



การจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้สภาวะโหมดผสมในแผ่นเหล็กโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเดดไฟไนต์เอลิเมนต์
SIMULATION OF MIXED-MODE FATIGUE CRACK PROPAGATION IN STEEL PLATES USING
EXTENDED FINITE ELEMENT METHOD

อรรถสิทธิ์ ชูแสงศรี¹ และอัครวัชร เล่นวารี^{2*}

¹นิสิตมหาบัณฑิต, หน่วยปฏิบัติการวิจัยโครงสร้างคอมโพสิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

^{2*}รองศาสตราจารย์, หน่วยปฏิบัติการวิจัยโครงสร้างคอมโพสิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

*Corresponding author: Akhrawat.L@chula.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้สภาวะ โหมดผสมในแผ่นเหล็กและการทำนายอายุความล้าโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเดดไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยการจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าได้ใช้วิธี *interaction integral* ในการวิเคราะห์ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น และใช้สมการของปารีสในการกำหนดอัตราการเติบโตของรอยร้าวล้า ภายหลังจากตรวจสอบความเหมาะสมของผลจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์กับงานวิจัยก่อนหน้า ได้ใช้แบบจำลองเพื่อศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อวิถีของรอยร้าวและอายุความล้าสำหรับแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้แรงดึงหรือแรงดัด จากผลการจำลองพบว่ารอยร้าวล้ามีวิถีการเติบโตที่เข้าสู่สภาวะ โหมด 1 (มุมศูนย์องศา) สำหรับทุกมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น และอายุความล้าเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมากกว่า 45 องศา

คำสำคัญ: วิธีเอกซ์เทนเดดไฟไนต์เอลิเมนต์; ตัวประกอบความเข้มของความเค้น; การเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้สภาวะโหมดผสม; อายุความล้า; การแตกหัก

ABSTRACT

This paper presents the simulation of mixed-mode fatigue crack propagation in steel plates and fatigue life prediction using the extended finite element method (XFEM). In the simulation, the interaction integral method was used to evaluate the stress intensity factors (SIFs) and the fatigue growth rate was based on the Paris's equation. After validated with previous studies, the finite element models were used to investigate the effects of an initial crack angle on the crack path and fatigue life for the steel plate with an edge crack subjected to tension or bending. The simulation results showed that the crack path converged to the mode-I condition (zero angle) for all initial crack angles. Also, the fatigue life increased significantly when the initial crack angle was greater than 45 degree.

KEYWORDS: Extended finite element method; stress intensity factor; mixed-mode crack propagation; fatigue life; fracture

1. บทนำ

รอยร้าวล้า (fatigue crack) มักพบในโครงสร้างเหล็กที่รับแรงกระทำเป็นรอบ (cyclic loadings) โดยการเติบโตของรอยร้าวล้าสามารถทำให้เกิดการวิบัติของโครงสร้างได้ ดังนั้น การเข้าใจพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการทำนายอายุความล้า (fatigue life) รอยร้าวโครงสร้างมักอยู่ในสภาวะภายใต้โหมดผสม (mixed-mode condition) ซึ่งวิถีของรอยร้าว (crack path) มีการเปลี่ยนทิศทางซึ่งขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย การทดสอบในห้องปฏิบัติการเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวจึงมีความจำเป็น อย่างไรก็ตาม การทดสอบมีข้อจำกัดและความยุ่งยากเกี่ยวกับการเตรียมชิ้นงานในการทดสอบ ใช้ระยะเวลานาน และมีค่าใช้จ่ายสูง การจำลองเชิงตัวเลขจึงเป็นทางเลือกที่ประหยัดและมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะในการศึกษาผลกระทบของปัจจัยต่างๆ ต่อพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวในขั้นต้น

การจำลองเชิงตัวเลขได้อาศัยหลักการของกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น (linear elastic fracture mechanics) โดยใช้ตัวประกอบความเข้มของความเค้น (stress intensity factor) เป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญในการทำนายอายุความล้า ซึ่งตัวประกอบความเข้มของความเค้นจะอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันของแรงกระทำ รูปร่าง เงื่อนไขขอบเขต และคุณสมบัติของวัสดุ และช่วงของตัวประกอบความเข้มของความเค้น (stress intensity factor range) กำหนดอัตราการเติบโตของรอยร้าวตามกฎของปารีส (Paris law) งานวิจัยในอดีตที่ศึกษาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นและอายุความล้าโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้เลือกใช้วิธี displacement extrapolation [1], j-integral [2], และ interaction integral [3] ในการวิเคราะห์ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น วิธีการปรับโครงข่ายของเอลิเมนต์ใหม่ (remeshing method) ได้เสนอโดย [4-8] เพื่อจำลองพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้าและวิเคราะห์อายุความล้า แต่ข้อเสียของวิธีนี้คือ ใช้เวลาในการคำนวณนาน และการปรับโครงข่ายของเอลิเมนต์ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสะสมซึ่งกระทบต่อความถูกต้องของผลการวิเคราะห์ จึงมีอีกวิธีหนึ่งที่กำลังได้รับความนิยมในปัจจุบันคือ วิธีเอกซ์เทนเดดไฟไนต์เอลิเมนต์ (extended finite element method, XFEM) [9-18] เนื่องจากมีความถูกต้องแม่นยำสูง ใช้เวลาในการคำนวณที่ไม่นาน และใช้จำนวนของเอลิเมนต์น้อยกว่า เช่น การจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าเนื่องจากการบิดนอกระนาบในสะพานเหล็กด้วยวิธีเอกซ์เทนเดดไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ABAQUS [9,16]

บทความนี้นำเสนอการจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้สภาวะโหมดผสมในแผ่นเหล็กและการทำนายอายุความล้าด้วยวิธีเอกซ์เทนเดดไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ANSYS โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออัตราการเติบโตของรอยร้าวและอายุความล้า สำหรับแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้แรงดึงหรือแรงดัด โดยในการจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าได้ใช้วิธี interaction integral ในการวิเคราะห์ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น และใช้สมการของปารีสในการกำหนดอัตราการเติบโตของรอยร้าวล้า

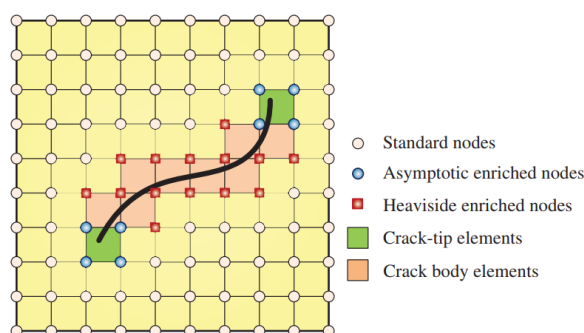
2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 เอกซ์เทนเดดไฟไนต์เอลิเมนต์ (extended finite element)

การใช้หลักการของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวสามารถทำได้หลายแนวทาง ในปี ค.ศ. 1999 [19-21] ได้มีการคิดค้นวิธีเอกซ์เทนเดดไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้น โดยมีการเพิ่มฟังก์ชันลงไปในการสมการการเปลี่ยนตำแหน่งสำหรับเอลิเมนต์เพื่ออธิบายผลกระทบของรอยร้าว ซึ่งการเพิ่มประสิทธิภาพของการประมาณได้ใช้ 2 ฟังก์ชันเสริม (enrichment functions) ดังแสดงในรูปที่ 1 ทำให้ฟังก์ชันประมาณการเปลี่ยนตำแหน่งในการวิเคราะห์ XFEM เป็นดังสมการที่ 1

$$u = \sum_{I=1}^N N_I(x) \left[u_I + H(x) a_I + \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha}(x) b_I^{\alpha} \right] \quad (1)$$

เมื่อ u คือ เวกเตอร์ของการเปลี่ยนตำแหน่ง (displacement vector); $N_I(x)$ คือ ฟังก์ชันรูปร่างสำหรับจุดต่อ (nodal shape function); u_I คือ เวกเตอร์ของการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดต่อของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบธรรมดา (traditional FEM nodal displacement vector); a_I คือ เวกเตอร์ของระดับขั้นความเสรีที่จุดต่อที่เสริมขึ้นมา (nodal enriched degree of freedom vector) ซึ่งสอดคล้องกับ heaviside function, $H(x)$; b_I^{α} คือ เวกเตอร์ของระดับขั้นความเสรีที่จุดต่อที่เสริมขึ้นมาซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชันที่พิจารณาผลของ singularity ที่ปลายรอยร้าว (elastic asymptotic crack-tip function), $F_{\alpha}(x)$



