

## การหล่อลื่นในเพื่องพื้นตรงด้วยสารหล่อลื่นหนองน้ำโนโตเนียน

### Elastohydrodynamic Lubrication in Spur Gear with Non-Newtonian Lubricant

ชนิษฐา วงศ์สีดาแก้ว

ภาควิชาเทคโนโลยีวิศวกรรมเครื่องกล วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ แขวงวงศ์สว่าง เขตบางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

Khanitha Wongseedakaew

Department of Mechanical Engineering Technology, College of Industrial Technology,

King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok 10800,

Tel. 0-2913-2500 ext. 6408 Email: khanithaw@kmutnb.ac.th

#### บทคัดย่อ

บทความนี้ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิเล็กทรอนิกส์ในเพื่องพื้นตรงที่มีการสัมผัสเป็นเส้นในสภาพไม่คงตัวด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นของเหลวอนโนห์โนตานี่ที่เป็นไปตามแบบจำลองความหนืดของคาร์โร โดยไม่คำนึงถึงแรงตึงตัว แรงตึงตัวของสารหล่อลื่น ด้วยการใช้ระเบียบวิธีเบอร์เทอเบชัน ระเบียบวิธีผลิต่างสิบเนื่อง ระเบียบวิธีนิวตัน – رافลัน ร่วมกับระเบียบวิธีมัลติกริดเพื่อหาคำตอบของสมการโมเดลฟายด์เรย์โนลด์ในสภาพไม่คงตัว สมการการเปลี่ยนรูปร่างของวัสดุ สมการ และความหนาแน่นของสารหล่อลื่น เพื่อหาระยะห่างตัวของความดันและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการทำงานของเพื่องพื้นตรง จากการจำลองผลพบว่าเมื่อเพื่องพื้นตรงมีความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุดและมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระยะการสัมผัสมีเพิ่มขึ้น ที่ระยะพิเศษ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าน้อยสุด การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเบอร์เทอเบชันช่วยลดความซับซ้อนและความไม่เป็นเชิงเส้นของสมการโมเดลฟายด์เรย์โนลด์ และมีความถูกต้องแม่นยำของการจำลองผลสูง

**คำหลัก** สมการโมเดลฟายด์เรย์โนลด์ การหล่อลื่นแบบอิเล็กทรอนิกส์ ระเบียบวิธีเบอร์เทอเบชัน แบบจำลองความหนืดของคาร์โร ระเบียบวิธีมัลติกริด

#### Abstract

This paper presents performance charac-

teristics of transient isothermal elastohydrodynamic lubrication in line contact of spur gear with non-Newtonian fluids base on Carreau viscosity model. The time dependent Reynolds equation, elastic equation and viscosity equation were formulated for compressible fluid. Finite difference method, Newton-Raphson method, perturbation method, finite difference method and multigrid method were implemented to obtain the film pressure profiles, film thickness profiles and traction coefficient in the contact region. The simulation results show that the film thickness reaches its minimum at approach point when the line of action increase film thickness was increase. The minimum traction coefficient was occurrence at pitch point. The perturbation method was reduced nonlinearity of the system and high accuracy.

**Keywords:** modified Reynolds equation, elastohydrodynamic lubrication, perturbation method, Carreau viscosity model, multigrid method.

#### 1. บทนำ

การส่งถ่ายกำลังที่ต้องการอัตราทดและส่งถ่ายกำลังสูง ๆ จะใช้เพื่องเป็นอุปกรณ์หลักในการส่งถ่ายกำลังดังนั้นการทำงานของเพื่องจะเป็นต้องมีการหล่อลื่นที่ดีและการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของเพื่องจึงมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์

และศึกษาการเกิดการสึกหรอที่เกิดขึ้นจากการหล่อลื่นไม่ดีพอ เพื่อยืดอายุการใช้งานของเพียงให้มีอายุการใช้งานได้นานที่สุด Dowson and Higginson[1] ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไอกอโรไดนามิกที่มีสัมผัสเป็นเส้นโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข พบว่าฟิล์มสารหล่อลื่นที่เกิดขึ้นบางมาก Larsson[2] ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของเพียงพันตรองที่ทำงานในสภาวะไม่คงตัวด้วยสารหล่อลื่นนอนนิวโทเนียนที่ความหนืดของสารหล่อลื่นเป็นตามแบบจำลองความหนืดแบบเชือกรูกล่า (circular viscosity model) พบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าสูงสุดที่ตำแหน่งพื้นเพียงเริ่มขึ้นบกนและมีค่าเพิ่มขึ้นตามระดับการขับกันของพันเพียง Al-Samieh[3] ศึกษาการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัวจากศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไอกอโรไดนามิกเมื่อของไหลเป็นของไหลแบบนอนนิวโทเนียนสมการที่ใช้มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูงทำให้เวลาในการคำนวณเพื่อหาค่าความต้านทานและฟิล์มสารหล่อลื่นที่เกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสมีค่าน้อยมาก Wang[4] ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โนอิลาสโตไอกอโรไดนามิกในเพียงพันตรองเมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็นของไหล นิวโทเนียน พบว่าความหนาฟิล์มจะมีลดลงแต่อุณหภูมิสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อการที่พันเพียงได้รับเพิ่มขึ้น Mongkolwongroj[5] ศึกษาผลของการเปลี่ยนภาระอย่างทันทีทันใดที่มีต่อพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบ

