

## การหล่อลื่นในเฟืองฟันตรงด้วยสารหล่อลื่นนอนนิวโตเนียน

### Elastohydrodynamic Lubrication in Spur Gear with Non-Newtonian Lubricant

ขนิษฐา วงษ์สีดาแก้ว

ภาควิชาเทคโนโลยีวิศวกรรมเครื่องกล วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ แขวงวงศ์สว่าง เขตบางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

Khanittha Wongseedakaew

Department of Mechanical Engineering Technology, College of Industrial Technology,

King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok 10800,

Tel. 0-2913-2500 ext. 6408 Email: khanitthaw@kmutnb.ac.th

#### บทคัดย่อ

บทความนี้ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกในเฟืองฟันตรงที่มีการสัมผัสเป็นเส้นในสภาวะไม่คงตัวด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนที่เป็นไปตามแบบจำลองความหนืดของคาร์โอ โดยไม่คิดผลการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น ด้วยการใช้อนุกรมเทย์เลอร์แบบชั้นระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง ระเบียบวิธีนิวตัน – ราฟสัน ร่วมกับระเบียบวิธีมัลติกริดเพื่อหาคำตอบของสมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ในสภาวะไม่คงตัว สมการการเปลี่ยนแปลงความหนาของฟิล์ม การเปลี่ยนแปลงความหนาและความหนาแน่นของสารหล่อลื่น เพื่อหาการกระจายตัวของความดันและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการทำงานของเฟืองฟันตรง จากการจำลองผลพบว่าเมื่อเฟืองเริ่มสัมผัสกัน ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุดและมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระยะการสัมผัสของเฟืองมีค่าเพิ่มขึ้น ที่ระยะพิทช์สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าน้อยสุด การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเปอร์เทอร์เบชันช่วยลดความซับซ้อนและความไม่เป็นเชิงเส้นของสมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ และมีความถูกต้องแม่นยำของการจำลองผลสูง

**คำหลัก** สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิก ระเบียบวิธีเปอร์เทอร์เบชัน แบบจำลองความหนืดของคาร์โอ ระเบียบวิธีมัลติกริด

#### Abstract

This paper presents performance charac-

teristics of transient isothermal elastohydrodynamic lubrication in line contact of spur gear with non-Newtonian fluids base on Carreau viscosity model. The time dependent Reynolds equation, elastic equation and viscosity equation were formulated for compressible fluid. Finite different method, Newton-Raphson method, perturbation method, finite difference method and multigrid method were implemented to obtain the film pressure profiles, film thickness profiles and traction coefficient in the contact region. The simulation results show that the film thickness reaches its minimum at approach point when the line of action increase film thickness was increase. The minimum traction coefficient was occurrence at pitch point. The perturbation method was reduced nonlinearity of the system and high accuracy.

**Keywords:** modified Reynolds equation, elastohydrodynamic lubrication, perturbation method, Carreau viscosity model, multigrid method.

#### 1. บทนำ

การส่งถ่ายกำลังที่ต้องการอัตราทดและส่งถ่ายกำลังสูง ๆ จะใช้เฟืองเป็นอุปกรณ์หลักในการส่งถ่ายกำลัง ดังนั้นการทำงานของเฟืองจำเป็นต้องมีการหล่อลื่นที่ดีและการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของเฟืองจึงมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์

และศึกษาการเกิดการสึกหรอที่เกิดขึ้นจากการหล่อลื่นไม่ดีพอ เพื่อยืดอายุการใช้งานของเฟืองให้มีอายุการใช้งานได้นานที่สุด Dowson and Higginson[1] ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีซิสไดโอดนามิกที่มีสัมผัสเป็นเส้นโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข พบว่าฟิล์มสารหล่อลื่นที่เกิดขึ้นบางมาก Larsson[2] ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของเฟืองฟันตรงที่ทำงานในสภาวะไม่คงตัวด้วยสารหล่อลื่นนอนนิวโตเนียนที่ความหนืดของสารหล่อลื่นเป็นไปตามแบบจำลองความหนืดแบบเซอร์กูล่า (circular viscosity model) พบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าต่ำสุดที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มขบกันและมีค่าเพิ่มขึ้นตามระยะการขบกันของฟันเฟือง Al-Samieh[3] ศึกษาการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัวจากการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีซิสไดโอดนามิกเมื่อของไหลเป็นของไหลแบบนอนนิวโตเนียนสมการที่ใช้มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูงทำให้เวลาในการคำนวณเพื่อหาค่าคำตอบนานและฟิล์มสารหล่อลื่นที่เกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสมีค่าน้อยมาก Wang[4] ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมฮิสเทรีซิสไดโอดนามิกในเฟืองฟันตรงเมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็นของไหล นิวโตเนียน พบว่าความหนาฟิล์มจะมีค่าลดลงแต่อุณหภูมิสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อภาระที่ฟันเฟืองได้รับเพิ่มขึ้น Mongkolwongrojn[5] ศึกษาผลของการเปลี่ยนภาระอย่างทันทีทันใดที่มีต่อพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบ

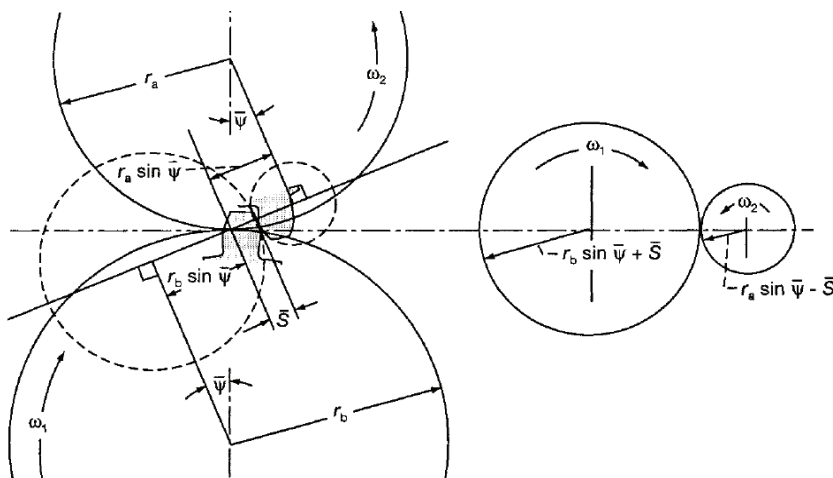
เทอร์โมฮิสเทรีซิสไดโอดนามิกในทรงกระบอก พบว่าการเปลี่ยนภาระส่งผลให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นลดลง แต่ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น Huseyin[6][7] ศึกษาพฤติกรรมการสึกหรอของเฟืองฟันตรงที่ทำด้วยโลหะผสมทั้งออกแบบลักษณะของเฟืองฟันตรงเพื่อลดการเปลี่ยนแปลงภาระที่ฟันเฟืองได้รับทำให้การสึกหรอลดลง

