



วารสารวิศวกรรมศาสตร์และนวัตกรรม Journal of Engineering and Innovation

บทความวิจัย

การทำนายค่าสติฟเนสของเสาเข็มสปริง กรณีเสาเข็มเจาะในกรุงเทพมหานคร Prediction equation of pile spring stiffness for bored pile in bangkok

พรปัญญา มาเสนาะ กมล อมรฟ้า*

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Phornpunya Masanou Kamol Amornfa*

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering at Kamphaengsaen, Kasetsart University

* Corresponding author.

E-mail: fengkma@ku.ac.th; Telephone: 08 7912 8477

วันที่รับบทความ 30 ตุลาคม 2563; วันที่แก้ไขบทความครั้งที่ 1 6 พฤศจิกายน 2563; วันที่ตอบรับบทความ 26 มกราคม 2564

บทคัดย่อ

บทความนี้มีจุดประสงค์ในการทำนายค่าสติฟเนสของเสาเข็มสปริง (K) กรณีเสาเข็มเจาะ สำหรับการออกแบบฐานรากอาคารสูงในพื้นที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑล โดยการสร้างสมการทำนายค่าสติฟเนสของเสาเข็มสปริงโดยรวมผลของดินโดยรอบเทียบกับสติฟเนสตามคุณสมบัติและรูปร่างของเสาเข็ม ($K/(EA/L)$) จากการรวบรวมข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็มเจาะในพื้นที่ศึกษา ร่วมกับการจำลองผลการทดสอบเสาเข็มวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ 3 มิติและเปรียบเทียบกับวิธีทางสถิติจากข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็ม ผลการศึกษาพบว่าค่า K มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามขนาดและความยาวของเสาเข็ม ในขณะที่ค่า $K/(EA/L)$ มีแนวโน้มแปรผันตามความยาวของเสาเข็ม และแปรผกผันกับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม งานวิจัยนี้ได้นำเสนอสมการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ขึ้นใหม่ ผลการทำนายค่า $K/(EA/L)$ พบว่ามีค่าสัมประสิทธิ์การทำนาย (R^2) เท่ากับ 0.880 ซึ่งถือว่ามีความคลาดเคลื่อนน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบกับการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ด้วยสูตรดั้งเดิม ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์การทำนาย (R^2) เท่ากับ 0.365

คำสำคัญ

ค่าสติฟเนสของเสาเข็มสปริง วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ 3 มิติ การจำลองการทดสอบเสาเข็ม การออกแบบฐานรากอาคารสูง

Abstract

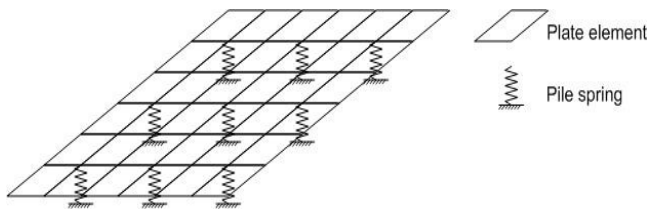
This research is aimed to propose a prediction equation for the stiffness of pile spring (K) in case of bored piles for the design of high-rise building foundations in Bangkok. The prediction equation for ratio of stiffness of pile spring including effect of surrounding soil and stiffness of pile related to its properties and size ($K/(EA/L)$) was studied based on data of static pile load test of bored piles in study area and simulation by 3D finite element method with calibrated by statistical analysis with pile load test data. The results showed that the K tends to increase as the length and diameter of pile increase, while the $K/(EA/L)$ varies directly as the length of pile but inversely as the diameter of pile. This research proposed the new equation for the $K/(EA/L)$. The prediction equation result for $K/(EA/L)$ shows coefficient of determination (R^2) equal to 0.880 which is considered to have very small deviations compared to the earlier prediction for $K/(EA/L)$ which coefficient of determination (R^2) equal to 0.365

Keywords

stiffness of pile spring; 3D finite element method; static pile load test simulation; foundation design of high-rise building.

1. คำนำ

ฐานรากอาคารสูงในกรุงเทพมหานครนิยมใช้ฐานรากแพบนเสาเข็ม (Mat foundation on piles) โดยฐานรากแพทำหน้าที่ในการถ่ายแรงจากตัวอาคารลงสู่เสาเข็ม และเสาเข็มทำหน้าที่ในการถ่ายแรงลงสู่ชั้นดินที่มีความแข็งแรง อาจกล่าวได้ว่าฐานรากแพบนเสาเข็มเป็นรูปแบบของฐานรากที่มีประสิทธิภาพและประหยัดสำหรับอาคารสูง [1,2] วิธีการออกแบบฐานรากแพที่นิยมใช้ คือ วิธีโครงสร้างแผ่นบางบนสปริง (Plate on spring) โดยการจำลองฐานรากแพเป็นโครงสร้างแผ่นบาง (Plate) และจำลองเสาเข็มเป็นสปริง (Pile spring) แสดงดังรูปที่ 1 พารามิเตอร์หนึ่งที่สำคัญสำหรับการออกแบบด้วยวิธีดังกล่าว คือ ค่าสติฟเนสของเสาเข็มสปริง (Stiffness of pile spring) หรือค่า K



รูปที่ 1 การจำลองฐานรากแพด้วยโครงสร้างแผ่นบางบนสปริง (Plate on spring) [3]

ค่าสติฟเนสของเสาเข็มสปริง (Stiffness of pile spring, K) คือ ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกเสาเข็มกับการทรุดตัวของเสาเข็ม โดยทั่วไปค่า K คำนวณจากผลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) จากการพิจารณา อัตราส่วนระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกออกแบบ (Design load) และการทรุดตัวของเสาเข็ม (Settlement) [4-6] แสดงดังสมการที่ (1) [7]

$$K = \frac{P}{\delta} \quad (1)$$

เมื่อ K = ค่าสติฟเนสของเสาเข็ม
P = น้ำหนักบรรทุกทุกออกแบบของเสาเข็ม
 δ = ค่าการทรุดตัว ที่น้ำหนักบรรทุกทุกออกแบบ

โดยปกติในขั้นตอนการออกแบบนั้นยังไม่มีผลการทดสอบเสาเข็ม สามารถคำนวณค่า K ของเสาเข็มได้จากงานศึกษาใน

อดีต [4, 5, 8, 9] โดยการเทียบระหว่างค่าสติฟเนส ของเสาเข็มสปริงโดยรวมผลของดินโดยรอบเทียบกับสติฟเนสตามคุณสมบัติและรูปร่างของเสาเข็ม (AE/L) เพื่อให้เป็นตัวแปรไร้มิติ แสดงดังสมการที่ (2) และ (3) โดยมีสมมติฐานว่าเสาเข็มไม่มีการทรุดตัว