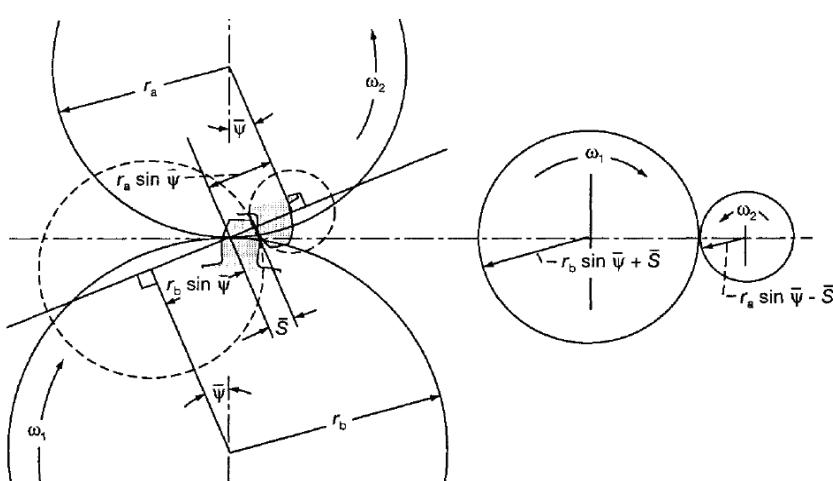
เทอร์โนอิลาสโตไอกอโรไดนามิกในทรงกระบอก พบร่วมกับการเปลี่ยนภาระส่งผลให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นลดลงแต่ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น Huseyin[6][7] ศึกษาพฤติกรรมการสึกหรอของเพียงพันตรองที่ทำด้วยในล่อนรวมทั้งออกแบบแบบลักษณะของเพียงพันตรองเพื่อลดการเปลี่ยนแปลงภาระที่พันเพียงได้รับทำให้การสึกหรอลดลง

บทความนี้ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไอกอโรไดนามิกในเพียงพันตรองที่มีการสัมผัสเป็นเส้นในสภาวะไม่คงตัวด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นของไหลนอนนิวโทเนียนที่เป็นไปตามแบบจำลองความหนืดของคาร์โอโลโดยไม่คิดผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น ด้วยการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเบอร์เกอเบนช์สำหรับวิเคราะห์สมการเรียนโนล์ด และใช้ระเบียบวิธีผลต่างสีบเนื่อง ระเบียบวิธีนิวตัน-رافสันร่วมกับระเบียบวิธีมัลติกริด เพื่อหาพฤติกรรมทางทฤษฎีของฟิล์มสารหล่อลื่นและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่เกิดขึ้นในการทำงานของเพียงพันตรอง

## 2. ทฤษฎีการหล่อลื่น

### 2.1 ลักษณะทางภาพของพันเพียง

การทำงานของเพียงแบบพันตรองและลักษณะทางกายภาพของเพียงพันตรองแสดงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงระยะรัศมีวงกลมพิตช์ของเพียงขับและเพียงตามของเพียงพันตรอง

การขับกันของพันเพียงที่ระยะ  $\bar{S}$  จากตำแหน่งพิตช์ของเพียงที่มีรัศมีพิตช์  $r_a$  และ  $r_b$  มีมุม Pressure angle ( $\bar{\psi}$ ) สามารถถือเป็นได้ด้วยการสัมผัสนักของ

ทรงกระบอก 2 ตัวที่มีความเร็วในการหมุน  $\omega_a$  และ  $\omega_b$  ตามลำดับ ดังนั้นที่ระยะการขับกันต่างๆ ของเพียงจะได้

$$R_1(\bar{S}) = r_b \sin \bar{\psi} + \bar{S} \quad (1)$$

$$R_2(\bar{S}) = r_a \sin \bar{\psi} - \bar{S} \quad (2)$$

ความเร็วที่ผิวของพื้นเพื่องที่ขบกัน

$$u_1(\bar{S}) = \omega_b R_1(\bar{S}) \quad (3)$$

$$u_2(\bar{S}) = \omega_a R_2(\bar{S}) \quad (4)$$

ระยะการขบกันทั้งหมดของพื้นเพื่อง

$$s = \sqrt{(r_a + a_a)^2 - (r_a \cos \bar{\psi})^2} - r_a \sin \bar{\psi} + \sqrt{(r_b + a_b)^2 - (r_b \cos \bar{\psi})^2} - r_b \sin \bar{\psi} \quad (5)$$

เมื่อ  $a_a, a_b$  ค่าแอดเดนดัมของเพื่องขับและเพื่องตาม  
 $r_a, r_b$  รัศมีวงกลมพิતช์ของเพื่องขับและเพื่อง  
 ตาม

$\bar{\psi}$  ค่า Pressure angle

## 2.2 สมการโมเดลเรย์โนลต์

งานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองความหนืดของคาร์โร (Carreau viscosity model) [8]

$$\mu(I) = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) (1 + \lambda^2 I)^{\frac{n-1}{2}} \quad (6)$$

เมื่อ

$$I = \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2, \quad (7)$$

$I$  = second invariant shear strain rate

จากสมการโมเดลจะได้ว่า

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (9)$$

เมื่อ

$$\tau_{xz} = \mu(I) \frac{\partial u}{\partial z} \quad (10)$$

$$\tau_{yz} = \mu(I) \frac{\partial v}{\partial z} \quad (11)$$

ประมาณค่าความเร็วและความดันด้วยวิธีเปอร์เทอร์เบชัน (perturbation method)[9][10] และตัดเทอมที่มีอันดับสูงทึ้ง ( $0 < \delta \ll 1$ ) จะได้ว่า

$$u = u^* + \delta u', \quad v = v^* + \delta v', \quad p = p^* + \delta p' \quad (12)$$

แทนสมการ (12) ลงในสมการ (7) และตัดเทอมที่มีอันดับสูงทึ้งจะได้ว่า

$$I = I^* + \delta I' \quad (13)$$

เมื่อ

$$I^* = \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right)^2 \quad (14)$$

$$I' = 2 \left( \left( \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial v'}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \right) \quad (15)$$

กระจายสมการความหนืดด้วยอนุกรม泰勒์รอบๆ  $I^*$  จะได้ว่า

$$\mu = \mu^* + \delta \mu' \quad (16)$$

เมื่อ

$$\mu^* = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) (1 + \lambda^2 I^*)^{\frac{n-1}{2}} \quad (17)$$

$$\mu' = 2 \left( \left( \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial v'}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \right) \left( \frac{\partial \mu}{\partial I} \right) \Big|_{I=I^*} \quad (18)$$

แทนสมการ (10),(11),(12) และสมการ (16) ลงในสมการ (8) และสมการ (9) ตัดเทอมที่มีอันดับสูงทึ้ง โดยวิธีเกียบสมประสิทธิ์ของ  $\delta$  จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \mu^* \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu^* \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \right) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu^* \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) + \mu' \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) \right) \quad (20)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu^* \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) + \mu' \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \right) \quad (21)$$

