



การประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวนสองประชากร ที่ไม่เป็นการแจกแจงปกติ

Confidence Interval Estimation for the Ratio of Two Population Variances with Non-normal Distributions

อนุวัฒน์ คำมา (Anuwat Khamma)¹* ดร.มานะชัย รอดชื่น (Dr.Manachai Rodchuen)**

พุฒิพงษ์ พุกกะมาน (Putipong Bookkamana)***

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวนสองประชากรเมื่อข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงปกติ ด้วยวิธี 4 วิธี คือ วิธีเอฟ วิธีซีดจำกัดส่วนกลาง วิธีบูทสแตรป และวิธีบูทสแตรปร่วมกับ Rousseeuw และ Croux [1] เกณฑ์การคัดเลือกช่วงความเชื่อมั่น คือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ และค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น โดยจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล ด้วยโปรแกรม R ทำซ้ำ 1,000 รอบ ในแต่ละวิธีทำบูทสแตรป 500 รอบ ภายใต้ขนาดตัวอย่าง (n_1, n_2) เท่ากับ (10, 10), (10, 20), (20, 20), (30, 30), (30, 50), (50, 50), (70, 70), (70, 100) และ (100, 100) กำหนดอัตราส่วนความแปรปรวนเท่ากับ 1 และ 2 ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงปกติ วิธีเอฟให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ส่วนการแจกแจงแกมมา และการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียลพบว่าวิธีที่เหมาะสม คือ วิธีบูทสแตรปร่วมกับ Rousseeuw และ Croux

ABSTRACT

The objective of this study is to compare 4 confidence interval estimation methods for the ratio of two population variances with non-normal distributions; the methods, there were F method, Central Limit Theorem method, Bootstrap method and Bootstrap with Rousseeuw and Croux method. The comparisons criteria are based on an estimated the coverage probability and estimated the average length of the confidence intervals. The study simulated data from normal, gamma and exponential distributions using programs written in R . The study is generated for each case repeated 1,000 times, and number of bootstrap repeated 500 times. The study is using sample sizes (n_1, n_2) equal to (10, 10), (10, 20), (20, 20), (30, 30), (30, 50), (50, 50), (70, 70), (70, 100) and (100, 100) whereas the ratios of variance are 1 and 2, the 95% confidence level were used. For the normal population, the method that has smallest average length confidence interval among the methods that have estimated the coverage probability not differ from the confidence coefficient is F method. For the gamma and exponential distributions, Bootstrap with Rousseeuw and Croux method is appropriate method.

คำสำคัญ : อัตราส่วนความแปรปรวน ความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

Keywords: The ratio of variances, The coverage probability, The average length

¹Correspondent author : Anuwat.Khamma01@gmail.com

* นักศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

*** รองศาสตราจารย์ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

บทนำ

การประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) เป็นการอนุมานเชิงสถิติวิธีการหนึ่งที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ และถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อแก้ไขปัญหาของการประมาณค่าแบบจุดซึ่งให้ค่าประมาณที่คลาดเคลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์ เนื่องจากการประมาณค่าพารามิเตอร์เพียงค่าเดียวจากตัวอย่างสุ่ม และค่าที่ประมาณขึ้นอยู่กับชุดตัวอย่างที่สุ่มได้ ดังนั้นค่าประมาณที่ได้จากการประมาณค่าแบบจุดสามารถอนุมานสู่ค่าพารามิเตอร์ในระดับประชากรได้ดีหรือไม่นั้น ขึ้นอยู่กับชุดของตัวอย่างที่สุ่มมาศึกษา ทำให้เกิดแนวคิดของการประมาณค่าแบบช่วง คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้ค่าประมาณ 2 ค่า ในการกำหนดขอบเขตของการประมาณค่าแบบช่วง ภายใต้ความเชื่อที่ว่าพารามิเตอร์ที่สนใจจะตกอยู่ในช่วงของการประมาณด้วยความน่าจะเป็นระดับหนึ่ง โดยที่การประมาณค่าแบบช่วงอาศัยข้อมูลตัวอย่างที่สุ่มมา เพียงบางส่วนของประชากร ดังนั้นย่อมมีข้อผิดพลาดเช่นเดียวกัน จึงมีเกณฑ์การพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นจากค่าความน่าจะเป็นของการครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ (Coverage Probability: CP) โดยที่ค่า CP มีค่าไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดแสดงว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นมีความเหมาะสม และ/หรือ พิจารณาจากความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Average Length: AL) ถ้าวิธีประมาณค่าแบบช่วงวิธีใดให้ค่า AL น้อยที่สุด หรือให้ช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นเหมาะสมที่สุดในสถานการณ์นั้น ๆ [2]

