

การเลียนแบบกระบวนการในการแต่งแร่*

SIMULATION IN MINERAL PROCESSING

ขวัญชัย ลีเฝ้าพันธุ์

Quanchai Leepowpanth

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ และหัวหน้าภาค

ภาควิชาวิศวกรรมเหมืองแร่ คณะวิศวกรรมศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Assistant Professor and Head

Department of Mining Engineering, Faculty of Engineering
Chulalongkorn University.

บทคัดย่อ

ในการแต่งแร่ได้มีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการที่สำคัญหลายกระบวนการที่มีผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแม่นยำในระดับที่ยอมรับได้ แบบจำลองเหล่านี้ได้นำไปใช้ในการเลียนแบบกระบวนการ (Simulation) และประเมินการทำงานของวงจรในสถานะเงื่อนไขต่าง ๆ ในกระบวนการเหล่านี้ การบดแร่(Grinding) และ การลอยแร่(Flotation) ได้มีการเลียนแบบกระบวนการที่ประสบผลสำเร็จและใช้กันอย่างแพร่หลาย การประยุกต์ใช้การเลียนแบบกระบวนการในโรงแต่งแร่ก็เพื่อที่จะศึกษาถึงการทำงานของวงจรและประเมินผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงวงจร รวมทั้งใช้เป็นเครื่องมือในการออกแบบระบบควบคุมวงจรได้อย่างเหมาะสม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ที่สำคัญ ได้แก่ แบบจำลองของ

- การบดแร่ด้วยเครื่องบดแร่ท่อนกลม (Rod Mill)
- การบดแร่ด้วยเครื่องบดแร่ลูกกลม (Ball Mill)
- การบดแร่ด้วยเครื่องบดแร่ด้วยตัวเอง (Semi and Autogeneous Mill)
- การย่อยแร่ด้วยเครื่องย่อยแร่แบบโคน (Cone Crusher)

* คัดจากบทความที่น่าสนใจในการประชุมวิชาการ เรื่อง "การออกแบบและจำลองแบบในงานวิศวกรรม"

จัดโดย วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยฯ ระหว่างวันที่ 1-3 เมษายน 2532

- การคัดขนาดด้วยตะแกรง (Screens)
- การคัดขนาดด้วยสไปรอล (Spiral Classifier)
- การคัดขนาดด้วยไฮโดรไซโคลน (Hydrocyclone)
- การลอยแร่ด้วยเซลล์ลอยแร่ (Flotation Cell)

แบบจำลองเหล่านี้ มีประสิทธิภาพในการประเมินหรือทำนายผลได้โดยมีความแม่นยำถูกต้องในระดับที่ยอมรับได้ ในแบบจำลองต่าง ๆ เหล่านี้ มีกระบวนการสำคัญที่เกิดขึ้น 2-3 กระบวนการ คือ การย่อยแร่ และการบดแร่ การคัดขนาด และการลอยแร่

ABSTRACT

In mineral processing, mathematical models of important unit processes generate acceptable results. These models are employed in simulation to examine performance of processing circuit under various conditions. Grinding and flotation processes are among those that have been most widely used. The main application of simulation in mineral processing are to study behaviour of the circuit under varying conditions and also to use as a tool in establishing control over that circuit.

Interesting mathematical models are listed as follows ;

- Rod Mill
- Ball Mill
- Semi and Autogeneous Mill
- Cone Crusher
- Screens
- Spiral Classifier
- Hydrocyclone
- Flotation

These models are capable of predicting with acceptable accuracy. Among these models, main processes are represented namely; crushing and grinding, classification and flotation.