อินติเกรตสมการ (19),(20) และสมการ (21) โดยมีเงื่อนไขขอบคือความเร็วของของไหลที่สัมผัสกับผิววัสดุ มีค่าเท่ากับความเร็วของผิววัสดุ

$$z = 0, \quad u^* = u_1, \quad u' = 0, \quad v^* = v_1, \quad v' = 0, \quad w = w_1 \quad (22)$$

$$z = h, \quad u^* = u_2, \quad u' = 0, \quad v^* = v_2, \quad v' = 0, \quad w = w_2$$

จะได้ว่า

$$u^* = \left( \frac{u_2 - u_1}{h} \right) z + u_1 \quad (23)$$

$$v^* = \left( \frac{v_2 - v_1}{h} \right) z + v_1 \quad (24)$$

$$u' = \frac{\left( \frac{z(z-h)}{2} \right) \left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right)}{\mu^* + 2 \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right)^2 \left( \frac{\partial \mu}{\partial I} \right) \Big|_{I=I^*}} \quad (25)$$

$$v' = \frac{\left( \frac{z(z-h)}{2} \right) \left( \frac{\partial p'}{\partial y} \right)}{\mu^* + 2 \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right)^2 \left( \frac{\partial \mu}{\partial I} \right)_{I=I^*}} \quad (26)$$

การกระจายความเร็วของการไหลของของไหลดตามทิศทาง  $z$  จะได้ว่า

$$u = \left( \frac{z(z-h)}{2\mu_u^*} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \left( \frac{u_2 - u_1}{h} \right) z + u_1 \quad (27)$$

$$v = \left( \frac{z(z-h)}{2\mu_v^*} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \left( \frac{v_2 - v_1}{h} \right) z + v_1 \quad (28)$$

เมื่อ

$$\mu_u^* = \mu^* + 2 \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right)^2 \left( \frac{\partial \mu}{\partial I} \right)_{I=I^*} \quad (29)$$

$$\mu_v^* = \mu^* + 2 \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right)^2 \left( \frac{\partial \mu}{\partial I} \right)_{I=I^*} \quad (30)$$

แทนค่าการกระจายความเร็วตามสมการ (27) และสมการ (28) ลงในสมการความต่อเนื่อง (continuity equation) และอินติเกรตตลอดความหนาของพิล์มของไหลด

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dz + \int_0^h \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dz + \int_0^h \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dz + \int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy = 0 \quad (31)$$

จะได้สมการโมดิฟายด์เรย์โนล์ด (modify Reynold Equation)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \left( \frac{\rho h^3}{\mu_u^*} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \left( \frac{\rho h^3}{\mu_v^*} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) \right) = \\ & 12\bar{u} \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + 12\bar{v} \frac{\partial}{\partial y} (\rho h) + 12 \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \end{aligned} \quad (32)$$

เมื่อ

$$\bar{u} = \frac{u_2 + u_1}{2} \quad (33)$$

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad (34)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) = \rho \left( -u_2 \frac{\partial h}{\partial x} - v_2 \frac{\partial h}{\partial y} + (w_2 - w_1) \right) + h \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (35)$$

สำหรับการหล่อลีนแบบอิเล็กทรอนิกส์ไอดิร่าดนามิกของเพ่องพันตรง ซึ่งมีการสัมผัสเป็นเส้น จากสมการ (32) จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \left( \frac{\rho h^3}{\mu_u^*} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) \right) = 12\bar{u} \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + 12 \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \quad (36)$$

เมื่อทำให้อยู่ในรูปแบบไร้มิติ จะได้สมการโมดิฟายด์เรย์โนล์ดสำหรับเพ่องพันตรงในรูปแบบไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \Phi \frac{\partial P}{\partial X} \right) = \Lambda \left\{ C_{UT}(t) \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \frac{\partial}{\partial T} (\bar{\rho} H) \right\} \quad (37)$$

เมื่อ

$$\Phi = \frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\mu}_U^*} \quad (38)$$

$$\Lambda = \frac{12u_0\mu_0 R_0^2}{b^3 P_H} \quad (39)$$

$$\bar{\mu}_U^* = \bar{\mu}_P \left( \bar{\mu}_S^* + (n-1) \left( \bar{\mu}_S^* - \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right) \left( \frac{\lambda^2 K_{SH} \bar{I}_X^*}{1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{I}^*} \right) \right) \quad (40)$$

โดยที่เงื่อนไขของสำหรับสมการเรย์โนล์ด

$$P(X_{IN}, T) = 0, \quad P(X_{OUT}, T) = (\partial P / \partial X)_{OUT} = 0 \quad (41)$$

$$P \geq 0 \quad (X_{IN} < X < X_{OUT}) \quad (42)$$

## 2.3 สมการความหนาพิล์มของสารหล่อลีน

สมการความหนาพิล์มขึ้นอยู่กับลักษณะภายในของพันเพ่องและการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของพันเพ่องจากความดันของสารหล่อลีนแบบยืดหยุ่น[11] ดังนั้นสมการความหนาพิล์มสารหล่อลีนแบบไร้มิติ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{RT}} - \frac{1}{\pi} \int_{\bar{X}_{IN}}^{\bar{X}_{OUT}} P(X, T) \ln |X - X'| dX' \quad (43)$$

## 2.4 สมการความหนาแห่งของสารหล่อลีน

ความหนาแห่งของสารหล่อลีนขึ้นอยู่กับความดันที่พิล์มสารหล่อลีนได้รับ [1]

$$\bar{\rho} = 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \quad (44)$$

## 2.5 สมการความหนีดของสารหล่อลีน

ความหนีดของสารหล่อลีนขึ้นอยู่กับความดันและความเครียดเฉือนที่พิล์มสารหล่อลีนได้รับ

$$\mu = \mu_0 \bar{\mu}_R^* \bar{\mu}_S^* \quad (45)$$

ความหนีดของสารหล่อลีนเปลี่ยนแปลงตามความดันที่สารหล่อลีนได้รับในรูปแบบไร้มิติ [12]

$$\bar{\mu}_R^* = \exp \left[ \frac{(\ln(\mu_0) + 9.67)}{\times \left( -1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^z \right)} \right] \quad (46)$$