กรณีเสาเข็มรับแรงแบกทานที่ปลายเสาเข็ม

$$K / (EA / L) = 1 \quad (2)$$

กรณีเสาเข็มรับแรงเสียดทานเป็นหลัก

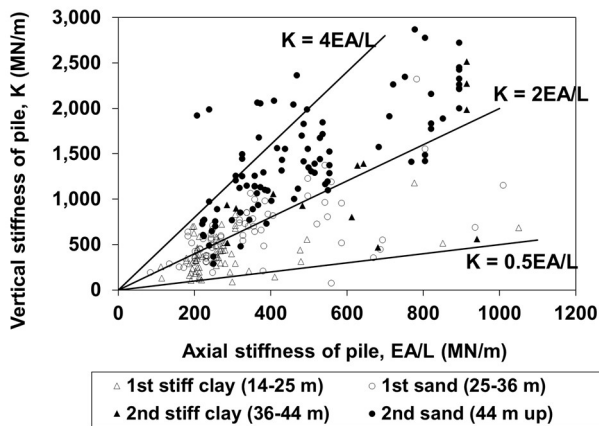
$$K / (EA / L) = 2 \quad (3)$$

เมื่อ A = พื้นที่หน้าตัดของเสาเข็ม
E = โมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุที่ใช้ทำเสาเข็ม
L = ความยาวจริงของเสาเข็ม

สำหรับพื้นที่กรุงเทพมหานคร เสาเข็มมีลักษณะเป็นเสาเข็มรับแรงเสียดทานเป็นหลัก (Friction pile) ซึ่งงานวิจัยของ [5] ทำการรวบรวมข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็ม และพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสติฟเนสของเสาเข็มสปริง (Stiffness of pile spring) และ AE/L แสดงดังรูปที่ 2 และทำการแนะนำค่า $K/(EA/L)$ สำหรับเสาเข็มในพื้นที่กรุงเทพมหานคร เท่ากับ 2 ซึ่งสอดคล้องกับค่าที่เสนอโดย [4, 8, 9] แต่สังเกตได้ว่าข้อมูลดังกล่าวมีการกระจายตัวค่อนข้างสูง โดยการกระจายตัวของค่า $K/(EA/L)$ อยู่ในช่วง 0.5-4 หากใช้ค่า $K/(EA/L)$ เท่ากับ 2 ในการคำนวณค่า K พบว่ามีโอกาสคลาดเคลื่อนสูงสุดถึง 2 เท่าของข้อมูลจริง และพบว่ามีค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย (Coefficient of determination, R^2) เท่ากับ 0.365

จากข้อมูลข้างต้นสังเกตได้ว่าข้อมูลมีการกระจายตัวอยู่มาก ดังนั้นการนำค่า $K/(EA/L)$ เท่ากับ 2 ไปใช้ อาจส่งผลให้การคำนวณค่า K คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง โดย [3] กล่าวว่าค่า K ที่ต่างกัน มีผลต่อค่าการทรุดตัวของฐานรากอย่างมาก ดังนั้นการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ที่เหมาะสม จึงมีความสำคัญเป็นอย่างมากเพื่อการคำนวณค่า K ที่ถูกต้องใกล้เคียงกับความเป็นจริง และยังทำให้ประหยัดเวลา ลด

ขั้นตอนการออกแบบ ลดค่าใช้จ่าย รวมทั้งช่วยเพิ่มความมั่นใจให้กับผู้ออกแบบอีกด้วย



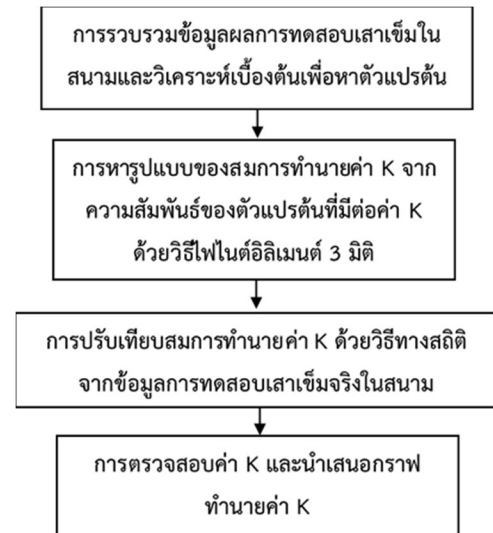
รูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสติฟเนสของเสาเข็มสปริง (Stiffness of pile spring) และ EA/L [10]

บทความนี้มุ่งเน้นในการนำเสนอสมการทำนายค่า K ของเสาเข็มเจาะในพื้นที่กรุงเทพมหานคร โดยการจำลองผลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ โดยใช้โปรแกรม PLAXIS 3D ร่วมกับการวิเคราะห์ทางสถิติจากผลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) โดยใช้โปรแกรม SPSS

2. วิธีการดำเนินงาน

การดำเนินงานวิจัยแบ่งเป็นขั้นตอนดังนี้ 1) การรวบรวมข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็มแบบ Static pile load test กรณีเสาเข็มเจาะ ในพื้นที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑล และทำการวิเคราะห์เบื้องต้นเพื่อหาตัวแปรต้นที่ส่งผลกับค่า K 2) การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของตัวแปรต้นที่มีต่อค่า K ด้วยการจำลองผลการทดสอบเสาเข็ม ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ โดยใช้โปรแกรม PLAXIS 3D เนื่องจากในขั้นตอนนี้เป็นการวิเคราะห์จากข้อมูลดินเฉลี่ยทั้งกรุงเทพฯ จึงไม่สามารถเปรียบเทียบแบบจำลองกับผลการทดสอบเสาเข็มจริงจากโครงการใดโครงการหนึ่งได้ ดังนั้นจึงพิจารณาเพียงรูปแบบความสัมพันธ์ของค่า K กับตัวแปรต้นในลักษณะของรูปแบบสมการทำนายเท่านั้น 3) การเปรียบเทียบสมการทำนายความสัมพันธ์ของค่า K กับตัวแปรต้นที่ได้จากขั้นตอนที่แล้ว ด้วยผลการทดสอบเสาเข็มจริงในสนามจำนวนมากด้วยวิธีการ

ทางสถิติโดยใช้โปรแกรม SPSS 4) การตรวจสอบค่า K ที่ได้จากสมการทำนาย กับผลการทดสอบเสาเข็มจริงในสนามและนำเสนอกราฟทำนายค่า K ที่เหมาะสม ภาพรวมของการดำเนินงานวิจัย แสดงดังรูป 3