รูปที่ 1 ลักษณะของเอลิเมนต์ในแบบจำลอง XFEM [22]

$H(x)$ หรือ Heaviside function ใช้สำหรับเอลิเมนต์ที่รอยร้าวผ่านเพื่ออธิบายความไม่ต่อเนื่องของการเปลี่ยนตำแหน่งในแต่ละด้านของรอยร้าว โดยเป็นฟังก์ชันขั้นบันไดดังแสดงในสมการที่ 2

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

เมื่อ x^* คือ จุดที่อยู่บนรอยร้าวซึ่งมีระยะทางสั้นที่สุดจากจุด x ; n คือ เวกเตอร์ตั้งฉากขนาดหนึ่งหน่วยที่จุด x^*

$F_{\alpha}(x)$ หรือ Asymptotic crack tip functions ใช้สำหรับเอลิเมนต์ที่ปลายของรอยร้าวเท่านั้นเพื่อพิจารณาผลกระทบของ singularity ที่ปลายรอยร้าว ประกอบด้วย 4 ฟังก์ชันในระบบพิกัดเชิงขั้ว (polar coordinate) ขึ้นอยู่กับระยะรัศมีและมุมของปลายรอยร้าวจากจุดเกาส์ (gauss point) ดังแสดงในสมการที่ 3

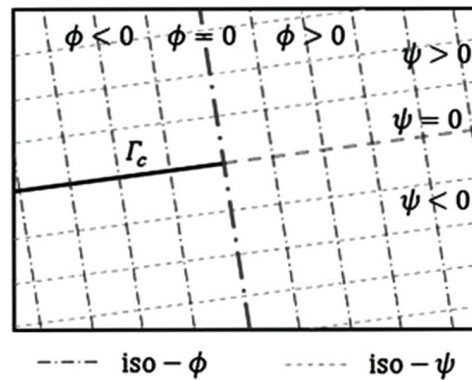
$$F_{\alpha}(x) = \left[\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right] \quad (3)$$

เมื่อ r และ θ คือ ระยะรัศมีและมุมของปลายรอยร้าวในระบบพิกัดเชิงขั้ว ตามลำดับ

Level-set method (LSM) เป็นวิธีกำหนดตำแหน่งและรูปร่างของรอยร้าวในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้ 2 ฟังก์ชันในการบอกตำแหน่งและรูปร่างของรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 2 โดยฟังก์ชันทั้งสองแสดงตำแหน่งจากผิวรอยร้าว (crack face) และปลายรอยร้าว (crack front) ถึงตำแหน่งของจุดต่อ (node) โดยที่ฟังก์ชันแรก $\psi(x,t)$ จะมีค่าเป็นบวกและลบในทิศตรงกันข้ามกับผิวรอย

ร้าวและมีค่าเท่ากับศูนย์ที่ผิวรอยร้าว แม้ว่าฟังก์ชันแรกสามารถระบุได้ว่ารอยร้าวอยู่ที่ตำแหน่งไหนและรูปร่างอย่างไรแต่ไม่สามารถระบุจุดสิ้นสุดได้ จึงนำไปสู่ฟังก์ชันที่สอง $\phi(x,t)$ ที่ตั้งฉากกับฟังก์ชันแรก โดยที่ฟังก์ชันที่สองนี้จะมีค่าเท่ากับศูนย์ที่ตำแหน่งปลายรอยร้าว ดังแสดงในสมการที่ 4

$$\Gamma_c = \{\psi(x,t) = 0 \text{ and } \phi(x,t) \leq 0\} \quad (4)$$



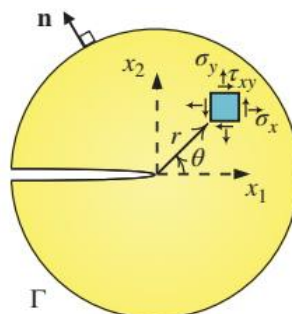
รูปที่ 2 Level set functions. [11]

2.2 วิธี Interaction integral

Shih และคณะ [23] ได้พัฒนาวิธีโดเมนอินทิกรัลในการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการวิเคราะห์ค่า J integral สำหรับรอยร้าวใน 3 มิติ ซึ่งเป็นพื้นฐานของวิธี interaction integral

$$J(s) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} (W \delta_{1i} - \sigma_{ij} u_{j,1}) n_i d\Gamma \quad (5)$$

เมื่อ $\Gamma(s)$ คือ อินทิกรัลรอบปลายรอยร้าว (integral contour); W คือ พลังงานความเครียดในหนึ่งหน่วยปริมาตร (strain energy density) โดยให้นิยามว่า $W = \sigma_{ij} \epsilon_{ij}$; σ_{ij} คือ องค์ประกอบหน่วยแรง; u_j คือ องค์ประกอบของการเปลี่ยนตำแหน่ง; δ_{ij} คือ โครเนคเกอร์เดลตา (kronecker delta); และ n_i คือ เวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วย ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 วิถีวงกลมที่ใช้คำนวณหาอินทิกรัลที่บริเวณปลายรอยร้าว [22]

โดย interaction integral คำนวณได้จาก

$$I = - \int_v q_{ij} \left[\sigma_{k,l}^{aux} \delta_{i,j} - \sigma_{k,j}^{aux} u_{k,i} - \sigma_{k,i}^{aux} u_{k,j} \right] dv / \int_s \delta q_n ds \quad (6)$$

เมื่อ $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_i$ คือ หน่วยแรง ความเครียด และการเปลี่ยนตำแหน่ง ตามลำดับ; $\sigma_{k,j}^{aux}, \varepsilon_{k,l}^{aux}, u_{k,i}^{aux}$ คือ หน่วยแรง ความเครียดและการเปลี่ยนตำแหน่งในพจน์ช่วย (auxiliary field) ตามลำดับ; และ q_i คือ เวกเตอร์ระบุทิศทางการเติบโตของรอยร้าว (crack extension vector)

$$\sigma_{ij}^{aux} = \frac{K_I^{aux}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}^{aux}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \frac{K_{III}^{aux}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) \quad (7)$$

$$u_{ij}^{aux} = \frac{K_I^{aux}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_j^I(\theta, v) + \frac{K_{II}^{aux}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_j^{II}(\theta, v) + \frac{2K_{III}^{aux}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_j^{III}(\theta, v) \quad (8)$$

$$\varepsilon_{i,j}^{aux} = \frac{1}{2} (u_{i,j}^{aux} + u_{j,i}^{aux}) \quad (9)$$

การแยกตัวประกอบความเข้มของความเค้นใน 3 โหมดหลัก คือ K_I, K_{II}, K_{III} จากอัตราการปลดปล่อยพลังงานได้จากความสัมพันธ์ตามสมการที่ 10 [2]

$$J(s) = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E^*} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (10)$$

โดยที่ $E^* = E/(1-\nu^2)$ สำหรับระนาบความเครียด และ $E^* = E$ สำหรับระนาบความเค้น เมื่อให้ด้วย S แสดง superimposed state จะได้

$$J^S(s) = \frac{(K_I + K_I^{aux})^2 + (K_{II} + K_{II}^{aux})^2}{E^*} + \frac{1+\nu}{E} (K_{III} + K_{III}^{aux})^2 \quad (11)$$

$$J^S(s) = J(s) + J^{aux}(s) + I(s) \quad (12)$$

$$I(s) = \frac{1}{E^*} (2K_I K_I^{aux} + 2K_{II} K_{II}^{aux}) + \frac{1+\nu}{E} (2K_{III} K_{III}^{aux}) \quad (13)$$