ความหนืดของสารหล่อลื่นเปลี่ยนแปลงตามความเครียดเฉือนที่สารหล่อลื่นได้รับเป็นไปตามแบบจำลองความหนืดของคราร์โอล ตามสมการ (6) ในรูปแบบไรเมติ

$$\bar{\mu}_s^* = \frac{\mu_\infty}{\mu_0} + \left( 1 - \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right) \left( 1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{I}^* \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (47)$$

## 2.6 สมการสมดุลแรง

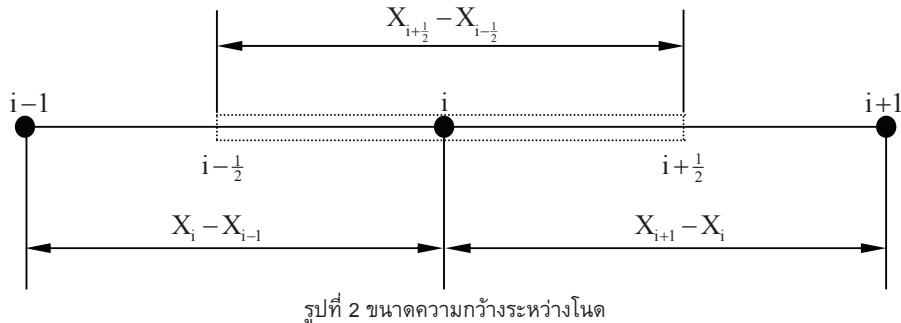
ภาระที่พื้นเพื่องได้รับจะเท่ากับผลรวมของแรงที่กระทำผ่านฟิล์มของสารหล่อลื่น  $\left( \int_{x_{IN}}^{x_{OUT}} pdx = w_z \right)$  เมื่อทำให้สมการสมดุลแรงอยู่ในรูปไรเมติจะได้

$$\int_{x_{IN}}^{x_{OUT}} P dx = C_{WT} \left( \frac{\pi}{2} \right) \quad (48)$$

## 2.7 สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

สัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่เกิดขึ้นในการทำงานของเพื่องพื้นตรงซึ่งเป็นอัตราส่วนผลรวมของความเค้นเฉือนของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ผิวพื้นเพื่องต่อภาระที่กระทำกับพื้นเพื่อง  $\left( f = \int_{x_{IN}}^{x_{OUT}} \tau_{xz} dx / w_z \right)$  ดังนั้นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในรูปไรเมติ

$$f = \left( \frac{\mu_0 u_0 R_0}{C_{WT} w_0 b} \right) \int_{x_{IN}}^{x_{OUT}} \left( \frac{\bar{\mu}_R^* \bar{\mu}_s^*}{H} \right) \left( \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX \quad (49)$$



เมื่อประยุกต์ระเบียบวิธีนิวตันราฟสันกับสมการเรย์โนล์ด์เพื่อหาค่าคงตัวจะได้ว่า

$$\left[ \frac{\partial F(P_i)}{\partial P_i} \right] [\Delta P_i] = [-F(P_i)] \quad (54)$$

## 3. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

สมการโมดิฟายด์เรย์โนล์ด เป็นสมการไม่เป็นเชิงเส้นสูงจึงได้ประยุกต์ใช้ วิธีผลต่างสืบเนื่องร่วมกับระเบียบวิธีวิชีนิวตัน-ราฟสันมาใช้ในการแก้สมการโมดิฟายด์เรย์โนล์ด โดยทำการแบ่งโนดออกเป็นได้ดังรูป 2 การศึกษาครั้งนี้ได้กำหนดให้ความกว้างระหว่างโนดเท่ากัน

$$X_{i+1} - X_i = X_i - X_{i-1} = \Delta X \quad (50)$$

กระจายสมการโมดิฟายด์เรย์โนล์ดด้วยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องร่วมกับระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi_{i+\frac{1}{2}} \left( \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta X} \right) - \Phi_{i-\frac{1}{2}} \left( \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta X} \right)}{\Delta X} \\ & - \Lambda \left[ C_{UT}(t) \left( \frac{(\bar{\rho}H)|_i - (\bar{\rho}H)|_{i-1}}{\Delta X} \right) \right. \\ & \left. + \left( \frac{(\bar{\rho}H)|_i - (\bar{\rho}H)|_{i-1}^0}{\Delta T} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

เมื่อ

$$\Phi_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\Phi_{i+1} + \Phi_i}{2} \quad (52)$$

$$\Phi_{i-\frac{1}{2}} = \frac{\Phi_i + \Phi_{i-1}}{2} \quad (53)$$

ทำการคำนวณซ้ำจนกระทั่ง

$$\sum_{i=0}^N |P_i^{k+1} - P_i^k| / \sum_{i=0}^N |P_i^{k+1}| < 0.0001 \quad (55)$$

$$\left| 1 - \int_{X_{IN}}^{X_{OUT}} P_i dX \right| / C_{WT} \left( \frac{\pi}{2} \right) < 0.001 \quad (56)$$

#### 4. ผลการคำนวณ

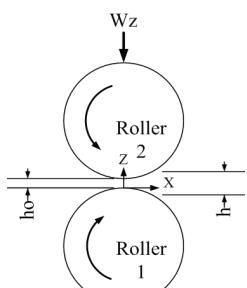
คุณสมบัติของพื้นเพื่องและสารหล่อลื่นแสดงดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ภาระที่พื้นเพื่องได้รับ สภาวะการทำงานของพื้นเพื่องที่ระยะการขับต่างๆ และพิกัดที่ใช้ในการจำลองผลแสดงดังรูปที่ 3 และรูปที่ 4