บทความนี้ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีซิสไดโอดนามิกในเฟืองฟันตรงที่มีการสัมผัสเป็นเส้นในสภาวะไม่คงตัวด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนที่เป็นไปตามแบบจำลองความหนืดของคาร์โอโดยไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น ด้วยการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเปอร์เทอเบชันสำหรับวิเคราะห์สมการเรย์โนลด์ และใช้ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน ร่วมกับระเบียบวิธีมัลติกริด เพื่อหาพฤติกรรมทางทฤษฎีของฟิล์มสารหล่อลื่นและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียหายที่เกิดขึ้นในการทำงานของเฟืองฟันตรง

## 2. ทฤษฎีการหล่อลื่น

### 2.1 ลักษณะทางภาพของฟันเฟือง

การทำงานของเฟืองแบบฟันตรงและลักษณะทางกายภาพของเฟืองฟันตรงแสดงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงระยะรัศมีวงกลมพิตซ์ของเฟืองขับและเฟืองตามของเฟืองฟันตรง

การขบกันของฟันเฟืองที่ระยะ  $\bar{S}$  จากตำแหน่งพิตซ์ของเฟืองที่มีรัศมีพิตซ์  $r_a$  และ  $r_b$  มีมุม Pressure angle ( $\psi$ ) สามารถอธิบายได้ด้วยการสัมผัสกันของ

ทรงกระบอก 2 ตัวที่มีความเร็วในการหมุน  $\omega_a$  และ  $\omega_b$  ตามลำดับ ดังนั้นที่ระยะการขบกันต่างๆ ของเฟืองจะได้

$$R_1(\bar{S}) = r_b \sin \bar{\psi} - \bar{S} \quad (1)$$

$$R_2(\bar{S}) = r_a \sin \bar{\psi} - \bar{S} \quad (2)$$

ความเร็วที่ผิวของฟันเฟืองที่ขบกัน

$$u_1(\bar{S}) = \omega_b R_1(\bar{S}) \quad (3)$$

$$u_2(\bar{S}) = \omega_a R_2(\bar{S}) \quad (4)$$

ระยะการขบกันทั้งหมดของฟันเฟือง

$$s = \sqrt{(r_a + a_a)^2 - (r_a \cos \bar{\psi})^2} - r_a \sin \bar{\psi} + \sqrt{(r_b + a_b)^2 - (r_b \cos \bar{\psi})^2} - r_b \sin \bar{\psi} \quad (5)$$

เมื่อ  $a_a, a_b$  ค่าแอดเดนดัมของเฟืองขับและเฟืองตาม

$r_a, r_b$  รัศมีวงกลมพิตช์ของเฟืองขับและเฟืองตาม

$\bar{\psi}$  ค่า Pressure angle

## 2.2 สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์

งานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองความหนืดของคาร์โอ (Carreau viscosity model) [8]

$$\mu(I) = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \left(1 + \lambda^2 I\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (6)$$

เมื่อ

$$I = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2, \quad (7)$$

$I$  = second invariant shear strain rate

จากสมการโมเมนตัมจะได้ว่า

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (9)$$

เมื่อ

$$\tau_{xz} = \mu(I) \frac{\partial u}{\partial z} \quad (10)$$

$$\tau_{yz} = \mu(I) \frac{\partial v}{\partial z} \quad (11)$$

ประมาณค่าความเร็วและความดันด้วยวิธีเปอร์เทอร์เบชัน (perturbation method)[9][10] และตัดเทอมที่มีอันดับสูงทั้ง ( $0 < \delta < 1$ ) จะได้ว่า

$$u = u^* + \delta u', \quad v = v^* + \delta v', \quad p = p^* + \delta p' \quad (12)$$

แทนสมการ (12) ลงในสมการ (7) และตัดเทอมที่มีอันดับสูงทั้งจะได้ว่า

$$I = I^* + \delta I' \quad (13)$$

เมื่อ

$$I^* = \left(\frac{\partial u^*}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial z}\right)^2 \quad (14)$$

$$I' = 2 \left[ \left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial z}\right) + \left(\frac{\partial v'}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial v^*}{\partial z}\right) \right] \quad (15)$$

กระจายสมการความหนืดด้วยอนุกรมเทเลอร์รอบจุด  $I^*$  จะได้ว่า

$$\mu = \mu^* + \delta \mu' \quad (16)$$

เมื่อ

$$\mu^* = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \left(1 + \lambda^2 I^*\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (17)$$

$$\mu' = 2 \left[ \left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial z}\right) + \left(\frac{\partial v'}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial v^*}{\partial z}\right) \right] \left( \frac{\partial \mu}{\partial I} \right) \Big|_{I=I^*} \quad (18)$$

แทนสมการ (10),(11),(12) และสมการ (16) ลงในสมการ (8) และ สมการ (9) ตัดเทอมที่มีอันดับสูงทั้ง โดยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ของ  $\delta$  จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \mu^* \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu^* \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \right) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu^* \left( \frac{\partial u'}{\partial z} \right) + \mu' \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) \right) \quad (20)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu^* \left( \frac{\partial v'}{\partial z} \right) + \mu' \left( \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \right) \quad (21)$$