รูปที่ 3 ภาพรวมของการดำเนินงานวิจัย

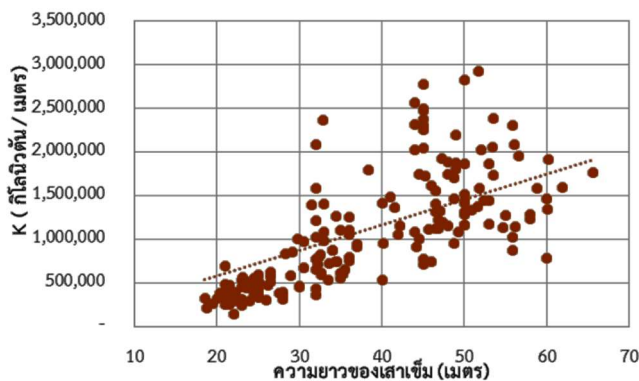
3. การรวบรวมข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็มและทำการวิเคราะห์เบื้องต้นเพื่อหาตัวแปรต้นที่ส่งผลกับค่า K

3.1 การรวบรวมข้อมูลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) ในสนาม

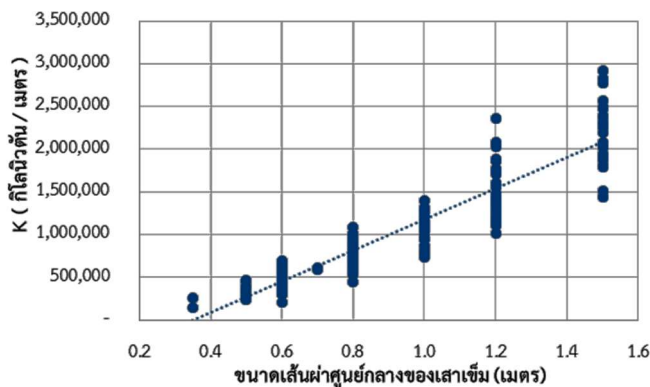
ข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) กรณีเสาเข็มเจาะ ในพื้นที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑล ถูกรวบรวมจากงานวิจัย [7, 11, 12] จำนวน 276 ข้อมูล เป็นการทดสอบเสาเข็ม กรณีเสาเข็มเจาะ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.35-1.6 เมตร และความยาวเสาเข็ม 18-65 เมตร ผลการรวบรวมข้อมูล พบว่าข้อมูลมีการกระจายตัวสูงและข้อมูลบางส่วนมีค่า $K/(EA/L)$ น้อยหรือมากเกินไป เมื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็มใกล้เคียงกัน เพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีความน่าเชื่อถือสำหรับการวิเคราะห์ในขั้นตอนถัดไป จึงทำการตัดข้อมูลที่มีความผิดปกติออก โดยตัดข้อมูลที่อยู่นอกขอบเขตค่าเฉลี่ยของข้อมูล ± 2 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation; SD) ทำให้ได้ข้อมูลที่มีความน่าเชื่อถือสำหรับการวิเคราะห์ทั้งสิ้น 190 ข้อมูล

3.2 การวิเคราะห์เบื้องต้นเพื่อหาตัวแปรต้นที่ส่งผลกับค่าสถิติของเสาเข็มสปริง

จากการรวบรวมข้อมูลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) ทั้งสิ้น 190 ข้อมูล ผลการศึกษาพบว่า ค่าเฉลี่ยรวมของค่า K เท่ากับ 1,052,616 กิโลนิวตัน/เมตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 651,873 กิโลนิวตัน/เมตร เมื่อวิเคราะห์ค่า K กับขนาดและความยาวของเสาเข็ม พบว่า ค่า K มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามขนาดและความยาวเสาเข็มแต่ข้อมูลมีการกระจายตัวมาก ดังแสดงดังรูปที่ 4 และ 5 ตามลำดับ



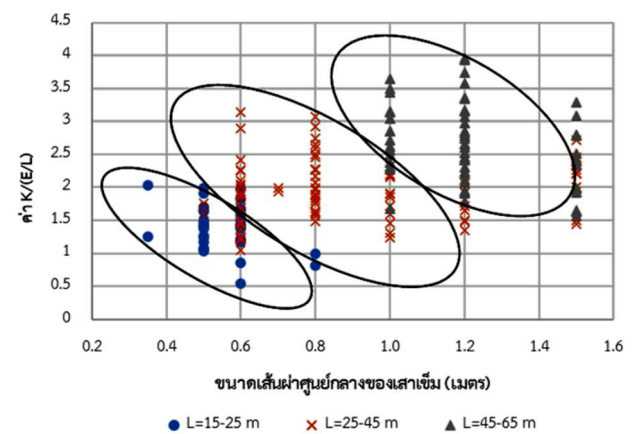
รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า K กับความยาวของเสาเข็ม



รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า K กับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม

ดังนั้นจึงพิจารณาค่า $K/(EA/L)$ ที่เป็นตัวแปรไร้มิติกับค่าขนาดและความยาวเสาเข็มพบว่า ค่าเฉลี่ยรวมของค่า $K/(EA/L)$ เท่ากับ 2.070 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.66 และทำการจัดกลุ่มข้อมูล โดยทำการจัดกลุ่มเป็น 3 ช่วง เพื่อให้เห็นแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงค่า $K/(EA/L)$ เมื่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็มที่เปลี่ยนไป การจัด

กลุ่มข้อมูลตามความยาวของเสาเข็ม ทำการจัดกลุ่มตามลักษณะชั้นดินกรุงเทพฯ เป็น 3 กลุ่ม ดังนี้เสาเข็มที่มีความยาว 15-25 เมตร, 25-45 เมตร และ 45-65 เมตร สำหรับการจัดกลุ่มข้อมูลตามขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม เป็นการ จัดกลุ่มให้แต่ละกลุ่มให้มีจำนวนข้อมูลที่เหมาะสม เพื่อให้ค่าเฉลี่ยที่เป็นตัวแทนของแต่ละกลุ่มได้ โดยสามารถแบ่งเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้เสาเข็มขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.35-0.5 เมตร, 0.6-0.9 เมตร และ 1-1.6 เมตรผลการแบ่งกลุ่มตามตารางที่ 1 ให้ผลค่า $K/(EA/L)$ ดังตารางที่ 2 และมีแนวโน้มความสัมพันธ์ ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า $K/(EA/L)$ กับความยาวและขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม

ตารางที่ 1 จำนวนข้อมูลการทดสอบเสาเข็มแต่ละกลุ่ม

Pile Diameter (m)	Pile Test Number		
	Pile Length (m)		
	$15 \leq L \leq 25$	$25 < L \leq 45$	$45 < L \leq 65$
0.35-0.5	21	0	0
0.6-0.9	24	48	0
1-1.6	0	36	61
รวม	190		

ตารางที่ 2 ค่า $K/(EA/L)$ เฉลี่ยแต่ละกลุ่ม

Pile Diameter (m)	$K/(EA/L)$		
	Pile Length (m)		
	$15 \leq L \leq 25$	$25 < L \leq 45$	$45 < L \leq 65$
0.35-0.5	1.476	-	-
0.6-0.9	1.409	1.979	-
1-1.6	-	1.977	2.662
ค่าเฉลี่ยรวม	2.070		