ในกรณีประชากรมีการแจกแจงปกติ (Normal Distribution) การสร้างช่วงความเชื่อมั่นความแปรปรวนของประชากรใช้ตัวสถิติไคกำลังสอง (χ^2) และใช้ตัวสถิติเอฟ (F) ในการสร้างช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากร ถ้าตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่ไม่เป็นการแจกแจงปกติช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจากตัวสถิติ χ^2 และตัวสถิติ F อาจจะไม่เหมาะสม [3] นั่นคือช่วงความเชื่อมั่นอาจจะให้ค่า CP แตกต่างไปจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ซึ่งส่งผลต่อค่า AL ที่สร้างขึ้นแคบหรือกว้างเกินไป จนไม่สามารถให้ค่าของการประมาณที่ถูกต้อง ดังนั้นในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นเมื่อข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงปกติจึงต้องอาศัยวิธีการอื่นในการประมาณภายใต้การแจกแจงต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเหมาะสม และความถูกต้องเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น

การสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับความแปรปรวนของประชากรเมื่อข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงปกติที่ผ่านมา มีการศึกษากันอย่างแพร่หลาย เช่น การศึกษาในปี 2007 ของ Cojbasic และ Tomovic [4] ได้สร้างช่วงความเชื่อมั่นวิธีการบูตสแตรป (Bootstrap - t) วิธีการบูตสแตรปร่วมกับวิธีการแปลงตัวสถิติด้วยวิธีการของ Hall และวิธีการของ Johnson ใช้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) ในปี 2011 Cojbasic และ Loncar [5] ได้สร้างช่วงความเชื่อมั่นทางเดียวด้วยวิธีการบูตสแตรป วิธีการบูตสแตรปร่วมกับวิธีการแปลงตัวสถิติด้วยวิธีการของ Hall และวิธีการของ Johnson แต่ใช้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเบ้ เช่น ล็อกปกติ ไวบูล หรือเอ็กซ์โปเนนเชียล เป็นต้น ในปี 2012 Cojbasic และคณะ [6] ยังได้ทำการประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร และความแตกต่างของความแปรปรวน 2 ประชากร ซึ่งใช้วิธีการเดียวกันกับของ Cojbasic และ Tomovic โดยแสดงตัวอย่างในข้อมูลค่าจ้าง และเงินบำนาญในเซอร์เบีย นอกจากนี้ในปี 2013 Cojbasic และ Stanojevic [7] ได้สร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วนความแปรปรวนโดยใช้วิธีการแปลงตัวสถิติด้วยวิธีการของ Hall และวิธีการของ Johnson และในปี 2013 Panichkitkosolkul [8] ได้สร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับความแปรปรวนด้านเดียว โดยเสนอวิธีการบูตสแตรป 2 ชั้น เปรียบเทียบกับวิธีการบูตสแตรป และวิธีไคกำลังสอง

จากแนวคิด และทฤษฎีเกี่ยวกับวิธีประมาณช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนข้างต้นเป็นแนวทางให้ผู้วิจัย ศึกษาการสร้างช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนของความแปรปรวนเมื่อข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงปกติ โดยทำการศึกษา และนำเสนอวิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีต่าง ๆ ดังนี้ วิธีเอฟเป็นวิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่นโดยใช้การแจกแจงของ