อินทิเกรตสมการ (19),(20) และสมการ (21) โดยมีเงื่อนไขขอบคือความเร็วของของไหลที่สัมผัสกับผิววัสดุมีค่าเท่ากับความเร็วของผิววัสดุ

$$z=0, \quad u^* = u_1, \quad u' = 0, \quad v^* = v_1, \quad v' = 0, \quad w = w_1 \quad (22)$$

$$z=h, \quad u^* = u_2, \quad u' = 0, \quad v^* = v_2, \quad v' = 0, \quad w = w_2$$

จะได้ว่า

$$u^* = \left( \frac{u_2 - u_1}{h} \right) z + u_1 \quad (23)$$

$$v^* = \left( \frac{v_2 - v_1}{h} \right) z + v_1 \quad (24)$$

$$u' = \frac{\left( \frac{z(z-h)}{2} \right) \left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right)}{\mu^* + 2 \left( \frac{\partial u^*}{\partial z} \right)^2 \left( \frac{\partial \mu}{\partial I} \right) \Big|_{I=I^*}} \quad (25)$$

$$v' = \frac{\left(\frac{z(z-h)}{2}\right)\left(\frac{\partial p'}{\partial y}\right)}{\mu^* + 2\left(\frac{\partial v^*}{\partial z}\right)^2\left(\frac{\partial \mu}{\partial I}\right)\bigg|_{I=I^*}} \quad (26)$$

การกระจายความเร็วของการไหลของของไหลตามทิศทาง  $z$  จะได้ว่า

$$u = \left(\frac{z(z-h)}{2\mu_u^*}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \left(\frac{u_2 - u_1}{h}\right)z + u_1 \quad (27)$$

$$v = \left(\frac{z(z-h)}{2\mu_v^*}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \left(\frac{v_2 - v_1}{h}\right)z + v_1 \quad (28)$$

เมื่อ

$$\mu_u^* = \mu^* + 2\left(\frac{\partial u^*}{\partial z}\right)^2\left(\frac{\partial \mu}{\partial I}\right)\bigg|_{I=I^*} \quad (29)$$

$$\mu_v^* = \mu^* + 2\left(\frac{\partial v^*}{\partial z}\right)^2\left(\frac{\partial \mu}{\partial I}\right)\bigg|_{I=I^*} \quad (30)$$

แทนค่าการกระจายความเร็วตามสมการ (27) และสมการ (28) ลงในสมการความต่อเนื่อง (continuity equation) และอินทิเกรตตลอดความหนาของฟิล์มของไหล

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) dz + \int_0^h \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) dz + \int_0^h \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) dz + \int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy = 0 \quad (31)$$

จะได้สมการโมติฟายด์เรย์โนลด์ (modify Reynold Equation)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\frac{\rho h^3}{\mu_u^*}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\frac{\rho h^3}{\mu_v^*}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)\right) = 12\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}(\rho h) + 12\bar{v}\frac{\partial}{\partial y}(\rho h) + 12\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) \quad (32)$$

เมื่อ

$$\bar{u} = \frac{u_2 + u_1}{2} \quad (33)$$

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad (34)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) = \rho\left(-u_2\frac{\partial h}{\partial x} - v_2\frac{\partial h}{\partial y} + (w_2 - w_1)\right) + h\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (35)$$

สำหรับการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีซิสไดนามิกของเฟืองฟันตรง ซึ่งมีการสัมผัสเป็นเส้น จากสมการ (32) จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\frac{\rho h^3}{\mu_u^*}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\right) = 12\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}(\rho h) + 12\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) \quad (36)$$

เมื่อทำให้อยู่ในรูปแบบไร้มิติ จะได้สมการโมติฟายด์เรย์โนลด์สำหรับเฟืองฟันตรงในรูปแบบไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\Phi\frac{\partial P}{\partial X}\right) = \Lambda\left\{C_{UT}(t)\frac{\partial}{\partial X}(\bar{\rho}H) + \frac{\partial}{\partial T}(\bar{\rho}H)\right\} \quad (37)$$

เมื่อ

$$\Phi = \frac{\bar{\rho}H^3}{\mu_u^*} \quad (38)$$

$$\Lambda = \frac{12u_0\mu_0R_0^2}{b^3P_H} \quad (39)$$

$$\bar{\mu}_u^* = \bar{\mu}_p\left(\bar{\mu}_s^* + (n-1)\left(\bar{\mu}_s^* - \frac{\mu_\infty}{\mu_0}\right)\left(\frac{\lambda^2K_{SH}\bar{I}_X^*}{1 + \lambda^2K_{SH}\bar{I}_X^*}\right)\right) \quad (40)$$

โดยที่เงื่อนไขขอบสำหรับสมการเรย์โนลด์

$$P(X_{IN}, T) = 0, \quad P(X_{OUT}, T) = (\partial P / \partial X)_{OUT} = 0 \quad (41)$$

$$P \geq 0 \quad (X_{IN} < X < X_{OUT}) \quad (42)$$

### 2.3 สมการความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่น

สมการความหนาฟิล์มขึ้นอยู่กับลักษณะกายภาพของพื้นผิวและการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของพื้นผิวจากความดันของสารหล่อลื่นแบบยืดหยุ่น[11] ดังนั้นสมการความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นแบบไร้มิติ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{RT}} - \frac{1}{\pi} \int_{\bar{X}_{IN}}^{\bar{X}_{OUT}} P(X, T) \ln|X - X'| dX' \quad (43)$$

### 2.4 สมการความหนาแน่นของสารหล่อลื่น

ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นขึ้นอยู่กับความดันที่ฟิล์มสารหล่อลื่นได้รับ [1]

$$\bar{\rho} = 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \quad (44)$$

### 2.5 สมการความหนืดของสารหล่อลื่น

ความหนืดของสารหล่อลื่นขึ้นอยู่กับความดันและความเครียดเฉือนที่ฟิล์มสารหล่อลื่นได้รับ

$$\mu = \mu_0 \bar{\mu}_R^* \bar{\mu}_s^* \quad (45)$$

ความหนืดของสารหล่อลื่นเปลี่ยนแปลงตามความดันที่สารหล่อลื่นได้รับในรูปแบบไร้มิติ [12]

$$\bar{\mu}_R^* = \exp \left[ \frac{(\ln(\mu_0) + 9.67)}{\times (-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^Z)} \right] \quad (46)$$

