

การวิเคราะห์การกระจายอุณหภูมิแบบชั่วคราวภายในไดอิเล็กทริกรูปร่างสามมิติ ที่ได้รับพลังงานจากสายอากาศปล่องคลื่นแบบสล็อตอาร์เรย์

Analysis of Transient Temperature Distribution in a Three-Dimensional Dielectric

Excited by a Slot Array Applicator

ดวงอาทิตย์ ศรีมูล วงศกร วัชรานันท์ ชวงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์ โมไนย ไกรฤกษ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์และสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

โทร. 3266052 ต่อ 2537 โทรสาร 3269086

E-mail: kkmonai@kmitl.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้แสดงผลการศึกษาลักษณะการกระจายอุณหภูมิในไดอิเล็กทริกรูปร่างสามมิติที่ได้รับพลังงานจากสนามไฟฟ้าซึ่งแผ่มาจากสายอากาศสล็อตอาร์เรย์โดยการแก้สมการการนำความร้อนแบบชั่วคราวในไดอิเล็กทริกโดยผลเฉลยของสมการการนำความร้อนนี้ได้มาจากการคำนวณเชิงเลขคณิตผลต่างสืบเนื่องในรูปแบบวิธีการของเครงก์-นิโคลสัน เพื่อใช้หาอุณหภูมิ ณ ตำแหน่งต่างๆที่สัมพันธ์กับเวลาในไดอิเล็กทริกแล้วหาคำตอบด้วยการทำซ้ำจากระเบียบวิธีการคอนจูเกต-เกรเดียนต์ จากการศึกษาทำให้เราทราบว่าตัวแปรสำคัญที่มีผลต่อการกระจายอุณหภูมิในไดอิเล็กทริกคือ ความสามารถในการกระจายอุณหภูมิ เวลาในการแผ่กระจายคลื่น และค่ากำลังงานของสนามไฟฟ้า

Abstract

This paper reports the study of transient temperature distribution in a three-dimensional dielectric excited by an electric field radiated from a slot array applicator. Solution of transient heat conduction equation is determined from the finite-difference form of the Crank-Nicolson's method and numerical results are computed by using conjugate gradient method to find the temperature distribution in a lump of dielectric as the function of time. It is evident that the thermal diffusivity, the diffusion time and the power of electromagnetic source are the significant parameters that affect the temperature distribution.

1. บทนำ

การใช้คลื่นไมโครเวฟในการให้ความร้อนอย่างต่อเนื่องในงานอุตสาหกรรมได้รับความสนใจและทำกันอย่างแพร่หลายมาเป็นเวลานานแล้ว [1-12] เพราะมีข้อดีอยู่ด้วยกันหลายประการ อย่างไรก็ตามอุปกรณ์และเครื่องมือยังมีราคาค่อนข้างสูง สำหรับในประเทศไทยแล้ว

การสร้างอุปกรณ์ขึ้นมาทดแทนคงต้องได้รับการพัฒนาอีกมากทั้งนี้เพื่อให้เหมาะสมกับการใช้งานภายในประเทศและราคาต้องไม่สูงมากนัก อุปกรณ์สำคัญของระบบได้แก่ สายอากาศปล่องคลื่น (Applicator) ซึ่งเคยมีผู้ศึกษาและวิจัยมาบ้างแล้ว [1-4] การนำเอาสายอากาศปล่องคลื่นนี้มาใช้งานจริง จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทำการคำนวณเพื่อวิเคราะห์หาความเหมาะสมกับการใช้งานชนิดหนึ่งๆเพื่อนำไปสู่การออกแบบระบบที่มีประสิทธิภาพต่อไป

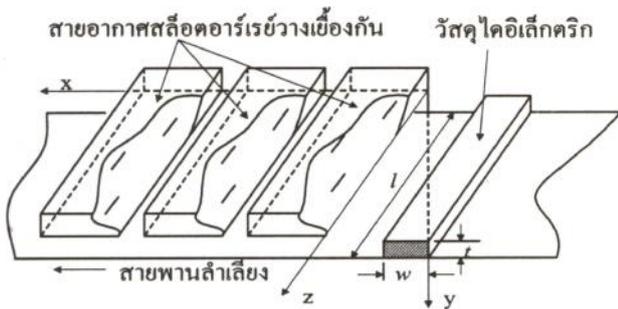
ในกรณีของวัสดุที่นำมาใช้มีลักษณะเป็นสามมิติคือ มีขนาดของความกว้าง ความยาวและความสูง การคำนวณจะต้องมีลักษณะที่เป็นสามมิติด้วย บทความนี้ในเบื้องต้นจึงได้ทำการศึกษาการกระจายอุณหภูมิของวัสดุเป็นลักษณะทั่วไปที่เป็นฟังก์ชันของเวลาและตำแหน่งต่างๆตลอดทั้งก่อนวัสดุ แล้วนำวิธีการดังกล่าวนี้ไปประยุกต์ใช้กับวัสดุที่มีคุณสมบัติทางความร้อนและทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่แตกต่างกันอันได้แก่ น้ำบริสุทธิ์และเนื้อไม้ เพื่อแสดงให้เห็นถึงธรรมชาติของการกระจายอุณหภูมิที่แตกต่างกันในสภาวะและวัสดุที่ต่างกัน โดยการแก้สมการการนำความร้อนแบบชั่วคราว (Transient) เชิงสามมิติที่มีแหล่งกำเนิดพลังงานคือ สนามไฟฟ้าที่เกิดจากสายอากาศสล็อตอาร์เรย์รวมอยู่และประยุกต์การคำนวณเชิงเลขคณิตผลต่างสืบเนื่องในรูปแบบวิธีการของเครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) จากนั้นหาคำตอบด้วยการทำซ้ำจากระเบียบวิธีการคอนจูเกต-เกรเดียนต์ (Conjugate-Gradient)

2. ทฤษฎี

2.1 ลักษณะการคำนวณแบบชั่วคราว

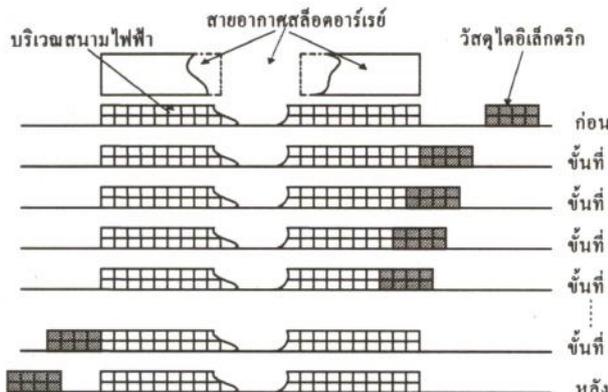
การกระจายอุณหภูมิในสภาวะชั่วคราว (Transient State) ในที่นี้เป็นสภาวะที่วัสดุเคลื่อนที่ผ่านบริเวณสนามไฟฟ้าจากสายอากาศสล็อตอาร์เรย์วางเรียงกัน อุณหภูมิในก้อนไดอิเล็กทริกมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับระยะทางการเคลื่อนที่ของสายพานลำเลียงในช่วงเวลาหนึ่ง การถ่ายเทความร้อนที่ได้ศึกษาในขบวนการถ่ายเทความร้อนแบบชั่วคราวนี้ สามารถสร้างแบบจำลองการวิเคราะห์การกระจายอุณหภูมิได้ดังรูปที่ 1 โดยวัสดุ