สมการที่ (13) ให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นและ interaction integral โดยเมื่อกำหนดให้ค่า $K_I^{aux} = 1$ และ $K_{II}^{aux} = K_{III}^{aux} = 0$ แทนลงไปในสมการที่ 13 จะได้

$$K_I = \frac{E^*}{2} I(s) \quad (14)$$

เมื่อกำหนดให้ค่า $K_{II}^{aux} = 1$ และ $K_I^{aux} = K_{III}^{aux} = 0$ และ $K_{III}^{aux} = 1$ และ $K_I^{aux} = K_{II}^{aux} = 0$ แทนลงไปในสมการที่ 13 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่า K_{II}, K_{III} และค่า $I(s)$ ดังนี้

$$K_{II} = \frac{E^*}{2} I(s) \text{ และ } K_{III} = \mu I(s) \quad (15)$$

2.3 อัตราการเติบโตของรอยร้าว

ในงานวิจัยนี้ได้ใช้สมการของปารีสซึ่งกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเติบโตของรอยร้าว (fatigue crack growth rate) กับช่วงของตัวประกอบความเข้มของความเค้น ดังนี้

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (16)$$

เมื่อ C และ m คือ ค่าคงที่ของวัสดุซึ่งได้มาจากการทดลองที่พิจารณาผลกระทบจากแรงกระทำ เช่น ความถี่ และอัตราส่วนหน่วยแรง (stress ratio) รวมทั้งผลกระทบจากสิ่งแวดล้อม เช่น อุณหภูมิ และความชื้น ทั้งนี้ อัตราการเติบโตของรอยร้าวในอากาศที่มีความชื้นสูงจะมีค่าสูงกว่าอัตราการเติบโตของรอยร้าวในสุญญากาศ [24]

จากสมการที่ 16 สามารถคำนวณจำนวนรอบสำหรับการเพิ่มขึ้นของรอยร้าว (Δa) ที่กำหนดได้ ดังนี้

$$\int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{C(\Delta K)^m} = \int_{N_i}^{N_f} dN = \Delta N \quad (17)$$

2.4 วิธีของรอยร้าวภายใต้โหมดผสม

Erdogan และ Sih [25] ได้เสนอทฤษฎีหน่วยแรงแนวสัมผัสสูงสุด (maximum tangential stress criterion, MTS) ซึ่งมีหลักการคือ การเติบโตของรอยร้าวจะเกิดขึ้นเมื่อค่าหน่วยแรงแนวสัมผัสสูงสุดเท่ากับค่าวิกฤติ และรอยร้าวจะเติบโตไปในทิศทางเป็นรัศมีแผ่ออกจากศูนย์กลาง ดังแสดงในรูปที่ 4 สอดคล้องกับหน่วยแรงแนวสัมผัสสูงสุด สำหรับวัสดุที่มีเนื้อเดียว (homogeneous) และมีคุณสมบัติยืดหยุ่นเชิงเส้นที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง (isotropic linear elastic) ค่าหน่วยแรงในบริเวณที่ใกล้กับปลายรอยร้าวแสดงดังสมการที่ 18 และ 19

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \quad (18)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \sin^2 \theta - \frac{3}{2} K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right] \quad (19)$$

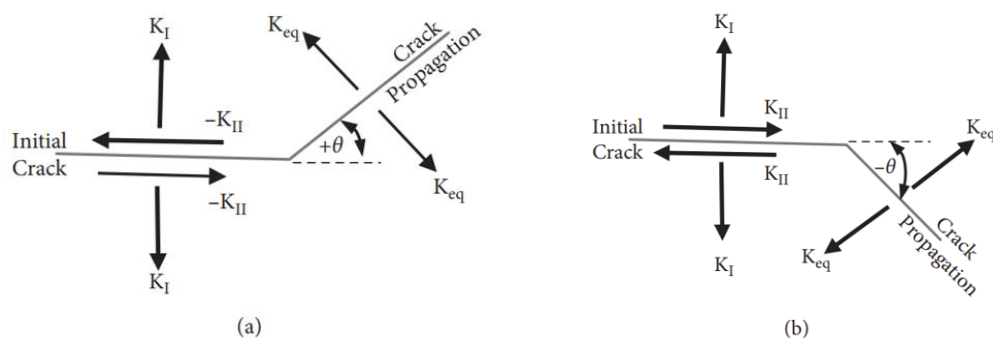
เมื่อ r และ θ อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้วที่มีศูนย์กลางอยู่ตรงที่ปลายรอยร้าวตั้งฉากกับปลายรอยร้าว

ทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจะได้จากเงื่อนไข $\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0$ หรือ $\tau_{r\theta} = 0$

$$K_I \sin \theta_P + K_{II} (3 \cos \theta_P - 1) = 0 \quad (20)$$

$$\theta_P = \arccos \left(\frac{3K_{II}^2 + \sqrt{K_I^4 + 8K_I^2 K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right) \quad (21)$$

เมื่อ θ_P คือ มุมการเติบโตของรอยร้าววัดเทียบกับระนาบรอยร้าว (ในรูปที่ 4) โดยที่ $\theta_P \leq 0$ เมื่อ $K_{II} \geq 0$ และ $\theta_P \geq 0$ เมื่อ $K_{II} \leq 0$ ทั้งนี้ หาก $\theta_P = 0$ การเติบโตของรอยร้าวจะมีทิศทางตรงไปแนวเดิม



รูปที่ 4 มุมการเติบโตของรอยร้าวภายใต้โหมดผสม (a) $K_{II} > 0$ (b) $K_{II} < 0$ [8]

โดยทั่วไปของการพิจารณาการเติบโตของรอยร้าวภายใต้โหมดผสม ค่า ΔK ในสมการที่ 16 จะใช้ช่วงของค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นเทียบเท่า (equivalent stress intensity factor, ΔK_{eq}) ดังแสดงในสมการที่ 22

$$\Delta K_{eq} = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [\Delta K_I (1 + \cos \theta) - 3 \Delta K_{II} \sin \theta] \quad (22)$$

$$\text{และ } \Delta K_I = (K_I)_{max} - (K_I)_{min} = (1 - R) K_{I_{max}}$$

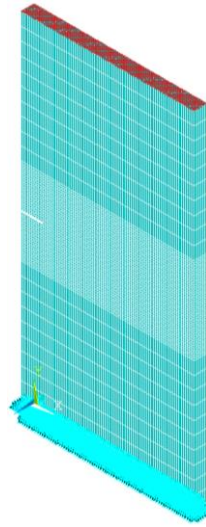
$$\Delta K_{II} = (K_{II})_{max} - (K_{II})_{min} = (1 - R) K_{II_{max}}$$

เมื่อ R คือ อัตราส่วนหน่วยแรง และตัวห้อย max และ min คือ ค่าสูงสุดและต่ำสุด ตามลำดับ

3. แบบจำลองทำนายอายุความล้าและพฤติกรรมของแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าว

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของแผ่นเหล็กที่สร้างขึ้นเป็นแบบจำลอง 3 มิติ ในโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ANSYS โดยเลือกใช้เอลิเมนต์ solid185 ซึ่งเป็นเอลิเมนต์แบบ 3D solid ที่มีจุดเชื่อมต่อ 8 จุด แต่ละจุดเชื่อมต่อมีระดับขั้นความอิสระ (degree of freedom) เท่ากับ 3 โดยแบบจำลองมีจำนวนเอลิเมนต์ทั้งหมดเท่ากับ 29300 ดังแสดงในรูปที่ 5 คุณสมบัติของเหล็กที่ใช้ในแบบจำลองประกอบด้วย โมดูลัสยืดหยุ่น (modulus of elasticity) เท่ากับ 2.13×10^5 เมกะปาสคาล และอัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.3 สำหรับเงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) จะยึดการเคลื่อนที่ทั้งในแกน x และ y ที่ผิวด้านล่าง และยึดการเคลื่อนที่ในแนวแกน z ที่ขอบด้านซ้ายของแบบจำลอง และมีหน่วยแรงกระทำที่ผิวบนของแบบจำลอง คือ หน่วยแรงดึงหรือแรงดัด

การวิเคราะห์ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นจะใช้วิธี interaction integral โดยใช้ผลของค่าหน่วยแรงและการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่บริเวณใกล้กับปลายรอยร้าวจากแบบจำลอง และค่าอายุความล้าของแผ่นเหล็กสามารถประมาณได้โดยใช้กฎของปารีส การศึกษานี้ได้กำหนดให้ค่า $c = 3.98 \times 10^{-13} (mm / cycle) / (MPa \sqrt{mm})$, $m = 2.88$ [26] เนื่องจากแผ่นเหล็กถูกกระทำภายใต้แรงกระทำแอมพลิจูดคงที่โดยที่อัตราส่วนหน่วยแรง (R) เท่ากับศูนย์ ค่า ΔK_{eq} จึงเท่ากับค่า K_{eq} จุดหยุดของการวิเคราะห์ใช้เกณฑ์การแตกหักโดยสมมติให้ความต้านทานการแตกหัก (fracture toughness) ของเหล็ก $K_{Ic} = 4170 MPa \sqrt{mm}$ [27]