ความหนืดของสารหล่อลื่นเปลี่ยนแปลงตามความเค้นเฉือนที่สารหล่อลื่นได้รับเป็นไปตามแบบจำลองความหนืดของคาร์โอ ตามสมการ (6) ในรูปแบบไร้มิติ

$$\bar{\mu}_S^* = \frac{\mu_\infty}{\mu_0} + \left( 1 - \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right) \left( 1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{T}^* \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (47)$$

## 2.6 สมการสมดุลแรง

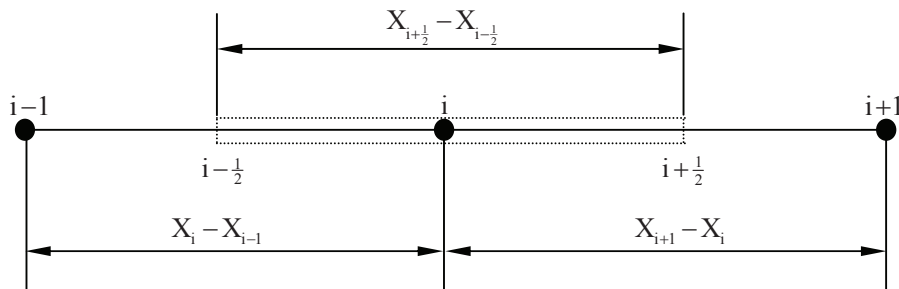
ภาระที่พื้นเฟืองได้รับจะเท่ากับผลรวมของแรงที่กระทำผ่านฟิล์มของสารหล่อลื่น  $\left( \int_{x_{IN}}^{x_{OUT}} p dx = w_z \right)$  เมื่อทำให้สมการสมดุลแรงอยู่ในรูปไร้มิติจะได้

$$\int_{x_{IN}}^{x_{OUT}} P dX = C_{WT} \left( \frac{\pi}{2} \right) \quad (48)$$

## 2.7 สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

สัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่เกิดขึ้นในการทำงานของเฟืองฟันตรงซึ่งเป็นอัตราส่วนผลรวมของความเค้นเฉือนของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ผิวฟันเฟืองต่อภาระที่กระทำกับฟันเฟือง  $\left( f = \int_{x_{IN}}^{x_{OUT}} \tau_{xz} dx / w_z \right)$  ดังนั้นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในรูปไร้มิติ

$$f = \left( \frac{\mu_0 \mu_0 R_0}{C_{WT} w_0 b} \right) \int_{x_{IN}}^{x_{OUT}} \left( \frac{\bar{\mu}_R^* \bar{\mu}_S^*}{H} \right) \left( \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX \quad (49)$$



รูปที่ 2 ขนาดความกว้างระหว่างโนด

เมื่อประยุกต์ระเบียบวิธีนิวตันราฟสันกับสมการเรย์โนลด์เพื่อหาคำตอบจะได้ว่า

$$\left[ \frac{\partial F(P_i)}{\partial P_i} \right] [\Delta P_i] = [-F(P_i)] \quad (54)$$

## 3. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ เป็นสมการไม่เป็นเชิงเส้นสูงจึงได้ประยุกต์ใช้ วิธีผลต่างสืบเนื่องร่วมกับระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสันมาใช้ในการแก้สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ โดยทำการแบ่งโนดออกเป็นได้ดังรูป 2

การศึกษาครั้งนี้ได้กำหนดให้ความกว้างระหว่างโนดเท่ากัน

$$X_{i+1} - X_i = X_i - X_{i-1} = \Delta X \quad (50)$$

กระจายสมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ด้วยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องร่วมกับระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน จะได้ว่า

$$\frac{\Phi_{i+\frac{1}{2}} \left( \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta X} \right) - \Phi_{i-\frac{1}{2}} \left( \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta X} \right)}{\Delta X} - \Lambda \left[ C_{UT}(t) \left( \frac{(\bar{\rho}H)_i - (\bar{\rho}H)_{i-1}}{\Delta X} \right) + \left( \frac{(\bar{\rho}H)_i - (\bar{\rho}H)_i^0}{\Delta T} \right) \right] = 0 \quad (51)$$

เมื่อ

$$\Phi_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\Phi_{i+1} + \Phi_i}{2} \quad (52)$$

$$\Phi_{i-\frac{1}{2}} = \frac{\Phi_i + \Phi_{i-1}}{2} \quad (53)$$

ทำการคำนวณซ้ำจนกระทั่ง

$$\sum_{i=0}^N |P_i^{k+1} - P_i^k| / \sum_{i=0}^N |P_i^{k+1}| < 0.0001 \quad (55)$$

$$\left| 1 - \int_{X_{IN}}^{X_{OUT}} P_i dX / C_{WT} \left( \frac{\pi}{2} \right) \right| < 0.001 \quad (56)$$

#### 4. ผลการคำนวณ

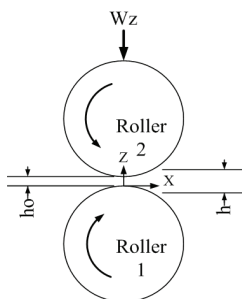
คุณสมบัติของฟันเฟืองและสารหล่อลื่นแสดงดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ภาระที่ฟันเฟืองได้รับ สภาวะการทำงานของฟันเฟืองที่ระยะการขบต่างๆ และพิกัดที่ใช้ในการจำลองผลแสดงดังรูปที่ 3 และรูปที่ 4