มีความกว้าง w หน้า t และยาว l เซนติเมตร วางอยู่บนสายพานลำเลียงตามแนวยาวของสายอากาศ โดยให้เคลื่อนที่ผ่านสายอากาศสล็อตอาร์เรย์ที่วางเอียงกัน



รูปที่ 1 แบบจำลองการวิเคราะห์การกระจายอุณหภูมิในก้อนไดอิเล็กตริก

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของก้อนไดอิเล็กตริกผ่านบริเวณที่มีค่าสนามไฟฟ้าซึ่งแผ่กระจายมาจากสายอากาศสล็อตอาร์เรย์ โดยพิจารณาการเคลื่อนที่เป็นขั้นๆ จากขั้นแรกเมื่อก้อนไดอิเล็กตริกเริ่มเคลื่อนเข้าสู่พื้นที่ของสนามไฟฟ้าและเพิ่มขึ้นทีละขั้นไปจนเคลื่อนที่ผ่านหมดตลอดทั้งก้อน ซึ่งจะได้ว่าช่วงเวลาระหว่างแต่ละขั้นเป็น Δt และเมื่อเวลาผ่านไป Δt จะได้ระยะทางจากขั้นปัจจุบันไปยังขั้นถัดไป เป็น Δd จากนั้นคำนวณหาอุณหภูมิบนก้อนไดอิเล็กตริกในแต่ละขั้นของการเคลื่อนที่ ซึ่งการเคลื่อนที่ของก้อนไดอิเล็กตริกเป็นไปดังรูปที่ 2

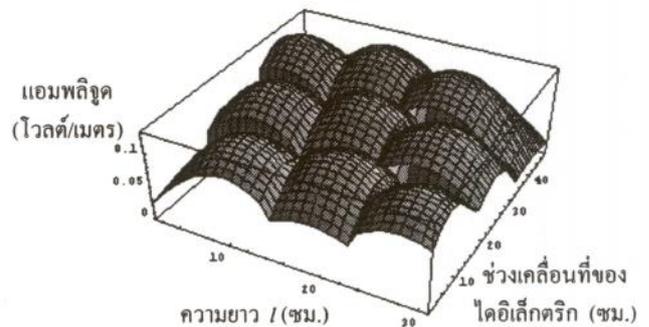


รูปที่ 2 ขั้นการเคลื่อนที่ของก้อนไดอิเล็กตริกผ่านบริเวณสนามไฟฟ้าที่แผ่มาจากสายอากาศสล็อตอาร์เรย์

2.2 สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ไดอิเล็กตริกเคลื่อนที่ผ่าน

เมื่อก่อนไดอิเล็กตริกเคลื่อนที่ผ่านบริเวณที่เป็นสนามไฟฟ้าจากขั้นแรกไปจนถึงขั้นสุดท้าย การคำนวณหาของสนามไฟฟ้าที่อยู่ในก้อนไดอิเล็กตริกจะเปรียบเสมือนว่ามีไดอิเล็กตริกขนาดอนันต์หนาเท่ากับก้อนไดอิเล็กตริกที่มีขนาดจำกัดนั้นวางอยู่ในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้างดกล่าว จากการวิเคราะห์ [12] พบว่าค่าของสนามไฟฟ้าบริเวณที่ใกล้ปากสล็อตจะมีสนามแรงกว่าระยะที่ห่างออกไป ดังนั้นโดยการจัด

วางท่อนำคลื่นให้เรียงเอียงกันดังรูปที่ 1 จะได้รูปแบบของสนามตลอดทั้งพื้นที่การเคลื่อนที่ดังรูปที่ 3 เมื่อไดอิเล็กตริกที่ใช้ศึกษาการกระจายอุณหภูมิเป็นไดอิเล็กตริกที่มีการสูญเสีย (Lossy Dielectric)



รูปที่ 3 รูปแบบการกระจายสนามไฟฟ้าของไดอิเล็กตริกในระนาบขนานกับท่อนำคลื่นที่วางเอียงกัน

2.3 สมการการถ่ายเทความร้อน

การแผ่กระจายคลื่นไมโครเวฟเพื่อทำให้เกิดความร้อนแก่ไดอิเล็กตริกใดๆ สามารถแสดงด้วยสมการถ่ายเทความร้อน (Heat Transport Equation) ในไดอิเล็กตริกสำหรับตัวกลางใดๆ ดังนี้ [13]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_T \nabla^2 T + \frac{\epsilon_v}{c_p} L_h \frac{\partial M_l}{\partial t} + \frac{\delta p}{\rho c_p} \quad (1)$$

- เมื่อ T เป็นอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$)
- t เป็นเวลา (s)
- α_T เป็นความสามารถในการกระจายอุณหภูมิ (m^2/s)
- ϵ_v เป็นอัตราส่วนการถ่ายเทไอน้ำต่ออัตราส่วนการถ่ายเทความชื้นทั้งหมด (kg^{-1})
- C_p เป็นความจุความร้อนจำเพาะของสารไดอิเล็กตริก ($\text{kJ}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$)
- L_h เป็นความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอของน้ำ (kJ/kg)
- p เป็นความดัน
- M_l เป็นมวลของน้ำ (kg)
- δ เป็นความหนาแน่นของกำลังงาน (W/m^3)
- ρ เป็นความหนาแน่นของเนื้อไดอิเล็กตริก (kg/m^3)

สมมติว่าไม่มีการระเหยกลายเป็นไอ และพิจารณารูปทรงที่เป็นสามมิติในระบบพิกัดมุมฉาก จะทำให้สามารถเขียนสมการ (1) ได้เป็น [13]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_T \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{55.6 \times 10^{-8} E^2 f \epsilon_{\text{eff}}}{\rho c_p} \quad (2)$$

