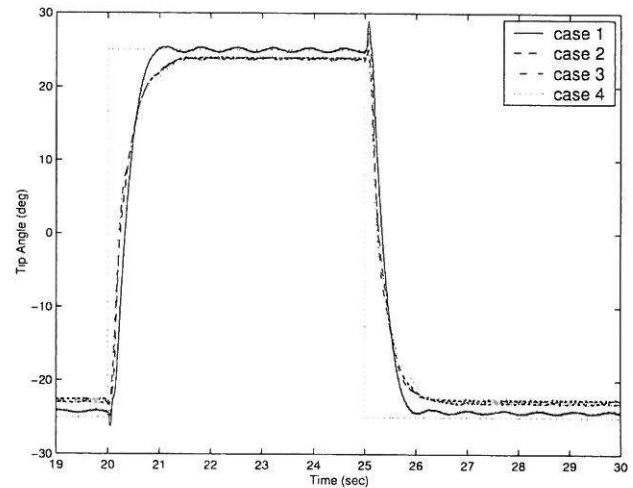


รูปที่ 13: ผลการทดลองจริงของตำแหน่งมุมที่ปลายแขนทั้ง 4 กรณีโดยใช้การสังเคราะห์หิม

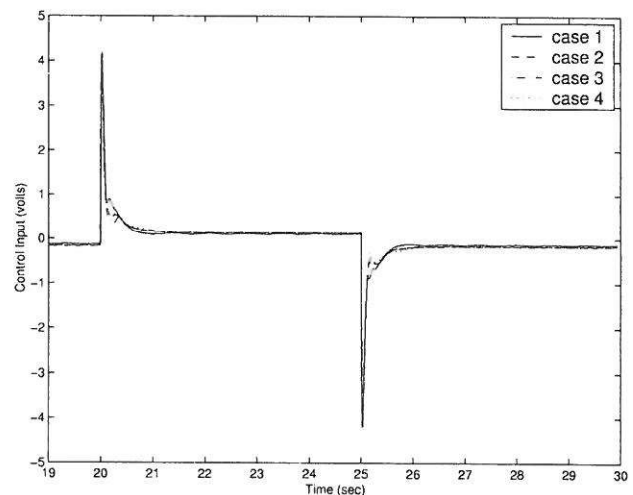


รูปที่ 14: ผลการทดลองจริงของสัญญาณตัวขับเข้าทั้ง 4 กรณีโดยใช้การสังเคราะห์หิม

ผลการทดลองจริงของตำแหน่งมุมที่ปลายแขนและสัญญาณควบคุมทั้ง 4 กรณี แสดงให้เห็นดังรูปที่ 13 และ 14 ตามลำดับ จะเห็นว่าผลตอบของตำแหน่งมุมปลาย



รูปที่ 15: ผลการทดลองจริงของตำแหน่งมุมที่ปลายแขนทั้ง 4 กรณีโดยใช้การควบคุมวิธีการจัดสัญญาณวงรอบ



รูปที่ 16: ผลการทดลองจริงของสัญญาณตัวขับเข้าทั้ง 4 กรณีโดยใช้การควบคุมวิธีการจัดสัญญาณวงรอบ

แขนสามารถตามรอยสัญญาณอ้างอิงแบบสี่เหลี่ยมได้ และมีลักษณะใกล้เคียงกับการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ อย่างไรก็ตาม ในกรณีที่ 1 และ 3 ขณะที่สัญญาณอ้างอิงเปลี่ยนแปลง (แสดงโดยใช้เส้นจุดในรูปที่ 13) ผลตอบของตำแหน่งมุมปลายแขนมีลักษณะส่วนพุ่งได้ ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่ามวลถูกวางอยู่ที่ตำแหน่งไกลจากแขนมาก ทำให้ระบบแสดงลักษณะเฟสไม่ต่ำสุด เมื่อพิจารณาสัญญาณควบคุมสำหรับทุกกรณี จะเห็นว่ามีความถี่ไม่เกิน 5 โวลต์ ตรงตามที่ระบุในข้อกำหนดการออกแบบ