การย่อยแร่ และการบดแร่ (CRUSHING AND GRINDING)

กลไกสำคัญที่เกิดขึ้นในกระบวนการย่อยแร่, บดแร่ หรือ ลดขนาดแร่ คือ

1. อัตราที่ก้อนแร่ ถูกบดให้เล็กลง (R)
2. พฤติกรรมที่เม็ดแร่ส่วนที่ถูกบดแล้วกระจายอยู่ในช่วงขนาดอื่นที่เล็กกว่าเดิม (A)
3. อัตราที่ก้อนแร่ หรือ เม็ดแร่ที่ย่อยแล้ว หรือบดแล้ว ไหลออกจากเครื่องย่อย หรือเครื่องบด (D)

ในสภาวะปกติ (steady state) ที่เครื่องบด หรือ เครื่องย่อยแร่ ทำงานโดยสม่ำเสมอต่อเนื่องกัน หม้อบดเป็นห้อง หรือส่วนที่ทำให้เกิดการผสมผสานโดยสมบูรณ์ (perfect mixing) กลไกที่เกิดขึ้น อาจจะแสดงได้โดยสมการ 2 สมการ

$$P = D \cdot S$$

$$f + A \cdot R \cdot S - D \cdot S - R \cdot S = 0$$

f และ s เป็นเวกเตอร์ของปริมาณแร่ป้อน และปริมาณแร่ที่อยู่ในหม้อบดตามลำดับ ซึ่งมีองค์ประกอบ

เป็น f_i และ s_i A เป็นแมทริกซ์ มีองค์ประกอบเป็น a_{ij} R และ D เป็นแมทริกซ์ มีองค์ประกอบเป็น r_i และ d_i ค่าของ R และ D หาได้จากข้อมูลจากการทดลอง ในกรณีที่ปริมาณแร่ในห้องบดไม่สามารถรู้หรือวัดได้ ซึ่งโดยปกติจะเป็นเช่นนี้ ค่าของ r/d_i จะเป็นค่าที่มีความหมายมากกว่าค่าของ r และ d_i โดยตรง

ดังนั้น การคำนวณปริมาณแร่ที่บดได้จากหม้อบดและพารามิเตอร์ต่างๆ สามารถคำนวณได้จาก สมการ 2 สมการ คือ

$$f_i - r s_i + (\text{sum } a_{ij} \cdot r_j \cdot s_j) - d_i \cdot s_i = 0$$

$$P_i = d_i \cdot s_i$$

ในการย่อยแร่ (Crushing) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการย่อยแร่ก็ให้ใช้สมมติฐานของการผสมผสานที่สมบูรณ์ (perfect mixing) เช่นกัน แต่ในการย่อยแร่ ได้นำเอาฟังก์ชันของการคัดขนาดเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย คือ

$$C(X) = r/(r+d)$$

เมื่อ r และ d เป็นอัตราการแตกและอัตราการไหลของก้อนแร่ที่ย่อยแล้วตามลำดับ

ปริมาณแร่ที่ย่อยแล้ว ที่เกิดจากการย่อยแร่ที่ลงไปอยู่ในช่วงขนาดต่างๆ ที่เล็กกว่าเปลี่ยนแปรไปตามแต่ขนาดและต้องคำนวณ โดยวิธีแตกต่างไปจากแบบจำลองของการบดแร่ (Grinding)

การคัดขนาด (CLASSIFICATION)

ในวงจรการบดแร่ส่วนใหญ่ กระบวนการคัดขนาดเป็นกระบวนการที่สำคัญและจำเป็น ตัวอย่างเช่น การบดแร่ในวงจรปิด โดยใช้เครื่องบดแร่ลูกกลม (Ball Mill) และไฮโดรไซโคลนตะแกรงจะเข้ากับก้อนแร่ที่มีขนาดโตกว่า เช่นในการย่อยแร่ชั้นที่ 2 และ ชั้นที่ 3 ในวงจรการบดแร่บางวงจรก็มีการใช้อุปกรณ์คัดขนาดแบบสไปรอล (Spiral Classifier) และ แบบเรค (Rake Classifier) ซึ่งการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์ ก็จะมีพารามิเตอร์แตกต่างกันออกไป

การคัดขนาดโดยปกติจะอธิบายโดยใช้ฟังก์ชันของการคัดขนาด หรือ อีกนัยหนึ่งคือ เส้นโค้งของปริมาณแร่ป้อนที่ถูกคัดเป็นพวก ขนาดหยาบ หรือ ขนาดละเอียด เส้นโค้งที่แสดงประสิทธิภาพของการคัดขนาดนี้ สามารถแทนได้ด้วย พารามิเตอร์ คือ