โดยที่ f คือความถี่ของคลื่นที่มาจากแหล่งกำเนิดมีหน่วยเป็น MHz และ ϵ_{eff}'' คือตัวประกอบการสูญเสียประสิทธิผล (Effective Loss Factor) เมื่อสมการ (2) เป็นสมการการกระจายอุณหภูมิแบบสามมิติ ซึ่งผลของอุณหภูมิที่ได้จะแปรตามองค์ประกอบของทิศทางและค่าสนามไฟฟ้าที่มาจากแหล่งกำเนิด สมการดังกล่าวสามารถหาค่าเฉลยได้โดยวิธีการแบบผลต่างสี่เหลี่ยม เมื่อพจน์ทางซ้ายมือของสมการ (2) เป็นอนุพันธ์ย่อยของอุณหภูมิเทียบกับเวลาซึ่งในการคำนวณจะหมายความว่า หากเราทราบอุณหภูมิที่เวลาปัจจุบัน (T_n') ถ้าเวลาผ่านไปเป็น Δt วินาที จะทำให้สามารถคำนวณหาอุณหภูมิ ณ จุดเดิมที่เวลาผ่านไปแล้วนั้น (T_n^{t+1}) ได้ ในกรณีเช่นนี้สมการผลต่างสี่เหลี่ยมไปข้างหน้า (Forward Difference) จะนำมาใช้ให้กับพจน์ทางซ้ายมือของสมการ (2) ได้ ส่วนอนุพันธ์ย่อยอันดับสองทางด้านขวามือของสมการ ในลักษณะของการเทียบสมการ เช่นเดียวกัน เมื่อแทนสมการผลต่างสี่เหลี่ยมตรงกลาง (Central Difference) อันดับสองเข้าไปแล้ว จะชี้ว่าเป็นการหาค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ ณ ตำแหน่งศูนย์กลางจากค่าของอุณหภูมิตำแหน่งใกล้เคียงได้

โดยการนำสมการผลต่างสี่เหลี่ยม [14] ประยุกต์เข้ากับสมการ (2) จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{T(t+\Delta t)-T(t)}{\Delta t} = \alpha_T \left[\frac{T(x+\Delta x)-2T(x)+T(x-\Delta x)}{(\Delta x)^2} + \frac{T(y+\Delta y)-2T(y)+T(y-\Delta y)}{(\Delta y)^2} + \frac{T(z+\Delta z)-2T(z)+T(z-\Delta z)}{(\Delta z)^2} \right] + \frac{55.6 \times 10^{-8} E^2 f \epsilon_{eff}''}{\rho C_p} \quad (3)$$

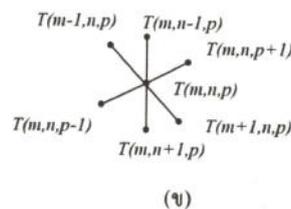
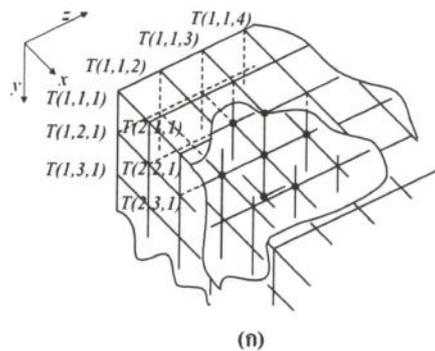
จากสมการ (3) พบว่าจะมีทั้งองค์ประกอบของทั้งเวลา (Δt) และองค์ประกอบของระยะทาง ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) ซึ่งทั้งสององค์ประกอบนี้สามารถรวมเข้าไว้ที่ตัวแปร T ได้ และเมื่อพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงของระยะทางตามแนวแกนของ x, y และ z เมื่อทำการแบ่งก้อนไอโซเล็กทริกเป็นส่วนเล็กด้วยวิธีการของผลต่างสี่เหลี่ยมโดยให้มีขนาดเท่ากันในแต่ละด้านแล้ว ($\Delta x = \Delta y = \Delta z$) กำหนดให้ Δd เป็นตัวแปรที่ใช้แทนขนาดของระยะที่เท่ากันที่แบ่งตามแนวแกนทั้งสาม ให้ $R = \alpha_T \Delta t / (\Delta d)^2$ และให้ $E_{x,y,z}$ เป็นสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งใดจุดบนก้อนไอโซเล็กทริก

เมื่อทำการจัดสมการใหม่ โดยให้ $T_{x,y,z}^{t+1}$ ซึ่งเป็นอุณหภูมิ ณ ตำแหน่ง x, y, z ใดๆ เมื่อเวลาเปลี่ยนไป Δt อยู่ทางด้านซ้ายมือของสมการ จะได้สมการสำหรับใช้หาค่าตอบของอุณหภูมิเมื่อเวลาเปลี่ยนไป ซึ่งเรียกว่า วิธีโดยชัดแจ้ง (Explicit Method) ซึ่งสามารถจะหาค่าของอุณหภูมิได้โดยตรง แต่หากกรณีที่มี R มีค่ามากขึ้น ($R > 1/6$) อาจทำให้คำตอบของการคำนวณมีลักษณะแกว่ง (Oscillate) ได้ ซึ่งอาจจะเป็นบวกลบสลับกันไปไม่แน่นอน

ลักษณะการคำนวณอีกรูปแบบหนึ่งซึ่งไม่สามารถจะหาค่าเฉลยของคำตอบได้โดยตรง รู้จักกันในชื่อของ วิธีโดยปริยาย (Implicit Method) ลักษณะของสมการจะประยุกต์มาจากวิธีโดยชัดแจ้งโดยที่พจน์ด้านขวามือของผลต่างสี่เหลี่ยมจะแทนด้วยตัวแปร (T^{t+1}) เพื่อหาอุณหภูมิของตำแหน่งนั้นๆ เมื่อเวลาเปลี่ยนไป อย่างไรก็ตามในวิธีโดยปริยายนี้ ถ้าย้ายตัวแปรของอุณหภูมิที่เวลาถัดไป (T^{t+1}) ของจุดต่างๆ ไปทางด้านซ้ายมือของสมการ จะพบว่าพจน์ทางด้านขวามือของสมการซึ่งเป็นค่าแห่งของอุณหภูมิที่เราทราบในเวลาปัจจุบันจะเหลืออยู่เพียงพจน์เดียว รวมกับพจน์ของแหล่งกำเนิดกำลังงาน ซึ่งลักษณะเช่นนี้จะไม่สอดคล้องกับลักษณะการคำนวณกับก้อนวัสดุที่แบ่งและกำหนดตำแหน่งไว้คงที่แล้ว ซึ่งจะทราบอุณหภูมิของจุดต่างๆ ณ ที่เวลาปัจจุบัน และต้องการจะทราบอุณหภูมิของจุดเดิมเมื่อเวลาผ่านไป แต่ถ้าวรวมสมการผลต่างสี่เหลี่ยมแบบโดยชัดแจ้งและโดยปริยายที่กล่าวมานี้เข้าด้วยกัน คำตอบที่จะได้รับจากการคำนวณจะถูกต้องมากขึ้น ลักษณะการรวมสองสมการเข้าด้วยกันรู้จักกันใน วิธีการของเครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson Method) สมการที่ได้เป็นสมการการกระจายอุณหภูมิแบบชั่วคราวสามมิติ

$$2(3R-1)T_{x,y,z}^{t+1} - R(T_{x+1,y,z}^{t+1} + T_{x-1,y,z}^{t+1} + T_{x,y+1,z}^{t+1} + T_{x,y-1,z}^{t+1} + T_{x,y,z+1}^{t+1} + T_{x,y,z-1}^{t+1}) = 2(1-3R)T_{x,y,z}^t + R(T_{x+1,y,z}^t + T_{x-1,y,z}^t + T_{x,y+1,z}^t + T_{x,y-1,z}^t + T_{x,y,z+1}^t + T_{x,y,z-1}^t) + \frac{55.6 \times 10^{-8} E_{x,y,z}^2 f \epsilon_{eff}'' \Delta t}{\rho C_p} \quad (4)$$

