



FEAT JOURNAL

FARM ENGINEERING AND AUTOMATION TECHNOLOGY JOURNAL

วารสารวิศวกรรมฟาร์มและเทคโนโลยีการควบคุมอัตโนมัติ

## การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบครึ่งจิงของระบบผลิตก๊าซชีวภาพจากการหมัก ร่วมของหญ้าเนเปียร์ไซเลจ กากมันสำปะหลัง มูลไก่ และมูลวัว

Kriging Mathematical Modelling of a Biogas Production from Anaerobic Co-digestion of  
Napier Glass Silage, Cassava Pulp, Chicken Manure and Cow Dung

สุปราณี เหล่าขุนคำ<sup>1)\*</sup> และ ธนา ราชภูริภักดี<sup>2)</sup>

Supranee Laokhunkar<sup>1)</sup> and Thana Radpukdee<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>ภาควิชาวิศวกรรมนวัตกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

<sup>2)</sup>ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

<sup>1)</sup> Department of Innovation Engineering Faculty of Engineering Khon Kaen University

<sup>2)</sup> Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Khon Kaen University

Received: 30 March 2022

Revised: 16 August 2022

Accepted: 22 September 2022

Available online: 23 December 2022

### บทคัดย่อ

บทความนี้ได้้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบครึ่งจิงมาหาความสัมพันธ์ในการผลิตก๊าซชีวภาพจากการเดินระบบที่ใช้วัตถุดิบหลายชนิดเติมผสมกันในสัดส่วนไม่คงที่ขึ้นอยู่กับช่วงฤดูกาลของวัตถุดิบ ทำให้ความสัมพันธ์ของระบบมีรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้นและมีความไม่แน่นอนสูง แบบจำลองครึ่งจิงมีประสิทธิภาพในการหาความสัมพันธ์ในรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้นใช้ในการประมาณค่าฟังก์ชันจากข้อมูลผลเฉลย จึงได้นำข้อมูลที่มีปัจจัยต่อการเกิดก๊าซชีวภาพจากระบบอัตโนมัติของระบบ ได้แก่ อุณหภูมิ และปริมาณการเติมวัตถุดิบแต่ละชนิด (หญ้าเนเปียร์ไซเลจ กากมันสำปะหลัง มูลไก่ และมูลวัว) นำมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบครึ่งจิง พบว่าตัวแปรสำคัญที่มีผลต่อแบบจำลองผลิตก๊าซชีวภาพและมีเทนมากที่สุดคือ กากมันสำปะหลัง และมีผลน้อยที่สุดคือ มูลวัว จากนั้นได้สอบเทียบแบบจำลองด้วยข้อมูลการทำงานจริงจากระบบ พบว่า แบบจำลองทำนายปริมาณก๊าซชีวภาพและมีเทนมีค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) 1.42% และ

1.25% ตามลำดับ มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ( $r^2$ ) 0.9981 และ 0.9973 ตามลำดับ แบบจำลองที่ได้จึงสามารถใช้ทำนายได้ และสามารถใช้แทนพฤติกรรมของระบบผลิตก๊าซชีวภาพในการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization) เพื่อควบคุมระบบผลิตก๊าซชีวภาพให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นในอนาคต

**คำสำคัญ:** ระบบผลิตก๊าซชีวภาพ การย่อยสลายร่วม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองคริจิจ

## Abstract

In this paper, a Kriging model was applied to determine the relationship of a biogas production system. The operating system used various raw materials mixed and was not fed in constant proportion depending on the season of the raw materials. This causes the relationship of the system to be non-linear and highly uncertain. The Kriging model was chosen because it is highly efficient for describing nonlinear relationships and is an interpretable model that was trained to approximate the predictions of a black-box model. Therefore, the data that affects a biogas production factor from the automation system was used. Napier grass silage, cassava pulp, chicken manure, cow dung and the biogas production temperature were variables to build the Kriging model. As a result, the most significant variables affecting biogas production model and methane content model was cassava pulp and the least effect was cow dung. The models were calibrated with actual operating data. As a result, the biogas production prediction model and methane content prediction model had an RMSE (root mean square error) of 1.42% and 1.25% respectively and had an  $r^2$  (correlation coefficient) of 0.9981 and 0.9973 respectively. Therefore, the models can predict. Moreover, it can also represent the behavior of biogas production systems for optimization to control the biogas production system effectively in the future.