ตารางที่ 1 คุณสมบัติของฟันเฟือง

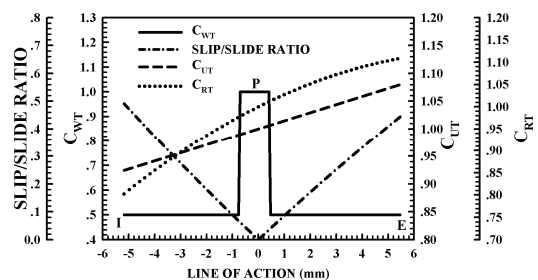
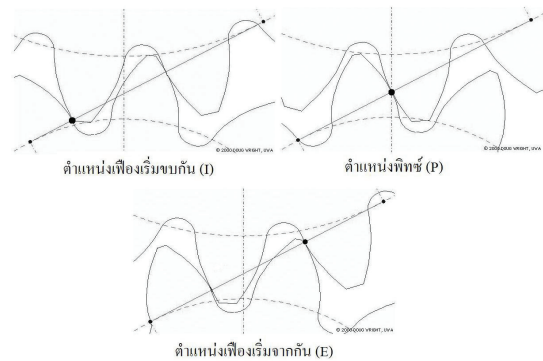
คุณสมบัติของฟันเฟือง	PINION	GEAR
จำนวนฟันเฟือง	50	100
โมดูล (m), mm	2	2
Pressure Angle ( $\psi$ ), องศา	20	
ความกว้างของฟันเฟือง, mm	25	
วัสดุ (MATERIAL)	AISI 304	

ตารางที่ 2 คุณสมบัติของสารหล่อลื่น [13]

คุณสมบัติของสารหล่อลื่น	PAO 40
Inlet Density ( $\rho_0$ ), kg/m <sup>3</sup>	845.0
Low Shear rate Viscosity ( $\mu_0$ ), Pa-s	0.3338
High Shear rate Viscosity ( $\mu_\infty$ ), Pa-s	0.0000
Power Law Index (n)	0.625
Time Relaxation ( $\lambda$ ), s <sup>-1</sup>	2.12x10 <sup>-7</sup>
Viscosity-Pressure Index ( $Z_1$ )	0.366



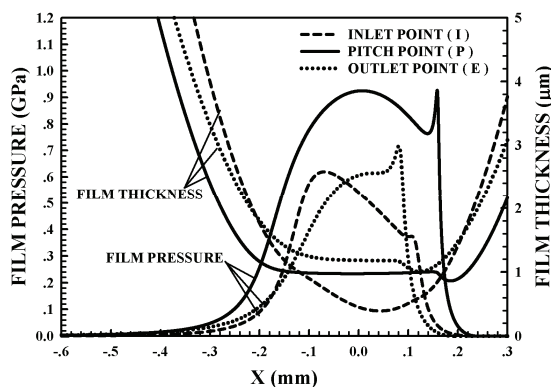
รูปที่ 3 พิกัดที่ใช้ในการจำลองผลสภาวะการทำงานของฟันเฟือง



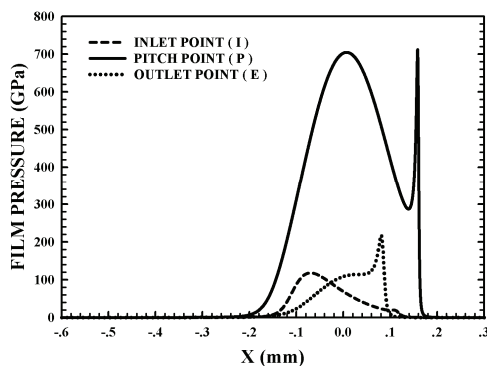
รูปที่ 4 สภาวะการทำงานของฟันเฟืองที่ระยะการขบต่างๆ ของฟันเฟือง

รูปที่ 5 และรูปที่ 6 พบว่าจากการจำลองการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกของเฟืองฟันตรงที่สัมผัสเป็นเส้นเมื่อเฟืองรับภาระ 20 kW และทำงานที่ความเร็วรอบ 500 rpm ด้วยสารหล่อลื่นที่มีคุณสมบัติเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนแบบซูโดพลาสติก (Pseudoplastic Fluid) ไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่นพบว่าที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มขบกัน (ตำแหน่ง I) ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุด มีค่าเท่ากับ  $0.39 \mu\text{m}$  ความดันสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเท่ากับ 0.62 GPa เนื่องจากความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัวจากการกดอัดของผิวฟันเฟืองเมื่อฟันเฟืองเริ่มขบกัน ส่งผลให้ ความหนืดของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุด เนื่องจากความเครียดเฉือนของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่ามากที่สุดและความดันฟิล์มมีค่าน้อยสุด จากนั้นความดันและฟิล์มสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัวได้เพิ่มขึ้นที่ตำแหน่งพิตช์ (ตำแหน่ง P) เป็นตำแหน่งที่ฟันเฟืองรับภาระสูงสุด ส่งผลให้ความกว้างของการสัมผัสและความดันฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น ความดันฟิล์มมีค่าสูงสุดที่ 0.93 GPa ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่า  $0.86 \mu\text{m}$  เนื่องจากความดันที่เพิ่มขึ้นและที่ตำแหน่งดังกล่าวการเคลื่อนที่ของฟันเฟืองที่ขบกันมีลักษณะหมุนตามกันด้วย

ความเร็วที่เท่ากัน (pure rolling) ทำให้ความเครียดเฉือนมีค่าน้อยสุด จากความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของสารหล่อลื่นกับความดันและความเครียดเฉือนทำให้ความหนืดของสารหล่อลื่นของมีค่ามากที่สุด และที่ตำแหน่งพื้นเฟืองเริ่มจากกัน(ตำแหน่ง E) ความหนาฟิล์มมีค่ามากที่สุด ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุดมีค่าเท่ากับ  $1.01\ \mu\text{m}$  ความดันสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่า  $0.72\ \text{GPa}$  เนื่องจากความเร็วของผิวพื้นเฟืองมีค่ามากที่สุดและภาระที่พื้นเฟืองได้รับลดลง



รูปที่ 5 แสดงการกระจายตัวของความดันและความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งการขบกันของพื้นเฟืองต่างๆ