- d_{50} ขนาดแห่งการคัดขนาด
- a ความหมดจดของการคัดขนาด และ
- C ค่าปริมาณน้ำที่ขนาดเท่ากับศูนย์ (water split)

พารามิเตอร์เหล่านี้ จะเปลี่ยนแปรไปตามสภาวะการทำงานของอุปกรณ์คัดขนาดนั้นๆ จากตำแหน่งของ d_{50} และ ค่าอื่นๆ การกระจายขนาดของแร่ที่ออกจากเครื่องคัดขนาดก็สามารถที่จะคำนวณทำนายได้ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสภาวะในการทำงาน (เช่น เมื่ออัตราการไหลของน้ำเข้าสู่กระแสน้ำป้อนเข้าไฮโดรไซโคลนลดลง) โดยการคำนวณหาเส้นโค้งแห่งประสิทธิภาพเส้นใหม่

สมการแสดงประสิทธิภาพของการคัดขนาด คือ

$$E = C (e^a - 1) / (e^{as/d} + e^a + 2)$$

ในกรณีของตะแกรง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของตะแกรงจะซับซ้อนมากขึ้น เพราะได้พิจารณาถึงความเป็นไปได้ (probability) ของเม็ดแร่ ที่จะลอดรูตะแกรงด้วยจำนวนครั้งที่เม็ดแร่นั้นตกกระทบบนตะแกรงก่อนที่จะ ลอดรูตะแกรง ซึ่งจะเป็นค่าที่กำหนดความหมดจดของการคัดขนาด (Sharpness of Separation)

การลอยแร่ (FLOTATION)

การแยกแร่ออกจากมลทินโดยวิธีการลอยแร่เป็นกระบวนการทางฟิสิกส์-เคมี ที่อาศัยคุณสมบัติของผิวหน้าเม็ดแร่ ดังนั้นอัตราเร็วในการลอยของหัวแร่จะขึ้นอยู่กับอัตราเร็วในการเกาะตัวของเม็ดแร่กับฟองอากาศ และกลไกในการถ่ายเทมวล (transport mechanism) ความเร็วในการลอยแร่ยังขึ้นอยู่กับระดับของการหลุดแยกของเม็ดแร่จากมลทิน (degree of liberation) แร่ที่ลอยได้จึงอาจจะแบ่งออกได้เป็นกลุ่ม ๆ ที่มีคุณสมบัติคล้ายคลึงกัน เช่น กลุ่มแร่ลอยเร็ว และ กลุ่มแร่ลอยช้า มลทินและน้ำ ก็ถือได้ว่าเป็นอีกกลุ่มหนึ่ง แต่จะมีคุณสมบัติแตกต่างกับกลุ่มแร่ลอยได้ โดยปกติแล้วเกรดของหัวแร่และปริมาณแร่เก็บได้ (Recovery) จะมีความสัมพันธ์กัน และเป็นเครื่องมือสำคัญในการปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจร

โดยปกติแล้ว การลอยแร่จะเป็นไปตามสมการลำดับแรก อัตราการไหลของหัวแร่ และปริมาณแร่เก็บได้จะสามารถคำนวณได้จากสมการ ในกรณีทั่ว ๆ ไป การลอยแร่จะเกิดสภาวะที่ฟองอากาศรับเอาเม็ดแร่มากเกินไป (overloading) ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อมีปริมาณแร่ลอยได้ในเซลล์ลอยแร่มาก ดังนั้น อัตราการไหลของหัวแร่ออกจากเซลล์ลอยแร่จึงช้าลงเนื่องจากข้อจำกัดทางด้านการถ่ายเทมวลสารดังกล่าว ดังนั้นสมการลำดับแรกจึงใช้แพคเตอร์มาปรับ โดยคำนึงถึงการเกาะตัวของเม็ดแร่กับฟองอากาศที่มากที่สุดที่เกิดขึ้นได้