สมการ (4) จะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งหมด 7 ตัว ซึ่งไม่สามารถจะหาค่าเฉลยของตัวแปรเหล่านี้ได้โดยตรง พิจารณาแบบจำลองของการคำนวณดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 (ก) ตำแหน่งบนก้อน ไอโซเล็กทริก

(ข) ความสัมพันธ์ของจุดที่สมมติขึ้นตามสมการการกระจายความร้อน

จากรูปที่ 4 (ก) เป็นการกำหนดจุดบนก้อนโคอีเล็กทริกเพื่อประยุกต์ใช้ตามวิธีการแบบผลต่างสืบเนื่อง โดยให้ระยะห่างของการแบ่งมีขนาดเท่ากัน และกำหนดให้จุดต่างๆที่เกิดจากการแบ่งเป็น $T_{m,n,p}$ โดยที่ m, n และ p เป็นจำนวนจุดในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ เมื่อพิจารณาตำแหน่งใดๆที่สมมติขึ้นจะได้รับความสัมพันธ์ระหว่างจุด ดังรูปที่ 4 (ข)

2.4 การประยุกต์ใช้เมตริกซ์

หลังจากกำหนดตำแหน่งให้แต่ละจุดบนก้อนโคอีเล็กทริกแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การนำเมตริกซ์เข้ามาช่วยในการแก้สมการ จากรูปที่ 4 สามารถนำสมการ (4) มาเขียนเป็นสมการที่ต้องการทราบค่าของอุณหภูมิที่เวลาถัดไปของทุกจุด โดยเริ่มพิจารณาที่จุด $T_{1,1,1}$ จากนั้นย้ายจุดตามแนวแกน x ไปยัง $T_{2,1,1}, T_{3,1,1}$ เรื่อยไป จนจบที่ $T_{m,1,1}$ จากนั้นกลับมาเริ่มต้นใหม่ที่จุด $T_{1,2,1}, T_{2,2,1}$ เรื่อยไปจนถึง $T_{m,2,1}$ อีก ทำเช่นนี้เรื่อยไปจนหมดระนาบของ $z=1$ จากนั้นเลื่อนจุดมาพิจารณาที่ระนาบ $z=2$ อีก เช่นนี้เรื่อยไปจนครบทุกจุดบนก้อนโคอีเล็กทริก ซึ่งสามารถเขียนเป็นระบบสมการได้เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} DT_{1,1,1}^{i+1} + ET_{2,1,1}^{i+1} + FT_{1,2,1}^{i+1} + GT_{1,1,2}^{i+1} &= U_{1,1,1}^i \\ CT_{1,1,1}^{i+1} + DT_{2,1,1}^{i+1} + ET_{3,1,1}^{i+1} + FT_{2,2,1}^{i+1} + GT_{2,1,2}^{i+1} &= U_{2,1,1}^i \\ &\vdots \\ AT_{2,2,1}^{i+1} + BT_{2,1,2}^{i+1} + CT_{1,2,2}^{i+1} + DT_{2,2,2}^{i+1} + ET_{3,2,2}^{i+1} + FT_{2,3,2}^{i+1} + GT_{2,2,3}^{i+1} &= U_{2,2,2}^i \\ &\vdots \\ AT_{m,n,p-1}^{i+1} + BT_{m,n-1,p}^{i+1} + CT_{m-1,n,p}^{i+1} + DT_{m,n,p}^{i+1} &= U_{m,n,p}^i \end{aligned} \quad (5)$$

และรูปแบบเมตริกซ์ของสมการ (5) จะเป็น

$$\begin{bmatrix} D & E & 0 & \dots & F & 0 & \dots & G & 0 & 0 & 0 & \dots \\ C & D & E & 0 & \dots & F & 0 & \dots & G & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C & D & E & 0 & \dots & F & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & 0 & C & D & E & \dots & \dots & \dots & \dots & G & 0 & \dots \\ B & \vdots & 0 & C & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \vdots & G & \dots \\ 0 & B & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & F & 0 & \vdots & \dots \\ \vdots & 0 & B & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & F & 0 & \dots \\ A & \vdots & 0 & \dots & \dots & \dots & E & 0 & \vdots & F & \vdots & \dots \\ 0 & A & \vdots & \dots & \dots & \dots & C & D & E & 0 & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & B & \dots & 0 & C & D & E & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & A & \dots & 0 & B & \dots & 0 & C & D & E \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & A & \dots & 0 & B & \dots & 0 & C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,1,1}^{i+1} \\ T_{2,1,1}^{i+1} \\ T_{3,1,1}^{i+1} \\ \vdots \\ T_{m,1,1}^{i+1} \\ \vdots \\ T_{m,n,p-1}^{i+1} \\ T_{m,n-1,p}^{i+1} \\ T_{m-1,n,p}^{i+1} \\ T_{m,n,p}^{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1,1,1}^i \\ U_{2,1,1}^i \\ U_{3,1,1}^i \\ \vdots \\ U_{m,1,1}^i \\ \vdots \\ U_{m,n,p-1}^i \\ U_{m,n-1,p}^i \\ U_{m-1,n,p}^i \\ U_{m,n,p}^i \end{bmatrix} \quad (6)$$

โดย A, B, C, D, E, F, G เป็นสัมประสิทธิ์ของ $T_{m,n,p-1}^{i+1}, T_{m,n-1,p}^{i+1}, T_{m-1,n,p}^{i+1}, T_{m,n,p}^{i+1}, T_{m,n,p}^{i+1}, T_{m,n,p}^{i+1}$ และ $T_{m,n,p}^{i+1}$ ตามลำดับ รูปอย่างง่ายของ (6) จะเป็น

$$[A] \cdot \{T\} = \{U\} \quad (7)$$

โดยที่เมตริกซ์ $[A]$ เป็นเมตริกซ์ที่แทนสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ของจุด ขณะเดียวกันทางเวกเตอร์ $\{T\}$ (เมตริกซ์ T) เป็นค่าของอุณหภูมิของทุกจุดที่ต้องการจะทราบคำตอบในเวลาถัดไป เวกเตอร์ $\{U\}$ คือผลรวมของสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ต่างๆที่ทราบค่าแล้ว ขนาดของเมตริกซ์ $[A]$ จะขึ้นอยู่กับจำนวนของจุดที่พิจารณาบนก้อนโคอีเล็กทริก ซึ่งมีจำนวนของจุดมากเท่าไรในแต่ละแถวของเมตริกซ์ก็จะมีจำนวนของสมาชิกเพิ่มขึ้นเท่านั้น ซึ่งสังเกตว่าส่วนใหญ่สมาชิกในแต่ละแถวจะมีค่าเป็น 0 ส่วนที่มีค่าไม่เป็น 0 นั้น จะมีอยู่เพียง 4, 5, 6 และ 7 ค่าเท่านั้น โดย 4 ค่าจะเป็นจุดที่ตำแหน่งมุมของก้อนโคอีเล็กทริก 5 ค่าสำหรับจุดที่ตำแหน่งสันขอบ 6 ค่าสำหรับจุดที่ตำแหน่งของแต่ละด้าน และ 7 ค่าสำหรับจุดที่อยู่ตำแหน่งด้านใน