ตารางที่ 1 คุณสมบัติของพื้นเพื่อง

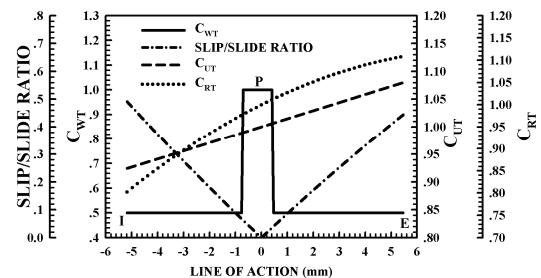
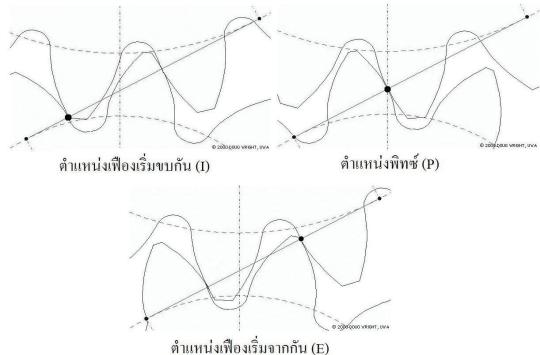
คุณสมบัติของพื้นเพื่อง	PINION	GEAR
จำนวนพื้นเพื่อง	50	100
โมดูล (m), mm	2	2
Pressure Angle ( $\psi$ ), องศา	20	
ความกว้างของพื้นเพื่อง, mm	25	
วัสดุ (MATERIAL)	AISI 304	

ตารางที่ 2 คุณสมบัติของสารหล่อลื่น [13]

คุณสมบัติของสารหล่อลื่น	PAO 40
Inlet Density ( $\rho_0$ ), kg/m <sup>3</sup>	845.0
Low Shear rate Viscosity ( $\mu_0$ ), Pa-s	0.3338
High Shear rate Viscosity ( $\mu_\infty$ ), Pa-s	0.0000
Power Law Index ( $n$ )	0.625
Time Relaxation ( $\lambda$ ), s <sup>-1</sup>	2.12x10 <sup>-7</sup>
Viscosity-Pressure Index ( $Z_1$ )	0.366



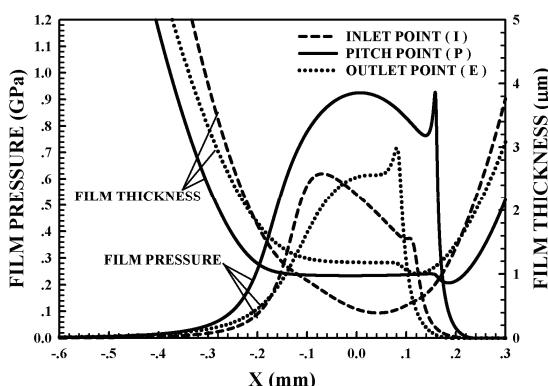
รูปที่ 3 พิกัดที่ใช้ในการจำลองผลสภาวะการทำงานของพื้นเพื่อง



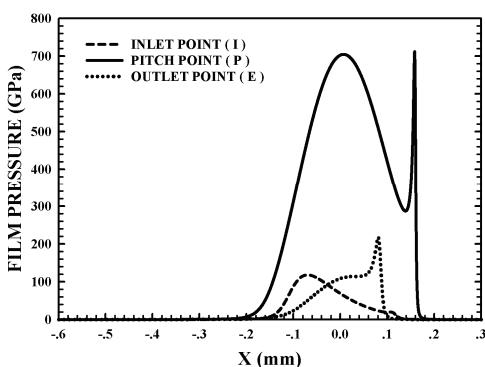
รูปที่ 4 สภาวะการทำงานของพื้นเพื่องที่ระยะการขับต่างๆ ของพื้นเพื่อง

รูปที่ 5 และรูปที่ 6 พบว่าจากการจำลองการหล่อลื่นแบบอิเล็กทรอนิกส์ได้รับแรงดันสูงสุดของพื้นเพื่องที่สัมผัสเป็นเส้นเมื่อพื้นเพื่องรับภาระ 20 kW และทำงานที่ความเร็วรอบ 500 rpm ด้วยสารหล่อลื่นที่มีคุณสมบัติเป็นของไก Lenon นิวโตรเนียนแบบ pseudo-plastic fluid ไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น พบว่าที่ตำแหน่งพื้นเพื่องเริ่มขับกัน (ตำแหน่ง I) ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุด มีค่าเท่ากับ  $0.39 \mu\text{m}$  ความดันสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเท่ากับ  $0.62 \text{ GPa}$  เนื่องจากความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัวจากการกดดันของพื้นเพื่องเมื่อพื้นเพื่องเริ่มขับกัน ส่งผลให้ ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุด เนื่องจากความเครียดเฉือนของฟิล์มสารหล่อลื่นมาก สุดและความดันฟิล์มมีค่าน้อยสุด จากนั้นความดันและฟิล์มสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัวได้เพิ่มขึ้นที่ตำแหน่งพิกัด (ตำแหน่ง P) เป็นตำแหน่งที่พื้นเพื่องรับภาระสูงสุด ส่งผลให้ความกว้างของการสัมผัสและความดันฟิล์มสารหล่อลื่น มีค่าเพิ่มขึ้น ความดันฟิล์มมีค่าสูงสุดที่  $0.93 \text{ GPa}$  ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่า  $0.86 \mu\text{m}$  เนื่องจากความดันที่เพิ่มขึ้นและที่ตำแหน่งดังกล่าวการเคลื่อนที่ของพื้นเพื่องที่ขับกันมีลักษณะหมุนตามกันด้วย

ความเร็วที่เท่ากัน (pure rolling) ทำให้ความเครียดเนื่องมีค่าน้อยสุด จากความสัมพันธ์ระหว่างความหนาดของสารหล่อลื่นกับความดันและความเครียดเนื่องทำให้ความหนาดของสารหล่อลื่นของมีค่ามากสุด และที่ตำแหน่งฟันเพื่อเริ่มจากกัน(ตำแหน่ง E) ความหนาฟิล์มมีค่ามากสุด  $1.01 \mu\text{m}$  ความดันสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่า  $0.72 \text{ GPa}$  เนื่องจากความเร็วของผิวฟันเพื่อเริ่มมีค่ามากสุด และภาระที่ฟันเพื่อได้รับลดลง

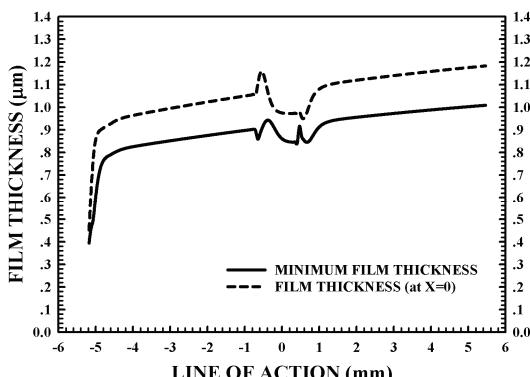


รูปที่ 5 แสดงการกระจายตัวของความดันและความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งการขบกันของฟันเพื่อเริ่มต่างๆ