เมื่อเปรียบเทียบกับผลการควบคุมด้วยวิธีการจัด

พื้นฐานวงรอบ [5] ซึ่งแสดงให้เห็นดังรูปที่ 15 และ 16 จะเห็นว่าผลตอบของตำแหน่งมุมปลายแขนโดยตัวควบคุมมีวิวัฒนาการของเวลาที่ดีกว่า คือ มีค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัวน้อยกว่า และมีช่วงเวลาอยู่ตัวสั้นกว่า

เมื่อพิจารณาผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ และผลการทดลองจริงของการควบคุมคอนโทรลสำหรับแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว ผลสำเร็จของการควบคุมนี้เป็นที่ยืนยันความไปได้ของการออกแบบตัวควบคุมคอนโทรลที่รวมเงื่อนไขเชิงเวลา กระบวนการสังเคราะห์ตัวควบคุมในบทความนี้นำเสนอในลักษณะเป็นขั้นตอน นอกจากจะสามารถประกันเสถียรภาพภายใต้การเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์แล้ว ตัวควบคุมคอนโทรลยังสามารถประกันสมรรถนะของผลตอบทั้งเชิงความถี่และเชิงเวลาดังนั้น แนวทางการวิจัยต่อไปจึงสมควรที่จะพัฒนาการออกแบบตัวควบคุมคอนโทรล เพื่อประยุกต์ใช้กับระบบควบคุมอื่นด้วย

6 สรุป

บทความนี้ได้เสนอการออกแบบตัวควบคุมคอนโทรลด้วยวิธีการสังเคราะห์หามิ สำหรับแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว และเสนอแนวทางการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $w_p(s)$ และ $w_u(s)$ ตัวบ่งชี้สมรรถนะของระบบ ได้แก่ ความกว้างแถบความถี่ ค่าผิดพลาดที่สภาวะอยู่ตัว และการประกันขนาดสัญญาณควบคุม การคำนวณเชิงเลขแสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมที่ได้สอดคล้องกับข้อกำหนดสมรรถนะคอนโทรล และขนาดสัญญาณควบคุม จากผลการทดลองจริงจะเห็นว่า ผลตอบของระบบสอดคล้องกับการคำนวณเชิงเลข นั่นคือ เราสามารถประยุกต์ตัวควบคุมมิมาใช้กับระบบจริงได้ เมื่อเปรียบเทียบวิธีการออกแบบตัวควบคุมกับงานวิจัยก่อนหน้านี้ พบว่า การกำหนดสมรรถนะทำได้โดยมีระบบและเจาะจงกว่างานก่อน โดยเฉพาะการประกันขนาดสัญญาณควบคุม นอกจากนี้กระบวนการสังเคราะห์หามิ ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพและลดความไม่รู้จักของการออกแบบตัวควบคุม

เอกสารอ้างอิง

- [1] J. Doyle, "Analysis of Feedback Systems with Structured Uncertainty," *IEE Proc.*, vol. 129-D, Nov. 1982, pp. 242-251.
- [2] J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*. New York: Macmillan Publishing Company, 1992.
- [3] P. Lundstrom, S. Skogestad, and Z.-Q. Wang, "Performance Weight Selection for H-infinity and μ - control methods," *Trans. Instrumentation and Measurement Control*, vol. 13, no. 5, 1991, pp. 241-252.
- [4] M. A. Franchek, "Selecting the Performance Weights for the μ and H_∞ Synthesis Methods for SISO Regulating Systems," *ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 118, Mar. 1996, pp. 126-131.
- [5] P. Chaichanavong and D. Banjerdpongchai, "A Case Study of Robust Control Experiment on One-link Flexible Robot Arm," in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, Dec. 1999, pp. 4319-4324.
- [6] B. C. Kuo, *Automatic Control Systems*. Prentice Hall, 1995.
- [7] J. Apkarian, "A Comprehensive and Modular Laboratory for Control Systems Design and Implementation," *Quanser Consulting*, 1995.
- [8] H. R. Pota, "A prototype flexible robot arm—an interdisciplinary undergraduate project," *IEEE Trans. Education*, vol. 35, no. 1, pp. 83-89, 1992.
- [9] D. J. Inman, *Engineering Vibration*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996.