หลังจากประยุกต์ทุกจุดที่มีความสัมพันธ์กันเป็นเมตริกซ์แล้ว เมตริกซ์ $[A]$ ที่ได้จะเป็นเมตริกซ์ที่มีขนาดใหญ่ สมมาตร (Symmetry) สมาชิกทุกตัวไม่เป็นจำนวนเชิงซ้อน ค่าของสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมทุกค่าไม่เป็นศูนย์ และค่าของตัวกำหนด (Determinant) เป็นบวก [15] จากลักษณะของเมตริกซ์ดังกล่าวนี้สามารถหาคำตอบได้ด้วยระเบียบวิธีการคอนจูเกต-เกรเดียนต์ [15-16] ซึ่งเป็น วิธีการหาคำตอบแบบทำซ้ำเพื่อจะได้คำตอบที่ถูกต้องอย่างรวดเร็วและได้รับคำตอบใกล้เคียงมากที่สุดด้วยเงื่อนไขที่เชื่อถือได้

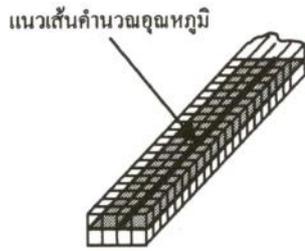
3. ผลการคำนวณเชิงเลข

ในการคำนวณจะใช้โคอีเล็กทริกเป็นน้ำและเนื้อไม้มีความกว้าง 4 เซนติเมตร หนา 2 เซนติเมตร และยาว 30 เซนติเมตร โดยทั้งน้ำและเนื้อไม้ซึ่งทราบค่าของสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งใดๆจากสายอากาศเมื่อจะให้โคอีเล็กทริกเคลื่อนที่ผ่านแล้ว [12] ในการคำนวณเชิงเลขจะใช้ค่าคุณลักษณะของน้ำและเนื้อไม้ดังแสดงต่อไปนี้ [17]

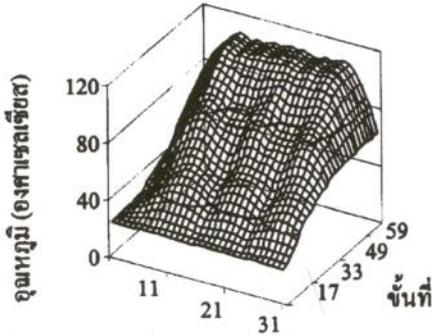
ตารางที่ 1 คุณสมบัติบางประการของน้ำและเนื้อไม้

	α_T (m ² /s)	ϵ_{eff}''	ρ (kg/m ³)	C_p (kJ/kg ^o C)
น้ำ	1.5×10^{-7}	8.00	1,000	4.18
ไม้	9.6×10^{-8}	0.02	420	2.72

จากแต่ละขั้นของการเคลื่อนที่การคำนวณค่าอุณหภูมิของน้ำและเนื้อไม้สามารถจะทราบค่าของอุณหภูมิทุกจุดได้เลยแต่เพื่อให้ทราบถึงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิเมื่อเวลาเปลี่ยนไปจะพิจารณาค่าตำแหน่งในน้ำและเนื้อไม้ดังในรูปที่ 5 (ก) ซึ่งเป็นตำแหน่งด้านในตลอดทั้งแนวเส้นของจุดที่ได้แบ่งเอาไว้

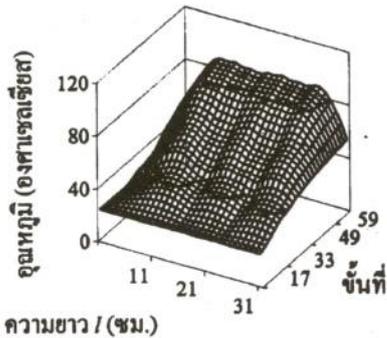


(ก) ตำแหน่งพิจารณาอุณหภูมิ



ความยาว / (ซม.)

(ข) การกระจายอุณหภูมิของน้ำจากชั้นที่ 1 ถึง 59



ความยาว / (ซม.)

(ค) การกระจายอุณหภูมิของเนื้อไม้จากชั้นที่ 1 ถึง 59

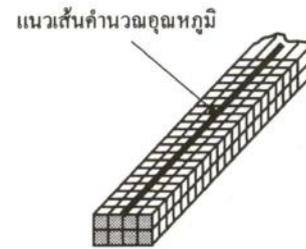
รูปที่ 5 การกระจายอุณหภูมิของน้ำและเนื้อไม้ตลอดทั้งการเคลื่อนที่

เมื่อให้ความถี่ที่มาจากสายอากาศปล่อยคลื่นเป็น 2,450 MHz จากผลการคำนวณทำให้ทราบว่าอุณหภูมิจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จากชั้นที่ 1 ไปจนถึงชั้นที่ 17 ดังในรูปที่ 5 (ข) และ (ค) ซึ่งเป็นค่าของอุณหภูมิตำแหน่งที่ผ่านสายอากาศสล็อตอาร์เรย์ตัวแรกไปแล้ว ดังนั้นเส้นกราฟของอุณหภูมิที่ปรากฏจึงบอกถึงว่า ที่ตำแหน่งปากสล็อตมีค่าสนามไฟฟ้าสูงกว่าบริเวณอื่นๆ จากนั้นเมื่อผ่านชั้นที่ 33 ไปแสดงว่าโคอีเล็กทริกคือน้ำและเนื้อไม้ไม่ได้ผ่านสายอากาศสล็อตอาร์เรย์ตัวที่สองไปแล้ว สังเกตว่าเส้นกราฟจะมีค่าของอุณหภูมิ ณ ตำแหน่งที่เคยมีค่าน้อยสูงขึ้น จากเมื่อผ่านชั้นที่ 17 ก่อนหน้านี้ แสดงว่าก่อนโคอีเล็กทริกได้รับอิทธิพลจากสนามไฟฟ้าสายอากาศสล็อตอาร์เรย์ตัวที่สองแล้ว และจนผ่านไปสู่ชั้นที่ 49 จะหมายความว่าโคอีเล็กทริกได้ผ่านสล็อตตัวที่สามไปแล้วอีกเช่นกัน ซึ่งจากตรงนี้จะได้เส้นกราฟที่บอกว่าอุณหภูมิของก้อนโคอีเล็กทริกมีค่าใกล้เคียงกันทั้งนี้เนื่องจากได้รับสนามไฟฟ้าจากสายอากาศทั้งสาม ส่วน