รูปที่ 6 แสดงการกระจายตัวของความหนาดของสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งการขบกันของฟันเพื่อเริ่มต่างๆ

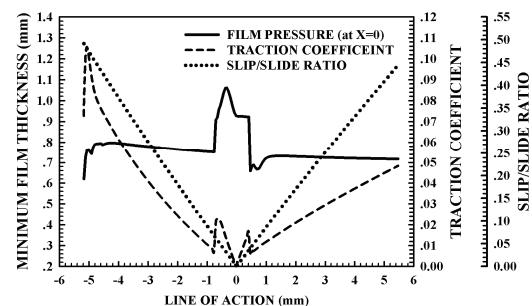
จากรูปที่ 7 เมื่อพิจารณาการทำงานของเพื่อฟันตรงที่ระยการขบกันต่างๆ ของเพื่อ พบว่าที่ตำแหน่งฟันเพื่อเริ่มขบกัน ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าน้อยสุด โดยมีค่าเท่ากับ  $0.39 \mu\text{m}$  เนื่องจากฟิล์มของสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัว เมื่อระยการขบกันของฟันเพื่อเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเนื่องจากฟันเพื่อสร้างฟิล์มสารหล่อลื่นได้เพิ่มขึ้นและเริ่มมีค่าคงที่เมื่อระยการขบกันของฟันเพื่อมากกว่า  $-4.81 \text{ mm}$ . จำกตำแหน่งพิตช์ เมื่อฟันเพื่อเปลี่ยนจากการขบกัน 2 คู่มาเป็นขบกัน 1 คู่ ภาระของฟันเพื่อเพิ่มขึ้นทันทีทันใดเป็น 2 เท่า ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด มีค่าลดลงอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่งดังกล่าวจากนั้นจึงมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงอีกครั้ง เมื่อฟันเพื่อเปลี่ยนจากการขบกัน 1 คู่มาเป็นขบกัน 2 คู่ ที่ระยการขบกันของฟันเพื่อเท่ากับ  $0.46 \text{ mm}$ . จำกตำแหน่งพิตช์ ภาระของฟันเพื่อลดลงทันทีทันใด 2 เท่า ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด มีค่าเพิ่มขึ้นแบบทันทีทันใดและลดลงอย่างรวดเร็ว แล้วจึงมีค่าเพิ่มขึ้นอีกครั้งจนถึงระยการขบกันของฟันเพื่อเท่ากับ  $1.16 \text{ mm}$ . จำกตำแหน่งพิตช์ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด เริ่มมีค่าคงที่ แต่เมื่อพิจารณาความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส ( $X=0$ ) พบว่ามีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งฟันเพื่อเริ่มขบกัน โดยมีค่าเท่ากับ  $0.45 \mu\text{m}$  เนื่องจากฟิล์มของสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัว เมื่อระยการขบกันของฟันเพื่อเพิ่มขึ้น ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเนื่องจากฟันเพื่อสร้างฟิล์มสารหล่อลื่นได้เพิ่มขึ้นและเริ่มมีค่าคงที่เมื่อระยการขบกันของฟันเพื่อมากกว่า  $-4.81 \text{ mm}$ . จำกตำแหน่งพิตช์ เมื่อฟันเพื่อเปลี่ยนจากการขบกัน 2 คู่มาเป็นขบกัน 1 คู่ ภาระของฟันเพื่อเพิ่มขึ้นทันทีทันใดเป็น 2 เท่าที่ระยการขบกันของฟันเพื่อเท่ากับ  $-0.71 \text{ mm}$ . จำกตำแหน่งพิตช์ ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่งดังกล่าวจากนั้นจึงมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วและมีค่าคงที่เมื่อระยการขบกันของฟันเพื่อเพิ่มขึ้นมากกว่า  $-0.18 \text{ mm}$ . จำกตำแหน่งพิตช์ ที่ระยการขบกันของฟันเพื่อเท่ากับ  $0.46 \text{ mm}$ . จำกตำแหน่งพิตช์ ฟันเพื่อเปลี่ยนจากการขบกัน 1 คู่มาเป็นขบกัน 2 คู่ ทำให้ภาระของฟันเพื่อลดลงทันทีทันใด 2 เท่า ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส มีค่าลดลงและเพิ่มขึ้น เมื่อระยการขบกันของฟันเพื่อเพิ่มขึ้นและเริ่มมีค่าคงที่ เมื่อระยการขบกันของฟันเพื่อมากกว่า  $1.10 \text{ mm}$ . จำกตำแหน่งพิตช์



รูปที่ 7 แสดงความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดและความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัติที่ระยะการขับต่างๆ ของพื้นเพื่อง

จากรูปที่ 8 พบร่วมกับค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ระยะ การขับกันต่างๆ ของเพื่อง พบร่วมกับค่าที่ตำแหน่ง พื้นเพื่องเริ่มขับกัน ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่า เท่ากับ 0.073 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสูงสุดเนื่องจากพิล์มของสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัว ทำให้ความหนาของพิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยและผลลัพธ์ต่าง ของความเร็ว ผิวของเพื่องขับและเพื่องตาม (slip/slide ratio) มีค่ามากสุดส่งผลให้ความเครียดเนื้อนและความเค้นเนื้อนมีค่ามาก เมื่อระยะการขับกันของพื้นเพื่อง เพิ่มขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและมีค่าสูงสุด เมื่อระยะการขับกันของพื้นเพื่อง เท่ากับ -5.07 mm. จากตำแหน่งพิตช์ เนื่องจากพื้นเพื่อง สร้างพิล์มสารหล่อลื่นได้เพิ่มขึ้นทำให้ความดันของพิล์มสารหล่อลื่นเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว การเพิ่มขึ้นของความดันพิล์มสารหล่อลื่นส่งผลให้ความหนิดของพิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ความเค้นเนื้อนที่กระทำกับพิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น จากนั้นค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น จากการสัมผัติที่ระยะการขับกันของพื้นเพื่องมีค่าเพิ่มขึ้นเนื่องจากผลลัพธ์ต่างของความเร็วผิวของเพื่องขับและเพื่องตาม (slip/slide ratio) มีค่าลดลง ส่งผลให้ความเค้น เนื่องที่กระทำกับพิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลง เมื่อระยะการขับกันของพื้นเพื่องเท่ากับ -0.71 mm. จากตำแหน่งพิตช์ พื้นเพื่องเปลี่ยนจากการขับกัน 2 คู่มานเป็นขับกัน 1 คู่ ภาระของพื้นเพื่องเพิ่มขึ้นทันทีทันใดเป็น 2 เท่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใด จาก 0.0075 ไปเป็น 0.020 ที่ระยะการขับกันของพื้นเพื่องเท่ากับ -0.60 mm. จากตำแหน่งพิตช์ เนื่องจาก