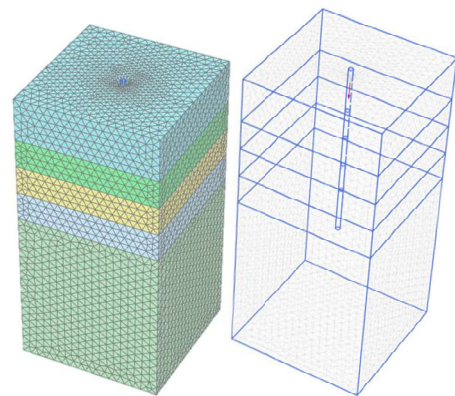
ผลการศึกษาพบว่าค่าเฉลี่ยแต่ละกลุ่มของค่า $K/(EA/L)$ มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อความยาวของเสาเข็มเพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์จากหัวข้อก่อนหน้านี้ นอกจากนี้ยังพบว่าค่า $K/(EA/L)$ มีแนวโน้มลดลง เมื่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเพิ่มขึ้น แต่ความสัมพันธ์นี้ยังไม่ชัดเจนมากนัก สรุปได้ว่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวเสาเข็ม เป็นตัวแปรที่ส่งผลต่อค่า $K/(EA/L)$ ซึ่งจะนำไปศึกษาถึงความสัมพันธ์ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ ในหัวข้อต่อไป

4. การหารูปแบบสมการทำนายค่า K จากการจำลองการทดสอบเสาเข็มด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ

การหาความสัมพันธ์ของค่า $K/(EA/L)$ กับขนาดและความยาวของเสาเข็ม จำเป็นต้องใช้ข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) จำนวนมาก เพื่อให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของค่า $K/(EA/L)$ กับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็มที่ชัดเจน จำเป็นต้องมีข้อมูลที่เพียงพอและครบถ้วนในทุกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็มที่สนใจ หากใช้ข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็มในสนามทั้งหมด อาจทำการรวบรวมข้อมูลดังกล่าวให้ครบถ้วนได้ยาก และใช้ค่าใช้จ่ายจำนวนมาก ดังนั้นในการศึกษานี้ได้ทำการจำลองการทดสอบเสาเข็ม กรณีเสาเข็มเจาะ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ โดย PLAXIS 3D ซึ่งเป็นโปรแกรมที่สามารถจำลองผลการทดสอบเสาเข็ม หรือเรียกอีกอย่างว่ากราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกและการทรุดตัว (Load-Settlement Curve) ซึ่งเป็นโปรแกรมที่นิยมใช้อย่างแพร่หลายกับงานทางวิศวกรรมปฐพี โดยทั่วไปการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นิยมทำการเปรียบเทียบกับผลทดสอบจริงในสนาม แต่เนื่องจากในขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาวิเคราะห์จากข้อมูลดินเฉลี่ยทั้งกรุงเทพฯ จึงไม่สามารถเปรียบเทียบแบบจำลองกับผลการทดสอบเสาเข็มจริงจากโครงการใดโครงการหนึ่งได้ ดังนั้นจึงพิจารณาเพียงรูปแบบความสัมพันธ์ของค่า $K/(EA/L)$ กับตัวแปรต้นในลักษณะของรูปแบบสมการทำนายเท่านั้น แล้วจึงนำไปเปรียบเทียบกับวิธีทางสถิติจากผลทดสอบในสนามจำนวนมากในหัวข้อถัดไป

4.1 ลักษณะทั่วไปของแบบจำลอง

การจำลองการทดสอบเสาเข็ม กรณีเสาเข็มเจาะ โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ ด้วยโปรแกรม PLAXIS 3D เริ่มต้นจากการกำหนดขอบเขต (Boundary) ของแบบจำลอง กำหนดขนาดของขอบเขตให้มีขนาดใหญ่เพียงพอที่จะไม่ส่งผลกระทบต่อบริเวณที่มีความหนาแน่นของหน่วยแรงสูง เช่น บริเวณโดยรอบเสาเข็ม เนื่องจากอาจทำให้รูปร่างโครงตาข่าย (Mesh) เสียรูป และส่งผลให้ผลลัพธ์จากการจำลองเกิดความคลาดเคลื่อนได้ สำหรับการศึกษานี้กำหนดขอบเขต (Boundary) ของแบบจำลองขนาด $50 \times 50 \times 100$ เมตร ซึ่งตรวจสอบแล้วพบว่าที่ขอบเขตมีการเปลี่ยนแปลงความเค้นจากน้ำหนักกระทำน้อยมาก ความละเอียดของโครงตาข่าย (Mesh) เลือกเป็นความละเอียดมาก (Very fine) สำหรับการจำลองเสาเข็มเจาะ ทำการจำลองเสาเข็มให้มีหน้าตัดเป็นรูวงกลมตามขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็มที่กำหนดประกอบด้วย ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม 0.3-1.6 เมตร ทำการจำลองโดยเพิ่มขนาดของเสาเข็มทุก ๆ 0.1 เมตร รวมทั้งสิ้น 11 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม และความยาวเสาเข็ม ทำการจำลองช่วงความยาว 15-80 เมตร โดยการเพิ่มความยาวทุก ๆ 5 เมตร รวมทั้งสิ้น 14 ความยาวของเสาเข็ม รวมทั้งหมด 77 กรณี รูปตัวอย่างการจำลองด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ (3D Finite Element Method) ด้วยโปรแกรม PLAXIS 3D แสดงดังรูปที่ 7 ซึ่งเป็นแบบจำลองการทดสอบเสาเข็ม กรณีเสาเข็มเจาะ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.6 เมตร ความยาวเสาเข็ม 60 เมตร ในชั้นดินกรุงเทพฯ จำนวนเอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ เท่ากับ 91,076 เอลิเมนต์



