

การสร้างแผนการตัดเหล็กเส้นในงานก่อสร้างด้วยวิธี Pattern Cut Plus Best-Fit Decreasing

A Cutting Plan of Reinforcement Bars using the Pattern Cut Plus Best-Fit Decreasing Approach

วชรภูมิ เบญจโอรสาร^{*1} สถาพร โภคา²

¹สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000

²คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี อ.วารินชำราบ จ.อุบลราชธานี 34190

Vacharapoom Benjaoran^{*1} Sdhabhon Bhokha²

¹Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Maung, Nakhon Ratchasima 30000

Tel: 0-4422-4172 E-mail: vacharapoom@sut.ac.th

²Faculty of Engineering, Ubonratchathani University, Warinchamrap, Ubon Ratchathani 34190

Tel: 0-4528-8376 E-mail: sdhabhon@eng.ubu.ac.th

บทคัดย่อ

กระบวนการตัดเหล็กเส้นในงานก่อสร้างได้ก่อให้เกิดเศษการตัดขึ้นจำนวนมาก เนื่องจากการใช้แผนการตัดที่เรียบง่ายจากความคิดของคนงานเอง งานวิจัยนี้จึงต้องการพัฒนาแบบจำลองของปัญหาการตัดพร้อมทั้งวิธีการหาคำตอบเรียกว่า Pattern Cut Plus Best-Fit Decreasing Approach เพื่อลดเศษจากการตัดให้น้อยลงและประหยัดต้นทุนลงได้ รายการความต้องการใช้เหล็กเส้นอาจมีขนาดและแบบที่ประกอบด้วยขนาดที่แตกต่างกันอย่างมากและขนาดละจำนวนชิ้นมากๆ ซึ่งทำให้ปัญหามีความซับซ้อนต้องการเครื่องมือช่วยคำนวณวิธีการที่พัฒนาขึ้นได้อาศัย Genetic algorithm optimization และ Best-fit decreasing algorithm ร่วมกันในขั้นตอนการหาคำตอบเพื่อให้เกิดเศษและใช้จำนวนวัสดุคงคลังที่น้อยลง แบบจำลองที่สร้างขึ้นได้ถูกนำมาทดสอบซ้ำๆ เป็นจำนวนหลายร้อยครั้งเพื่อนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ทางสถิติ พบว่าค่าจำนวนรูปแบบการตัดที่ดีและขนาดเศษการตัดที่ยอมรับได้มีผลต่อคำตอบที่ได้ รวมทั้งผลการทดสอบยังชี้ว่าวิธีการที่พัฒนาขึ้นสามารถสร้างแผนการตัดที่เกิดความสูญเสียน้อยลงได้

คำหลัก ปัญหาการตัดวัสดุคงคลัง วัสดุก่อสร้างเชิงเส้น แผนการตัด เศษการตัด เหล็กเส้น

Abstract

The cutting process of construction steel bars generates an amount of trim loss because the cutting plan is simply arranged by workers. This research initiates a model with the new solution procedures called the Pattern Cut Plus Best-Fit Decreasing Approach to reduce waste and save cost from the process. The demand can be a strongly heterogeneous assortment including different lengths and pieces. The solution procedures combine the Genetic algorithm optimization and Best-fit decreasing algorithm to provide low total trim loss and fewer stocks used. The model was repeatedly tested for a number of runtimes. Test results with statistical analyses showed that the number of efficient cutting patterns and the allowable trim of the patterns could affect the solutions. Also, test results indicated that the new solution procedures gave better cutting plans with less waste of steel bars.

Keywords: Cutting stock problem, one-dimensional construction materials, cutting plan, trim loss, steel bar

1. บทนำ

งานก่อสร้างมีการใช้วัสดุก่อสร้างเชิงเส้น (one-dimensional materials) หลากหลายประเภท เช่น เหล็กเส้น เหล็กรูปพรรณ ไม่แปรรูป ท่อต่างๆ เป็นต้น วัสดุก่อสร้างเชิงเส้นเหล่านี้ถูกจำหน่ายที่ขนาดความยาวมาตรฐาน และต้องมีการตัดให้ได้ขนาดต่างๆกันตามที่ต้องการนำไปใช้งาน ซึ่งขั้นตอนการตัดวัสดุนี้เองจะก่อให้เกิดเศษการตัดขึ้นจำนวนมาก (trim losses) สิ่งก่อสร้างในประเทศไทยนิยมใช้โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กเป็นหลัก ซึ่งต้องการใช้วัสดุก่อสร้างเชิงเส้นเป็นเหล็กเส้นจำนวนมาก ปัญหาเศษจากการตัดเหล็กเส้นจึงทำให้เกิดการสูญเสียที่สำคัญ อีกทั้งเหล็กเส้นยังมีราคาต่อหน่วยสูงเมื่อเทียบกับอัตราค่าจ้างแรงงานก่อสร้างเศษเหล็กเส้นจากการตัดจึงมักมีการสูญหายจากการขโมยด้วย ดังนั้นการสร้างแผนการตัดเหล็กเส้นในงานก่อสร้างให้เกิดเศษการตัดน้อยที่สุดจึงเป็นสิ่งที่คุ้มค่าต่อการทำ ผลจากการลดเศษการตัดจะช่วยลดต้นทุนของงานก่อสร้างลงได้

จากการสำรวจโครงการก่อสร้างพบว่า โดยทั่วไปการสร้างแผนการตัดเหล็กเส้นอยู่ในความรับผิดชอบของหัวหน้าชุดคนงาน หรือโฟร์แมน ไม่ใช่วิศวกร ซึ่งแผนการตัดจะถูกคิดขึ้นอย่างง่าย ๆ ด้วยประสบการณ์โดยไม่ใช้เครื่องมือช่วยคำนวณ อัตราการเกิดเศษการตัดมากกว่า 10% ขึ้นไป ทั้งนี้มีทัศนคติที่ว่าราคาของเศษการตัดที่เกิดขึ้นได้ถูกรวมไว้ในราคาโครงการอยู่แล้ว จึงไม่จำเป็นต้องใส่ใจกับเศษเหล่านี้

การสร้างแผนการตัดเหล็กเส้นในงานก่อสร้างนี้จัดเป็นปัญหาประเภท One Dimensional Cutting Stock Problem (1D-CSP) ซึ่งอยู่ในกลุ่มปัญหา Cutting and Packing Problems [1-2] ซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญของ Operations Research รายละเอียดลักษณะของปัญหา 1D-CSP มีดังนี้ ต้องการหาแผนการตัดที่ตอบสนองต่อรายการความต้องการ (demand list) อย่างครบถ้วน และทำให้เกิดเศษการตัดน้อยที่สุด โดยให้วัสดุคงคลัง (stock) (วัสดุความยาวมาตรฐาน) มีความยาวเดียวคือ LS จำนวนไม่จำกัด รายการความต้องการประกอบด้วยท่อนความยาวขนาดแตกต่างกัน n ขนาด แต่ละท่อนยาว L_i ($L_1, L_2, L_3, \dots, L_n$) แต่ละขนาด L_i มีความต้องการเป็นจำนวน B_i ท่อน ($B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$) รายการความ

ต้องการนี้ต้องได้รับการตอบสนองครบทั้งหมด

ลักษณะเฉพาะสำคัญของปัญหาการตัดเหล็กเส้นในงานก่อสร้างคือ รายการความต้องการมีความคล่องอย่างมาก (strongly heterogeneous) คือ อาจมีค่า n เป็นตัวเลขมากๆ และมี B_i เป็นตัวเลขมากๆได้ ซึ่ง Dyckhoff [1] ได้จัดปัญหาลักษณะนี้เป็น $(1/V//M)$ และอาจเทียบเคียงได้กับปัญหาลักษณะ Single Bin Size Bin Packing Problem (SBSBPP) ที่จัดแบ่งประเภทโดย Wäscher และคณะ [2] อย่างไรก็ตามสิ่งก่อสร้างมีอยู่มากมายหลายประเภทและขนาดที่อาจทำให้รายการความต้องการเหล็กเส้นที่ต้องการตัดใช้มีขนาดของโจทย์ปัญหาที่แตกต่างกันได้มาก ที่อาจอยู่ในช่วงระหว่างของลักษณะปัญหา $(1/V//M)$ และ $(1/V//R)$ หรือระหว่าง SBSBPP และ SSSCSP โดยงานวิจัยนี้จะมุ่งเน้นไปที่ลักษณะโจทย์ปัญหาแบบ $(1/V//M)$ หรือ (SBSBPP) ที่มีความซับซ้อนมากกว่าอีกแบบ แนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับโจทย์ลักษณะนี้คือการใช้รูปแบบการตัด (pattern-based approach) ซึ่งเป็นการสร้างรูปแบบการตัด (patterns) ขึ้นก่อนแล้วจึงนำมาตัดซ้ำๆเพื่อให้ได้จำนวนท่อนความยาวขนาดต่างๆครบตามที่ต้องการ แต่การใช้ pattern-based approach มีประเด็นพิจารณาอยู่ที่การสร้างรูปแบบการตัดที่ดีขึ้นมา จากรูปแบบการตัดที่เป็นไปได้จำนวนมากมายมหาศาล