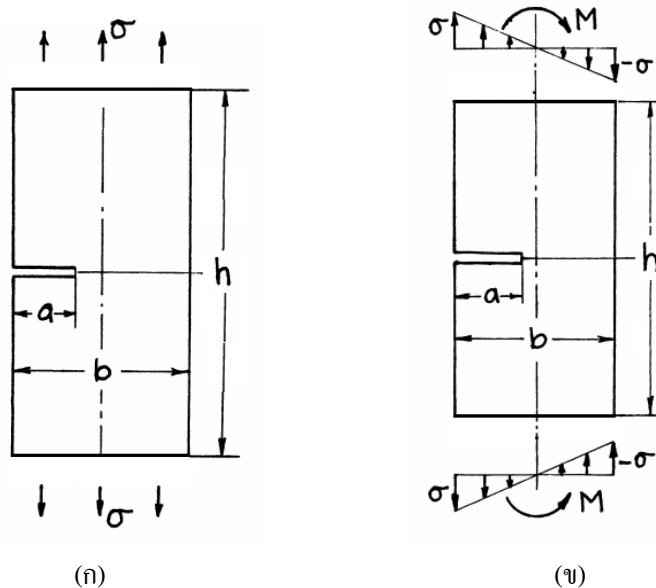
รูปที่ 5 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา

4. การตรวจสอบแบบจำลองโดยเทียบกับงานวิจัยก่อนหน้า

ในการศึกษาความเหมาะสมของแบบจำลองได้นำผลการวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้น อายุความล้าและวิธีการเติบโตของรอยร้าวไปเปรียบเทียบกับคู่มือและงานวิจัยในอดีต ประกอบด้วยคู่มือของ Tada และคณะ (2005) [28] งานวิจัยของ Hosseini และคณะ (2019) [29] และ งานวิจัยของ Bouchard และคณะ (2003) [7]

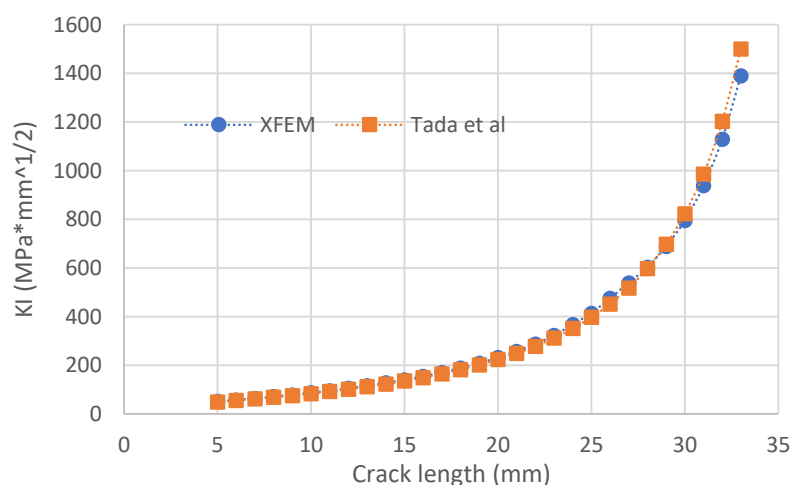
4.1 แผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวรับแรงดึงหรือแรงดัด

รูป 6ก และ 6ข แสดงแบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวรับแรงดึงและแรงดัด ตามลำดับ แบบจำลองที่รับแรงดึงมีขนาดกว้าง 40 มม. ยาว 80 มม. และหนา 3 มม. และแบบจำลองที่รับแรงดัดมีขนาด กว้าง 40 มม. ยาว 160 มม. และหนา 3 มม.

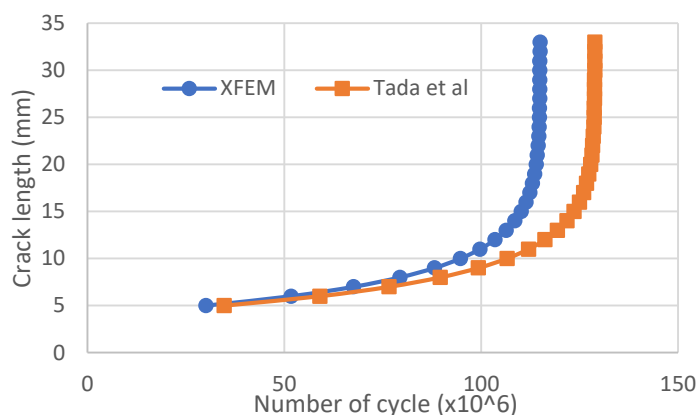


รูปที่ 6 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้ (ก) แรงดึง (ข) แรงดัด [28]

สำหรับแผ่นเหล็กรับแรงดึงในรูปที่ 6 (ก) กำหนดให้ของหน่วยแรงดึงมีค่าเท่ากับ 10 เมกะปาสกาล และมีความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 มม. รูปที่ 7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในโหมดที่ 1 และความยาวรอยร้าว และรูปที่ 8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าว พบว่า แบบจำลองการวิเคราะห์สามารถทำนายพฤติกรรม การเติบโตของรอยร้าวล้าของแผ่นเหล็กได้ใกล้เคียงกับสมการของ Tada และคณะ [28] โดยค่าคลาดเคลื่อนของตัวประกอบความเข้มของความเค้นระหว่างแบบจำลองและสมการของ Tada และคณะเท่ากับ 3.9 เปอร์เซ็นต์ และค่าคลาดเคลื่อนของอายุความล้าจากแบบจำลองเทียบกับสมการที่ 17 เท่ากับ 10.8 เปอร์เซ็นต์



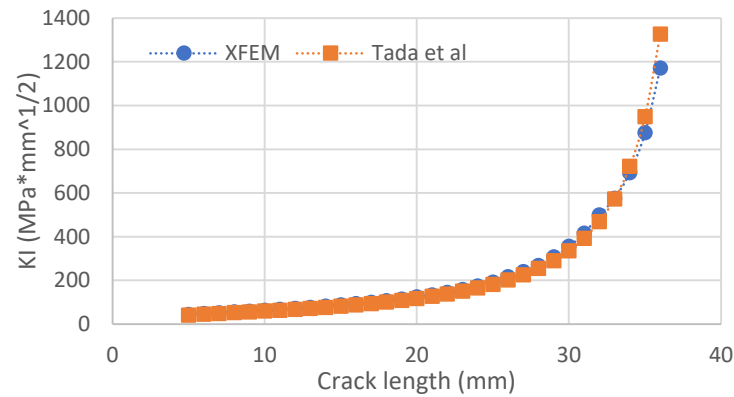
รูปที่ 7 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบความเข้มของความเค้นกับค่าความยาวของรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดึง



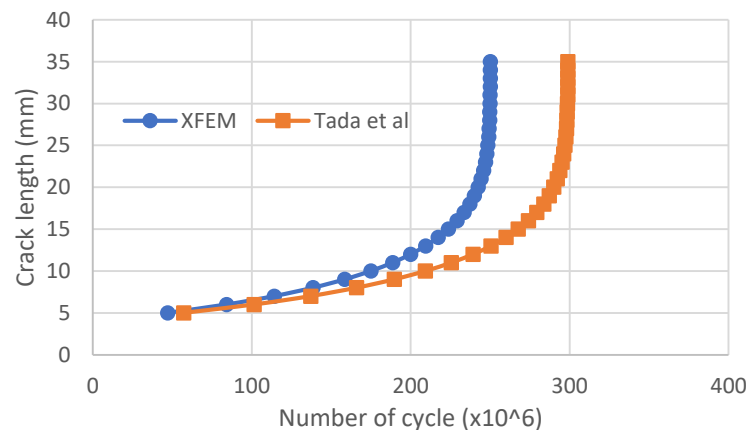
รูปที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดึง

สำหรับแผ่นเหล็กรับแรงดัดในรูปที่ 6 (ข) กำหนดให้ของหน่วยแรงดัดสูงสุดมีค่าเท่ากับ 10 เมกะปาสกาล และมีความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 มม. รูปที่ 9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นกับความยาวรอยร้าว และรูปที่ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าว พบว่า แบบจำลองการวิเคราะห์สามารถทำนายพฤติกรรม การเติบโตของรอยร้าวล้าของแผ่นเหล็กได้ใกล้เคียงกับสมการของ Tada และคณะ [28] โดยค่าคลาดเคลื่อนของตัวประกอบความเข้มของความ

เส้นระหว่างแบบจำลองและสมการของ Tada และคณะเท่ากับ 6.0 เปอร์เซ็นต์ และค่าคลาดเคลื่อนของอายุความล้าจากแบบจำลองเทียบกับสมการที่ 17 เท่ากับ 16.5 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบความเข้มของความเค้นกับความยาวของรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดัด



รูปที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดัด

4.2 แผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงภายใต้แรงดึง

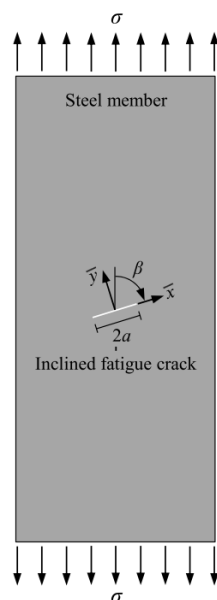
รูปที่ 11 แสดงแบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงรับแรงดึงในการศึกษาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นสำหรับรอยร้าวภายใต้สภาวะโหมดผสม (โหมด 1 และ 2 ร่วมกัน) แบบจำลองแผ่นเหล็กมีขนาดกว้าง 20 มม. ยาว 200 มม. และหนา 6 มม. ภายใต้หน่วยแรงดึง 250 เมกะปาสกาล มีความยาวรอยร้าวเท่ากับ 5 และ 10 มม. โดยนำผลที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในสมการที่ 23 และ 24 โดยอ้างอิงจาก [29-30] และ สมการที่ 25 อ้างอิงมาจาก [31]

$$K_I = \sigma \sin^2 \beta f(a, w) \quad (23)$$

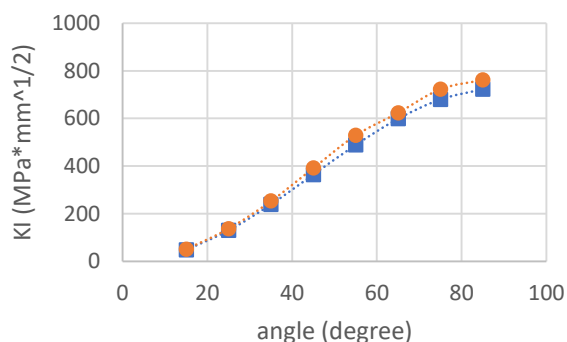
$$K_{II} = \sigma \sin \beta \cos \beta f(a, w) \quad (24)$$

$$f(a, w) = \sqrt{\pi a \sec \frac{\pi a}{w}} \quad (25)$$

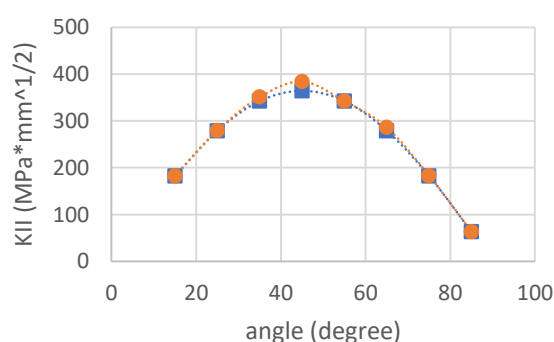
ในกรณีความยาวรอยร้าวเท่ากับ 5 มม. รูปที่ 12(ก) และ 12(ข) แสดงค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นของโหมด 1 และ 2 กับมุมเอียงของรอยร้าว โดยเมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยก่อนหน้านี้ [29] พบว่า มีค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 7.5 %



รูปที่ 11 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงภายใต้แรงดึง (โหมด 1 และ 2 ร่วมกัน) [29]



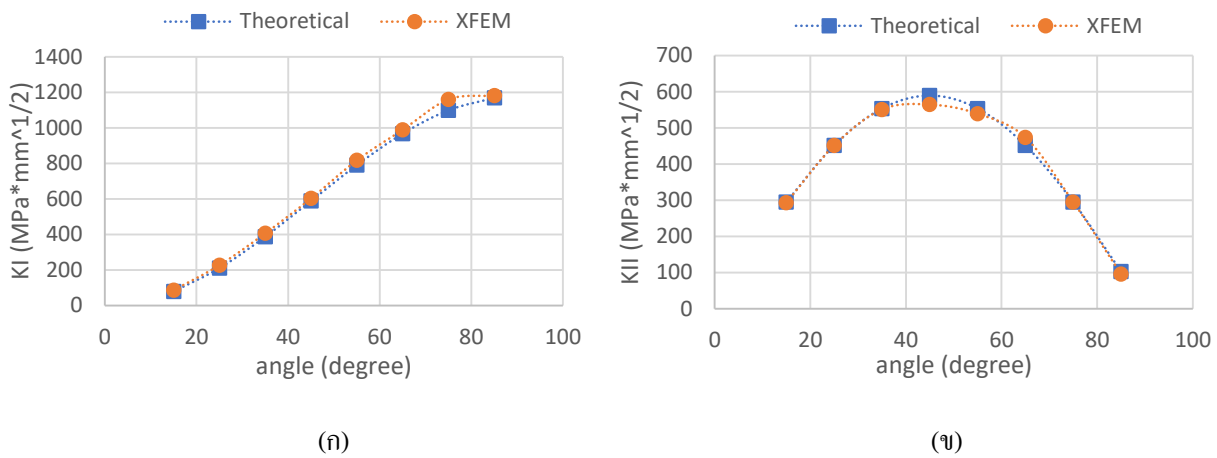
(ก)



(ข)

รูปที่ 12 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นกับมุมเอียงของรอยร้าว (ก) โหมด 1 (ข) โหมด 2
ในกรณีรอยร้าวมีความยาวเท่ากับ 5 มม.

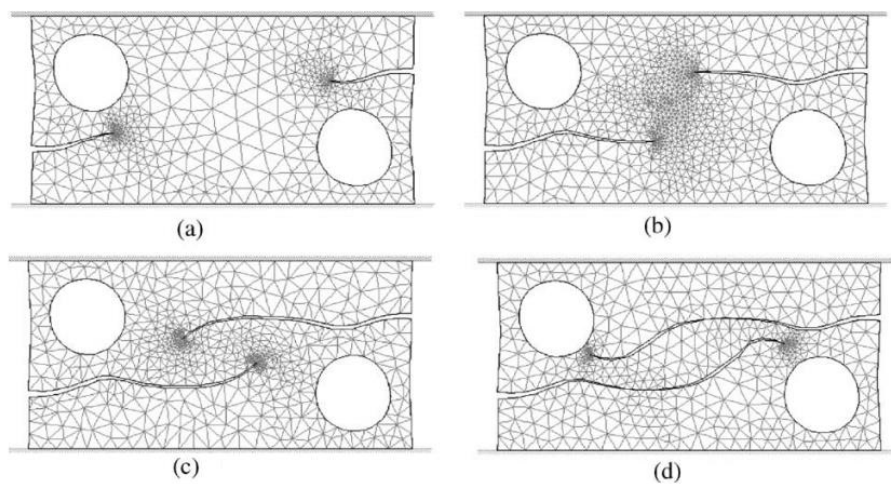
ในกรณีความยาวรอยร้าวเท่ากับ 5 มม. รูปที่ 13(ก) และ 13(ข) แสดงค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นของโหมด 1 และ 2 กับมุมเอียงของรอยร้าว โดยเมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยก่อนหน้านี้ [29] พบว่า มีค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 7 %