รูปที่ 7 ตัวอย่างการจำลองการทดสอบเสาเข็ม ด้วยโปรแกรม PLAXIS 3D

4.2 ชนิดของแบบจำลอง

สำหรับการจำลองชั้นดินกรุงเทพฯ ลักษณะเป็นดินเหนียวอ่อน (Soft clay) หนา และชั้นดินเหนียวแข็ง (Stiff clay) รองรับด้วยชั้นทราย (Sand) สลับกับดินเหนียวแข็งมาก (Hard clay) ในการจำลองชั้นดินเหนียวด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ของชั้นดินกรุงเทพฯ ใช้แบบจำลองวัสดุ (Material model) สำหรับชั้นดินเหนียว เป็น Hardening Model (HS) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่เหมาะสมกับการจำลองชั้นดินเหนียวกรุงเทพฯ [13-17] โดยเลือกชนิดการระบายน้ำ (Drainage type) เป็นแบบไม่ระบายน้ำ ชนิดบี (Undrained B) ซึ่งเป็นการวิเคราะห์แบบไม่ระบายน้ำหรือวิเคราะห์พฤติกรรมของวัสดุในระยะสั้น โดยค่าความแข็ง (Stiffness) ของดินจะกำหนดให้อยู่ในเทอมของคุณสมบัติประสิทธิผล (Effective properties) และค่ากำลัง (Strength) กำหนดในเทอมของกำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำ (Undrained shear strength) สำหรับการจำลองชั้นทราย เลือกแบบจำลองวัสดุ (Material model) เป็นแบบจำลองมอร์-คูลอมบ์ (Mohr-Coulomb, MC) โดยเลือกชนิดการระบายน้ำ (Drainage type) เป็นชนิดแบบระบายน้ำ (Drained) โดยพารามิเตอร์ของดินสำหรับการจำลองชั้นดินกรุงเทพฯ เป็นค่าเฉลี่ยของดินกรุงเทพฯ อ้างอิงจากงานวิจัยของ [15] และ [18] แสดงดังตารางที่ 3 กำหนดให้ระดับน้ำใต้ดินอยู่ที่ผิวดิน สำหรับการจำลองเสาเข็มเจาะเลือกแบบจำลองวัสดุ (Material model) เป็นแบบจำลองยืดหยุ่นเชิงเส้น (Linear elastic model) พารามิเตอร์ของเสาเข็มเจาะแสดง ดังตารางที่ 4

4.3 ขั้นตอนการคำนวณ

หลังจากขั้นตอนการจำลองรูปร่างทางเรขาคณิตของเสาเข็มเจาะ ดำเนินการจำลองขั้นตอนการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) สำหรับการคำนวณ (Calculation Phases) โดยแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนหลัก ๆ ได้แก่ ขั้นตอนแรกเป็นการคำนวณเริ่มต้น (Initial Phases) ซึ่งเป็นขั้นตอนที่โปรแกรมสร้างขึ้นโดยอัตโนมัติ เพื่อทำการวิเคราะห์หน่วยแรงเริ่มต้นของดิน ขั้นตอนที่สอง คือขั้นตอนของการติดตั้งเสาเข็ม (Pile Installation) โดยการแทนที่วัสดุดินด้วยวัสดุของเสาเข็มบริเวณที่ได้ทำการจำลองเป็นเสาเข็มเจาะ และขั้นตอนสุดท้ายคือขั้นตอนการของการให้น้ำหนักบรรทุกกับเสาเข็ม (Loading)

โดยให้น้ำหนักบรรทุกทุกบริเวณตรงกลางหัวเสาเข็มเพื่อทำการวิเคราะห์ค่าการทรุดตัวของเสาเข็ม [17, 19-21] สำหรับการให้น้ำหนักบรรทุกแบ่งเป็น 5 ชุด หลัก ๆ ได้แก่ 0, 50, 100, 150, 200 เปอร์เซ็นต์ของน้ำหนักบรรทุกออกแบบ (Design load) และผลลัพธ์ที่ได้คือกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกและการทรุดตัว (Load-Settlement Curve)

ตารางที่ 3 พารามิเตอร์สำหรับการจำลองชั้นดิน

ลักษณะดิน	Soft Clay	Stiff Clay	1st Sand	Hard Clay	2nd Sand
แบบจำลอง	HS	HS	MC	HS	MC
Depth [m]	0-15	15-25	25-35	35-45	45-100
γ [kN/m ³]	15.2	18.4	19.4	19.8	20.1
E_{50}^{ref} [MPa]	10	180	-	600	-
E_{oed}^{ref} [MPa]	10	180	-	600	-
E_{ur}^{ref} [MPa]	30	540	-	1800	-
E' [MPa]	-	-	4500	-	7000
m	1	1	-	1	-
S_u [kPa]	20	90	1	300	1
ϕ [°]	-	-	35.8	-	36.2
V_{ur}	0.2	0.2	0.3	0.2	0.3
p_{ref} [kPa]	100	65	-	65	-
SPT-N [blow/ft]	-	-	45	60	70
R_{int}	0.9	0.5	0.6	0.3	0.6

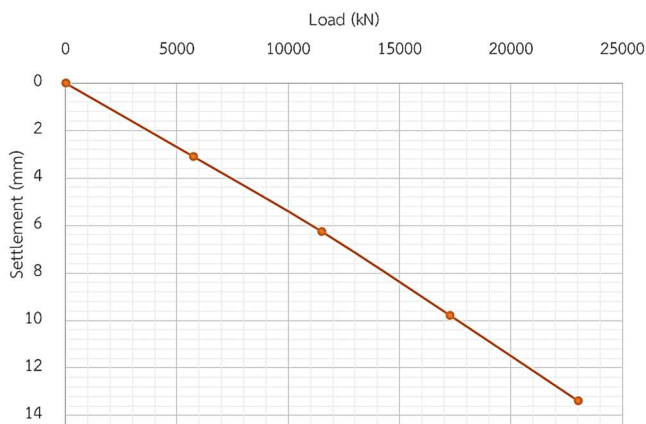
ตารางที่ 4 พารามิเตอร์สำหรับการจำลองเสาเข็มเจาะ

ชนิด	γ [kN/m ³]	ν	E [kPa]	ชนิดวัสดุ
เสาเข็มเจาะ	24	0.2	2.6×10^7	Non-porous

4.4 การคำนวณค่า K

การคำนวณค่า K จากความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกและการทรุดตัว (Load-Settlement Curve) โดยใช้ค่าความลาดชันของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดเริ่มต้นไปยังจุดที่มีค่าน้ำหนักบรรทุกออกแบบ [7] และคำนวณค่า K จากสมการที่ (1) ตัวอย่างการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่า K โดยใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกและการทรุดตัว (Load-Settlement Curve) แสดงดังรูปที่ 8 ซึ่งเป็นผลการ

จำลองการทดสอบเสาเข็ม ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.6 เมตร ความยาว 60 เมตร ด้วยโปรแกรม PLAXIS 3D จากกราฟดังกล่าวอ่านค่าการทรุดตัวของเสาเข็มที่น้ำหนักบรรทุกทุกออกแบบของเสาเข็ม โดยตัวอย่างนี้น้ำหนักบรรทุกทุกออกแบบเท่ากับ 11,500 กิโลนิวตัน อ่านค่าการทรุดตัวของเสาเข็มได้เท่ากับ 6.3 มิลลิเมตร แทนค่าในสมการที่ (1) ได้ค่า K เท่ากับ 1,825,397 กิโลนิวตัน /เมตร และคำนวณหาค่า $K/(EA/L)$ ด้วยการแทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ลงในสมการที่ (2) โดยใช้ค่ายังโมดูลัสของเสาเข็ม เท่ากับ 2.6×10^7 กิโลปาสคาล ซึ่งค่า $K/(EA/L)$ ที่คำนวณได้ เท่ากับ 2.10