**Keywords:** Biogas system: Anaerobic co-digestion: Mathematical modelling: Kriging model

---

\*ติดต่อ: E-mail: tthanar@gmail.com, supranee.l@kkumail.com

## 1. บทนำ

พลังงานไฟฟ้าเป็นปัจจัยสำคัญของการขับเคลื่อนเศรษฐกิจและอุตสาหกรรมของประเทศไทย ซึ่งแหล่งกำลังการผลิตภายในประเทศมีอยู่อย่างจำกัดจึงได้ตระหนักในการแสวงหาพลังงานทดแทน ก๊าซชีวภาพเป็นทางเลือกหนึ่ง ผลิตจากพืช น้ำเสียและของเสีย

จากโรงงานอุตสาหกรรมทางการเกษตร ชุมชน และฟาร์มเลี้ยงสัตว์ เป็นการเพิ่มมูลค่าให้กับของเสียและช่วยในการรักษาสังแวดล้อม [1] ก๊าซชีวภาพ คือ ก๊าซจากการย่อยสลายอินทรีย์โดยจุลินทรีย์ในสภาวะไม่ใช้ออกซิเจน ประกอบด้วยก๊าซมีเทน ( $\text{CH}_4$ ) 50-70%, คาร์บอนไดออกไซด์ ( $\text{CO}_2$ ) 30-45%, ไฮโดรเจนซัลไฟด์ ( $\text{H}_2\text{S}$ ), แอมโมเนีย ( $\text{NH}_3$ ) 1-2% และความชื้น

1-5% [1] วัสดุติบแต่ละชนิดประกอบด้วยสารอินทรีย์แตกต่างกันจึงทำให้ก๊าซชีวภาพที่ผลิตได้มีปริมาณและองค์ประกอบแตกต่างกัน [2-3] การใช้วัสดุติบชนิดเดียวในระบบผลิตก๊าซชีวภาพขนาดใหญ่อาจทำให้ระบบไม่เสถียรเนื่องจากจุลินทรีย์ในกระบวนการย่อยได้รับธาตุอาหารไม่เพียงพอ [4] หากใช้วัสดุติบมากกว่า 2 ชนิด ทำให้ระบบมีความสมดุลของธาตุอาหารยิ่งขึ้น [5] การย่อยแบบไม่ใช้ออกซิเจนเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนเกี่ยวข้องกับการทำงานของจุลินทรีย์หลายชนิดเปลี่ยนสารอินทรีย์กลายเป็นก๊าซชีวภาพ การเจริญเติบโตของจุลินทรีย์จึงต้องการสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม เช่น ค่า pH และอุณหภูมิ [3] นอกจากนี้ยังมีปัจจัยภายนอกมาเกี่ยวข้อง เช่น การกวนผสมช่วยให้จุลินทรีย์สัมผัสกับสารอาหารมากขึ้น และช่วยระบายก๊าซชีวภาพที่อยู่ในช่องเหลว [6] โดยความสัมพันธ์ของปัจจัยต่างๆ ต่อผลผลิตก๊าซชีวภาพที่ได้มีรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้น

แบบจำลองคริจจิงเป็นแบบจำลองที่ใช้หาความสัมพันธ์ของตัวแปรออกแบบและตัวแปรตามด้วยการประมาณค่าในช่วง (Interpolation) โดยความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองจะไม่เป็นอิสระแต่เป็นฟังก์ชันกับตัวแปรออกแบบทำให้การประมาณค่าฟังก์ชันด้วยแบบจำลองคริจจิงทำได้จากการเชื่อมโยงระหว่างการประมาณค่าแบบเฉพาะที่ (Local) และแบบวงกว้าง (Global) [7] นอกจากนี้ยังช่วยในการวิเคราะห์ความสำคัญของตัวแปรออกแบบต่อผลการตอบสนอง [8-9] ซึ่งเป็นทางเลือกที่ดีในการหาความสัมพันธ์ในรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้น มีนักวิจัยนิยมนำไปใช้ในการออกแบบงานวิศวกรรมที่ซับซ้อน [10] เช่น Lu et al. (2020) ใช้แบบจำลองคริจจิงในการวิเคราะห์เพื่อหาพารามิเตอร์ที่สำคัญและประยุกต์ใช้

ร่วมกับการหาค่าเหมาะสมสุดจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในการออกแบบคานสะพาน [11] Zhao et al. (2021) ได้นำแบบจำลองคริจจิงมาใช้ในการทำนายประสิทธิภาพการดูดซับโลหะหนักของไบโอชาร์ (Biochar) ได้อย่างแม่นยำ และได้ทราบถึงตัวแปรสำคัญของการดูดซับโลหะ [12] และ Zaefferer et al. (2016) ประยุกต์ใช้แบบจำลองคริจจิงแทนพฤติกรรมการผลิตก๊าซชีวภาพจากการเติมวัสดุติบร่วมกันหลายชนิดเพื่อใช้ในการหาแนวทางการผลิตให้มีประสิทธิภาพสูงสุด [13] การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่นิยมสร้างจากการออกแบบการทดลองแล้วนำมาประยุกต์ใช้ในการทำงานจริง แต่ในการทำงานจริงก็ประสบปัญหาด้านข้อจำกัดต่างๆ ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นไปตามผลการทดลอง