สมการ คือ $C_i = K_i X_i / (1 + \text{BETA} * (\sum K_j X_j) / V)$

เมื่อ $\text{BETA} = 0$ สมการข้างบน จะกลายเป็นสมการลำดับแรกธรรมดาแน่นอน

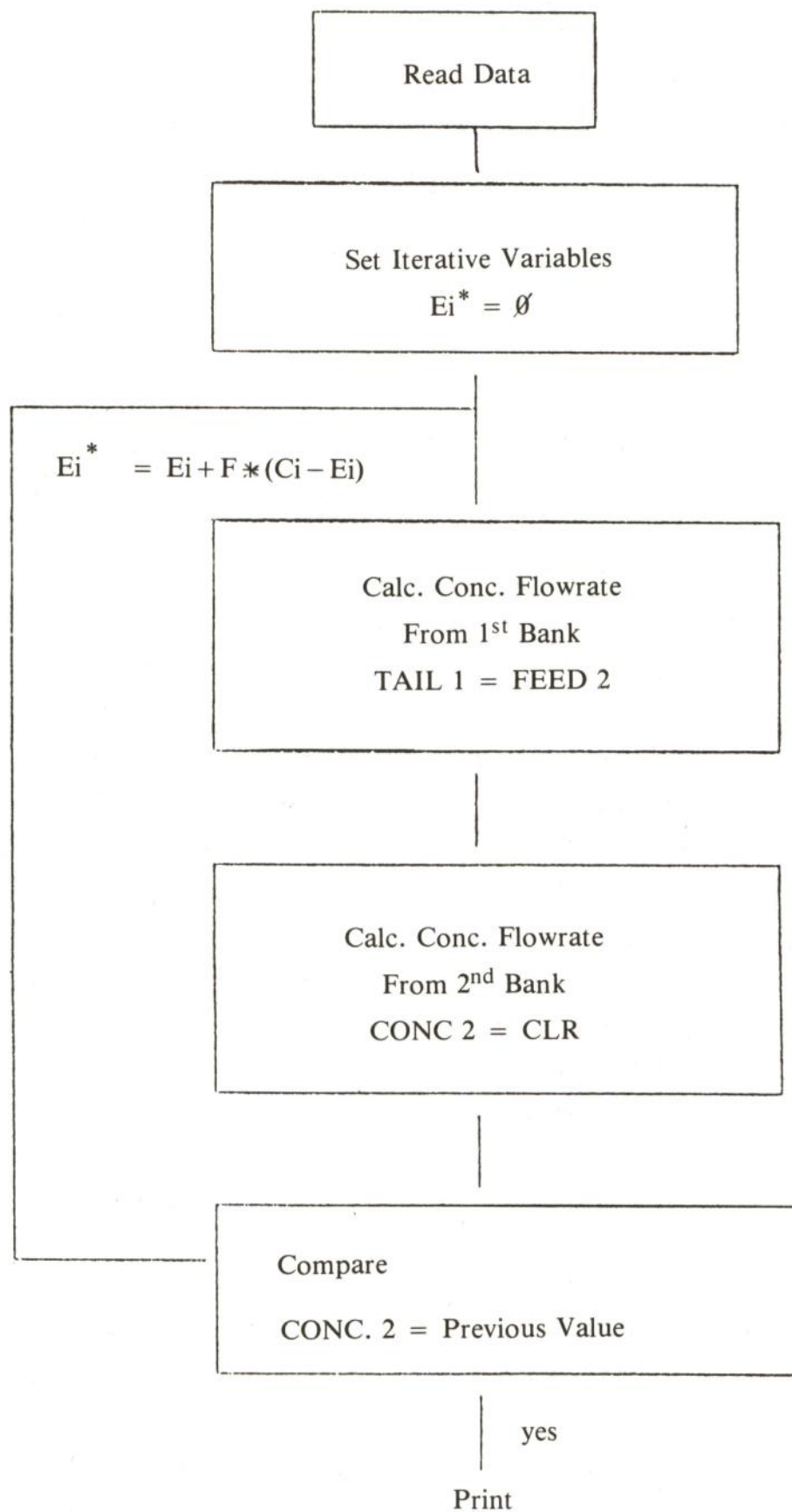
การเลียนแบบวงจร (CIRCUIT SIMULATION)