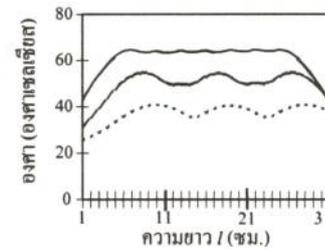
ในลำดับที่ 59 เป็นลำดับที่ทั้งน้ำและเนื้อไม้ได้ผ่านสายอากาศไปแล้วชั่วคราวหนึ่งแต่ค่าของอุณหภูมิที่ปรากฏอยู่ยังไม่ลดลงมากนักทั้งนี้เนื่องมาจากน้ำและเนื้อไม้มีค่าการกระจายอุณหภูมิต่อนข้างน้อย จึงส่งผลให้อุณหภูมิค่อยๆ ลดลง

3.1 ผลการคำนวณเมื่อเวลา (Δt) ในการแผ่กระจายคลื่นเปลี่ยนไป

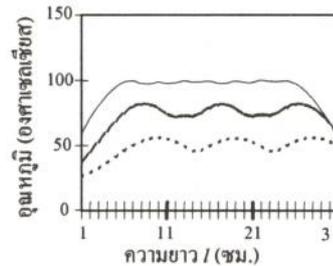
ตำแหน่งที่ทำการพิจารณาค่าอุณหภูมิของน้ำและเนื้อไม้ อยู่ ณ บริเวณผิววนอกด้านบน ดังในรูปที่ 6 (ก)



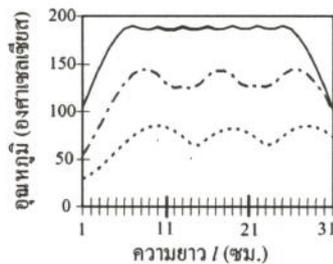
(ก) ตำแหน่งพิจารณาอุณหภูมิ



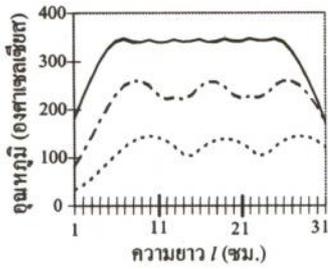
(ข) น้ำ $\Delta t = 1$ วินาที



(ค) ไม้ $\Delta t = 2$ วินาที



(ง) ไม้ $\Delta t = 1$ วินาที



(ก) ไม้ $\Delta t = 2$ วินาที

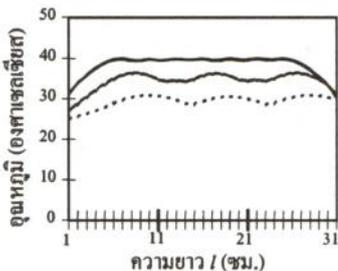
รูปที่ 6 การกระจายอุณหภูมิของน้ำและเนื้อไม้เมื่อให้ค่าสนามไฟฟ้าคงที่ (..... ชั้นที่ 17, --- ชั้นที่ 33, — ชั้นที่ 49)

ในกรณีของน้ำได้เพิ่มความแรงของค่าสนามไฟฟ้าจากค่าแอมพลิจูดเดิมขึ้นไปอีกเป็น 8 เท่า และได้ผลการคำนวณดังรูปที่ 6 (ข) และ (ค) ซึ่ง (ข) มีค่า Δt เป็น 1 วินาที เปรียบเสมือนกับสายพานเดินด้วยอัตราเร็วที่เร็วพอสมควร และในรูป (ค) Δt เป็น 2 วินาที เปรียบเสมือนกับสายพานเดินด้วยอัตราเร็วที่ค่อนข้างช้า ส่วนในกรณีของเนื้อไม้ได้กำหนดให้ค่าแอมพลิจูดเพิ่มขึ้นไปอีกเป็น 30 เท่า แต่ยังคงค่าของ Δt ไว้ให้เป็น 1 วินาที และ 2 วินาที ดังในรูปที่ 6 (ง) และ (จ) ตามลำดับ

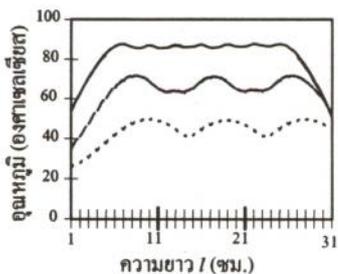
ผลการคำนวณจากกราฟของอุณหภูมิทั้งของน้ำและของเนื้อไม้ทำให้ทราบว่าถ้า Δt มากอุณหภูมิก็จะสูงขึ้นตามไปด้วย

3.2 ผลการคำนวณเมื่อความแรงของสนามไฟฟ้ามีค่าต่างกัน

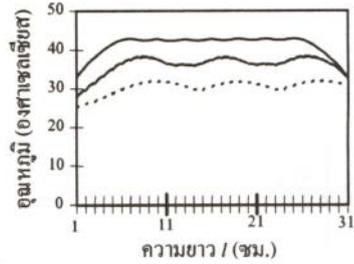
การพิจารณาเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิโดยกำหนดให้ค่าความแรงของสนามไฟฟ้ามีค่าต่างกันนี้ จะยังคงใช้ตำแหน่งสำหรับการพิจารณาดังเช่นรูปที่ 6 (ก)



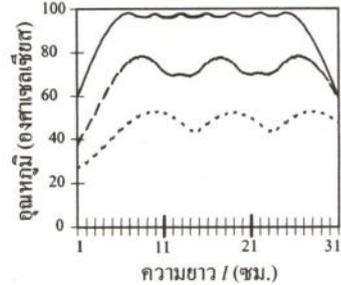
(ก) น้ำเมื่อแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเป็น 5 เท่าของค่าเริ่มต้น



(ข) น้ำเมื่อแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเป็น 10 เท่าของค่าเริ่มต้น



(ค) ไม้เมื่อแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเป็น 10 เท่าของค่าเริ่มต้น



(ง) ไม้เมื่อแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเป็น 20 เท่าของค่าเริ่มต้น

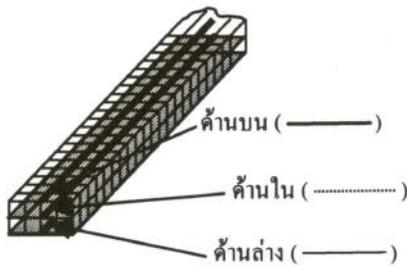
รูปที่ 7 การกระจายอุณหภูมิของน้ำและเนื้อไม้เมื่อช่วงเวลา (Δt) เท่ากัน (..... ชั้นที่ 17, --- ชั้นที่ 33, — ชั้นที่ 49)