Gilmore และ Gomory [3-4] เป็นผู้วิจัยที่ริเริ่มใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนคือ Linear Programming relaxation of Integer Programming และเทคนิค Delayed Pattern Generation Technique เพื่อจัดการกับความยุ่งยากในการสร้างรูปแบบการตัดที่ดี Hinderling และคณะ [5] กล่าวว่า LP นั้นจะใช้ได้ผลดีเฉพาะกับปัญหาที่ง่ายในกรณีที่มีรายการความต้องการเป็นขนาดท่อนความยาวสั้นๆ นอกจากนี้ Vahrenkamp [6] ได้เสนอวิธีการ Random Search เพื่อใช้ในการสร้างรูปแบบการตัดที่ดี (efficient cutting patterns) แบบสุ่มขึ้นมาจำนวนหนึ่งเท่านั้น โดยเขาได้กำหนดให้รูปแบบการตัดที่ดีหมายถึงรูปแบบที่ทำให้เกิดเศษที่มีขนาดสั้นกว่าขนาดที่ต้องการที่สั้นที่สุด (the shortest demand length) และสั้นกว่าขนาดเศษที่ยอมรับได้ที่กำหนดไว้ (the allowable trim)

ประเด็นพิจารณาอีกประการคือจังหวะเวลาในการสร้างรูปแบบการตัดขึ้นมา ซึ่ง Sequential Heuristic

Procedure (SHP) [7] จะกำหนดให้สร้างรูปแบบการตัดที่ดีขึ้นมาคราวละหนึ่งรูปแบบ แล้วนำไปหาจำนวนตัดซ้ำที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ จากนั้นจึงปรับปรุงรายการความต้องการที่คงเหลือ เพื่อใช้ในการกำหนดสร้างรูปแบบการตัดที่ดีขึ้นถัดไป วนรอบเช่นนี้จะกระทำจนกระทั่งได้ก่อนความยาวครบถ้วนตามที่ต้องการ ผลคำตอบที่ได้จากวิธี SHP จะมีความแตกต่างกันในการหาคำตอบแต่ละครั้ง ไม่มีความสม่ำเสมอ เนื่องจากขึ้นกับรูปแบบการตัดที่สร้างขึ้นในแต่ละรอบนั้น ส่วนวิธีอื่นจะใช้การสร้างรูปแบบการตัดขึ้นมาเป็นจำนวนหนึ่งก่อนในคราวเดียว แล้วจึงนำไปใช้หาจำนวนครั้งการตัดซ้ำ ซึ่ง Salem และคณะ [8] ใช้วิธีการนี้ในการหาคำตอบ พวกเขาสร้างรูปแบบการตัดที่ดีขึ้นมาจำนวนหนึ่งก่อนด้วยอัลกอริทึมของ Pierce [9] แล้วจึงหาจำนวนครั้งการตัดซ้ำด้วยกระบวนการ optimization

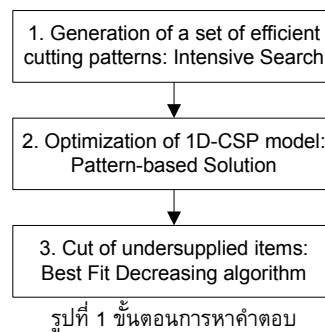
แนวทางการแก้ปัญหาอีกแนวคือการสร้างแผนการตัดด้วยการพิจารณาตัดก่อนความยาวที่ละรายการจนครบถ้วน เรียกว่า item-based approach ซึ่ง Coffman และคณะ [10] ได้เสนอ heuristic algorithms อย่างง่าย ๆ และได้ผลดี ได้แก่ Next Fit Decreasing, First Fit Decreasing, Worst Fit Decreasing, และ Best Fit Decreasing แต่ผลคำตอบที่ได้ อาจไม่เป็นคำตอบ optimal และให้ผลคำตอบเดิมเสมอสำหรับโจทย์อันหนึ่ง และ Gradisar และคณะ [11-12] ยังได้พัฒนาแบบจำลองที่รวมเอาเงื่อนไขจำนวนจำกัดของวัสดุคงคลังมีไม่เพียงพอไว้ด้วย โดยพวกเขาได้สร้าง custom algorithms ในแนวทางแบบ item-based approach ไว้สำหรับหาคำตอบ

นอกจากนี้เงื่อนไขพิเศษอื่นๆที่รวมไว้ในตัวแบบจำลองของปัญหาการตัดนี้ ได้แก่ ความต่อเนื่องในการตัด (contiguity) ซึ่งเป็นการพิจารณาให้เกิดรายการที่ยังตัดได้ไม่ครบจำนวนน้อยที่สุด ที่จะให้มีการใช้พื้นที่ทำงานเพื่อกองชิ้นงานที่กำลังตัดน้อย [13-14] เงื่อนไขการพิจารณาขนาดโจทย์ (lot sizing) และการวางแผนการตัดอย่างต่อเนื่องที่ประกอบด้วยรายการความต้องการหลายรายการต่อกัน [15] รวมทั้งเงื่อนไขการพิจารณาวันส่งมอบของชิ้นงาน (due dates) ที่อาจทำให้การตัดชิ้นงานให้ทันตามกำหนดส่งมอบมีความสำคัญกว่าการตัดให้เกิดเศษน้อย [16] และงานของ Cherri และคณะ [17] ที่จำแนกประเภทของเศษการตัด (leftovers)

ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น โดยที่พวกเขาเห็นว่าเศษการตัดที่ยังมีความยาวมากพอสามารถนำกลับมาใช้ได้ก็สำหรับงานถัดไป เศษการตัดลักษณะนี้เรียกว่า retails แต่เศษการตัดที่สั้นกว่านี้และไม่สามารถนำไปใช้ตัดได้อีกในงานถัดไปจึงจะเป็นเศษการตัดที่แท้จริงเรียกว่า scraps ซึ่งการจำแนกประเภทนี้ทำให้การคำนวณปริมาณเศษการตัดมีความถูกต้องดียิ่งขึ้น

2. การสร้างแผนการตัดด้วยวิธี Pattern Cut Plus Best-Fit Decreasing

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาวิธีการหาคำตอบของปัญหา CSP สำหรับการตัดเหล็กเส้นในงานก่อสร้าง เพื่อให้ได้แผนการตัดที่มีประสิทธิภาพดี และทำการทดสอบวิธีการที่พัฒนาขึ้น วิธีการหาคำตอบนี้ใช้ชื่อว่า Pattern Cut Plus Best-Fit Decreasing ซึ่งประกอบขึ้นตอนย่อย 3 ขั้นตอนคือ การสร้างเซตของรูปแบบการตัดที่ดี การอพติไมเซชันของแบบจำลอง 1D-CSP และการตัดรายการส่วนที่เหลือ รูปที่ 1 แสดงขั้นตอนการหาคำตอบด้วย Pattern Cut Plus Best-Fit Decreasing รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนจะกล่าวในหัวข้อย่อยต่อไป