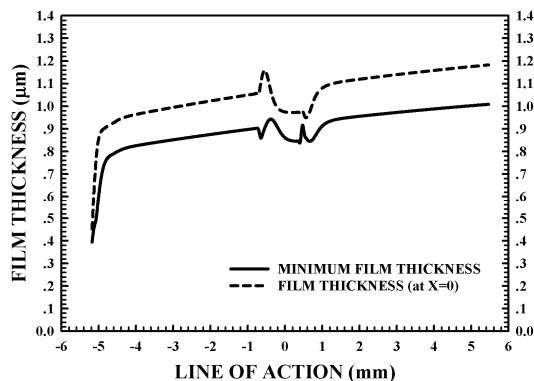


รูปที่ 6 แสดงการกระจายตัวของความหนืดของสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งการขบกันของพื้นเฟืองต่างๆ

จากรูปที่ 7 เมื่อพิจารณาการทำงานของพื้นเฟืองตรงที่ระยะการขบกันต่างๆ ของพื้นเฟือง พบว่าที่ตำแหน่งพื้นเฟืองเริ่มขบกัน ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าน้อยสุด โดยมีค่าเท่ากับ  $0.39\ \mu\text{m}$  เนื่องจากฟิล์มของสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัว เมื่อระยะการขบกันของพื้นเฟืองเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเนื่องจากพื้นเฟืองสร้างฟิล์มสารหล่อ

ลื่นได้เพิ่มขึ้นและเริ่มมีค่าคงที่เมื่อระยะการขบกันของพื้นเฟืองมากกว่า  $-4.81\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์ ที่ระยะการขบกันของพื้นเฟืองเท่ากับ  $-0.71\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์ พื้นเฟืองเปลี่ยนจากการขบกัน 2 คู่มาเป็นขบกัน 1 คู่ ภาระของพื้นเฟืองเพิ่มขึ้นทันทีทันใดเป็น 2 เท่า ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด มีค่าลดลงอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่งดังกล่าวจากนั้นจึงมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงอีกครั้งเมื่อพื้นเฟืองเปลี่ยนจากการขบกัน 1 คู่มาเป็นขบกัน 2 คู่ ที่ระยะการขบกันของพื้นเฟืองเท่ากับ  $0.46\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์ ภาระของพื้นเฟืองลดลงทันทีทันใด 2 เท่า ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด มีค่าเพิ่มขึ้นแบบทันทีทันใดและลดลงอย่างรวดเร็ว แล้วจึงมีค่าเพิ่มขึ้นอีกครั้งจนถึงระยะการขบกันของพื้นเฟืองเท่ากับ  $1.16\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดเริ่มมีค่าคงที่ แต่เมื่อพิจารณาความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส ( $X=0$ ) พบว่ามีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งพื้นเฟืองเริ่มขบกัน โดยมีค่าเท่ากับ  $0.45\ \mu\text{m}$  เนื่องจากฟิล์มของสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัว เมื่อระยะการขบกันของพื้นเฟืองเพิ่มขึ้น ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเนื่องจากพื้นเฟืองสร้างฟิล์มสารหล่อลื่นได้เพิ่มขึ้นและเริ่มมีค่าคงที่เมื่อระยะการขบกันของพื้นเฟืองมากกว่า  $-4.81\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์ เมื่อพื้นเฟืองเปลี่ยนจากการขบกัน 2 คู่มาเป็นขบกัน 1 คู่ ภาระของพื้นเฟืองเพิ่มขึ้นทันทีทันใดเป็น 2 เท่าที่ระยะการขบกันของพื้นเฟืองเท่ากับ  $-0.71\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์ ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่งดังกล่าวจากนั้นจึงมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วและมีค่าค่อนข้างคงที่เมื่อระยะการขบกันของพื้นเฟืองมากกว่า  $-0.18\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์ ที่ระยะการขบกันของพื้นเฟืองเท่ากับ  $0.46\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์ พื้นเฟืองเปลี่ยนจากการขบกัน 1 คู่มาเป็นขบกัน 2 คู่ ทำให้ภาระของพื้นเฟืองลดลงทันทีทันใด 2 เท่า ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส มีค่าลดลงและเพิ่มขึ้น เมื่อระยะการขบกันของพื้นเฟืองเพิ่มขึ้นและเริ่มมีค่าคงที่ เมื่อระยะการขบกันของพื้นเฟืองมากกว่า  $1.10\ \text{mm}$ . จากตำแหน่งพิตช์

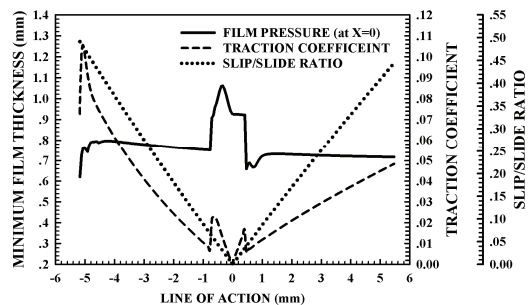




รูปที่ 7 แสดงความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดและความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัสที่ระยะการขบต่างๆ ของฟันเฟือง

จากรูปที่ 8 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ระยะ การขบกันต่างๆ ของเฟือง พบว่าที่ตำแหน่ง ฟันเฟืองเริ่มขบกัน ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเท่ากับ 0.073 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสูงสุดเนื่องจากฟิล์มของสารหล่อลื่นเริ่มก่อตัว ทำให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยและผลต่างของความเร็ว ผิวของเฟืองขับและเฟืองตาม (slip/slide ratio) มีค่ามากที่สุดส่งผลให้ความเครียดเฉือนและความเค้นเฉือนมีค่ามาก เมื่อระยะการขบกันของฟันเฟืองเพิ่มขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและมีค่าสูงสุด เมื่อระยะการขบกันของฟันเฟืองเท่ากับ -5.07 mm. จากตำแหน่งพิตช์ เนื่องจากฟันเฟืองสร้างฟิล์มสารหล่อลื่นได้เพิ่มขึ้นทำให้ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว การเพิ่มขึ้นของความดันฟิล์มสารหล่อลื่นส่งผลให้ความหนืดของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ความเค้นเฉือนที่กระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น จากนั้นค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลงเมื่อระยะการขบกันของฟันเฟืองมีค่าเพิ่มขึ้นเนื่องจากผลต่างของความเร็วผิวของเฟืองขับและเฟืองตาม (slip/slide ratio) มีค่าลดลง ส่งผลให้ความเค้นเฉือนที่กระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลง เมื่อระยะการขบกันของฟันเฟืองเท่ากับ -0.71 mm. จากตำแหน่งพิตช์ ฟันเฟืองเปลี่ยนจากการขบกัน 2 คูมาเป็นขบกัน 1 คู่ ภาระของฟันเฟืองเพิ่มขึ้นทันทีที่ทันไดเป็น 2 เท่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดจาก 0.0075 ไปเป็น 0.020 ที่ระยะระยะการขบกันของฟันเฟืองเท่ากับ -0.60 mm. จากตำแหน่งพิตช์ เนื่องจาก