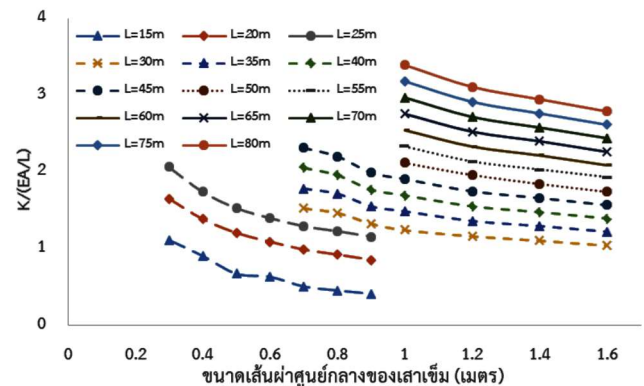
รูปที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกและการทรุดตัว จากการจำลองการทดสอบเสาเข็ม ด้วย PLAXIS 3D

4.5. การวิเคราะห์ตัวแปรต้น

ผลการวิเคราะห์ค่า $K/(EA/L)$ จากการจำลองด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ 3 มิติ นำมาพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $K/(EA/L)$ กับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็มแสดงดังรูปที่ 9 พบว่าค่า $K/(EA/L)$ มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็มเพิ่มขึ้น และค่า $K/(EA/L)$ มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ตามความยาวของเสาเข็มที่เพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้องและเพิ่มความชัดเจนเมื่อเทียบกับผลการวิเคราะห์ในข้อ 3 รูปที่ 6

จากรูปที่ 9 ทำให้ทราบสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $K/(EA/L)$ กับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็ม แสดงดังสมการที่ (4) และตารางที่ 5 ซึ่งสมการแสดงความสัมพันธ์ข้างต้นประกอบด้วยค่าคงที่ 2 ตัว ได้แก่ ค่าคงที่ a และ b พบว่ามีความสัมพันธ์กับความยาวของเสาเข็ม ดังนั้น

สามารถหาสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ a และ b กับความยาวของเสาเข็ม โดยการพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าคง a และ b กับความยาวของเสาเข็มแสดงดังรูปที่ 10 จากกราฟดังกล่าวทำให้ทราบสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ a และ b กับความยาวของเสาเข็ม แสดงดังสมการที่ (5) และ (6) ตามลำดับ



รูปที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า $K/(EA/L)$ กับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็ม

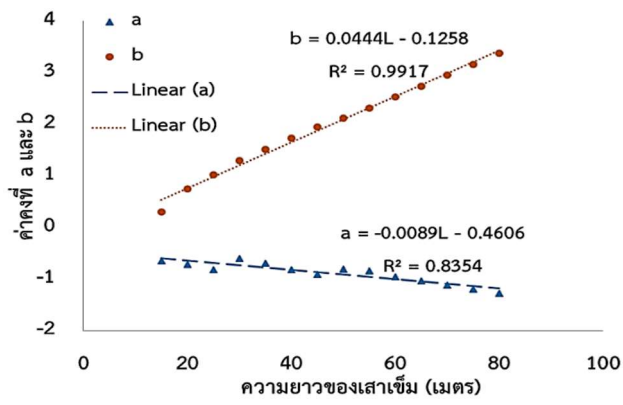
$$K/(EA/L) = a \ln D + b \quad (4)$$

$$a = cL - d \quad (5)$$

$$b = eL - f \quad (6)$$

ตารางที่ 5 ตารางแสดงค่าคงที่ a และ b

Pile length (m)	a	b	R ²
15	-0.642	0.3041	0.9758
20	-0.718	0.7450	0.9885
25	-0.816	1.0198	0.9794
30	-0.596	1.2954	0.9654
35	-0.695	1.5169	0.9752
40	-0.811	1.7378	0.9725
45	-0.910	1.9551	0.9731
50	-0.801	2.1178	0.9990
55	-0.844	2.3177	0.9873
60	-0.954	2.5326	0.9919
65	-1.034	2.7437	0.9918
70	-1.109	2.9527	0.9908
75	-1.189	3.1644	0.9916
80	-1.269	3.3756	0.9918



รูปที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าของ a และ b กับความยาวของเสาเข็ม

หลังจากนั้นทำการแทนสมการที่ (5) และ (6) ลงในสมการที่ (4) ทำให้ทราบรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรต้นที่มีผลต่อการทำนายค่า $K/(EA/L)$ แสดงดังสมการที่ (7) ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าปัจจัยต้นที่มีผลต่อการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ได้แก่ $\ln D$, $\ln L$ และ L

$$K/(EA/L) = a_0 + a_1 L \ln D + a_2 \ln D + a_3 L \quad (7)$$

5. การเปรียบเทียบสมการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ด้วยวิธีทางสถิติ

การสร้างสมการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ในการศึกษานี้ใช้วิธีการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ (Multiple linear regression analysis) ซึ่งเป็นเทคนิคทางสถิติในการใช้ตัวแปรต้นมากกว่า 1 ตัวขึ้นไป เพื่อทำนายตัวแปรตาม [22, 23] โดยตัวแปรตามสำหรับการศึกษานี้ คือค่า $K/(EA/L)$ รูปแบบสมการถดถอยเชิงเส้นพหุ แสดงดังสมการที่ (8)

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n \quad (8)$$

เมื่อ Y = ตัวแปรตาม

$a_0, a_1, \dots, a_n$ = ค่าสัมประสิทธิ์ตัวคูณ

$X_1, X_2, \dots, X_n$ = ตัวแปรต้น

การวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์ตัวคูณในสมการทำนายและสัมประสิทธิ์การทำนาย (Coefficient of determination, R^2)

ซึ่งเป็นค่าที่แสดงสัดส่วนหรือร้อยละของความแปรปรวนในตัวแปรตามที่สามารถอธิบายหรือทำนายได้ด้วยชุดของตัวแปรต้น [23] โดยใช้โปรแกรมทางสถิติที่นิยมใช้กันในปัจจุบัน คือโปรแกรม SPSS ช่วยวิเคราะห์ร่วมกับข้อมูลผลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) กรณีเสาเข็มเจาะ ในพื้นที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑล จำนวน 190 ข้อมูล ดังนั้นในการวิเคราะห์จะนำรูปแบบของสมการและตัวแปรต้นที่ได้จากการวิเคราะห์ ในหัวข้อที่ 4 มาเป็นรูปแบบเบื้องต้นในการวิเคราะห์สมการทำนายโดยโปรแกรม SPSS ผลการศึกษาพบว่าสมการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์การทำนาย (R^2) สูงสุด แสดงดังสมการที่ (9)