ในการเลียนแบบวงจรการแต่งแร่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการต่าง ๆ จะนำมาสัมพันธ์กันตามลักษณะการจัดวางในวงจรนั้น ๆ การคำนวณผลลัพธ์จากแบบจำลองโดยปกติจะคำนวณโดยวิธีแทนค่า ซึ่งจะสะดวกสำหรับการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์ การเลียนแบบวงจรปิดที่สภาวะปกติ ต้องใช้การคำนวณซ้ำซาก เพื่อคำนวณหาอัตราการไหลวนกลับ (circulating load) โดยใช้รีแลกเซชันแพคเตอร์ (relaxation factor) เข้าช่วย เพื่อให้เข้าสู่สมดุลง (convergence) เร็วขึ้น ข้อมูลที่ได้จากวงจรจริง ๆ อาจจะปรับค่าโดยวิธีการของมวลสมดุลงก่อนที่จะนำมาใช้ในการเลียนแบบวงจร

พารามิเตอร์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (เช่น ค่าคงที่อัตราเร็ว, พารามิเตอร์ของหม้อบดลูกกลม, เป็นต้น) โดยปกติจะหาจากข้อมูลจริง ๆ จากวงจรหลาย ๆ ชุด ความแม่นยำถูกต้องของการประมาณค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ มีผลต่อความถูกต้องของผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากแบบจำลอง ในบางกรณีถ้าต้องการความถูกต้องแม่นยำสูง อาจต้องใช้เทคนิคในการปรับค่าของข้อมูลโดยวิธีการต่าง ๆ

แผนผังวิธีการเลียนแบบวงจรการลอยแร่อย่างง่าย โดยมีแถวของเซลล์เก็บแร่ขั้นต้น (Rougher) และ เซลล์เก็บแร่ตกค้าง (Scavenger) ได้แสดงเอาไว้ในรูปที่ 1 การคำนวณในการเลียนแบบวงจรมีอยู่ 2 ขั้นตอน คือ การคำนวณมวลสมดุลงโดยรอบเซลล์ลอยแร่ และ การคำนวณมวลสมดุลงของอัตราไหลวนกลับ (circulating load)

การเลียนแบบวงจร เป็นเทคนิคที่มีประโยชน์ในการวิเคราะห์ รูปแบบการจัดวางของวงจร และ หารูปแบบของวงจรที่จะให้ประสิทธิภาพในการทำงานที่สูงที่สุด หรือเหมาะสมที่สุด การเลียนแบบวงจรยังมีประโยชน์ในการออกแบบระบบควบคุมของวงจร โดยการเลียนแบบวงจรจะบอกถึงผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงระดับของตัวแปรต่าง ๆ และชี้ให้เห็นถึงตัวแปรสำคัญที่จะใช้ในการควบคุมกระบวนการ เช่น ในการควบคุมวงจรการบดแร่ การเลียนแบบวงจรอาจจะแสดงให้เห็นว่าขนาดของเม็ดแร่ที่ออกทางส่วนล้นของไฮโดรไซโคลน (Cyclone overflow) สามารถที่จะรักษาให้คงที่ได้ โดยการปรับปริมาณน้ำที่เข้าสู่วงจร ในกรณีอื่น ๆ การปรับปริมาณน้ำที่เข้าสู่วงจรนี้อาจจะทำให้ควบคุมอัตราไหลวนกลับของแร่และขนาดของแร่ที่ได้จากการบด ก็จะควบคุมได้โดยการปรับปริมาณแร่ป้อน ทำให้ได้อัตราการทำงานที่มีประสิทธิภาพสูงสุด



รูปที่ 1

SIMULATION RESULTS
 FLOTATION OF COPPER ORE
 ROUGHER AND SCAVENGER CIRCUIT
 CASE STUDY

RGSCAV. FOR

	SOLIDS	WATER	FFAST	FSLOW	GANGUE
ROUGHER	100.04	200.00	7.00	3.00	90.00
%CU			50.00	25.00	0.05
FLOTATION RATE CONSTANTS					
FLOATING		.00	10.00	2.00	.00
NON FLOATING		3.00	.00	.00	.30
VOL. OF CELL.		BETA			
10.00		10.00			

*** END BANK CALCULATION ***

NO. OF ITERATIONS

13

ROUGHER	BANK	
NO. OF CELLS	10	CELLS

CONC. FLOW RATE
 CELL. NO.