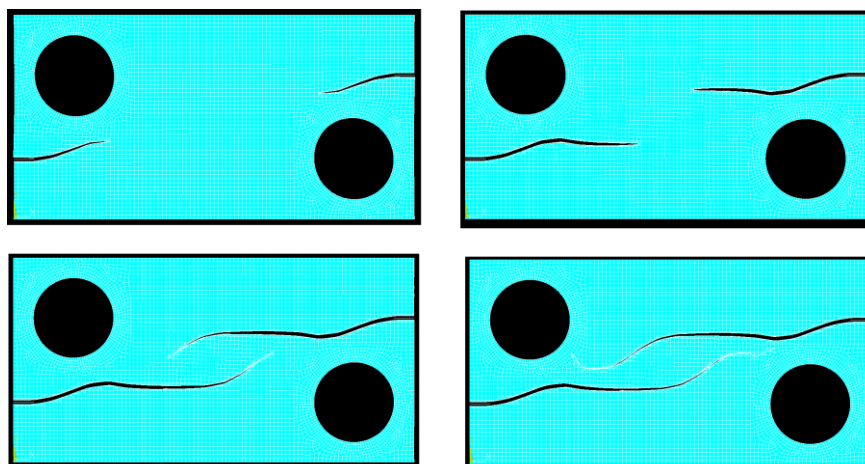
รูปที่ 13 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นกับมุมเอียงของรอยร้าว (ก) โหมด 1 (ข) โหมด 2 ในกรณี รอยร้าวมีความยาวเท่ากับ 10 มม.

4.3 การตรวจสอบความถูกต้องของวิธีรอยร้าว

การตรวจสอบค่าความถูกต้องของแบบจำลองในการวิเคราะห์วิธีรอยร้าวโดยใช้เกณฑ์การแตกหักหน่วยแรงแนวสัมผัสสูงสุด ในการพิจารณาทิศทางการเติบโตของรอยร้าว โดยได้เปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Bouchard และคณะ (2003) [7] จากการเปรียบเทียบพบว่าวิธีของรอยร้าวมีลักษณะที่คล้ายคลึงกันดังแสดงในรูปที่ 14 กับรูปที่ 15



รูปที่ 14 วิธีการเติบโตของรอยร้าวในงานวิจัยของ Bouchard และคณะ (2003) (Bouchard และคณะ, 2003) [7]

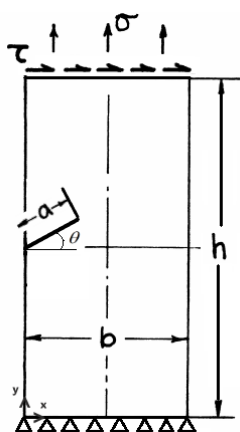


รูปที่ 15 ทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจากแบบจำลองเอกซ์เทนเดิ้ลไฟไนต์เอลิเมนต์

จากการตรวจสอบความเหมาะสมข้างต้นพบว่า แบบจำลองวิธีเอกซ์เทนเดิ้ลไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิจัยนี้มีความเหมาะสมในการจำลองการเติบโตของรอยร้าวภายใต้สภาวะโหมดผสม

5. การศึกษาผลกระทบของตัวแปรที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็กรับแรงดึง

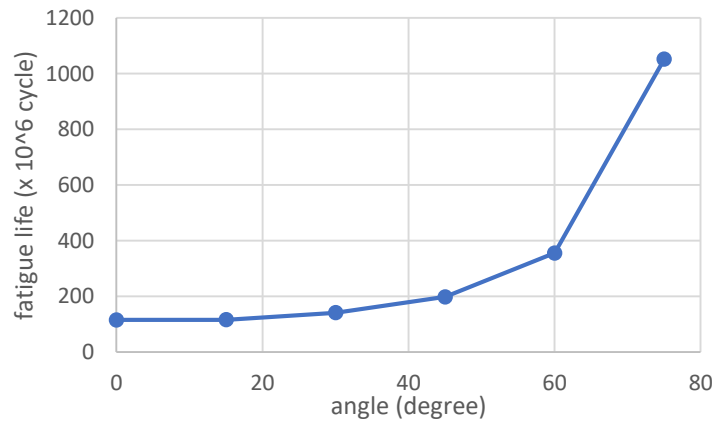
รูปที่ 16 แสดงแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น (ระดับของโหมดผสม) ต่ออายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้าในแผ่นเหล็กรับแรงดึง แบบจำลองแผ่นเหล็กมีขนาดกว้าง 40 มม. ยาว 80 มม. และหนา 3 มม. หน่วยแรงเฉือนมีค่าเท่ากับ 0 เมกะปาสกาล และหน่วยแรงดึงมีค่าเท่ากับ 10 เมกะปาสกาล กำหนดให้รอยร้าวเริ่มต้นมีขนาดเท่ากับ 5 มม. และมีมุมเอียงกระทำกับแนวราบเท่ากับ 0, 15, 30, 45, 60 และ 75 องศา ตามลำดับ



รูปที่ 16 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของตัวแปรสำหรับแผ่นเหล็กรับแรงดึง

รูปที่ 17 แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าพบว่า อายุความล้ามีค่าสูงขึ้นเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นเทียบเท่ามีค่าลดลง โดยอายุความล้ามีค่าต่ำที่สุดในกรณีรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 องศา (อยู่ในแนวราบ) และมีค่าสูงสุดในกรณีที่รอยร้าวเริ่มต้นทำมุมเอียงเท่ากับ 75 องศา อัตราส่วนระหว่างอายุความล้าใน

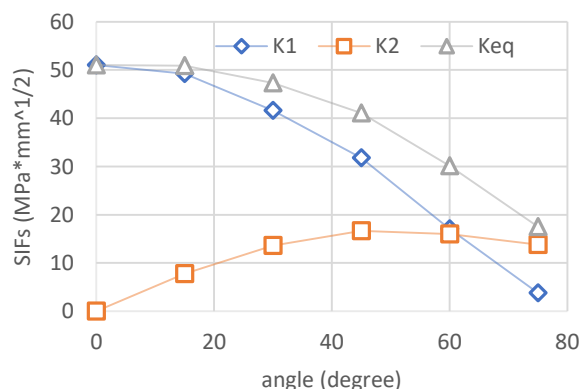
กรณีค่ามุมเอียงต่าง ๆ กับกรณีรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 องศา คือ 1.006 (15 องศา), 1.221 (30 องศา), 1.716 (45 องศา), 3.077 (60 องศา) และ 9.099 (75 องศา) โดยสังเกตพบว่า อายุความล้าจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมากกว่า 45 องศา



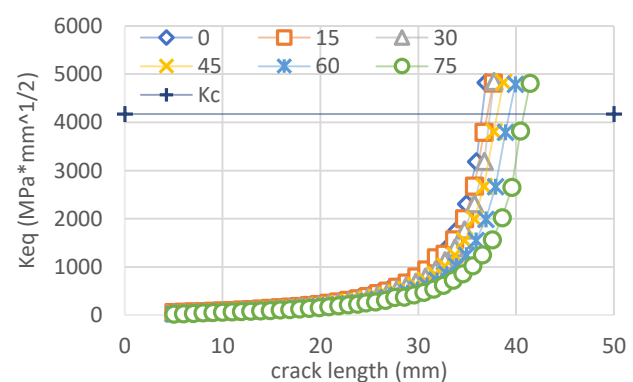
รูปที่ 17 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นและอายุความล้า

รูปที่ 18 (ก) แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อ K_I , K_{II} และ K_{eq} สำหรับรอยร้าวเริ่มต้นขนาด 5 มม. ภายใต้หน่วยแรงดึง พบว่า K_I และ K_{eq} มีค่าสูงสุดเมื่อรอยร้าวตั้งฉากกับหน่วยแรงกระทำ (มุมเอียงเท่ากับ 0 องศา) และลดลงเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวมากขึ้น ในขณะที่ K_{II} มีค่าสูงขึ้นในช่วง $0 < \theta \leq 45$ โดยมีค่าสูงสุดที่มุมเอียงเท่ากับ 45 องศา จากนั้นจะลดลงเมื่อมุมเอียงมากขึ้น ซึ่งทำให้ K_{eq} ลดลงอย่างมากในช่วง $45 < \theta \leq 90$ และรูปที่ 18 (ข) แสดงการแปรผันของ K_{eq} กับความยาวรอยร้าว พบว่า K_{eq} หรือ ΔK_{eq} (ในกรณี $R = 0$) มีค่าสูงขึ้นตามการเติบโตของรอยร้าว