ภาระที่เพิ่มขึ้นของฟันเฟืองทำให้ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ความหนืดของสารหล่อลื่นและความเค้นเฉือนที่กระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น จากนั้นค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลงเมื่อระยะการขบกันของฟันเฟืองเพิ่มขึ้นจนมีค่าน้อยสุดเท่ากับ 0.0001 ที่ตำแหน่งพิตช์ เนื่องจากที่ตำแหน่งพิตช์ความเร็วของฟันเฟืองขับและฟันเฟืองตามมีค่าเท่ากัน (pure rolling) ส่งผลให้ค่าเครียดเฉือนและความเค้นเฉือนมีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งพิตช์ จากนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระยะการขบกันเพิ่มขึ้น จนถึงตำแหน่งที่ฟันเฟืองเปลี่ยนจากการขบกัน 2 คูมาเป็นขบกัน 1 คู่ที่ระยะการขบกันของฟันเฟืองเท่ากับ 0.46 mm. ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลงจาก 0.017 ไปเป็น 0.006 เนื่องจากความหนืดและความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นลดลง และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มกลับขึ้นไปตามระยะการขบกันของฟันเฟืองที่เพิ่มขึ้นจนมีค่าเท่ากับ 0.048 ที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มแยกจากกัน



รูปที่ 8 แสดงสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ความดันฟิล์มสารหล่อลื่น และ Slip/Slide Ratio ที่ระยะการขบต่างๆ ของฟันเฟือง

## 5. สรุปผล

จากการจำลองผลพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกในเฟืองฟันตรงที่มีการสัมผัสเป็นเส้นในสภาวะไม่คงตัวด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนที่เป็นไปตามแบบจำลองความหนืดของคาร์โอ โดยไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น ด้วยการใช้ระเบียบวิธีเปอร์เทอเบชัน ระเบียบวิธีผลต่างสลับเนื่องร่วมกับระเบียบวิธีนิวตัน - ราฟสัน สรุปได้ว่า

5.1 การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเปอร์เทอเบชัน สำหรับการศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกเมื่อสารหล่อลื่น มีพฤติกรรมเป็นของไหล



นอนนิวโตเนียน แม้จะมีความยุ่งยากในการวิเคราะห์และสร้างสมการโมดิฟายเรย์โนลด์ แต่ก็ช่วยลดความซับซ้อนและความไม่เป็นเชิงเส้นของสมการโมดิฟายเรย์โนลด์ ทำให้ง่ายให้ในการวิเคราะห์และจำลองผลพฤติกรรมการหล่อลื่นและมีความแม่นยำของการจำลองผลสูง

5.2 ที่บริเวณพื้นเพื่องเริ่มขบกันความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุด แต่สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าสูงสุดจะส่งผลทำให้ที่ตำแหน่งดังกล่าวพื้นเพื่องมีโอกาสเกิดความเสียหายได้มากที่สุด

5.3 ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระยะการขบกันของพื้นเพื่องมีค่าเพิ่มขึ้น

5.4 ที่ตำแหน่งพิตช์ความกว้างของการสัมผัส ความหนืดของสารหล่อลื่น ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่ามากที่สุดแต่สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าน้อยสุด

5.5 เมื่อพื้นเพื่องรับภาระเพิ่มขึ้นแบบทันทีทันใด ทำให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าลดลงแต่สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่น และความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัสมีค่าเพิ่มขึ้น

5.6 เมื่อพื้นเพื่องรับภาระลดลงแบบทันทีทันใด ทำให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้นแต่สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่น และความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัสมีค่าลดลง

### สัญลักษณ์

$b$	ความกว้างครึ่งหนึ่งของการสัมผัส, m $b = R_0 (8W_0/\pi)^{1/2}$
$C_{RT}$	สัดส่วนความโค้งที่ตำแหน่งใดๆ เทียบกับตำแหน่งพิตช์, $C_{RT} = R_X/R_0$
$C_{UT}$	สัดส่วนความเร็วที่ตำแหน่งใดๆ เทียบกับตำแหน่งพิตช์, $C_{UT} = \bar{u}/u_0$
$C_{WT}$	สัดส่วนภาระที่ตำแหน่งใดๆ เทียบกับตำแหน่งพิตช์, $C_{WT} = w'/w_0$
$E$	โมดูลัสความยืดหยุ่นของพื้นเพื่อง, Pa
$E'$	โมดูลัสความยืดหยุ่นเฉลี่ยของพื้นเพื่อง, Pa $1/E' = 1/2[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_1^2)/E_1]$
$f$	สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