การเดินระบบผลิตก๊าซชีวภาพของบริษัทนอร์ทอีสต์รับเบอร์ จำกัด (มหาชน) มีการเติมวัสดุติบผสมกันหลายชนิดในสัดส่วนไม่คงที่ขึ้นอยู่กับช่วงฤดูกาลของวัสดุติบทำให้ผลผลิตก๊าซชีวภาพมีความไม่แน่นอน ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีแนวคิดนำฐานข้อมูลการทำงานจริงของระบบผลิตก๊าซชีวภาพมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบจำลองคริจจิง เพื่อหาความสัมพันธ์ของปัจจัยต่างๆ ที่ส่งผลต่อการเกิดก๊าซชีวภาพจะช่วยให้สามารถควบคุมระบบผลิตก๊าซชีวภาพให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

## 2. วิธีการวิจัย

การศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบผลิตก๊าซชีวภาพจากหญ้าเนเปียร์ร่วมกับกากมันสำปะหลังและมูลวัว ได้ดำเนินการวิจัยดังนี้

## 2.1. ศึกษากระบวนการผลิตก๊าซชีวภาพ

ระบบผลิตก๊าซชีวภาพ มีลักษณะบ่อหมักเป็นถังปฏิกรณ์ 2 บ่อ วางซ้อนกันเป็นลักษณะวงแหวน แบ่งเป็นบ่อหมักวงนอกขนาด 7,500 ลบ.ม. และบ่อหมักวงในขนาด 4,200 ลบ.ม. มีการติดตั้งใบกวนรอบบ่อหมัก เพื่อให้เกิดการกวนผสมอย่างทั่วถึง บ่อวงนอกติดตั้งใบกวนชนิด Paddle wheel เป็นใบกวนที่ผสมวัตถุดิบในแนวตั้งหรือผสมวัตถุดิบแบบบนลงล่าง ขนาด 25 แรงม้า ความเร็วพิกัด 1,000 รอบต่อนาที จำนวน 5 ชุด บ่อวงในติดตั้งใบกวนชนิด Long shaft เป็นใบกวนที่ทำให้เกิดการผสมวัตถุดิบรอบด้าน ขนาด 30 แรงม้า ความเร็วพิกัด 1,000 รอบต่อนาที จำนวน 5 ชุด ภายในบ่อหมักมีการติดตั้งท่อน้ำร้อนเพื่อเพิ่มอุณหภูมิในบ่อหมักช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในกระบวนการย่อยสลาย วัตถุดิบที่ใช้ในการผลิตก๊าซชีวภาพ คือหญ้าเนเปียร์ไซเลจร่วมกับกากมันสำปะหลัง มูลไก่ และมูลวัว ถูกบดลงบ่อหมักวงนอก น้ำหมักชีวภาพจากบ่อหมักวงนอกส่งเข้าไปยังบ่อหมักวงในด้วยการไหลล้น (Over flow) ก๊าซชีวภาพที่ผลิตได้จากบ่อหมักวงนอกจะถูกส่งเข้าไปผสมกับก๊าซชีวภาพที่เกิดจากบ่อหมักวงในเพื่อทำให้อากาศชีวภาพมีคุณภาพใกล้เคียงกัน เก็บไว้ในโดมผ้าใบแบบ 2 ชั้นคลุมบนบ่อหมักวงใน น้ำหมักชีวภาพจากบ่อหมักวงในจะถูกส่งยังเครื่องแยกกากตะกอน น้ำและกากตะกอนที่ได้สามารถนำไปใช้เป็นปุ๋ย และก๊าซชีวภาพที่ผลิตได้จะส่งไปใช้ในการผลิตพลังงานไฟฟ้า

## 2.2. เตรียมข้อมูลสำหรับสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบคริจจิง (Kriging model) เป็นการประมาณค่าฟังก์ชันเป้าหมายจากจุดเทรนนิ่ง ใช้วิธีการประมาณค่าในช่วง

เพื่อใช้ในการสร้างแบบจำลอง โดยใช้ข้อมูลการเดินทางระบบย้อนหลัง ในช่วงวันที่ 1 พฤษภาคม 2564 – 31 มกราคม 2565 ตัวแปรที่ใช้พิจารณาจากตัวแปรที่ถูกควบคุมผ่านระบบอัตโนมัติของระบบผลิตก๊าซชีวภาพแสดงในรูปที่ 1 ได้แก่ ปริมาณการป้อนวัตถุดิบ อุณหภูมิ และการทำงานของใบกวน ในช่วงระยะเวลาดังกล่าวระบบมีการกวนผสมจนทำให้ไม่มีการปรับการทำงานของใบกวน ดังนั้นจึงไม่นำตัวแปรด้านการการทำงานของใบกวนมาพิจารณา ข้อมูลที่เก็บมาจากรฐานข้อมูลมีลักษณะกระจายตัวไม่สม่ำเสมอ หากสุ่มข้อมูลมาใช้ในการสร้างแบบจำลอง (Train model) อาจทำให้แบบจำลองที่ได้ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ครอบคลุมพื้นที่ทั้งหมด ดังนั้นจึงนำข้อมูลมาทำการแบ่งกลุ่มด้วยวิธี K-mean clustering เพื่อแบ่งกลุ่มให้ข้อมูลที่มีลักษณะใกล้เคียงกันจัดอยู่ในกลุ่มเดียวกัน แล้วคัดเลือกข้อมูลที่เป็นจุดศูนย์กลางของแต่ละกลุ่มนำมาใช้ในการสร้างแบบจำลอง (Train model) ช่วยทำให้ข้อมูลที่นำมาสร้างแบบจำลองครอบคลุมโดเมนมากยิ่งขึ้น ในการทดลองนี้ได้แบ่งกลุ่มข้อมูลด้วยวิธี K-mean clustering จำนวน 40 กลุ่ม ดังนั้นจึงได้ข้อมูลสำหรับสร้างแบบจำลองจำนวน 40 ชุด โดยมีข้อมูลสำหรับนำมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงในตารางที่ 1