รูปที่ 19 แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อวิธีรอยร้าวล้าพบว่า วิธีของรอยร้าวล้าเข้าสู่แนวราบ (โหมด I) ในทุกกรณีของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น ในขณะที่ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นเทียบเท่าแตกต่างกันเนื่องจากตำแหน่งของปลายรอยร้าวเริ่มต้นแตกต่างกัน โดยมีค่าสูงสุดในกรณีมุมเอียง 0 องศา (รอยร้าวเริ่มต้นอยู่ในกับแนวราบ) และต่ำที่สุดในกรณีมุมเอียง 75 องศา

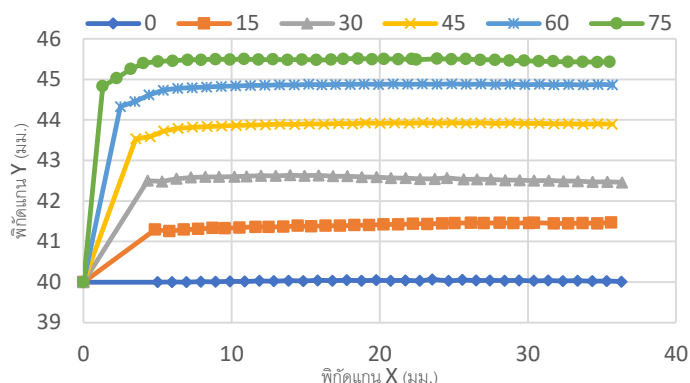


(ก)



(ข)

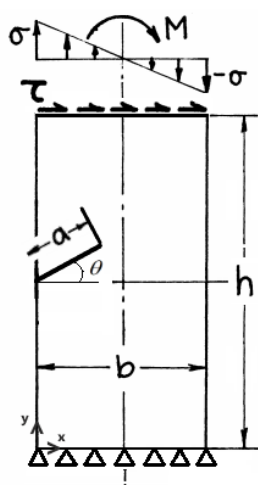
รูปที่ 18 (ก) ผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อ K_I , K_{II} และ K_{eq} (ข) การแปรผันของ K_{eq} กับความยาวรอยร้าว



รูปที่ 19 วิธีรอยร้าวล่างของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น

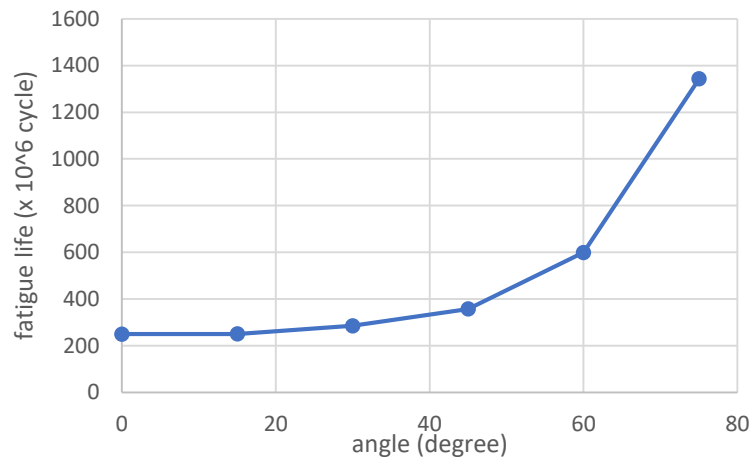
6. การศึกษาผลกระทบของตัวแปรที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็กรับแรงดัด

รูปที่ 20 แสดงแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น (ระดับของโหมดผสม) ต่ออายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล่างในแผ่นเหล็กรับแรงดัด แบบจำลองแผ่นเหล็กมีขนาดกว้าง 40 มม. ยาว 160 มม. และหนา 3 มม. หน่วยแรงเฉือนมีค่าเท่ากับ 0 เมกะปาสกาล และหน่วยแรงดัดมีค่าเท่ากับ 10 เมกะปาสกาล กำหนดให้รอยร้าวเริ่มต้นมีขนาดเท่ากับ 5 มม. และมีมุมเอียงกระทำกับแนวราบเท่ากับ 0, 15, 30, 45, 60 และ 75 องศา ตามลำดับ



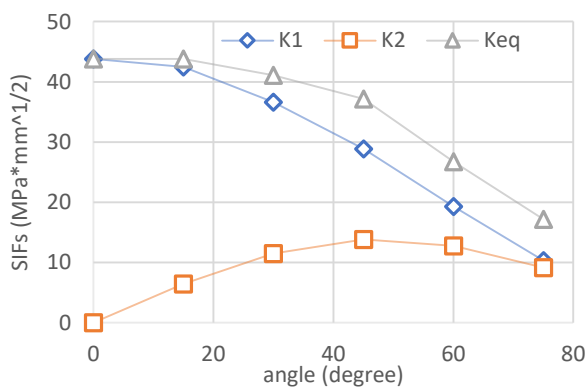
รูปที่ 20 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของตัวแปรสำหรับแผ่นเหล็กรับแรงดัด

รูปที่ 21 แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าพบว่า อายุความล้ามีค่าสูงขึ้นเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นเทียบเท่ามีค่าลดลง โดยอายุความล้าจะมีค่าต่ำที่สุดในกรณีรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 องศา (อยู่ในแนวราบ) และมีค่าสูงที่สุดในกรณีที่รอยร้าวเริ่มต้นทำมุมเอียงเท่ากับ 75 องศา อัตราส่วนระหว่างอายุความล้าในกรณีค่ามุมเอียงต่าง ๆ กับกรณีรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 องศา คือ 1.004 (15 องศา), 1.14 (30 องศา), 1.42 (45 องศา), 2.39 (60 องศา) และ 5.36 (75 องศา) โดยสังเกตพบว่า อายุความล้าจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมากกว่า 45 องศา

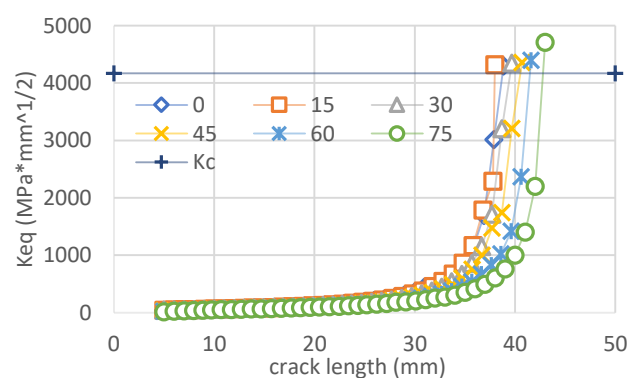


รูปที่ 21 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นและอายุความล้า

รูปที่ 22 (ก) แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อ K_I , K_{II} และ K_{eq} สำหรับรอยร้าวเริ่มต้นขนาด 5 มม. ภายใต้หน่วยแรงคด พบว่า K_I และ K_{eq} มีค่าสูงสุดเมื่อรอยร้าวตั้งฉากกับหน่วยแรงกระทำ (มุมเอียงเท่ากับ 0 องศา) และลดลงเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวมากขึ้น ในขณะที่ K_{II} มีค่าสูงขึ้นในช่วง $0 < \theta \leq 45$ โดยมีค่าสูงสุดที่มุมเอียงเท่ากับ 45 องศา จากนั้นจะลดลงเมื่อมุมเอียงมากขึ้น ซึ่งทำให้ K_{eq} ลดลงอย่างมีนัยสำคัญในช่วง $45 < \theta \leq 90$ และรูปที่ 22 (ข) แสดงการแปรผันของ K_{eq} กับความยาวรอยร้าว พบว่า K_{eq} มีค่าสูงขึ้นตามการเติบโตของรอยร้าวเช่นเดียวกับกรณีรับแรงดึง