2.1 การสร้างเซตของรูปแบบการตัดที่ดี

โจทย์ปัญหาหนึ่งๆจะมีรูปแบบการตัดที่เป็นไปได้ (feasible) อยู่เป็นจำนวนมาก ทั้งนี้จะให้รูปแบบการตัดที่ดี (efficient cutting pattern) หมายถึงรูปแบบการตัดที่ทำให้เกิดเศษน้อยกว่าหรือเท่ากับเศษที่ยอมรับได้ (allowable trim: T_w) ที่กำหนดขึ้นโดยผู้ปฏิบัติงาน ซึ่งควรมีค่าน้อยกว่า L_i ที่สั้นที่สุด ($T_w < \min(L_i)$) อย่างไรก็ตามรูปแบบการตัดที่ดีที่ไม่สามารถรับรองว่าจะทำให้จำนวนเศษการตัดที่เกิดขึ้นทั้งหมดจะมีค่าน้อยที่สุดได้ รายการความต้องการจะต้องได้รับการตอบสนองครบทุก

ขึ้น แต่หากมีการตัดออกมาเกิน ท่อนที่เกินจะถือว่าเป็น
เศษ ความหลากหลายของรูปแบบการตัดภายในเซทจะ
ช่วยเพิ่มโอกาสให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด การวิจัยนี้ได้พัฒนา
อัลกอริทึมที่เรียกว่า Intensive Search ขึ้น เพื่อช่วย
บังคับให้เกิดความหลากหลายขึ้นในเซทที่สร้างขึ้น
Intensive Search จะใช้ค่าดัชนี availability ratio (V_i)
สำหรับเป็นวงล้อถ่วงน้ำหนักแบบสุ่ม (weighted random
wheel) ในการกระบวนการสร้างรูปแบบการตัดที่ดี ให้ V_i
 $= (B_i / \sum_j A_{ij})$ ซึ่งเป็นค่าอัตราส่วนระหว่างจำนวนท่อน
ที่ต้องการของ L_i กับค่าผลรวมจำนวนการตัดของ L_i ที่
ปรากฏในเซทของรูปแบบการตัดที่ได้สร้างขึ้นแล้ว ดังนั้น
ค่า V_i นี้จะแสดงสัดส่วนความหลากหลายของ L_i ที่มีอยู่ใน
เซท หาก L_i ใดมีค่า V_i มากแสดงว่าขนาดความยาวนี้ยังมี
อยู่น้อยในเซทของรูปแบบการตัดที่สร้างขึ้น จึงต้องสร้าง
รูปแบบการตัดอันใหม่ที่ประกอบขึ้นด้วย L_i นี้ ทำได้ด้วย
การเพิ่มโอกาสการถูกเลือกใช้ในทางตรงข้าม L_i ที่มีค่า
 V_i ต่ำจะแสดงว่ามีขนาดความยาวนี้อยู่มากแล้วในเซท
ของรูปแบบการตัดที่สร้าง จึงควรลดโอกาสการถูกเลือก
ขึ้นมาอีก ผลของการคัดเลือก L_i ตามโอกาสที่กำหนด
ด้วยค่า V_i จะทำให้เซทของรูปแบบการตัดที่สร้างขึ้นจะมี
ค่า $\sum_j A_{ij}$ เป็นสัดส่วนกับ B_i ในขั้นตอนนี้ Intensive
Search จะทำการสร้างเซทของรูปแบบการตัดที่ดีขึ้นเป็น
จำนวน $nEffPat$ รูปแบบที่ต้องไม่ซ้ำกันเลย Pseudocode
ของอัลกอริทึม Intensive Search แสดงดังข้างล่าง

```

Input  $T_w, nEffPat, nSLoop$ 
FOR  $j = 1$  TO  $nEffPat$ 
Construct the  $j^{th}$  pattern ( $P_j$ )
 $L_c = LS; P_c = 0; A_{ic} = 0$ 
Construct the current pattern ( $P_c$ )
DO WHILE  $L_c \leq T_w$  OR not exceed  $nSLoop$ 
    Consider only  $L_i$  which  $L_i \leq L_c$ 
    Pick one  $L_i$  using a weighted random
    wheel* (using  $V_i$ )
    Choose randomly integer  $k$  in range  $[1,$ 
     $Min(L_c/L_i, B_i - A_{ic})]$ 
    Update  $A_{ic} = A_{ic} + k$ 
    Update  $L_c = L_c - kL_i$ 
LOOP

```

****the current pattern is completed****

IF P_c differs from the existing P_j THEN

Accept $P_c; P_j = P_c$

ELSE

Reject P_c ; Start over P_c

END IF

NEXT j

โดยที่

P_j เป็นรูปแบบการตัดที่ดีอันที่ j ; $P_j = [A_{1j}, A_{2j}, \dots, A_{nj}]$;

$j = 1, 2, 3, \dots, nEffPat$

A_{ij} จำนวนชิ้นของ L_i ของรูปแบบ P_j ; $A_{ij} \in N$

T_j เศษการตัดของ P_j ; $T_j = LS - \sum_i^n (L_i \times A_{ij})$

P_c รูปแบบการตัดปัจจุบันที่กำลังสร้างอยู่

T_c เศษการตัดของ P_c

L_c ความยาวปัจจุบันของวัสดุคงคลังที่กำลังใช้ตัด

T_w เศษการตัดที่ยอมรับได้

$nEffPat$ = จำนวนรูปแบบการตัดที่ดีที่อยู่ในเซท

$nSLoop$ = จำนวนรอบการค้นหาสูงสุด

V_i = availability index ของ L_i

$V_i = (B_i / \sum_j A_{ij})$ if $\sum_j A_{ij} \neq 0$; else 10,000 (or
big number)

รูปที่ 2 แสดงตัวอย่างเซทของรูปแบบการตัดที่ดีที่
สร้างขึ้นจาก Intensive Search จำนวน 30 รูปแบบ จาก
โจทย์ตัวอย่างทดสอบ (ในตารางที่ 1) การคำนวณ V_i (= $(B_i / \sum_j A_{ij})$) ของ L_i ใดๆ จะมีการปรับปรุงค่าไปใน
แต่ละรอบของการสร้าง ตัวอย่างการคำนวณเป็นดังนี้ ค่า
 V_i ที่ขณะรอบปัจจุบันของ $L_1; L_2; L_3$ มีค่าเท่ากับ 1.00;
1.20; 1.75 ตามลำดับ

2.2 การอพติไมเซชันของแบบจำลอง 1D-CSP

ขั้นตอนการอพติไมเซชันนี้เป็นการหาจำนวนครั้ง
การตัดซ้ำของรูปแบบการตัดที่ดีที่สร้างขึ้นแล้ว โดย
แบบจำลองปัญหาจะมีลักษณะเป็น 1D-CSP โดยจำนวน
ครั้งการตัดซ้ำนี้จะเป็นคำตอบของแบบจำลองที่ทำให้เกิด
เศษการตัดน้อยที่สุด การอพติไมเซชันนี้ได้เลือกใช้วิธี
Genetic Algorithm (GA) ที่เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดี
สำหรับแบบจำลองปัญหาที่มีความซับซ้อน โดย GA มี
ลักษณะการค้นหาคำตอบที่ดีแบบ stochastic search

(โดยสุ่มเป็นจำนวนครั้งหลายๆ) และไม่ต้องการเทคนิคการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยุ่ยาก แบบจำลองสำหรับการอพยพไม่เซชันประกอบด้วย 3 องค์ประกอบหลักคือ ตัวแปรตัดสินใจ (decision variables), ฟังก์ชันข้อจำกัด (constraint functions), และ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function) ซึ่งแบบจำลองปัญหานี้มี Decision variables เป็นจำนวนครั้งการตัดซ้ำ (X_j) ของรูปแบบการตัดที่ดีที่สร้างขึ้นแล้ว (P_j)

Decision variables: X_j (1)

For $X_j \in \mathbb{N}$ and $j = 1$ to $nEffPat$

ช่วงของค่า X_j คือ: $0 \leq X_j \leq \text{Min}(\text{Int}(B/A_j))$ เนื่องจาก X_j จะต้องไม่ทำให้จำนวนท่อนของขนาดความยาวใดๆที่ตัดออกมาจากรูปแบบการตัดเกินว่าจำนวนที่ต้องการ ส่วนขอบเขตล่างของ X_j คือศูนย์ ซึ่งจะหมายความว่าไม่ได้ใช้จากรูปแบบการตัดนั้น

ฟังก์ชันข้อจำกัดคือเงื่อนไขที่กำหนดขอบเขตของคำตอบที่เป็นไปได้ ในที่นี้จะกำหนดเป็นการควบคุมจำนวนท่อนชิ้นงานทั้งหมดที่ตัดออกมา (supplies) ไม่ให้เกินกว่าจำนวนที่ต้องการ (demand) หรือป้องกันสถานะ oversupplied items ทั้งนี้เนื่องจากชิ้นงานที่ตัดออกมาเกินจะกลายเป็นเศษ ให้ S_i เป็นจำนวนท่อนชิ้นงานทั้งหมดที่ตัดออกมาจากรูปแบบการตัด

Constraint functions: $S_i \leq B_i$ (2)

Where $S_i = \sum_j (A_{ij} \times X_j)$.