	SOLIDS	WATER	FFAST	FSLOW	GANGUE
1	.97	2.307	.710	.059	.199
2	.96	2.274	.697	.061	.198
3	.94	2.239	.682	.064	.197
4	.93	2.200	.667	.067	.195
5	.91	2.157	.649	.070	.192
6	.89	2.110	.630	.073	.190
7	.87	2.058	.610	.076	.186
8	.85	2.000	.587	.080	.183
9	.82	1.937	.562	.084	.178
10	.80	1.867	.534	.088	.173

TOTAL FLOW RATE (CU. M./HR.)

8.94	21.150	6.328	.721	1.891
------	--------	-------	------	-------

SCAVENG	BANK	
NO. OF CELLS	10	CELLS

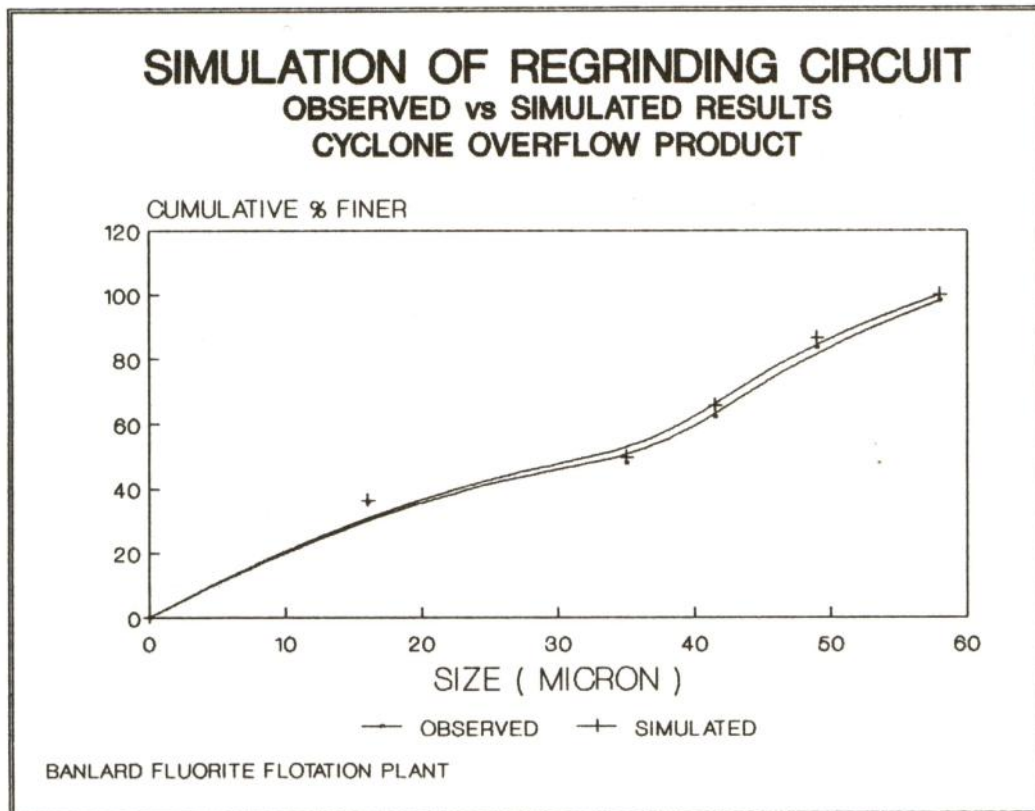
CONC. FLOW RATE
 CELL. NO.