$h$	ความหนาฟิล์มที่ตำแหน่งใดๆ, m
$h_0$	ความหนาฟิล์มที่ตำแหน่งกึ่งกลาง, m
$H$	ความหนาฟิล์มไรมิต, $H = h(R_0/b^2)$
$H_0$	ความหนาฟิล์มที่ตำแหน่งกึ่งกลางไรมิต $H_0 = h_0(R_0/b^2)$
$n$	ดัชนีเพาเวอร์ลอว์
$p$	ความดัน, Pa
$P$	ความดันไรมิต, $P = p/P_H$
$P_H$	ความดันสูงสุดในการสัมผัสของ Hertz, Pa $P_H = E'(W_0/2\pi)^{1/2}$
$R_0$	รัศมีความโค้งเฉลี่ย ที่ตำแหน่ง Pitch, m $\frac{1}{R_0} = \frac{1}{r_a \sin(\bar{\psi})} + \frac{1}{r_b \sin(\bar{\psi})}$
$R_X$	รัศมีความโค้งเฉลี่ย ที่ตำแหน่งพิตช์, m $1/R_X = 1/R_1 + 1/R_2$
$r_a$	รัศมีของวงกลมพิตช์ของเพื่องขับ, m
$r_b$	รัศมีของวงกลมพิตช์ของเพื่องตาม, m
$s$	ระยะการขบกันทั้งหมดของพื้นเพื่อง, m
$\bar{S}$	ระยะการขบของพื้นเพื่องเทียบกับระยะพิตช์, m
$t$	เวลา, s
$T$	เวลาไรมิต, $T = (u_0/b)t$
$u_2$	ความเร็วที่ผิวสัมผัสของเพื่องตาม, m/s
$u_1$	ความเร็วที่ผิวสัมผัสของเพื่องขับ, m/s
$\bar{u}$	ความเร็วเฉลี่ยของผิวพื้นเพื่องตำแหน่งใดๆ, m/s $\bar{u} = (u_1 + u_2)/2$
$u_0$	ความเร็วเฉลี่ยผิวพื้นเพื่องตำแหน่งพิตช์, m/s
$w_1$	ความเร็วของผิวสัมผัสที่หนึ่งตามแกน z, m/s
$w_2$	ความเร็วของผิวสัมผัสที่สองตามแกน z, m/s
$w_z$	ภาระที่ตำแหน่งใดๆในการขบกันของพื้นเพื่อง, N/m
$w_0$	ภาระที่ตำแหน่งพิตช์ในการขบกันของพื้นเพื่อง, N/m
$W_0$	ภาระแบบไรมิตตำแหน่งพิตช์, $W_0 = w_0/E'R_0^2$
$x$	โคออร์ดิเนต ตามแกน x, m
$X$	โคออร์ดิเนต ตามแกน X แบบไรมิต, $X = x/b$
$y$	โคออร์ดิเนต ตามแกน y, m
$z$	โคออร์ดิเนต ตามแกน z, m
$Z$	โคออร์ดิเนต ตามแกน Z แบบไรมิต, $Z = z/h$
$Z_1$	ดัชนีความหนืด-ความดัน
$\mu$	ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute viscosity), Pa-s

$\mu_0$	ความหนืดที่ความเครียดเฉือนมีค่าน้อย, Pa-s
$\mu_\infty$	ความหนืดที่ความเครียดเฉือนมีค่าสูง, Pa-s
$\bar{\mu}_r^*$	ความหนืดแบบไร้มิติที่ขึ้นกับความดัน
$\bar{\mu}_s^*$	ความหนืดแบบไร้มิติที่ขึ้นกับความเครียดเฉือน
$\rho$	ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นหล่อลื่น, kg/m <sup>3</sup>
$\rho_0$	ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นที่ความดันบรรยากาศและที่อุณหภูมิอ้างอิง, kg/m <sup>3</sup>
$\bar{\rho}$	ความหนาแน่นของสารหล่อลื่น แบบไร้มิติ, $\bar{\rho} = \rho / \rho_0$
$\bar{\psi}$	Pressure angle, degree
$\lambda$	Time relaxation, s <sup>-1</sup>
$\Phi$	กลุ่มตัวแปรไร้มิติ, $\Phi = \bar{\rho} H^3 / \bar{\mu}_U^*$
$\tau$	Shear stress, Pa

### กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยนักวิจัยรุ่นใหม่ ประจำปี 2553 จากสำนักวิจัยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

### เอกสารอ้างอิง

- [1] Dowson, D., and Higginson, G.R., 1966, Elasto-hydrodynamic lubrication : The Fundamental of Roller and Gear Lubrication. Pergamon, Oxford.
- [2] Larsson, R., 1997, Transient non-Newtonian elastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear. Wear, vol. 207, pp 67-73.
- [3] Al-Samieh M. and Rahnejat H., 2001, Ultra-thin lubricating films under transient conditions. Journal Physics D: Applied Physics, vol.34, pp. 2610-2621.
- [4] Youqiang Wang, Hongqi Li, Jingwei Tong, Peiran Yang, 2004, Transient thermo elastohydrodynamic lubrication analysis of and involute spur gear. Tribology International, vol. 37, pp 773-782.
- [5] Mongkolwongrojn M., Aiumpornsin C. and Thammakosol K., 2006, Theoretical investigation in thermoelastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian lubricants under sudden load change. Journal of Tribology, vol. 128, pp. 771–777.
- [6] Huseyin Imrek, Hayrettin Duzcukoglu, 2007, Relation between wear and tooth width modification in spur gears. Wear, vol. 262, pp.390–394.
- [7] Huseyin Imrek, 2009, Performance improvement method for Nylon 6 spur gears, Tribology International, vol. 42, pp.503–510.
- [8] R.I. Tanner, 1985, Engineering Rheology, Vol. 14–15, Clarendon Press, Oxford, p. 359.
- [9] Dien, I.K. and Elrod, H.G., 1983, A generalized steady-state Reynolds equation for non-Newtonian fluids with application to journal bearings. ASME Journal of Lubrication Technology, vol. 105, pp. 385-390.
- [10] Alan W. Bush, 1992, Perturbation Methods for Engineers and Scientists, CRC Press Inc., US.
- [11] Tripp J., 1985, Hertzian contact in two and three dimension. NASA Technology paper, p.2473.
- [12] Roelands, C.J.A., 1969, Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils. Druk, V.R.B., Groingen, Netherland.
- [13] Leslie R. Rudnick, Ronald L. Shubkin, 1999, Synthetic Lubricants and High-Performance Functional Fluids, New York: Marcel Dekker.