แนวทางการหาคำตอบแบบ pattern-based approach นี้มีข้อดีที่ปริมาณเศษการตัดทั้งหมดจะถูกจำกัดให้ไม่เกินกว่า $\sum_j (T_w \times X_j)$ ถ้ารูปแบบการตัดที่สร้างขึ้นมีค่า T_w น้อยก็ควรจะส่งผลให้เกิดเศษการตัดทั้งหมดน้อยไปด้วย การกำหนดฟังก์ชันข้อจำกัดลักษณะนี้เป็นการบังคับให้ได้คำตอบที่อยู่ในสถานะ undersupplied state หมายถึงบางรายการที่ต้องการยังไม่ถูกตัดออกมา และงานการตัดจึงยังไม่เสร็จสมบูรณ์ จำนวนท่อนรายการที่ยังเหลือนี้สามารถคำนวณได้จาก $US_i = B_i - S_i$ จำนวนท่อนรายการที่ยังเหลือนี้จะถูกจำกัดจากการอพยพไม่เซชันให้มีปริมาณไม่มากนัก และ

จำเป็นต้องได้รับการตัดในขั้นตอนต่อไป ตรงข้ามกับแบบจำลองปัญหาการตัดทั่วไป ที่จะกำหนดให้ฟังก์ชันข้อจำกัดเป็น $S_i \geq B_i$ ดังนั้นคำตอบของแบบจำลองพวกนั้นจะสร้างให้เกิด oversupplies ขึ้นมาจำนวนหนึ่งซึ่งเป็นการสูญเสีย

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นการประเมินประสิทธิภาพของคำตอบ ในที่นี้จะกำหนดให้ใช้เป็นแบบ multi-objective และเป็นการ minimization

Objective function: Minimize $[(TL_{pat})^2 + \sum_i (L_i \times US_i)^2]$ (3)

เป็นค่าผลรวมที่ประกอบด้วย 2 พจน์ พจน์แรกเป็นค่า ยกกำลังสองของผลรวมปริมาณเศษการตัดโดยใช้รูปแบบการตัด $TL_{pat} = \sum_j (T_j \times X_j)$ ซึ่งเป็นพจน์ที่ใช้โดยทั่วไปของแบบจำลองปัญหาประเภทนี้ การใช้ค่ายกกำลังสองเป็นเพียงการขยายขนาดของค่าตัวเลขที่ได้ให้เหมาะสม พจน์ที่สองเป็นผลรวมของค่ายกกำลังสองของปริมาณความยาวที่ undersupplied พจน์นี้จึงเป็นการควบคุมปริมาณของ undersupplies ให้เกิดขึ้นน้อยที่สุด และการใช้ค่า sum-squares product ก็ทำให้จำนวน undersupplies ที่เกิดขึ้นมีการกระจายตัวกันไปในหลากหลาย L_i แทนที่จะเป็นเพียงบาง L_i ซึ่งจะทำให้การตัดในขั้นตอนต่อไปได้ผลที่ดี

2.3 การตัดรายการส่วนที่เหลือ

ในขั้นตอนสุดท้าย ปริมาณรายการ undersupplies ที่คงเหลืออยู่อีกเล็กน้อยจากขั้นตอนที่ผ่านมาจะถูกนำมาตัดด้วยอัลกอริทึม Best Fit Decreasing (BFD) BFD เป็นอัลกอริทึมแบบ heuristic ที่เรียบง่ายที่มีประสิทธิภาพดี สำหรับปัญหา bin packing [10] โดย Yue [18] ได้แสดงว่าอัลกอริทึมนี้สามารถให้คำตอบที่ไม่เกินกว่า $11/9 \text{ OPT} + 1$ bins (OPT คือจำนวน bins ที่เป็นคำตอบ optimal) BFD เริ่มจากนำรายการความต้องการที่คงเหลือมาเรียงลำดับจากยาวไปหาสั้น (descending order) จากนั้นตัดทีละรายการด้วยวัสดุคงคลังที่ทำให้เกิดเศษตัดน้อยที่สุด แผนการตัดด้วย BFD จะแทนด้วยสัญลักษณ์ Q_k หมายถึงแบบการตัดวัสดุคงคลังเส้นที่ k และเศษที่เหลือจากแบบการตัด Q_k ให้เป็น T_k และจำนวนครั้งการตัดซ้ำ Q_k ให้เป็น Y_k ผลรวมของเศษการตัดในขั้นตอนนี้

จะได้เป็น $TL_{BFD} = \sum_k (T_k \times Y_k)$ จำนวนวัสดุคงคลังที่ใช้ไปเป็น $\sum_k Y_k$ เส้น

2.4 การประเมินคำตอบ

แผนการตัดที่สมบูรณ์ได้มาจากขั้นตอน 3 ขั้ดังกล่าว ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา ประกอบด้วย เซ็ทของรูปแบบการตัด (P_j) (เป็นผลจาก Intensive Search และ GA optimization) ที่ใช้จำนวนตัดเข้า X_j และแบบการตัด (Q_k) (เป็นผลจากอัลกอริทึม BFD) ที่ใช้จำนวนตัดเข้า Y_k จากแผนการตัดที่ได้จะคิดเป็นจำนวนวัสดุคงคลังเป็น $\sum_j X_j + \sum_k Y_k$ เส้น มีเศษการตัดเกิดขึ้นทั้งหมดเท่ากับ TL_{pat} และ TL_{BFD} จากการตัดสองขั้นตอน เพื่อให้คำตอบที่ได้ถูกประเมินอย่างละเอียดยิ่งขึ้น วิธีการคำนวณเศษการตัดทั้งหมดจะใช้เป็น

$$TL = TL_{pat} + TL_{BFD} - \sum RT, \text{ or}$$

$$TL = (\sum_j X_j + \sum_k Y_k) \times LS - \sum_i (L_i \times B_i) - \sum RT \quad (4)$$

โดยที่ $\sum RT$ = ผลรวมของ Retails lengths

$(\sum_j X_j + \sum_k Y_k) \times LS$ = ความยาวของวัสดุคงคลังทั้งหมดที่ต้องใช้

$\sum_i (L_i \times B_i)$ = ความยาวของรายการความต้องการทั้งหมด

หากใช้การคำนวณเศษการตัดทั้งหมดจาก ผลต่างระหว่างปริมาณวัสดุคงคลังที่ใช้ทั้งหมดกับปริมาณรายการความต้องการทั้งหมด จะทำให้ได้ผลเป็นตัวเลขที่ไม่ต่อเนื่อง เนื่องจากปริมาณวัสดุคงคลังที่ใช้ทั้งหมด เป็นตัวเลขจำนวนเท่าของความยาว (หาก $LS = 10$ ก็จะได้เป็น 10, 20, 30, ...) และปริมาณรายการความต้องการทั้งหมดเป็นตัวเลขคงที่สำหรับโจทย์หนึ่งๆ ผลต่างที่ได้จึงเป็นตัวเลขที่มีลักษณะกระโดดเป็นช่วงของ LS เช่น 21.27, 31.27, 41.27,... เมตร ดังนั้นในการวิจัยนี้จึงใช้วิธีการคำนวณเศษการตัดทั้งหมดด้วยสูตรข้างต้นที่เพิ่มพจน์ $\sum RT$ เข้าไว้ด้วย โดยให้ผลรวมของปริมาณ Retails หมายถึง leftovers [17] ที่ยังสามารถนำไปใช้ต่อ

ได้ (ในงานถัดไป) กำหนดให้ leftovers ที่ยาวกว่าหรือเท่ากับ L_i เป็น Retails ไม่ใช่เศษ

$$RT = T_k; \text{ if } T_k \geq \text{Min}(L_i) \quad (5)$$

ส่วนที่เป็น Retails จำนวนเล็กน้อยเหล่านี้จะเกิดขึ้นในขั้นตอนการตัดด้วยอัลกอริทึม BFD เท่านั้น แต่จะไม่เกิดขึ้นในขั้นตอนการตัดด้วยรูปแบบการตัด เนื่องจากมีเงื่อนไขการสร้างรูปแบบการตัดให้มีเศษเหลือน้อยกว่า T_w อยู่