สำหรับน้ำในรูปที่ 7 (ก) และ (ข) กำหนดให้ช่วงเวลา Δt มีค่าเป็น 1 วินาที แต่จะให้แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเป็น 5 เท่าจากค่าเริ่มต้นดังในรูปที่ 7 (ก) และให้ค่าแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเป็น 10 เท่าจากค่าเริ่มต้น ดังในรูปที่ 7 (ข) ส่วนเนื้อไม้ ดังในรูปที่ 7 (ค) และ (ง) กำหนดให้ช่วงเวลา Δt มีค่าเป็น 1 วินาทีเช่นเดิม แต่ให้แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเป็น 10 เท่า และ 20 เท่าจากค่าเริ่มต้น ตามลำดับ

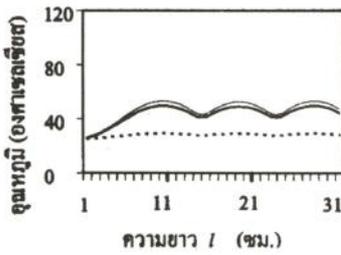
ผลของการกระจายอุณหภูมิเมื่อให้ความเร็วของสายพานอยู่เท่าเดิม (Δt คงที่) และให้ค่าสนามไฟฟ้าเปลี่ยนไป พบว่าเมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าเพิ่มมากขึ้นอุณหภูมิก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วย และรูปแบบของการกระจายอุณหภูมิจะยังคงเป็นรูปแบบเดิมแม้ว่าจะเพิ่มค่าของสนามขึ้นเรื่อยๆ แต่ค่าของอุณหภูมิจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเนื่องจากเป็นสัดส่วนกับกำลังสองของสนามไฟฟ้า

3.3 การเปรียบเทียบอุณหภูมิ ณ ตำแหน่งต่างๆบนก้อนไดอิเล็กทริก

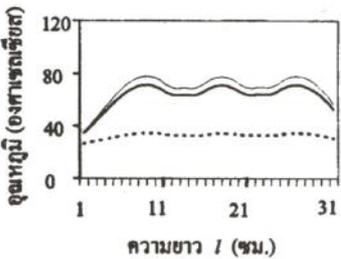
เพื่อให้ทราบถึงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในส่วนต่างๆของน้ำและเนื้อไม้เมื่อให้เคลื่อนผ่านเข้าไปยังสนามไฟฟ้า ว่ามีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด โดยกำหนดตำแหน่งสำหรับการพิจารณาเป็นไปดังเช่นรูปที่ 8 (ก)



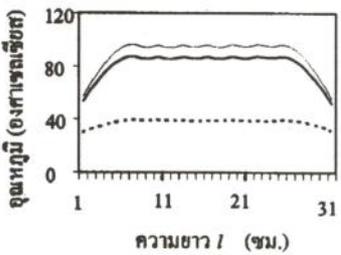
(ก) ตำแหน่งพิจารณาอุณหภูมิ



ชั้นที่ 17

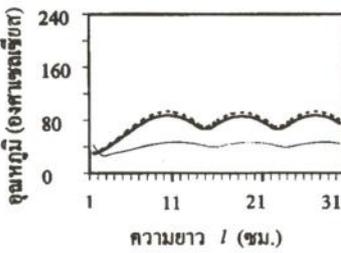


ชั้นที่ 33

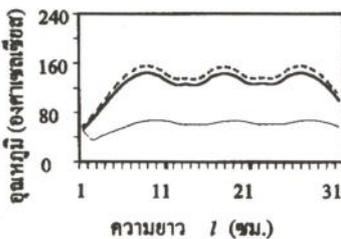


ชั้นที่ 49

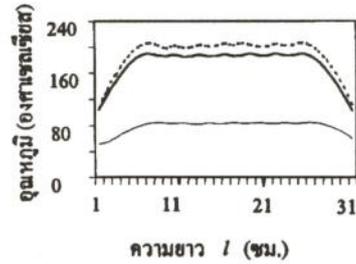
(ข) เปรียบเทียบอุณหภูมิที่ตำแหน่งพืด้านบน ด้านในและด้านล่างของน้ำ



ชั้นที่ 17



ชั้นที่ 33



ชั้นที่ 49

(ค) เปรียบเทียบอุณหภูมิที่ตำแหน่งพืด้านบน ด้านในและด้านล่างของไม้ รูปที่ 8 อุณหภูมิ ณ ตำแหน่งต่างๆบนก้อนโคอิเล็กตริก

สำหรับกราฟในรูปที่ 8 (ข) คือการเปรียบเทียบผลของอุณหภูมิของน้ำในตำแหน่งพืด้านบน ด้านในและพืด้านล่าง เมื่อเคลื่อนที่ผ่านสายอากาศตัวแรก ตัวที่สองและตัวที่สามไปแล้ว ในชั้นที่ 17, 33 และ 49 จากผลการคำนวณทำให้ทราบว่าอุณหภูมิบริเวณพืด้านบนและด้านล่างจะมีค่าสูงกว่าด้านในจากก้อนโคอิเล็กตริกตลอดทั้งการเคลื่อนที่ผ่านสนามไฟฟ้า ส่วนในรูปที่ 8 (ค) คือการเปรียบเทียบผลของอุณหภูมิของเนื้อไม้ และได้ผลว่าอุณหภูมิพืด้านบนจะสูงกว่าด้านในของก้อน สำหรับพืด้านล่างจะมีอุณหภูมิต่ำที่สุด

4. สรุป

จากสมการการถ่ายเทความร้อนสมการ (2) เมื่อจะหาผลเฉลยของสมการด้วยขั้นตอนต่างๆดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ถ้าป้อนสนามไฟฟ้าใดๆให้แก่โคอิเล็กตริกหนึ่งๆแล้ว จะพบว่าตัวแปรสำคัญที่มีผลต่อการกระจายอุณหภูมิ คือช่วงเวลาในการแผ่กระจายคลื่นเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งใดๆในโคอิเล็กตริก ค่ากำลังงานของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ค่าความถี่ที่แผ่มาจากแหล่งกำเนิดคลื่น (f) และคุณสมบัติของ โคอิเล็กตริกเองที่นำมาพิจารณาได้แก่ ค่าความสามารถในการกระจายอุณหภูมิ (α_T) ค่าตัวประกอบการสูญเสียขั้วผล (ϵ''_{eff}) ค่าความหนาแน่น (ρ) และค่าความจุความร้อนจำเพาะ (C_p)

เวลา เป็นตัวแปรที่มีผลต่อกระบวนการให้ความร้อนด้วยคลื่นไมโครเวฟ หมายความว่าความเร็วของสายพานลำเลียงวัสดุจะต้องสัมพันธ์กับค่าความสามารถในการกระจายอุณหภูมิของวัสดุแต่ละประเภทเมื่อต้องการให้อุณหภูมิเฉลี่ยของวัสดุหลังจากผ่านขบวนการมีค่าใกล้เคียงกัน อัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิต่อเวลานี้จะแปรผันตรงกับค่ากำลังงานของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วย นอกจากนี้สนามไฟฟ้าที่มีค่าสูง กำลังงานก็จะมีค่าสูงขึ้นไปด้วยเช่นกัน