## 2.3. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบคริจจิง

สมการที่ใช้ในการทำนาย คือ

$$\hat{y}(x) = \hat{\mu} + \Psi^T \Psi^{-1}(y - 1\hat{\mu}) \quad (1)$$

เมื่อฟังก์ชันฐานหลัก (Basis function) ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองคริจจิง (Kriging model) อยู่ในรูปแบบ

$$\psi^{(i)} = \exp\left(-\sum_{j=1}^k \theta_j |x_j^{(i)} - x_j|^{p_j}\right) \quad (2)$$

เวกเตอร์ตัวแปรออกแบบ  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}\}^T$  เมื่อ  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}^T$  และค่าฟังก์ชันของเวกเตอร์ตัวแปรออกแบบ  $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{y}^{(2)}, \dots, \mathbf{y}^{(n)}\}^T$  เมื่อ  $n$  คือจำนวนชุดข้อมูล และ  $k$  คือจำนวนตัวแปรของ  $\mathbf{x}$  การหาค่าการทำนายที่จุด  $\mathbf{x}$  ใหม่ ที่มีผลตอบแทนหรือค่าฟังก์ชันเป็นกระบวนการสโตแคสติก (Stochastic process) โดยใช้เซตของเวกเตอร์ตัวแปรสุ่ม แสดงดังนี้

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y(\mathbf{x}^{(1)}) \\ \vdots \\ Y(\mathbf{x}^{(n)}) \end{pmatrix} \quad (3)$$

ในการสุ่มจะมีค่าเฉลี่ยเป็น  $\mathbf{1}\mu$  ( $\mathbf{1}$  คือเวกเตอร์ของ 1 ขนาด  $n \times 1$ ) มีฟังก์ชันสหสัมพันธ์ใดๆ จากผลเฉลี่ยในเมทริกซ์ออกแบบ แสดงโดยใช้ฟังก์ชันฐานหลักดังนี้

$$\text{cor}[Y(\mathbf{x}^{(i)}), Y(\mathbf{x}^{(l)})] = \exp\left(-\sum_{j=1}^k \theta_j |x_j^{(i)} - x_j^{(l)}|^{p_j}\right) \quad (4)$$

สามารถสร้างเมทริกซ์สหสัมพันธ์ (Correlation matrix) ขนาด  $n \times n$  ของข้อมูลทั้งหมด ได้ดังนี้

$$\Psi = \begin{pmatrix} \text{cor}[Y(\mathbf{x}^{(1)}), Y(\mathbf{x}^{(1)})] & \dots & \text{cor}[Y(\mathbf{x}^{(1)}), Y(\mathbf{x}^{(n)})] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cor}[Y(\mathbf{x}^{(n)}), Y(\mathbf{x}^{(1)})] & \dots & \text{cor}[Y(\mathbf{x}^{(n)}), Y(\mathbf{x}^{(n)})] \end{pmatrix} \quad (5)$$

และมีเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม คือ

$$\text{Cov}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}) = \sigma^2 \Psi \quad (6)$$

เมื่อเซตของตัวแปรสุ่ม ( $\mathbf{Y}$ ) ซึ่งมีความสัมพันธ์ร่วมกันบางอย่างและได้อธิบายในรูปเมทริกซ์  $\Psi$  ซึ่งฟังก์ชันสหสัมพันธ์จะขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างจุดตัวอย่าง  $|x_j^{(i)} - x_j^{(l)}|$  ตัวแปร  $\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}^T$  เมื่อ  $p_j \in [1, 2]$  และตัวแปร  $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}^T$  เพื่อ

ลดความซับซ้อนในการคำนวณ ได้กำหนดให้  $\hat{\mathbf{p}}$  เป็นค่าคงที่ จากนั้นหาค่า  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  ด้วยวิธี Likelihood maximization โดยมีสมการ Likelihood คือ

$$L(\mathbf{Y}^{(1)}, \dots, \mathbf{Y}^{(n)} | \mu, \sigma) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \exp\left[-\frac{\sum (\mathbf{Y}^{(i)} - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมเมทริกซ์สหสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$L = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2} |\Psi|^{1/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1}\mu)^T \Psi^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\mu)}{2\sigma^2}\right] \quad (8)$$