เปอร์เซ็นต์การสูญเสีย (%waste) เป็นอัตราส่วนที่คำนวณจากเศษการตัดเทียบกับปริมาณรายการความต้องการทั้งหมด

$$\%waste = (TL / \sum_i (L_i \times B_i)) \% \quad (6)$$

จำนวนวัสดุคงคลังที่ใช้ทั้งหมด (nLS) หาได้จากผลรวมจากการตัดทั้งสองขั้นตอน

$$nLS = (\sum_j X_j + \sum_k Y_k) \quad (7)$$

จำนวนรูปแบบการตัดที่นำมาใช้ ($nDiffPat$) หมายถึงจำนวนรูปแบบการตัดที่ดีที่อยู่ในเซ็ทที่สร้างขึ้น และมีการนำไปใช้ตัดอย่างน้อยหนึ่งครั้ง ซึ่งแสดงด้วยค่า X_j ที่มากกว่าศูนย์

ค่าดัชนีเหล่านี้จะถูกนำมาใช้ในการประเมินคำตอบที่ได้จากวิธีการหาคำตอบที่พัฒนาขึ้น

3. การทดสอบผล

โจทย์ทดสอบได้ถูกจัดเตรียมขึ้นด้วยข้อมูลจากโครงการก่อสร้างอาคารพาณิชย์ขนาดใหญ่ที่เป็นโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก ทั้งนี้เนื่องจากแบบจำลองของปัญหานี้มีความซับซ้อนเกี่ยวข้องกับปัจจัยจำนวนมาก การทดสอบนี้จำเป็นต้องควบคุมปัจจัยต่างๆ ที่อาจส่งผลต่อคำตอบ และกำหนดช่วงของปัจจัยต่างๆ ที่ต้องการทดสอบ มีค่าต่างๆที่กำหนดใช้ดังนี้ ความยาวมาตรฐานของวัสดุคงคลัง (LS) = 10 เมตร จำนวนขนาดท่อนความยาวที่ต้องการที่ต่างกัน (n) = 15 โดยมีขนาดต่างๆกันแบ่งช่วงความยาวได้สามช่วงคือ กลุ่มท่อนสั้น ($LS/L_i > 5$), กลุ่มท่อนยาวปานกลาง ($2 < LS/L_i \leq 5$), และกลุ่มท่อนยาว ($LS/L_i \leq 2$) ขนาดคณะ (assortment) ของรายการความต้องการแสดงจากสัดส่วนของจำนวน

ชั้นที่ต้องการของแต่ละกลุ่มช่วงขนาดความยาว จะใกล้เคียงกัน โดยจำนวนท่อนที่ต้องการทั้งหมดรวม B_i 261 ชิ้น คิดเป็นขนาด L_i ละ $B_i = 17.4$ ชิ้น ซึ่งทำให้โจทย์ปัญหามีลักษณะเป็นแบบ strongly heterogeneous [2] รวมเป็นปริมาณความยาวที่ต้องการทั้งหมด 918.73 เมตร รายการความต้องการที่เป็นโจทย์ปัญหาที่ใช้ทดสอบแสดงในตารางที่ 1 ข้างล่าง

ตารางที่ 1 โจทย์ปัญหาทดสอบ

LS (เมตร)	i	L_i (เมตร)	B_i (ท่อน)
10.00	1	0.95	25
	2	1.40	18
	3	1.75	14
	4	1.80	23
	5	1.88	7
	6	2.67	22
	7	2.88	10
	8	3.05	36
	9	3.20	4
	10	3.75	15
	11	5.00	26
	12	5.40	19
	13	6.35	7
	14	7.00	23
	15	7.19	12

ค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญคือ ค่าจำนวนรูปแบบการตัดที่ดี ($nEffPat$) และค่าความยาวเศษการตัดที่ยอมรับได้ (T_w) จะถูกนำมาทดสอบ เนื่องจากอัลกอริทึมที่ใช้ในแบบจำลองเป็นเทคนิคการค้นหาลักษณะสุ่ม (stochastic search algorithms) ทั้ง Intensive Search และ GA optimization ดังนั้นผลคำตอบที่ได้จากการทดสอบแต่ละครั้งจะได้ไม่เท่าเดิม จึงต้องมีการทดสอบซ้ำหลายครั้งเพื่อนำมาวิเคราะห์ทางสถิติ การทดสอบแบ่งเป็น 3 ชุดดังนี้

1. Consistency test-set เป็นชุดทดสอบที่ใช้ประเมินความต่อเนื่องของผลคำตอบที่ได้จากการทดสอบ (runtimes) หลายๆ ครั้ง โดยแบ่งออกเป็น 5 กลุ่ม แต่ละกลุ่มจะใช้โจทย์ปัญหาเดียวกัน และใช้เซตของรูปแบบการตัดที่ดีเซตเดียวกัน ทำการทดสอบซ้ำๆ เดิมเป็นจำนวน 30 ครั้ง รวมเป็น 150 ครั้ง ค่าพารามิเตอร์อื่นๆ จะถูกกำหนดให้เท่ากัน ($nEffPat = 30$, $T_w = 0.20$ เมตร) แล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบหาความแตกต่างทางสถิติ

2. $nEffPat$ test-set เป็นชุดทดสอบที่ใช้ประเมินผลของค่า $nEffPat$ ที่มีต่อคำตอบที่ได้ แบ่งออกเป็น 5 กลุ่ม แต่ละกลุ่มจะใช้โจทย์ปัญหาเดียวกัน แต่จะใช้ค่า $nEffPat$ ต่างกันคือ 10, 20, 30, 40, และ 50 ทำการทดสอบซ้ำๆ เดิมเป็นจำนวน 30 ครั้ง รวม 150 ครั้ง ค่าพารามิเตอร์อื่นๆ จะถูกกำหนดให้เท่ากัน ($T_w = 0.20$ เมตร) แล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบหาความแตกต่างทางสถิติ

3. T_w test-set เป็นชุดทดสอบที่ใช้ประเมินผลของค่า T_w ที่มีต่อคำตอบที่ได้ แบ่งออกเป็น 5 กลุ่ม แต่ละกลุ่มจะใช้โจทย์ปัญหาเดียวกัน แต่จะใช้ค่า T_w ต่างกันคือ 10, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, และ 0.50 เมตร ทำการทดสอบซ้ำๆ เดิมเป็นจำนวน 30 ครั้ง รวม 150 ครั้ง ค่าพารามิเตอร์อื่นๆ จะถูกกำหนดให้เท่ากัน ($nEffPat = 30$) แล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบหาความแตกต่างทางสถิติ

ค่าดัชนีต่างๆ ของผลการทดสอบที่ได้จะถูกวิเคราะห์ด้วยวิธี single-factor ANOVA (the Analysis of Variances) technique เพื่อหาความแตกต่างอย่างมีนัยยะสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่มทดสอบ โดยใช้ค่า significance level หรือค่า α value เท่ากับ 0.05