ภาระที่เพิ่มขึ้นของพื้นเพื่องทำให้ความดันของพิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ความหนิดของสารหล่อลื่น และความเค้นเนื้อนที่กระทำกับพิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น จากนั้นค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลง เมื่อระยะการขับกันของพื้นเพื่องเพิ่มขึ้นจนมีค่าน้อยสุด เท่ากับ 0.0001 ที่ตำแหน่งพิตช์ เนื่องจากที่ตำแหน่งพิตช์ ความเร็วของพื้นเพื่องขับและพื้นเพื่องตามมีค่าเท่ากัน (pure rolling) ส่งผลให้ค่าเครียดเนื้อนและความเค้นเนื้อน มีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งพิตช์ จากนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระยะการขับกันเพิ่มขึ้น จนถึงตำแหน่งที่พื้นเพื่องเปลี่ยนจาก การขับกัน 2 คู่มานเป็นขับกัน 1 คู่ที่ระยะการขับกันของพื้นเพื่องเท่ากับ 0.46 mm. ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน มีค่าลดลงจาก 0.017 ไปเป็น 0.006 เนื่องจากความหนิดและความดันของพิล์มสารหล่อลื่นลดลง และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มกลับขึ้นไปตามระยะการขับกันของพื้นเพื่องที่เพิ่มขึ้นจนมีค่าเท่ากับ 0.048 ที่ตำแหน่งพื้นเพื่องเริ่มแยกจากกัน



รูปที่ 8 แสดงสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ความดันพิล์มสารหล่อลื่น และ Slip/Slide Ratio ที่ระยะการขับต่างๆ ของพื้นเพื่อง

## 5. สรุปผล

จากการจำลองผลพุติกรรมการหล่อลื่นแบบอิเล็กทรโอดрайโตรไดนามิกในเพื่องพื้นตรงที่มีการสัมผัติเป็นเส้นในสภาวะไม่คงตัวด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นข่องไหวนอนนิวโตเดียนที่เป็นไปตามแบบจำลองความหนิดของคาร์บอโรไดโอดรี่โดยไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น ด้วยการใช้ระเบียบวิธีเบอร์เกอร์เบชัน ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องร่วมกับระเบียบวิธีนิวตัน – ราฟสัน สรุปได้ว่า

5.1 การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเบอร์เกอร์เบชัน สำหรับการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิเล็กทรโอดрайโตรไดนามิกเมื่อสารหล่อลื่น มีพฤติกรรมเป็นข่องไห

หนองน้ำโดยนี่ยน แม้จะมีความยุ่งยากในการวิเคราะห์และสร้างสมการโมดิฟายเรย์โนลต์ แต่ก็ช่วยลดความซับซ้อนและความไม่เป็นเชิงเส้นของสมการโมดิฟายเรย์โนลต์ ทำให้ง่ายให้ในการวิเคราะห์และจำลองผลพุติกรรมการหล่อลื่นและมีความแม่นยำของการจำลองผลสูง

5.2 ที่บริเวณพื้นเพื่องเริ่มขับกันความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุด แต่สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าสูงสุดจะส่งผลทำให้ที่ตำแหน่งดังกล่าวพื้นเพื่องมีโอกาสเกิดความเสียหายได้มากที่สุด

5.3 ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระบบการขับกันของพื้นเพื่องมีค่าเพิ่มขึ้น

5.4 ที่ตำแหน่งพิตซ์ความกว้างของสัมผัส ความหนีดของสารหล่อลื่น ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่ามากสุดแต่สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าน้อยสุด

5.5 เมื่อพื้นเพื่องรับภาระเพิ่มขึ้นแบบทันทีทันใด ทำให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าลดลงแต่สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่น และความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัสมีค่าเพิ่มขึ้น

5.6 เมื่อพื้นเพื่องรับภาระลดลงแบบทันทีทันใด ทำให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้นแต่สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่น และความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัสมีค่าลดลง

### สัญลักษณ์

$b$	ความกว้างครึ่งหนึ่งของการสัมผัส , m
$b = R_0 (8W_0 / \pi)^{1/2}$	
$C_{RT}$	สัดส่วนความโถงที่ตำแหน่งใดๆ เทียบกับตำแหน่งพิตซ์ , $C_{RT} = R_X / R_0$
$C_{UT}$	สัดส่วนความเร็วที่ตำแหน่งใดๆ เทียบกับตำแหน่งพิตซ์, $C_{UT} = \bar{u} / u_0$
$C_{WT}$	สัดส่วนภาระที่ตำแหน่งใดๆ เทียบกับตำแหน่งพิตซ์,
	$C_{WT} = w' / w_0$
$E$	โมดูลส์ความยืดหยุ่นของพื้นเพื่อง, Pa
$E'$	โมดูลส์ความยืดหยุ่นเฉลี่ยของพื้นเพื่อง, Pa $1/E' = 1/2 \left[ (1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_1^2) / E_1 \right]$
$f$	สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