หา Likelihood maximization ด้วยการเพิ่มลอการิทึมแบบธรรมชาติ ดังนี้

$$\ln(L) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{n}{2} \ln(\Psi) - \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1}\mu)^T \Psi^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\mu)}{2\sigma^2} \quad (9)$$

หาอนุพันธ์สมการ (9) จะได้ค่า Maximum likelihood estimates (MLS) เมื่อ

$$\hat{\mu} = \frac{\mathbf{1}^T \Psi^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{1}^T \Psi^{-1} \mathbf{1}} \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu})^T \Psi^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu})}{n} \quad (11)$$

แทนค่า  $\hat{\mu}$  และ  $\hat{\sigma}^2$  ในสมการ (9) และตัดเทอมของค่าคงที่ จะได้สมการที่เรียกว่า Concentrated ln-likelihood function ดังนี้

$$\ln(L) \approx -\frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{n}{2} \ln(\Psi) \quad (12)$$

จากสมการ (12) พบว่าค่า  $\ln(L)$  ขึ้นอยู่กับค่า  $\Psi$  เพียงอย่างเดียว โดยมีตัวแปรไม่ทราบค่าคือ  $\boldsymbol{\theta}$  หาได้จากทำให้ Concentrated ln-likelihood function มีค่าสูงสุด ดังนี้

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \text{argmax}\left(-\frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{n}{2} \ln(\Psi)\right) \quad (13)$$

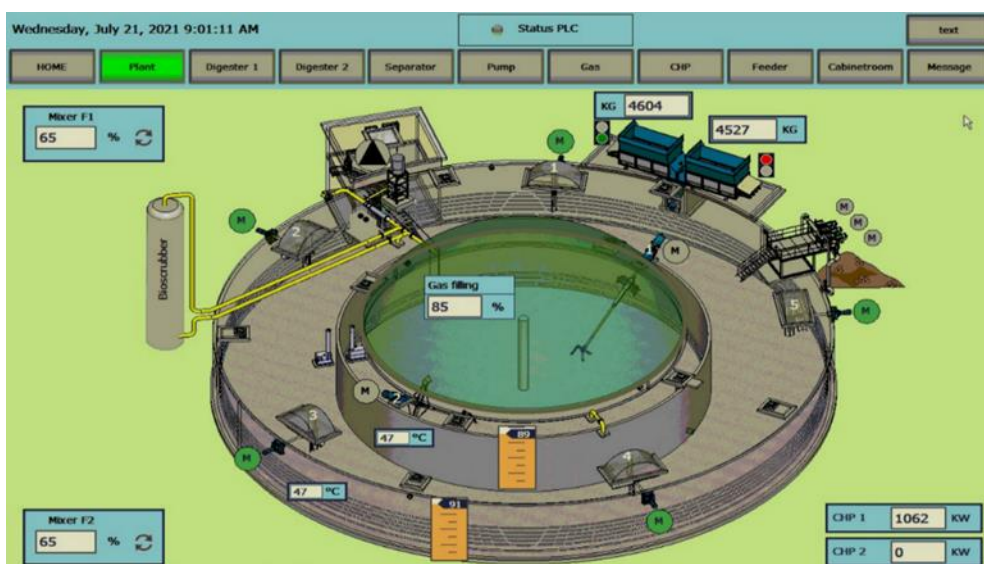
## 2.4. การสอบเทียบแบบจำลอง

จากแบบจำลองที่ได้นำมาสอบเทียบแบบจำลองด้วยข้อมูลการเดินระบบจริง โดยสุ่มจากข้อมูลในวันที่ 1 พฤษภาคม 2564 – 31 มกราคม 2565 จำนวน 40 วัน มาใช้ในการสอบเทียบ และวัดความน่าเชื่อถือของแบบจำลองด้วยการหาค่า %RMSE และ  $r^2$  ดังสมการที่ (15) และ (16) ตามลำดับ

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y^{(i)} - \hat{y}^{(i)})^2}{n}} \quad (14)$$

$$\%RMSE = \frac{RMSE}{y_{max} - y_{min}} \times 100\% \quad (15)$$

$$r^2 = \left( \frac{n \sum_{i=1}^n y^{(i)} \hat{y}^{(i)} - \sum_{i=1}^n y^{(i)} \sum_{i=1}^n \hat{y}^{(i)}}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^n y^{(i)2} - (\sum_{i=1}^n y^{(i)})^2][n \sum_{i=1}^n \hat{y}^{(i)2} - (\sum_{i=1}^n \hat{y}^{(i)})^2]}} \right)^2 \quad (16)$$