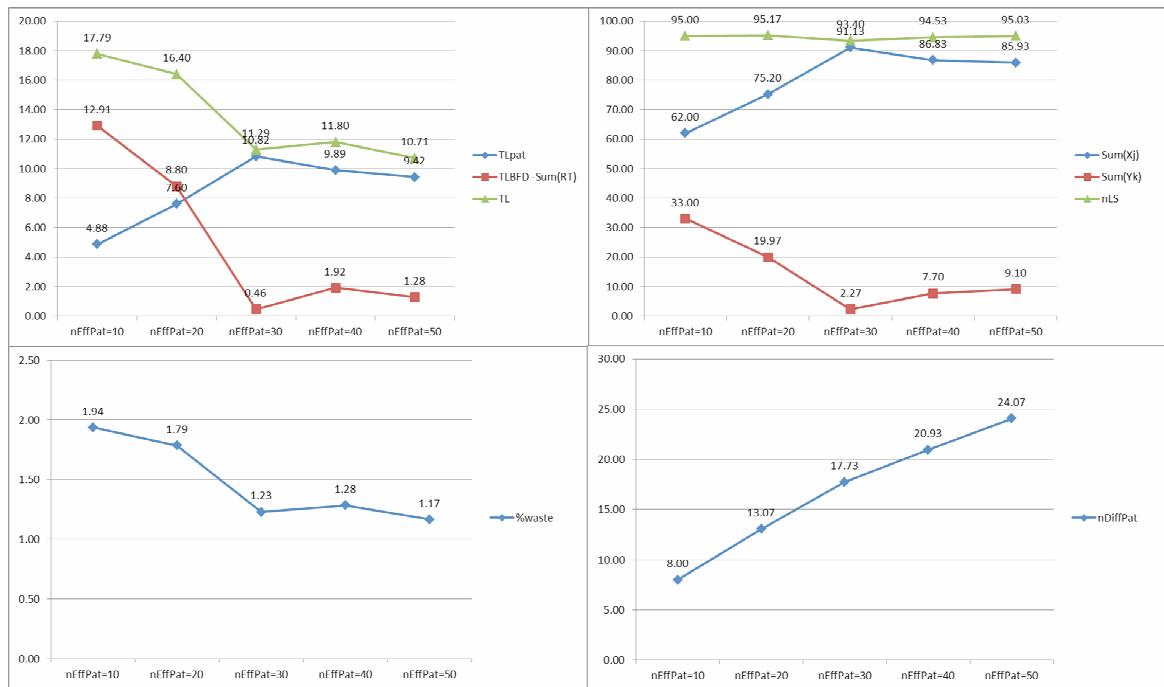
ตัวเปรียบเทียบ (benchmark) ในการทดสอบนี้จะให้ผลคำตอบที่ได้จากวิธี BFD algorithm เนื่องจาก เป็นวิธีการหาคำตอบแบบพื้นฐานของปัญหา 1D-CSP และเป็นวิธีหาคำตอบที่ให้คำตอบเท่าเดิมเพียงคำตอบเดียวสำหรับโจทย์ปัญหาหนึ่ง โจทย์ปัญหา (รายการความต้องการทั้งหมด) ที่ใช้ในการทดสอบจึงนำมาหาคำตอบด้วยอัลกอริทึม BFD แล้วใช้ผลคำตอบที่ได้นี้เป็น benchmark คำตอบที่ได้สำหรับโจทย์ทดสอบในตารางที่ 1 คือ $\%waste = 3.71\%$, $nLS = 96$, and $\sum RT = 7.15$ เมตร และรูปที่ 2 แสดงตัวอย่างผลคำตอบอันหนึ่งเป็นแผนการตัดเหล็กเส้นสำหรับโจทย์ทดสอบที่กำหนดนี้ โดยกำหนดให้ $nEffPat = 30$ และ $T_w = 0.20$ แผนการตัดที่ได้นี้ประกอบด้วยเซตของรูปแบบการตัดที่ดี (P_i) กับจำนวนครั้งการตัด (X_i) และการตัดรายการที่เหลือด้วย BFD (Q_k) กับจำนวนครั้งการตัด (Y_k) ซึ่งตัวอย่างคำตอบนี้ให้ผลที่ดีกว่าเมื่อเทียบกับคำตอบที่ได้จากตัวเปรียบเทียบ

ตารางที่ 3 ผลจากชุดทดสอบ nEffPat test-set

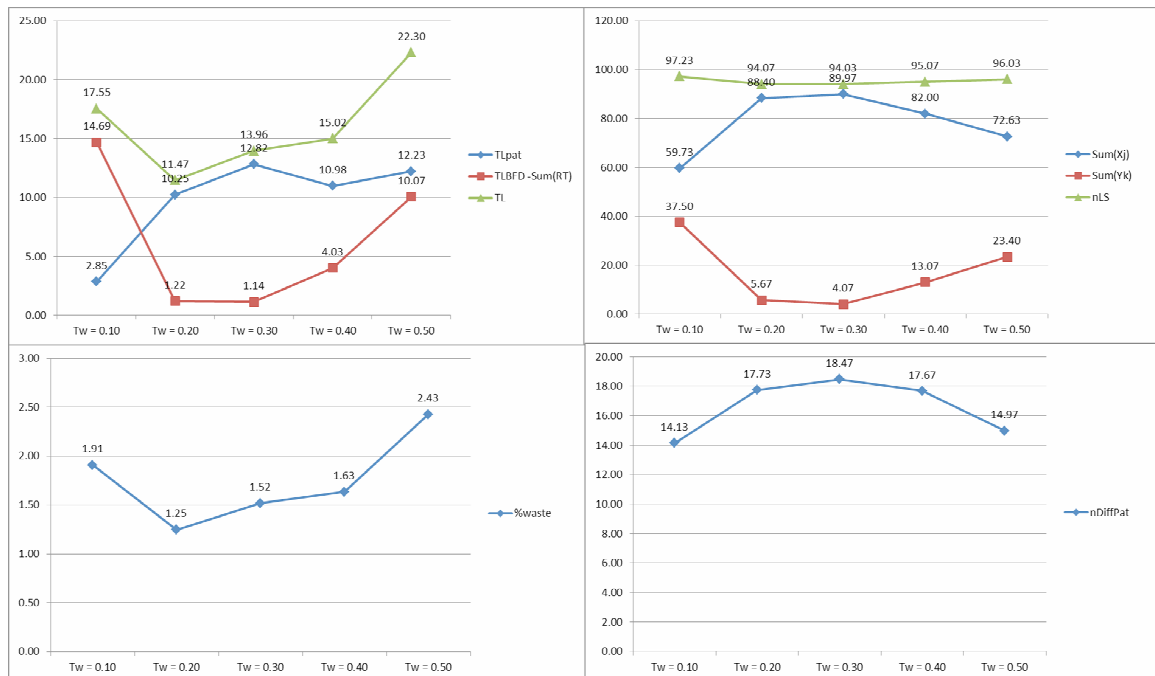
	Indexes	nEffPat=10	nEffPat=20	nEffPat=30	nEffPat=40	nEffPat=50	F	P-value	F crit	Verdict
Average	TL_{rel}	4.88	7.60	10.82	9.89	9.42	1617.84	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.00	0.02	0.04	0.14	0.32				
Average	$TL_{BED} - Sum(RT)$	12.91	8.80	0.46	1.92	1.28	1290.53	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.00	1.22	0.20	1.25	0.84				
Average	TL	17.79	16.40	11.29	11.80	10.71	442.98	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.00	1.15	0.21	1.34	0.88				
Average	%waste	1.94	1.79	1.23	1.28	1.17	442.98	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.00	0.01	0.00	0.02	0.01				
Average	$Sum(X)$	62.00	75.20	91.13	86.83	85.93	1745.58	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.00	0.44	0.74	3.18	7.51				
Average	$Sum(Y_u)$	33.00	19.97	2.27	7.70	9.10	1108.50	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.00	0.79	1.65	4.56	13.20				
Average	nLS	95.00	95.17	93.40	94.53	95.03	34.87	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.00	0.70	0.25	0.33	1.00				
Average	$nDiffPat$	8.00	13.07	17.73	20.93	24.07	592.73	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.00	0.34	1.58	3.79	4.55				

ตารางที่ 4 ผลจากชุดทดสอบ Tw test-set

	Indexes	Tw = 0.10	Tw = 0.20	Tw = 0.30	Tw = 0.40	Tw = 0.50	F	P-value	F crit	Verdict
Average	TL_{rel}	2.85	10.25	12.82	10.98	12.23	1506.16	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.07	0.08	0.49	0.24	0.74				
Average	$TL_{BED} - Sum(RT)$	14.69	1.22	1.14	4.03	10.07	583.80	0.00	2.43	Reject Null
Variance		3.94	0.49	0.55	2.94	1.22				
Average	TL	17.55	11.47	13.96	15.02	22.30	255.83	0.00	2.43	Reject Null
Variance		4.52	0.54	0.64	2.25	1.98				
Average	%waste	1.91	1.25	1.52	1.63	2.43	255.83	0.00	2.43	Reject Null
Variance		0.05	0.01	0.01	0.03	0.02				
Average	$Sum(X)$	59.73	88.40	89.97	82.00	72.63	3333.26	0.00	2.43	Reject Null
Variance		1.65	1.21	0.93	1.59	1.69				
Average	$Sum(Y_u)$	37.50	5.67	4.07	13.07	23.40	3167.16	0.00	2.43	Reject Null
Variance		3.57	1.54	1.10	1.72	1.21				
Average	nLS	97.23	94.07	94.03	95.07	96.03	124.66	0.00	2.43	Reject Null
Variance		1.43	0.13	0.03	0.13	0.52				
Average	$nDiffPat$	14.13	17.73	18.47	17.67	14.97	56.44	0.00	2.43	Reject Null
Variance		3.02	1.24	2.12	1.89	1.48				