$$K/(EA/L) = -0.195 - 0.020 L \ln D - 0.063 \ln D + 0.059 L \quad (9)$$

6. การตรวจสอบสมการทำนายค่า K และนำเสนอกราฟการทำนายค่า K

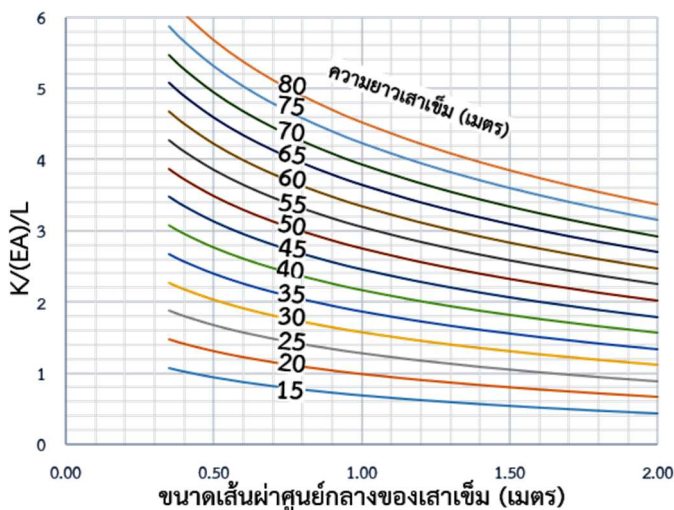
6.1 การทำนายค่า K จากสมการทำนาย

ตัวอย่างข้อมูลเป็นผลการทดสอบเสาเข็ม กรณีเสาเข็มเจาะ บริเวณซอยรามอินทรา 14 เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ขนาดเสาเข็มมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.5 เมตร ความยาวเสาเข็ม 18.5 เมตร ค่า K เท่ากับ 323,529 กิโลนิวตัน/เมตร ทำการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่า $K/(EA/L)$ ได้เท่ากับ 1.172 สำหรับการทำนายค่า $K/(EA/L)$ จากสมการทำนาย สามารถทำได้โดยการแทนค่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็มลงในสมการที่ (9) พบว่าค่า $K/(EA/L)$ ได้เท่ากับ 1.197 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับค่า $K/(EA/L)$ ในสนาม

การคำนวณค่า K ทำได้โดยการแทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ลงในสมการที่ (2) ซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญ ประกอบด้วย ค่า $K/(EA/L)$ ที่ได้จากสมการทำนาย เท่ากับ 1.197, พื้นที่หน้าตัดของเสาเข็ม เท่ากับ 0.196 ตารางเมตร (เส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 0.5 เมตร) ค่าโมดูลัสของเสาเข็ม เท่ากับ 2.6×10^7 กิโลปาสกาล และความยาวของเสาเข็ม เท่ากับ 18.5 เมตร ผลลัพธ์ค่า K เท่ากับ 329,725 กิโลนิวตัน/เมตร ซึ่งใกล้เคียงกับค่า K จากการทดสอบในสนามที่ 323,529 กิโลนิวตัน/เมตร

6.2 กราฟแนะนำค่า $K/(EA/L)$

การทำนายค่า $K/(EA/L)$ จากกราฟ ซึ่งได้จากการแทนค่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของเสาเข็ม ในสมการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ทำให้การนำไปใช้งานง่ายขึ้นยิ่งขึ้น ถือเป็นทางเลือกหนึ่งในการหาค่า $K/(EA/L)$ กราฟแนะนำค่า $K/(EA/L)$ แสดงดังรูปที่ 11 โดยวิธีการทำนายค่า $K/(EA/L)$ จากกราฟ เริ่มจากการลากเส้นตั้งฉากกับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเสาเข็ม (แกน X) ที่ต้องการทราบค่า $K/(EA/L)$ ไปสัมผัสกับเส้นกราฟ ความยาวเสาเข็มที่ต้องการ และลากเส้นขนานกับแกนขนาดของเสาเข็ม (แกน X) ไปยังแกนค่า $K/(EA/L)$ ที่ได้จากการทำนาย (แกน Y) อ่านค่า และทำการคำนวณค่า K ตามลำดับตัวอย่างเช่น ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเสาเข็ม เท่ากับ 0.6 เมตร ความยาว 30 เมตร อ่านค่า $K/(EA/L)$ ได้ประมาณ 1.9 เป็นต้น



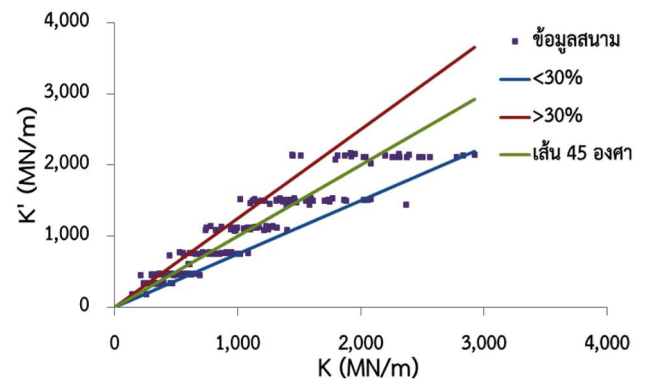
รูปที่ 11 กราฟแนะนำค่า $K/(EA/L)$

6.3 การตรวจสอบค่าสติเฟนสของเสาเข็มสปริง

การตรวจสอบค่าสติเฟนสของเสาเข็มสปริง (Stiffness of pile spring, K) โดยการคำนวณค่า $K/(EA/L)$ จากสมการทำนาย ดำเนินการโดยใช้ข้อมูลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) ในสนาม จำนวน 190 ข้อมูล แทนค่าในสมการที่ (9) และทำการพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า K จากข้อมูลการทดสอบเสาเข็มในสนามจริงกับค่า K ทำนาย เพื่อตรวจสอบความคลาดเคลื่อนจากสมการทำนาย

จากการตรวจสอบความคลาดเคลื่อนค่า K พบว่า ค่า K ทำนาย อยู่ใกล้เส้น 45 องศา และมีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่

ในช่วงไม่เกินร้อยละ 30 ค่าสัมประสิทธิ์การทำนาย (R^2) เท่ากับ 0.880 แสดงดังรูปที่ 12 ซึ่งถือว่ามีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า และให้ค่าสัมประสิทธิ์การทำนาย (R^2) สูงขึ้น เหมาะสมกับการนำไปใช้ เมื่อเปรียบเทียบการให้ค่า $K/(EA/L)$ เท่ากับ 2 โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนถึงหนึ่งเท่าตัว (ร้อยละ 100) และค่าสัมประสิทธิ์การทำนาย (R^2) เท่ากับ 0.365



รูปที่ 12 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า K จากข้อมูลในสนาม กับค่า K ที่ได้จากการทำนาย

7. สรุปผลการวิจัย

การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์ในการนำเสนอสมการทำนายค่า $K/(EA/L)$ เพื่อการคำนวณค่า K ของเสาเข็มเจาะ ในพื้นที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑล โดยการจำลองผลการทดสอบเสาเข็ม (Static pile load test) ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ โดยใช้โปรแกรม PLAXIS 3D ร่วมกับวิธีการทางสถิติจากการรวบรวมผลการทดสอบเสาเข็ม กรณีเสาเข็มเจาะ ในพื้นที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑล จากผลการศึกษาพบว่า