รูปที่ 1 ระบบควบคุมอัตโนมัติของระบบผลิตก๊าซชีวภาพ

ตารางที่ 1 ตัวแปรที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

| สัญลักษณ์ | ตัวแปร                             | หน่วย     | ค่าต่ำสุด | ค่าเฉลี่ย         | ค่าสูงสุด | คุณภาพวัตถุดิบ |       |
|-----------|------------------------------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|----------------|-------|
| X         | ตัวแปรออกแบบ                       |           |           |                   |           | %TS            | %VS   |
| $x_1$     | หญ้าเนเปียร์ไซเลท                  | ตัน/วัน   | 15.4      | $60.7 \pm 18.3$   | 112.8     | 23-30          | 85-90 |
| $x_2$     | กากมันสำปะหลัง                     | ตัน/วัน   | -         | $20.5 \pm 17.5$   | 60.7      | 12-14          | 94-98 |
| $x_3$     | มูลไก่                             | ตัน/วัน   | -         | $15.6 \pm 10.3$   | 40.9      | 50-70          | 80-85 |
| $x_4$     | มูลวัว                             | ตัน/วัน   | -         | $3.5 \pm 2.0$     | 9.4       | 24-30          | 65-75 |
| $x_5$     | อุณหภูมิบ่อหมัก                    | °C        | 42.5      | $47.3 \pm 3.3$    | 52.5      |                |       |
| y         | ค่าฟังก์ชันของเวกเตอร์ตัวแปรออกแบบ |           |           |                   |           |                |       |
| $y_1$     | ปริมาณก๊าซชีวภาพ                   | ลบ.ม./วัน | 2,794     | $8,005 \pm 3,586$ | 15,564    |                |       |
| $y_2$     | มีเทน                              | %V/V      | 49.5      | $53.5 \pm 1.6$    | 56.3      |                |       |

ตารางที่ 2 ค่า  $\theta$  ของตัวแปรออกแบบ

| ตัวแปร                            | หญ้าเนเปียร์ไซเลจ | กากมัน | มูลไก่ | มูลวัว | อุณหภูมิตัวแปร |
|-----------------------------------|-------------------|--------|--------|--------|----------------|
| $\theta_{y_1}$ : ปริมาณก๊าซชีวภาพ | 0.0274            | 0.8260 | 0.0970 | 0.0011 | 0.2317         |
| $\theta_{y_2}$ : มีเทน            | 0.9883            | 3.1690 | 1.2711 | 0.1188 | 0.6481         |

### 3. ผลการวิจัยและอภิปรายผล

จากการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีครีจิจิงได้แบบจำลองสำหรับการทำนายปริมาณก๊าซชีวภาพและมีเทน และได้ผลค่า  $\theta$  เพื่อใช้วิเคราะห์ตัวแปรสำคัญต่อผลการตอบสนองของแบบจำลอง มีผลดังนี้

#### 3.1. ตัวแปรสำคัญต่อปริมาณก๊าซชีวภาพและมีเทน

จากผลการสร้างแบบจำลองครีจิจิง ได้ค่า  $\theta$  ของแบบจำลองแสดงในตารางที่ 2 เป็นพารามิเตอร์ที่ใช้บ่งบอกความสำคัญของตัวแปรต่อผลการตอบสนอง แต่ไม่สามารถบอกปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้ โดยตัวแปรที่มีค่า  $\theta$  มาก แสดงว่าตัวแปรนั้นมีอิทธิพลต่อผลการตอบสนองมาก หากตัวแปรที่มีค่า  $\theta$  น้อย แสดงว่าตัวแปรนั้นมีอิทธิพลต่อผลการตอบสนองน้อย

ตัวแปรที่มีผลต่อปริมาณก๊าซชีวภาพมากที่สุด คือ คือกากมันสำปะหลัง อุณหภูมิ มูลไก่ หญ้าเนเปียร์ไซเลจ และมูลวัว เรียงตามลำดับ กากมันสำปะหลังมีผลต่อปริมาณก๊าซชีวภาพมากที่สุด เนื่องจากโครงสร้างโมเลกุลของกากมันสำปะหลังมีความไม่ซับซ้อนสามารถย่อยสลายง่าย เมื่อมีการเติมลงบ่อ หมักจึงสามารถผลิตก๊าซชีวภาพได้อย่างรวดเร็ว

[14] เมื่อเทียบกับวัตถุดิบชนิดอื่น แต่มูลวัวมีผลต่อปริมาณก๊าซชีวภาพน้อยที่สุด เนื่องจากมูลวัวเป็นวัตถุดิบที่ผ่านการย่อยแล้วในกระเพาะวัวและนำมาย่อยต่อในระบบผลิตก๊าซชีวภาพ ดังนั้นความสามารถในการผลิตก๊าซชีวภาพจึงลดลง [15]