รูปที่ 3 กราฟผลทดสอบจากชุด $nEffPat$ test-set



รูปที่ 4 กราฟผลทดสอบจากชุด Tw test-set

3.1 ผลชุดทดสอบ Consistency test-set

ตารางที่ 2 แสดงผลลัพธ์จากการทดสอบในชุดนี้ ค่าตัวเลขในตารางคือค่าเฉลี่ย (means) และค่าความแปรปรวน (variances) ของดัชนีที่ใช้ประเมิน

ประสิทธิภาพจำนวน 8 ดัชนีคือ (TL_{pat}), ($TL_{BFD} - \sum RT$), (TL), ($\%waste$), ($\sum_j X_j$), ($\sum_k Y_k$), (nLS), และ ($nDiffPat$) ผลตัวเลขนี้มาจากการทดสอบ

จำนวนทั้งหมด 150 runtimes ของ 5 กลุ่มทดสอบ รวมทั้งแสดงค่าผลการวิเคราะห์ด้วย ANOVA

ผลจาก ANOVA ของดัชนี TL และ $\%waste$ (ดัชนีสองตัวนี้สัมพันธ์กัน) ไม่สามารถปฏิเสธ null hypotheses หมายถึงถึงค่าเฉลี่ยของดัชนีของกลุ่มทดสอบทั้ง 5 กลุ่ม ไม่มีความแตกต่างกัน อย่างไรก็ตาม ผลจาก ANOVA ของดัชนีอื่นที่เหลือได้ปฏิเสธ null hypotheses หมายถึงการสร้างรูปแบบการตัดสินใจในแต่ละเซตแต่ละครั้งอาจทำให้ได้ผลคำตอบที่แตกต่างกันบ้างเล็กน้อย ทั้งนี้ค่าเฉลี่ย (จาก 150 runtimes) ของค่า $TL = 11.35$, $TL_{pat} = 10.61$ ($TL_{BFD} - \sum RT$) = 0.74; ส่วนค่าเฉลี่ยของ $\%waste = 1.24$, $nLS = 93.86$, $\sum_j X_j = 89.86$, $\sum_k Y_k = 4.00$; และค่าเฉลี่ยของ $nDiffPat = 18.19$ ทำให้ได้สัดส่วนเฉลี่ยของ ($nDiffPat/nEffPat$) = 61% ผลคำตอบจากแบบจำลองให้ค่า $\%waste$ น้อยกว่าผลคำตอบจากวิธี BFD ถึงประมาณ 3 เท่า และยังใช้วัสดุคงคลังน้อยกว่าราว 2 เส้น ซึ่งทำให้กล่าวได้ว่าแบบจำลองและวิธีการหาคำตอบที่พัฒนาขึ้นในการวิจัยนี้ให้ผลคำตอบที่ดี

3.2 ผลชุดทดสอบ nEffPat test-set

ตารางที่ 3 แสดงค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของค่าดัชนีต่างๆ 8 ตัว และผลจาก ANOVA ซึ่งตัวเลขเหล่านี้ได้จากการทดสอบจำนวน 150 runtimes จาก 5 กลุ่มทดสอบ

ผลจาก ANOVA ของค่าดัชนีทั้งหมดชี้ว่าค่าเฉลี่ยของดัชนีเหล่านี้มีความแตกต่างกันในระหว่างกลุ่มทดสอบทั้ง 5 กลุ่ม ทำให้แสดงได้ว่า ค่า $nEffPat$ สามารถส่งผลต่อคำตอบที่ได้ จากกราฟที่แสดงในรูปที่ 3 แสดงว่าค่า TL และ $\%waste$ จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อ $nEffPat$ เพิ่มขึ้น และอัตราการลดลงนี้จะเปลี่ยนที่ประมาณ $nEffPat = 30$ หมายถึงว่าเราอาจได้คำตอบที่ดีขึ้นเมื่อกำหนดให้ $nEffPat$ มากกว่า 30 ส่วนค่า nLS จะเปลี่ยนแปลงในช่วงแคบๆ ระหว่าง 93 ถึง 95 ค่า $\sum_j X_j$ จะลดลงเมื่อค่า $nEffPat$ น้อยกว่า 30 แสดงว่าคำตอบที่ดีจากการตัดด้วยรูปแบบการตัดจะเกิดขึ้นได้ยากเมื่อมีจำนวนรูปแบบการตัดในเซตน้อย ไม่เพียงพอ ผลคำตอบจากชุดทดสอบที่ $nEffPat=50$ ให้ผลค่า $\%waste = 1.17$ น้อยที่สุด แต่ผลคำตอบนี้ไม่ได้ให้ nLS ที่น้อยที่สุดด้วย จึงหมายถึงคำตอบนี้ได้สร้างให้เกิด Retails ขึ้นมาด้วยจำนวนหนึ่งในทางกลับกัน ผลคำตอบที่ $nEffPat=30$ ให้ค่า $\%waste$

= 1.23 ที่มากกว่าเล็กน้อยแต่ให้ค่า $nLS = 93.40$ ที่น้อยที่สุด จึงเป็นผลคำตอบที่ดีกว่า นอกจากนี้ค่า $nDiffPat$ ยังมีความสัมพันธ์โดยตรงกับค่า $nEffPat$ โดยมีแนวโน้มอัตราเร่งค่อยๆ ลดลง หมายถึงอัตราส่วนระหว่าง ($nDiffPat/nEffPat$) จะมีแนวโน้มอัตราเร่งที่ลดลง

3.3 ผลชุดทดสอบ Tw Test-set

ตารางที่ 4 แสดงค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ 8 ดัชนี รวมทั้งผลจาก ANOVA ตัวเลขเหล่านี้ได้จากการทดสอบทั้งหมด 150 runtimes จาก 5 กลุ่มทดสอบ

ผลของ ANOVA ของทุกค่าดัชนีชี้ว่าค่าเฉลี่ยของดัชนีต่างๆ จากกลุ่มทดสอบทั้ง 5 มีความแตกต่างกัน ซึ่งหมายถึงค่าพารามิเตอร์ T_w นั้นส่งผลต่อคำตอบที่ได้ จากกราฟที่แสดงในรูปที่ 4 แสดงว่าความสัมพันธ์ระหว่าง TL (และ $\%waste$) กับ T_w เป็นรูปโค้งหงาย โดยมีจุดต่ำสุดที่ $T_w=0.20$ แสดงว่าเมื่อกำหนดให้ค่า $T_w = 0.20$ จะทำให้ได้ผลคำตอบที่ดีกว่า ค่า T_w ที่สูงหรือต่ำเกินไป ค่า nLS เปลี่ยนแปลงในช่วงแคบๆ ระหว่าง 94 ถึง 97 ผลคำตอบที่ได้อาจแยกแยะผลคำตอบจาก BFD หากกำหนดค่า T_w สูงหรือต่ำเกินไป ผลคำตอบที่ดีที่สุดเมื่อกำหนดค่า $T_w=0.20$ เป็นค่าที่เหมาะสม โดยให้ผลคำตอบที่มีค่า $\%waste = 1.25$ น้อยที่สุด และให้ค่า $nLS = 94.07$ น้อยที่สุดด้วย (แสดงว่าทำให้เกิด Retails น้อยด้วย) ความสัมพันธ์ระหว่าง $nDiffPat$ กับ T_w เป็นแบบโค้งคว่ำ จุดบนสุดอยู่ที่ $T_w=0.30$ ซึ่งจะให้อัตราส่วน $nDiffPat/nEffPat$ ที่มากที่สุด