1. ผลจากการรวบรวมข้อมูลการทดสอบเสาเข็ม กรณีเสาเข็มเจาะ ในพื้นที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑล จำนวน 190 ข้อมูล พบว่าค่า $K/(EA/L)$ มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อความยาวของเสาเข็มเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็มเพิ่มขึ้น

2. จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ พบว่าตัวแปรต้นที่มีผลต่อการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ประกอบด้วย $L/\ln D$, $\ln D$ และ L เป็นตัวแปรต้นที่ทำให้สมการทำนายมีค่า R^2 สูงสุด

3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการทดสอบเสาเข็มในสนาม ด้วยโปรแกรม SPSS พบว่าสมการทำนายค่า $K/(EA/L)$ ที่มีค่า R^2 สูงสุด ได้แก่

$$K/(EA/L) = -0.195 - 0.020 \ln D - 0.063 \ln D + 0.059 L$$

4. ผลการเปรียบเทียบค่า K จากข้อมูลการทดสอบเสาเข็มในสนาม กับ ค่า K จากการทำนาย พบว่ามีค่าใกล้เคียงกัน โดยมีความคลาดเคลื่อนไม่เกินร้อยละ 30 ของข้อมูล และค่าสัมประสิทธิ์การทำนาย (Coefficient of determination, R^2) เท่ากับ 0.880

5. ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากสมการทำนาย อาจเกิดจากชั้นดินกรุงเทพมหานคร มีลักษณะการวางตัวของชั้นดินและคุณสมบัติของชั้นดินที่แตกต่างกันในแต่ละพื้นที่ (Bangkok subzone) [24]

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากภาควิชาวิศวกรรมโยธา และ คณะ วิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน

เอกสารอ้างอิง

- [1] Mali SM, Singh B. Behavior of large piled-raft foundation on clay soil. *Ocean Engineering*. 2018; 149: 205-216.
- [2] Rabiei M, Choobbasti AJ. Piled raft design strategies for high rise buildings. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2016; 34(1): 75-85.
- [3] กมล อมรฟ้า, นพดล เพียรเวช. การจำลองเสาเข็มด้วยสปริงในการออกแบบฐานรากอาคารสูง. ใน: *การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 17*. 2555. GTE036 หน้า 1-8.
- [4] ATC-40 report. *Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*. California seismic safety commission. 1996.
- [5] Serbpong K. *Evaluation of Seismic Performance of an Existing Medium-Rise Reinforced Concrete Frame Building in Bangkok*. Dissertation for the degree of master of engineering, Asian Institute of Technology. 2001.
- [6] Randolph MF, Wroth CP. An analysis of the vertical deformation of pile groups. *Geotechnique*. 1979; 29(4): 423-439.
- [7] สุระสิทธิ์ อวรณ์. *การจำลองฐานรากแบบเสาเข็มเป็นแผ่นที่โก่งตัวได้และรองรับโดยสปริง*. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา. มหาวิทยาลัยรังสิต; 2541.
- [8] Teng WC. *Foundation Design*. Prentice-Hall. Englewood Cliffs: New Jersey; 1962.
- [9] อมร พิมานมาศ, ปรีดา ไชยมหาวัน, ภาณุวัฒน์ จ้อยกลัด. *การออกแบบโครงสร้างฐานรากคอนกรีตเสริมเหล็กชั้นสูง*. ซีวิลเอ็นจิเนียริง คอนสัลแตนท์แอนด์ เทรน. 2555. หน้า 305-374.
- [10] Amornfa K, Phienwej N, Kitpayuck P. Current practice on foundation design of high-rise buildings in Bangkok Thailand. *Lowland Technology International*. 2012; 14(2): 70-83.
- [11] ชาญชัย ทรัพย์มิ่งศ์. *พฤติกรรมการรับน้ำหนักในแนวดิ่งและแนวราบของเสาเข็มแบบเรีฐูปตัวที่และเสาเข็มเจาะ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย; 2009.
- [12] วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย. *การหากำลังบรรทุกน้ำหนักเสาเข็มจากการทดสอบ*. สมาคมวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์; 2542.
- [13] Chhunla C, Likitlersuang S. Underground excavation behaviour in Bangkok using three-dimensional finite element method. *Computers and Geotechnics*. 2018; 95: 68-81.
- [14] Jamsawang P, Jamnam S, Jongpradist P, Tanseng P, Horpibulsuk S. Numerical analysis of lateral movements and strut forces in deep cement mixing walls with top-down construction in soft clay. *Computers and Geotechnics*. 2017; 88: 174-181.
- [15] Likitlersuang S, Surarak C, Wanatowski D, Oh E, Balasubramaniam A. Finite element analysis of a deep excavation: A case study from the Bangkok

- MRT. *Soils and Foundations*. 2013; 53(5): 756-773.
- [16] Phutthananon C, Jongpradist P, Yensri P, Jamsawang P. Dependence of ultimate bearing capacity and failure behavior of T-shaped deep cement mixing piles on enlarged cap shape and pile strength. *Computers and Geotechnics*. 2018; 97: 27-41.
- [17] Rukdeechuai T, Jongpradist P, Wonglert A, Kaewsri T. Influence of soil models on numerical simulation of geotechnical works in Bangkok subsoil. *Research and development journal*. 2009; 20(3): 17-28.
- [18] Amornfa K. *Analysis of Piled Raft Foundations with Their Application to Bangkok Subsoil Condition*. Dissertation for the degree of Doctor of Engineering. Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. Asian Institute of Technology, Bangkok; 2012.
- [19] Wehnert M, Vermeer PA. Numerical analyses of load tests on bored piles. In: *NUMOG 9th*, 25-27 August 2004, Ottawa, Canada. 2004.
- [20] Naveen BP, Parthasarathy CR, Thallak SG. Numerical modeling of pile load test. In: *4th China International Piling and Deep Foundations*, Shanghai, China; 2014.
- [21] จารุกิตต์ พูนชัย, สมโพธิ์ อยู่ไว. การจำลองพฤติกรรมของเสาเข็มเดี่ยวในดินเหนียวกรุงเทพฯด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. ใน: *การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 23*, 2561; หน้า 1-5.
- [22] พรสิน สุภวาลย์. *การวิเคราะห์การถดถอย*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร; 2556.
- [23] ศิริชัย กาญจนวาสี. *การวิเคราะห์พหุระดับ*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย; 2554.
- [24] เชิดพันธุ์ อมรกุล. *ฐานข้อมูลชั้นดินทางวิศวกรรมบริเวณที่ราบภาคกลางตอนล่างของประเทศไทย*. ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมโยธา). มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. 2553.