ตัวแปรที่มีผลต่อมีเทนมากที่สุด คือ กากมันสำปะหลัง มูลไก่ อุณหภูมิ หญ้าเนเปียร์ไซเลจ และมูลวัว เรียงตามลำดับ เนื่องจากหญ้าเนเปียร์ไซเลจเป็นวัตถุดิบหลักมีการเติมในปริมาณมากเมื่อเทียบกับวัตถุดิบอื่น ทำให้ค่ามีเทนในระบบประมาณ 52-55% แต่เมื่อมีการเติมกากมันสำปะหลังซึ่งถูกย่อยสลายเร็วใน 1-2 วัน [14] ทำให้ค่ามีเทนลดลง 2-5% ขึ้นอยู่กับปริมาณที่เติม เพราะกากมันสำปะหลังมีแป้งเป็นองค์ประกอบหลัก 60-75% [16] จากสมการ Stoichiometry [3] แป้งมีองค์ประกอบของคาร์บอนเป็นหลักเมื่อผ่านการย่อย สลายจึงได้ก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ มากทำให้สัดส่วนของมีเทนลดน้อยลง ส่วนมูลวัวส่งผลต่อมีเทนน้อยที่สุด เนื่องจากมูลวัวมีค่ามีเทนใกล้เคียงกับหญ้าไซเลจและผลิตก๊าซชีวภาพได้น้อย [2] จึงทำให้มีเทนที่ผลิตแทบจะไม่มีผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงภายในระบบผลิตก๊าซชีวภาพ

ตารางที่ 3 ข้อมูลตัวแปรที่ใช้ในการสอบเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

| สัญลักษณ์ | ตัวแปร                             | หน่วย              | ค่าต่ำสุด | ค่าเฉลี่ย         | ค่าสูงสุด | คุณภาพวัตถุดิบ |       |
|-----------|------------------------------------|--------------------|-----------|-------------------|-----------|----------------|-------|
| X         | ตัวแปรรอบแบบ                       |                    |           |                   |           | %TS            | %VS   |
| $x_1$     | หญ้าเนเปียร์ไซเลท                  | ตัน/วัน            | 16.2      | $51.2 \pm 20.1$   | 108.8     | 23-30          | 85-90 |
| $x_2$     | กากมันสำปะหลัง                     | ตัน/วัน            | -         | $20.1 \pm 15.4$   | 56.5      | 12-14          | 94-98 |
| $x_3$     | มูลไก่                             | ตัน/วัน            | -         | $11.5 \pm 9.3$    | 38.4      | 50-70          | 80-85 |
| $x_4$     | มูลวัว                             | ตัน/วัน            | -         | $3.8 \pm 2.4$     | 9.1       | 24-30          | 65-75 |
| $x_5$     | อุณหภูมิบ่อหมัก                    | $^{\circ}\text{C}$ | 42.6      | $47.5 \pm 3.2$    | 52.2      |                |       |
| y         | ค่าฟังก์ชันของเวกเตอร์ตัวแปรรอบแบบ |                    |           |                   |           |                |       |
| $y_1$     | ปริมาณก๊าซชีวภาพ                   | ลบ.ม./วัน          | 2,914     | $7,971 \pm 4,114$ | 15,064    |                |       |
| $y_2$     | มีเทน                              | %V/V               | 49.8      | $53.4 \pm 1.6$    | 56.3      |                |       |

### 3.2. ผลการสอบเทียบแบบจำลอง

สอบเทียบแบบจำลองด้วยข้อมูลจากการเดินระบบจริง โดยสุ่มจากข้อมูลในวันที่ 1 พฤษภาคม 2564 – 31 มกราคม 2565 จำนวน 40 วัน โดยมีข้อมูลสำหรับนำมาสอบเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงในตารางที่ 3 พบว่า ผลการทำนายของแบบจำลองทั้งสองให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับข้อมูลจริงที่นำมาทดสอบ แบบจำลองทำนายปริมาณก๊าซชีวภาพและมีเทนมีค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) 1.42% และ 1.25% ตามลำดับ มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ( $r^2$ ) 0.9981 และ 0.9973 ตามลำดับ แบบจำลองครึ่งจริงถือเป็นหนึ่งในแบบจำลองทดแทน (Surrogate model) ค่าความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองทดแทนที่ยอมรับได้เมื่อ %RMSE ไม่เกิน 10% Forrester et al. (2008) แนะนำว่า ค่า  $r^2$  มากกว่า 0.8 ทำให้แบบจำลองทดแทนมีความสามารถในการทำนายได้ดี [8] ดังนั้นแบบจำลองทำนายปริมาณก๊าซชีวภาพและมีเทนที่สร้างขึ้นจึงสามารถทำนายพฤติกรรมของระบบจริงได้