4. สรุป

การวิจัยนี้ได้พัฒนาปรับปรุงวิธีการหาคำตอบสำหรับปัญหาการสร้างแผนการตัดเหล็กเส้นสำหรับงานก่อสร้าง ซึ่งเป็นแบบจำลองปัญหาประเภท 1D-CSP ที่มีขนาดกะของปัญหาหรือรายการความต้องการอย่างมาก (strongly heterogeneous) วิธีการหาคำตอบที่คิดค้นขึ้นนั้นจะทำให้ได้แผนการตัดที่ให้เศษการตัดน้อยกว่าวิธีดั้งเดิม และน้อยกว่าค่าเฉลี่ยจากการปฏิบัติงานที่เป็นอยู่โดยทั่วไป ซึ่งแบบจำลองปัญหาและวิธีการหาคำตอบนี้ได้ถูกโปรแกรมไว้ด้วยโปรแกรม spreadsheet ที่พร้อมสำหรับการนำไปใช้ ซึ่งจะเป็นเครื่องมือช่วยสำหรับวิศวกรและผู้ปฏิบัติงานตัดเหล็กเส้น หรือวัสดุก่อสร้างเชิงเส้นอื่นๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพดีขึ้น โดยไม่ต้องพึ่งพาประสบการณ์หรือการคาดคะเนส่วนตัว

วิธีการหาคำตอบนี้ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนย่อย คือ เริ่มจากการสร้างเซตของรูปแบบการตัดที่ดีขึ้นมาด้วย อัลกอริทึม Intensive Search ด้วยการใช้การคำนวณค่าดัชนี availability ratios ของขนาดท่อนความยาวที่ต้องการต่างๆ นำไปใช้เป็นโอกาสการเลือกขนาดท่อนความยาวใดๆมาใช้สร้างรูปแบบการตัดขึ้น จะทำให้ได้รูปแบบการตัดที่หลากหลายและมีขนาดท่อนความยาวหลากหลายเป็นสัดส่วนกับจำนวนชิ้นที่ต้องการ จากนั้นจึงเป็นขั้นตอนการหาจำนวนครั้งการตัดซ้ำด้วยการอพติไมเซชันแบบจำลอง 1D-CSP โดยควบคุมไม่ให้เกิดการตัดที่เกินกว่าจำนวนที่ต้องการ และให้เกิดเศษการตัดขึ้นน้อยที่สุด รายการความต้องการปริมาณส่วนใหญ่จะถูกตัดในขั้นตอนนี้ สุดท้ายรายการความต้องการส่วนที่เหลืออยู่ยังไม่ได้รับการตัด (undersupplies) อีกปริมาณเล็กน้อย จะถูกนำมาสร้างแบบการตัดด้วยอัลกอริทึมพื้นฐานคือ Best-Fit Decreasing (BFD) จากขั้นตอนทั้งหมดจะทำให้ได้แผนการตัดที่ให้เศษการตัดน้อยมาก และไม่มีการตัดออกมาเกินกว่าที่ต้องการ

การทดสอบผลเพื่อประเมินประสิทธิภาพของวิธีการหาคำตอบที่พัฒนาขึ้น ได้ถูกออกแบบไว้เป็น 3 ชุดทดสอบ ผลการทดสอบแสดงให้เห็นว่าคำตอบที่ได้จากการรันแต่ละครั้งจะมีความแตกต่างกันเชิงสถิติบ้างเล็กน้อย ทั้งนี้เนื่องจากวิธีการหาคำตอบใช้เทคนิคการค้นหาลักษณะ stochastic searching methods อย่างไรก็ดีตามคำตอบทั้งหมดที่ได้ให้ผลค่าที่ดีกว่าคำตอบจากวิธี benchmark โดยให้ค่าเปอร์เซ็นต์ความสูญเสียจากการตัดที่น้อยกว่ามาก นอกจากนี้ผลการทดสอบยังชี้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญคือ $nEffPat$ และ T_w มีผลต่อคำตอบที่ได้ โดยที่ค่าจำนวนรูปแบบการตัดในเซต ($nEffPat$) ที่น้อยเกินไปอาจทำให้ได้ขนาดท่อนความยาวที่ต้องการไม่ครบทุกขนาด แต่หากมากเกินไปก็จะทำให้หาคำตอบของการอพติไมเซชันได้ยาก จากการทดสอบได้ค่า $nEffPat$ ที่เหมาะสมอยู่ประมาณ 30 นอกจากนี้การทดสอบยังทำให้ได้ค่า T_w ที่เหมาะสมที่ประมาณ 0.20 ซึ่งเพียงพอต่อการสร้างรูปแบบการตัดที่ดีโดยยังคงควบคุมปริมาณเศษการตัดไม่ให้เกิดขึ้นมากเกินไปด้วย

จากการทดสอบแบบจำลองยังแสดงว่า ผลคำตอบเป็นแผนการตัดหลักเส้นที่ได้จากวิธีการที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถช่วยลดปริมาณการเกิดเศษการตัดในงานก่อสร้างลงได้ อย่างไรก็ตามผลการทดสอบในการวิจัยนี้

จำกัดอยู่เพียงโจทย์ตัวอย่างที่ใช้เท่านั้น การวิจัยในอนาคตควรทำการศึกษาเพิ่มเติมถึงผลจากลักษณะโจทย์ปัญหาที่หลากหลายและค่าพารามิเตอร์อื่นๆของแบบจำลอง

กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยได้รับทุนสนับสนุนจาก สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา (สกอ.) ร่วมกับสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) เลขที่ MRG53-80065

เอกสารอ้างอิง

- [1] Dyckhoff, H. 1990. A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 44(2): 145–159.
- [2] Wäscher, G., Haußner, H., and Schumann, H. 2007. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3): 1109–1130.
- [3] Gilmore, P.C., and Gomory, R.E. 1961. A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, 9(6): 849–859.
- [4] Gilmore, P.C., and Gomory, R.E. 1963. A linear programming approach to the cutting-stock problem - part II. *Operations Research*, 11(6): 863–888.
- [5] Hinterding, R., and Khan, L. 1994. Genetic algorithms for cutting stock problems: with and without contiguity. Victoria University of Technology, Australia.
- [6] Vahrenkamp, R. 1996. Random search in the one-dimensional cutting stock problem. *European Journal of Operational Research*, 95(1): 191–200.
- [7] Haessler, R.W., and Sweeney, P.E. 1991. Cutting stock problems and solution procedures. *European Journal of Operational Research*, 54(2): 141–150.
- [8] Salem, O., Shahin, A., and Khalifa, Y. 2007. Minimizing cutting wastes of reinforcement steel bars using genetic algorithms and integer

- programming models. *Journal of Construction Engineering and Management*, 133(12): 982-992.
- [9] Pierce, J.F. 1964. Some large-scale production scheduling problems in the paper industry. Prentice-Hall.
- [10] Coffman Jr, E.G, Garey, M. R., and Johnson, D. S. 1984. Approximation algorithms for bin-packing: an updated survey. *Algorithm Design for Computer System Design*, 49–106.
- [11] Gradisar, M., Jesenko, J., and Resinovic, G. 1997. Optimization of roll cutting in clothing industry. *Computers & Operations Research*, 24(10): 945–953.
- [12] Gradisar, M., Resinovic, G., and Kljajic, M. 1999. A hybrid approach for optimization of one-dimensional cutting. *European Journal of Operational Research*, 119(3): 719–728.
- [13] Yanasse, H.H., and Pinto Lamosa, M.J. 2007. An integrated cutting stock and sequencing problem. *European Journal of Operational Research*, 183(3): 1353–1370.
- [14] Liang, K.H., Yao, X., Newton, C., and Hoffman, D. 2002. A new evolutionary approach to cutting stock problems with and without contiguity. *Computers & Operations Research*, 29(12): 1641–1659.
- [15] Gramani, M.C.N., and França, P.M. 2006. The combined cutting stock and lot-sizing problem in industrial processes. *European Journal of Operational Research*, 174(1): 509–521.
- [16] Reinertsen, H., and Vossen, T.W.M. 2010. The one-dimensional cutting stock problem with due dates. *European Journal of Operational Research*, 201(3): 701–711.
- [17] Cherri, A.C., Arenales, M.N., and Yanasse, H.H. 2009. The one-dimensional cutting stock problem with usable leftover - a heuristic approach. *European Journal of Operational Research*, 196(3): 897–908.
- [18] Yue, M. 1991. A simple proof of the inequality $FFD(L) \leq 11/9 OPT(L) + 1$, L for the FFD bin-packing algorithm. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 7(4): 321–331.