	SOLIDS	WATER	FFAST	FSLOW	GANGUE
1	.76	1.790	.505	.092	.167
2	.73	1.707	.473	.096	.160
3	.69	1.616	.438	.101	.153
4	.65	1.519	.402	.105	.144
5	.61	1.416	.363	.109	.135

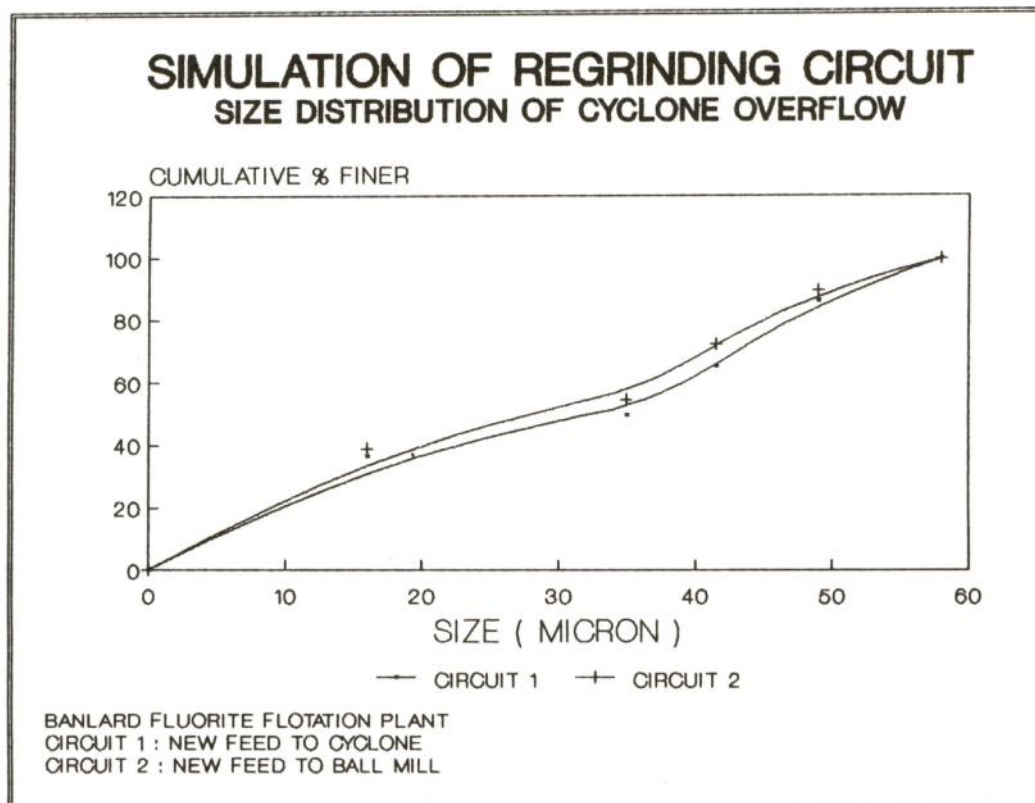
6	.56	1.310	.324	.112	.126
7	.52	1.201	.285	.115	.116
8	.47	1.092	.247	.117	.106
9	.42	.985	.210	.119	.096
10	.38	.884	.175	.119	.086
TOTAL FLOW RATE (CU. M./HR.)					
	5.80	13.520	3.421	1.085	1.289
CONC. FLOW RATE FROM THE CIRCUIT					
		21.150	6.328	.721	1.891
TAILING FROM THE LAST BANK					
		178.850	.671	2.279	88.150
TOTAL FEED TO THE FIRST BANK					
		213.520	10.421	4.085	91.330
RECOVERY %			71.45		
WATER RECOVERY %			10.57		
ROUGHER CONC.					
GRADE %METAL			35.104	%SOLIDS	54.80
RECOVERY (METAL)%			78.68		