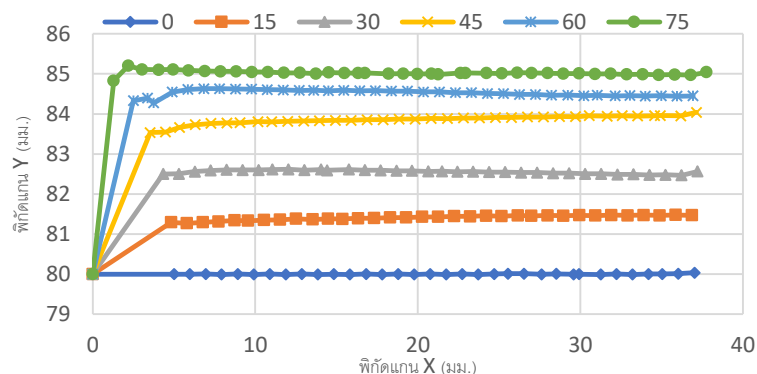
(ก)



(ข)

รูปที่ 22 (ก) ผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อ K_I , K_{II} และ K_{eq} (ข) การแปรผันของ K_{eq} กับความยาวรอยร้าว

รูปที่ 23 แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อวิธีรอยร้าวล้าพบว่า วิธีของรอยร้าวเข้าสู่แนวราบ (โหมด I) ในทุกกรณีของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น ในขณะที่ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นเหี่ยวย่นแตกต่างกันเนื่องจากตำแหน่งของปลายรอยร้าวเริ่มต้นแตกต่างกัน โดยมีค่าสูงสุดในกรณีมุมเอียง 0 องศา (รอยร้าวเริ่มต้นอยู่ในแนวราบ) และต่ำที่สุดในกรณีมุมเอียง 75 องศา



รูปที่ 23 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น

7. สรุป

บทความนี้นำเสนอการจำลองพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวและการประเมินอายุความล้าของแผ่นเหล็กโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเด็คไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยพบว่าผลจากแบบจำลองมีความสอดคล้องกับงานวิจัยในอดีต แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เสนอได้ใช้ในการศึกษาปัญหาการร้าวภายใต้สภาวะ โหมดผสม คือ แผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวรับแรงดึงหรือแรงคด โดยวิเคราะห์ผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น (ระดับของโหมดผสม) ต่อพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวและอายุความล้า พบว่า วิธีของรอยร้าวเข้าสู่แนวราบ (โหมด 1) ในทุกกรณีของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นที่เพิ่มขึ้นมีผลกระทบต่อการเพิ่มอายุความล้าอย่างมีนัยสำคัญ โดยเฉพาะเมื่อมุมเอียงมากกว่า 45 องศา ทั้งนี้ เนื่องจากการเติบโตของรอยร้าวในช่วงแรกเมื่อ $45 < \theta \leq 90$ อัตราการเติบโตของรอยร้าวจะลดลง เนื่องจาก ΔK_{eq} (K_I และ K_{II} ที่ลดลง) ที่ลดลงตามมุมเอียงที่มากขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] Souiyah, M., Muchtar, A., and Ariffin, A.K. On the crack propagation trajectory of central cracked plates under mixed mode loading conditions, *Key Engineering Materials*, 2011, 462-463, pp. 154-159
- [2] Ismail, A.E. An Overview of Fracture Mechanics with ANSYS, *International Journal of Integrated Engineering*, 2018, 10(5), pp. 59-67
- [3] Walters, M.C., Paulino, G.H., and Dodds Jr., R.H. Interaction integral procedures for 3-D curved cracks including surface tractions, *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, 72(11), pp. 1635-1663
- [4] Aygöl, M., Al-Emrani, M., Barsoum, Z., and Leander, J. Investigation of distortion-induced fatigue cracked welded details using 3D crack propagation analysis, *International Journal of Fatigue*, 2014, 64, pp. 54-66.
- [5] Dinh, H.T. *Analysis of Distortion-Induced Fatigue crack at the web gap of I-beam in steel bridges*. Doctor's degree, Department of Civil Engineering Chulalongkorn University, 2012.
- [6] Triamlumlerd, W. *Numerical simulation for fatigue crack propagation in steel beams with welded transverse stiffeners*. Master's thesis, Department of Civil Engineering Chulalongkorn University, 2015
- [7] Bouchard, P.O., Bay, F., and Chastel, Y. Numerical modelling of crack propagation: Automatic remeshing and comparison of different criteria, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003, 192(35-36), pp. 3887-3908

- [8] Fageehi, A. F. and Alshoaibi, A. M. Numerical Simulation of Mixed-Mode Fatigue Crack Growth for Compact Tension Shear Specimen, *Advances in Materials Science and Engineering*, 2020, 14
- [9] Mahmoud, H. N. and Miller, P. A. Distortion-induced fatigue crack growth. *Journal of Bridge Engineering*, 2016, 21(2), 04015041.
- [10] Huang, C., Chen, T., and Feng, S. Finite element analysis of fatigue crack growth in CFRP-repaired four-point bend specimens, *Engineering Structures*, 2019, 183, pp. 398-407
- [11] Chang, K. H. and Edke, M. S. Shape Sensitivity Analysis for 2D Mixed Mode Fractures Using Extended FEM (XFEM) and Level Set Method (LSM). *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2010, 38(3), pp. 328-347
- [12] Singh, I. V., Mishra, B. K., Bhattacharya, S., and Patil, R. U. The numerical simulation of fatigue crack growth using extended finite element method, *International Journal of Fatigue*, 2012, 36(1), pp. 109-119
- [13] Lal, A. and Khatri, K. L. Mixed mode stress intensity factors of slanted edge cracked plate with hole subjected to various in-plane loadings using XFEM, *International Journal of Materials and Structural Integrity*, 2019, 13(1-3), pp. 110-124
- [14] Dirik, H. and Yalçinkaya, T. Crack path and life prediction under mixed mode cyclic variable amplitude loading through XFEM, *International Journal of Fatigue*, 2018, 144, pp. 34-50
- [15] Baptista, R., Santos, T., Marques, J., Guedes, M., and Infante, V. Fatigue behavior and microstructural characterization of a high strength steel for welded railway rails, *International Journal of Fatigue*, 2018, 117, pp. 1-8
- [16] Wang, C. S., Wang, Y. Z., Cui, B., Duan, L., Ma, N. -X., and Feng, J. Q. Numerical simulation of distortion-induced fatigue crack growth using extended finite element method, *Structure and Infrastructure Engineering*, 2020, 16(1), pp. 106-122
- [17] Hedayati, E. and Vahedi, M. Using Extended Finite Element Method for Computation of the Stress Intensity Factor, Crack Growth Simulation and Predicting Fatigue Crack Growth in a Slant-Cracked Plate of 6061-T651 Aluminum, *World Journal of Mechanics*, 2014, 4, pp. 24-30
- [18] Ru, Z. L., Zhao, H. B., and Yin, S. D. Evaluation of mixed-mode stress intensity factors by extended finite element method, *Journal of Central South University*, 2013, 20(5), pp. 1420-1425
- [19] Dolbow, J. E. *An extended finite element method with discontinuous enrichment for applied mechanics*. PhD dissertation, Northwestern University, USA, 1999
- [20] Moës, N., Dolbow, J., and Belytschko, T. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46, pp. 131-150.
- [21] Belytschko, T. and Black, T. Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 45, pp. 601-620.
- [22] Amir R. K. *Extended Finite Element Method: Theory and Application*, Wiley, 2015.
- [23] Shih CF, Moran B, and Nakamura T. Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body. *International Journal of Fracture*, 1986, 30, pp. 79-102.
- [24] S. K. Maiti. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*, India: Cambridge University Press, 2015.
- [25] F. Erdogan and G. C. Sih, On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *Journal of Basic Engineering*, 1963, 85(4), pp. 519-525.
- [26] BSI (British Standards Institution). *Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures*. BS 7910, London; 2013.
- [27] Huang, C., Chen, T., and Feng, S. Finite element analysis of fatigue crack growth in CFRP-repaired four-point bend specimens, *Engineering Structures*, 2019, 183, pp. 398-407.
- [28] Tada, H and Paris, P. C. and Irwin, G. R. *The stress analysis of cracks handbook*, 3rd ed. New York: ASME Press, 2000.

- [29] Hosseini, A., Nussbaumer, A., Motavalli, M., Zhao, X.-L., and Ghafoori, E. Mixed mode I/II fatigue crack arrest in steel members using prestressed CFRP reinforcement, *International Journal of Fatigue*, 2019, 127, pp. 345-361
- [30] Anderson TL. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, 5th ed, CRC Press; 2005.
- [31] ASTM E647-15. *Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates*. ASTM International; 2015.