### 4. สรุป

งานวิจัยนี้เป็นการประยุกต์ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบครึ่งจริง เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างการเติมวัตถุดิบหลายชนิดผสมกัน (หญ้าเนเปียร์ไซเลท กากมันสำปะหลัง มูลไก่ และมูลวัว) และอุณหภูมิต่อปริมาณก๊าซชีวภาพที่ผลิตได้และค่ามีเทน ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลตอบแทนของแบบจำลองทำนายปริมาณก๊าซชีวภาพและมีเทนมากที่สุด คือ กากมันสำปะหลัง และตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลตอบแทนน้อยที่สุด คือ มูลวัว แบบจำลองทำนายปริมาณก๊าซชีวภาพและมีเทนมีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ และสามารถทำนายการทำงานของระบบผลิตก๊าซชีวภาพได้ ประโยชน์จากการสร้างแบบจำลองสามารถประยุกต์ใช้ร่วมกับการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization) เพื่อควบคุมระบบผลิตก๊าซชีวภาพได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไปในอนาคต

## 5. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ บริษัท นอร์ทอีส รับเบอร์ จำกัด (มหาชน) ที่เชื้อเพื่อสถานที่ เครื่องมือ อุปกรณ์ และ ข้อมูลในการทำวิจัย และโครงการแพลตฟอร์ม การศึกษาครบวงจรเพื่อการพัฒนา นักศึกษาปริญญาโทและการวิจัยพัฒนานวัตกรรมของภาคอุตสาหกรรม ซึ่งได้รับการสนับสนุนงบประมาณจากหน่วยบริหาร และจัดการทุนด้านการพัฒนากำลังคน และทุนด้านการพัฒนาสถาบันอุดมศึกษาการวิจัยและการสร้าง นวัตกรรม (บพค.) สำนักงานสภานโยบายการ อุดมศึกษา วิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรมแห่งชาติ (สอวช.) ที่สนับสนุนงบประมาณในการทำวิจัยครั้งนี้

## 6. เอกสารอ้างอิง

- [1] ศูนย์บริการข้อมูลโครงการศึกษาวิจัย ต้นแบบวิสาหกิจชุมชนพลังงานสีเขียวจาก พืชพลังงาน (ก๊าซชีวภาพจากพืชพลังงาน). คู่มือการลงทุนโรงไฟฟ้าก๊าซชีวภาพจากพืช พลังงาน. มิตรภาพการพิมพ์ 1995: กรุงเทพฯ; 2556.
- [2] Fachagentur Nachwachsende Rohstoffe e. V. (FNR). Guide to Biogas From production to use. 5<sup>th</sup> ed. Fachagentur Nachwachsende Rohstoffe e. V. (FNR): Gülzow-Prüzen; 2010.
- [3] Leung DYC, Wang J. An overview on biogas generation from anaerobic digestion of food waste. International journal of Green Energy 2016; 13(2): 119-31.
- [4] Pöschl M, Ward S, Owende P. Evaluation of energy efficiency of various biogas production and utilization pathways. Applied Energy 2010; 87: 3305-21.
- [5] Parawira W, Murto M, Zvauya R, Mattiasson B. Anaerobic batch digestion of solid potato waste alone and in combination with sugar beet leaves. Renewable Energy 2004; 29: 1811-23.
- [6] Kariyama ID, Zhai X, Wu B. Influence of mixing on anaerobic digestion efficiency in stirred tank digesters: A review. Water Research 2018; 143: 503–17.
- [7] สุจินต์ บุรีรัตน์. การหาค่าเหมาะที่สุดของ ระบบทางวิศวกรรมเครื่องกล เล่ม 1. โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยขอนแก่น: ขอนแก่น; 2556.
- [8] Forrester AIJ, Söbester A, Keane AJ, Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practice Guide. John Wiley & Sons: United Kingdom; 2008.
- [9] Gao Y, Wang X. An effective warpage optimization method in injection molding based on the Kriging model. International Journal Advance Manufacturing Technology 2008; 37: 953–60.
- [10] Simpson TW, Peplinski JD, Koch PN, Allen JK. Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and recommendations. Engineering with Computers 2001; 17: 129–50.

- [11] Lu P, Xu Z, Chen Y, Zhou Y. Prediction method of bridge static load test results based on Kriging model. *Engineering Structures* 2020; 214: 110641.
- [12] Zhao Y, Li Y, Fan D, Song J, Yang F. Bioresource Technology Application of kernel extreme learning machine and Kriging model in prediction of heavy metals removal by biochar. *Bioresource Technology* 2021; 329: 124876.
- [13] Zaefferer M, Gaida D, Bartz-beielstein T. Multi-fidelity modeling and optimization of biogas plants. *Applied Soft Computing* 2016; 48: 13–28.
- [14] Witchayapong C. The study for increasing of methane content in biogas production from cassava pulp [MSc Thesis]. Nakhon Ratchasima: Suranaree University of Technology; 2017.
- [15] Kavuma C. Variation of Methane and Carbon dioxide yield in a biogas plant [MSc Thesis]. Stockholm: Royal Institute of Technology; 2013.
- [16] Lerdlattapom R, Phalakomkule C, Trakulvichean S, Songkasiri W. Implementing circular economy concept by converting cassava pulp and wastewater to biogas for sustainable production in starch industry. *Sustainable Environment Research* 2021; 31: 20.