$h$	ความหนาฟิล์มที่ตำแหน่งใดๆ , m
$h_0$	ความหนาฟิล์มที่ตำแหน่งกึ่งกลาง , m
$H$	ความหนาฟิล์มไร้มิติ, $H = h(R_0 / b^2)$
$H_0$	ความหนาฟิล์มที่ตำแหน่งกึ่งกลางไร้มิติ $H_0 = h_0 (R_0 / b^2)$
$n$	ดัชนีเพาเวอร์โลว์
$p$	ความดัน, Pa
$P$	ความดันไร้มิติ, $P = p / P_H$
$P_H$	ความดันสูงสุดในการสัมผัสด้วย Hertz, Pa $P_H = E' (W_0 / 2\pi)^{1/2}$
$R_0$	รัศมีความโถงเฉลี่ยที่ตำแหน่ง Pitch, m $\frac{1}{R_0} = \frac{1}{r_a \sin(\bar{\psi})} + \frac{1}{r_b \sin(\bar{\psi})}$
$R_X$	รัศมีความโถงเฉลี่ยที่ตำแหน่งพิตซ์, m $1/R_X = 1/R_1 + 1/R_2$
$r_a$	รัศมีของวงกลมพิตซ์ของเพื่องขับ, m
$r_b$	รัศมีของวงกลมพิตซ์ของเพื่องตาม, m
$s$	ระบบการขับกันทั้งหมดของพื้นเพื่อง, m
$\bar{s}$	ระบบการขับของพื้นเพื่องเทียบกับระบบพิตซ์, m
$t$	เวลา, s
$T$	เวลาไร้มิติ, $T = (u_0 / b) t$
$u_2$	ความเร็วที่ผิวสัมผัสด้วยตาม, m/s
$u_1$	ความเร็วที่ผิวสัมผัสด้วยขับ, m/s
$\bar{u}$	ความเร็วเฉลี่ยของผิวพื้นเพื่องตำแหน่งใดๆ, m/s $\bar{u} = (u_1 + u_2) / 2$
$u_0$	ความเร็วเฉลี่ยผิวพื้นเพื่องตำแหน่งพิตซ์, m/s
$w_1$	ความเร็วของผิวสัมผัสด้วยตามแกน z, m/s
$w_2$	ความเร็วของผิวสัมผัสด้วยตามแกน z, m/s
$w_z$	ภาระที่ตำแหน่งใดๆ ในระบบการขับกันของพื้นเพื่อง, N/m
$w_0$	ภาระที่ตำแหน่งพิตซ์ในการขับกันของพื้นเพื่อง, N/m
$W_0$	ภาระแบบไร้มิติตำแหน่งพิตซ์, $W_0 = w_0 / E' R_0^2$
$x$	โคординต์ในแนว x, m
$X$	โคординต์ในแนว X แบบไร้มิติ, $X = x / b$
$y$	โคординต์ในแนว y, m
$z$	โคординต์ในแนว z, m
$Z$	โคординต์ในแนว Z แบบไร้มิติ, $Z = z / h$
$Z_1$	ดัชนีความหนืด-ความดัน
$\mu$	ความหนีดสมบูรณ์ (Absolute viscosity), Pa-s

$\mu_0$	ความหนึดที่ความเครียดเฉือนมีค่าน้อย, Pa-s
$\mu_\infty$	ความหนึดที่ความเครียดเฉือนมีค่าสูง, Pa-s
$\bar{\mu}_R^*$	ความหนึดแบบไรเมิติที่ขึ้นกับความดัน
$\bar{\mu}_s^*$	ความหนึดแบบไรเมิติที่ขึ้นกับความเครียดเฉือน
$\rho$	ความหนาแน่นของสารหล่อลื่น, kg/m <sup>3</sup>
$\rho_0$	ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นที่ความดัน บรรยายกาศและที่อุณหภูมิอ้างอิง, kg/m <sup>3</sup>
$\bar{\rho}$	ความหนาแน่นของสารหล่อลื่น แบบไรเมิติ, $\bar{\rho} = \rho / \rho_0$
$\bar{\psi}$	Pressure angle, degree
$\lambda$	Time relaxation, s <sup>-1</sup>
$\Phi$	กลุ่มตัวแปรไรเมิติ, $\Phi = \bar{\rho} H^3 / \bar{\mu}_U^*$
$\tau$	Shear stress, Pa

### กิตติกรรมประการ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยนักวิจัยรุ่นใหม่ประจำปี 2553 จากสำนักวิจัยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าฯ พระนครเหนือ

### เอกสารอ้างอิง

- [1] Dowson,D.,and Higginson,G.R., 1966 , Elasto-hydrodynamic lubrication : The Fundamental of Roller and Gear Lubrication. Pergamon, Oxford.
- [2] Larsson, R., 1997, Transient non-Newtonian elastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear. Wear, vol. 207, pp 67-73.
- [3] Al-Samieh M. and Rahnejat H., 2001, Ultra-thin lubricating films under transient conditions. Journal Physics D: Applied Physics, vol.34, pp. 2610-2621.
- [4] Youqiang Wang, Hongqi Li, Jingwei Tong, Peiran Yang, 2004, Transient thermo elastohydrodynamic lubrication analysis of and involute spur gear. Tribology International, vol. 37, pp 773-782.
- [5] Mongkolwongrojn M., Aiumpornsin C. and Thammakosol K., 2006, Theoretical investigation in thermoelastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian lubricants under sudden load change. Journal of Tribology, vol. 128, pp. 771–777.
- [6] Huseyin Imrek, Hayrettin Duzcukoglu, 2007, Relation between wear and tooth width modification in spur gears. Wear, vol. 262, pp.390–394.
- [7] Huseyin Imrek, 2009, Performance improvement method for Nylon 6 spur gears, Tribology International, vol. 42, pp.503–510.
- [8] R.I. Tanner, 1985, Engineering Rheology, Vol. 14–15, Clarendon Press, Oxford, p. 359.
- [9] Dien, I.K. and Elrod, H.G., 1983, A generalized steady-state Reynolds equation for non-Newtonian fluids with application to journal bearings. ASME Journal of Lubrication Technology, vol. 105, pp. 385-390.
- [10] Alan W. Bush, 1992, Perturbation Methods for Engineers and Scientists, CRC Press Inc., US.
- [11] Tripp J., 1985, Hertzian contact in two and three dimension. NASA Technology paper, p.2473.
- [12] Roelandts,C.J.A., 1969, Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils. Druk, V.R.B.,Groingen , Netherland.
- [13] Leslie R. Rudnick, Ronald L. Shubkin, 1999, Synthetic Lubricants and High-Performance Functional Fluids, New York: Marcel Dekker.