เอกสารอ้างอิง

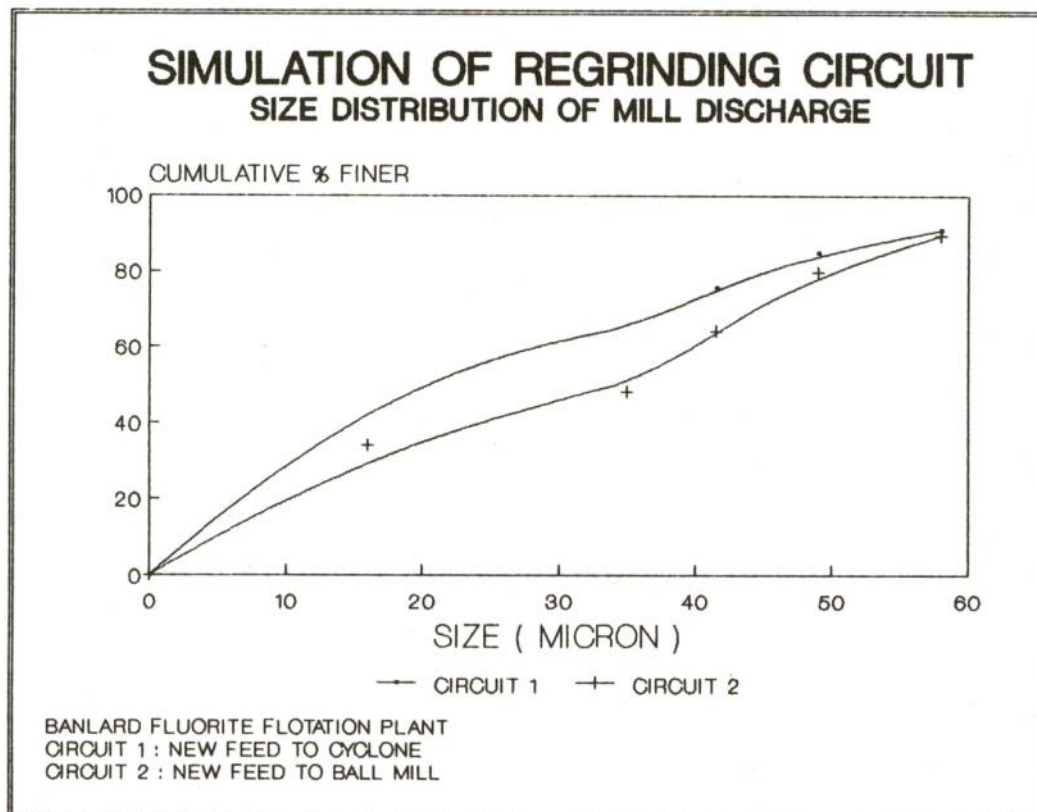
1. Lynch. A.J., "Mineral Crushing and Grinding Circuit", Elsevier Scientific Publishing Co., 1977.
2. จิตติศักดิ์ บุญปราโมทย์, ขวัญชัย ลิเฝ้าพันธ์ุ, "การเลียนแบบวงจรการบดแร่" ประชุมวิชาการ ด้านเหมืองแร่ ครั้งที่ 2 หาดใหญ่ สงขลา หน้า 327-338, ตุลาคม 2529
3. Exploiting the Modern Approach to Crushing, Grinding, "Classification and Flotation", Australian Mineral Foundation Incorporated, November 1975
4. Lynch, A.J., et al, "Mineral and Coal Flotation Circuits", Elsevier Scientific Publishing Co., 1981
5. "การจำลองแบบวงจรลอยแร่ฟลูออไรท์" สมศักดิ์ สายสินธุ์ชัย, วิทยานิพนธ์ มหบัณฑิตภาควิชา วิศวกรรมเหมืองแร่, คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (กำลังดำเนินการ)
6. Ford, M.A. and King, R.P. "The Simulation of Ore-Dressing Plant" International Journal of Mineral Processing, January 1984.



รูปที่ 2 การกระจายของขนาดเม็ดแร่ใน Cyclone Overflow จากการเก็บตัวอย่างจริง และการเลียนแบบ



รูปที่ 3 การกระจายของขนาดเม็ดแร่ใน Cyclone Overflow จากการเลียนแบบวงจรที่ 1 และ 2



รูปที่ 4 การกระจายของขนาดเม็ดแร่ใน Mill Discharge
 จากการเลียนแบบวงจรที่ 1 และ 2