เมื่อทราบว่าอุณหภูมิจากการคำนวณที่ได้ ณ ตำแหน่งใดๆในโคอิเล็กตริกขึ้นอยู่กับกำลังสองของค่าสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งนั้นๆจากผลการคำนวณของน้ำที่ได้ทำให้ทราบว่า อุณหภูมิด้านในจะมีค่าน้อยกว่าบริเวณพืด้านในใกล้เคียงกับสายอากาศปล่อยคลื่นและด้านล่างตรงข้ามกับสายอากาศถึงแม้ว่าจะมีเงื่อนไขของขอบเขตกว้างเกี่ยวกับการคำนวณค่าการกระจายอุณหภูมิทุกขั้นตอนก็ตาม ทั้งนี้เพราะค่าของสนามไฟฟ้าที่

ตำแหน่งผิวของน้ำมีค่าสูงจึงทำให้อุณหภูมิสูงขึ้นไปด้วย จนมากกว่าตรงกลางด้านในเล็กน้อย ความแรงของค่าสนามไฟฟ้าเป็นลักษณะของการสะท้อนหลายครั้งในการออกแบบพื้นที่การปล่อยคลื่น [18] ทั้งนี้เมื่อคลื่นถูกปล่อยมาจากสายอากาศทางด้านบน จากนั้นผ่านไดอิเล็กทริกไปยังแผ่นตัวนำด้านล่างสนามไฟฟ้าจะสะท้อนกลับขึ้นมาอีกครั้ง ดังนั้นจึงทำให้ค่าสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งผิวด้านบนและด้านล่างของน้ำมีค่าสูง แต่ในกรณีของเนื้อไม้ที่อุณหภูมิของผิวด้านล่างมีค่าต่ำกว่าบริเวณด้านในและด้านบน ทั้งนี้เนื่องจากเนื้อไม้มีคุณสมบัติที่สามารถจะซึมซับกำลังงานได้ค่อนข้างมาก จึงทำให้คลื่นของสนามไฟฟ้าที่ผ่านเนื้อไม้ไปและสะท้อนกลับกระทบกับผิวด้านล่างมีกำลังลดลงมากนั่นเอง

5. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนโครงการทุนส่งเสริมวิชาชีพนักวิจัยและทุนบัณฑิตศึกษาภายในประเทศ จากสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

เอกสารอ้างอิง

- [1] Rueggberg, "A Multislotted waveguide antenna for high-power microwave heating system," *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 2A-16, no. 6, pp. 809-813, 1980.
- [2] กิตติศักดิ์ วายุกต์ และคณะ, "การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าบริเวณใกล้สายอากาศสล็อตอาร์เรย์แบบระนาบ," เอกสารการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 14, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์, หน้า 4-46 ถึง 4-50, พ.ศ.2534
- [3] กิตติศักดิ์ วายุกต์ และคณะ, "การกระจายอุณหภูมิในสารไดอิเล็กทริกที่มีการสูญเสีย เมื่อเคลื่อนที่ผ่านสายอากาศสล็อตอาร์เรย์ที่วางเอียงกัน," เอกสารการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 15, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, หน้า 2-35 ถึง 2-38, พ.ศ.2535
- [4] M. Krairiksh, et al., "Overlapped slot-waveguide applicator for a continuous microwave heating system," *Proceedings of the 1993 Asia-Pacific Microwave Conference*, vol.2, pp.17-1 to 17-4, 1993.
- [5] กิตติศักดิ์ วายุกต์, โมไนย ไกรฤกษ์ และสมผล โกศลวิตร, "การวิเคราะห์การกระจายอุณหภูมิในไดอิเล็กทริกที่เกิดจากสายอากาศแพร่กระจายคลื่นแบบสล็อตอาร์เรย์," การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 16, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, หน้า 131-133, พ.ศ.2536
- [6] วงศกร วัชรานันท์ และคณะ, "ท่อนำคลื่นผนังลูกฟูกสำหรับป้องกันคลื่นรั่ว," การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 17, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, หน้า 159-163, พ.ศ.2537
- [7] M. Krairiksh and K. Wayuphak, "Analysis of temperature distribution on a moving dielectric slab across overlapped slot-waveguide applicators," *Proceedings of the 1995 Asia-Pacific Microwave Conference*, vol.2, pp.710-713, 1995.
- [8] M. Krairiksh and W. Watcharananunt, "Development of a microwave heating system using overlapped slot-waveguide applicators," presented in International Scientific and Industrial RF & Microwave Applicators, Melbourne, 1996.
- [9] วงศกร วัชรานันท์ และ โมไนย ไกรฤกษ์, "เครื่องต้นแบบเครื่องอบแห้งไมโครเวฟ," วารสารพระจอมเกล้าลาดกระบัง, ปีที่ 4, ฉบับที่ 2, หน้า 15-21, พ.ศ.2539
- [10] วงศกร วัชรานันท์, โมไนย ไกรฤกษ์ และสมผล โกศลวิตร, "การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในบริเวณแผ่นไดอิเล็กทริกที่อยู่ระหว่างแผ่นตัวนำขนาดอนันต์ที่วางขนานกัน," การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 19, มหาวิทยาลัยขอนแก่น, หน้า CM-43 ถึง CM-47, พ.ศ.2539
- [11] กิตติศักดิ์ วายุกต์, "การวิเคราะห์สายอากาศสล็อตอาร์เรย์บนท่อนำคลื่นที่วางเอียงกันสำหรับระบบให้ความร้อนด้วยไมโครเวฟ," วิทยานิพนธ์ระดับวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, พ.ศ.2537
- [12] วงศกร วัชรานันท์, "การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าและการกระจายอุณหภูมิภายในสารไดอิเล็กทริกที่มีการสูญเสียระหว่างแผ่นระนาบตัวนำขนาดอนันต์เมื่อป้อนคลื่นด้วยสายอากาศสล็อตอาร์เรย์," วิทยานิพนธ์ระดับวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, พ.ศ.2541
- [13] A. C. Metaxas and R.J. Meredith, *Industrial Microwave Heating*, Peter Peregrinus Ltd, 1983, ch.8.
- [14] M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press Inc.,1992.
- [15] Borup and O. P. Gandhi, "Calculation of high-resolution SAR. distributions in biological bodies. using the FFT algorithm and conjugate gradient method," *IEEE Trans. Microwave. Theory. Tech.*, vol.MTT-33, no. 5, pp. 417-419, May 1985.
- [16] N. Ozisik, *Heat Transfer A Basic Approach*, McGraw-Hill Inc., 1985.
- [17] N. Ozisik, *Heat Conduction*, John Wiley & Sons Inc.,1993.
- [18] C. A Balanis, *Advances Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons Inc., 1989.