ฟังก์ชันตัวประมาณอัตราส่วนของความแปรปรวนที่มาจากประชากรที่อิสระกัน และมีการแจกแจงปกติ วิธีที่จำกัดส่วนกลางใช้แนวคิดทฤษฎีบทจำกัดส่วนกลาง (Central Limit Theorem: CLT) วิธีบูทสแตรปเป็นวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์โดยการสร้างชุดตัวอย่างใหม่จากตัวอย่างชุดเดิมที่มีเพียงชุดเดียวจำนวน B รอบ ซึ่งเป็นการสุ่มตัวอย่างซ้ำแบบใส่คืน (Resampling with Replacement) และวิธีบูทสแตรปร่วมกับ Rousseeuw และ Croux เป็นวิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่นจากการสุ่มซ้ำ และการคำนวณความแปรปรวนของชุดตัวอย่างด้วยวิธีคำนวณของ Rousseeuw และ Croux จากนั้นทำการเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 4 วิธี ภายใต้การแจกแจงปกติ การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อนำเสนอ และเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวนสองประชากรที่สร้างขึ้นด้วยวิธีเอฟ วิธี CLT วิธีบูทสแตรป และวิธีบูทสแตรปร่วมกับ Rousseeuw และ Croux เมื่อข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ศึกษาโดยการจำลองข้อมูลจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล กำหนดพารามิเตอร์ของแต่ละการแจกแจงโดยพิจารณาจากอัตราส่วนความแปรปรวนของประชากรที่ 1 กับความแปรปรวนของประชากรที่ 2 มีค่าเท่ากับ 1 และ 2 (ตารางที่ 1)

กำหนดขนาดตัวอย่าง (n_1, n_2) ได้แก่ (10, 10), (10, 20), (20, 20), (30, 30), (30, 50), (50, 50), (70, 70), (70, 100) และ (100, 100) ระดับความเชื่อมั่น 95% จำลองข้อมูล 1,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ และทำซ้ำด้วยวิธีบูทสแตรป 500 รอบ ด้วยโปรแกรม R

วิธีการประมาณค่าแบบช่วง

ในการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวนสองประชากรจะทำการประมาณขอบเขตล่าง (τ_L) และขอบเขตบน (τ_U) ของช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนความแปรปรวน ซึ่งวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นแต่ละวิธีสามารถคำนวณได้ ดังนี้

วิธีเอฟ (วิธี F)

กำหนดให้ $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1}$ และ $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2}$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n_1 และ n_2 จากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 ความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 ตามลำดับ โดยความแปรปรวนของตัวอย่าง $S_1^2 = (n_1 - 1)^{-1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2$ และ $S_2^2 = (n_2 - 1)^{-1} \sum_{j=1}^{n_2} (X_{2j} - \bar{X}_2)^2$ เป็นค่าประมาณความแปรปรวนของ σ_1^2 และ σ_2^2 ตามลำดับ ดังนั้น

$$(n_1 - 1)S_1^2 / \sigma_1^2 \sim \chi_{(n_1 - 1)}^2$$

และ $(n_2 - 1)S_2^2 / \sigma_2^2 \sim \chi_{(n_2 - 1)}^2$

จะได้ว่า

$$\frac{(n_1 - 1)S_1^2 / (\sigma_1^2 (n_1 - 1))}{(n_2 - 1)S_2^2 / (\sigma_2^2 (n_2 - 1))} = \frac{S_1^2 \sigma_2^2}{S_2^2 \sigma_1^2} \sim F_{(v_1, v_2)}$$

ด้วยระดับความเป็นอิสระ $\nu_1 = n_1 - 1, \nu_2 = n_2 - 1$

วิธี F สามารถประมาณขอบเขตล่าง τ_{LF} และขอบเขตบน τ_{UF} ของช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนของความแปรปรวน คือ

$$\tau_{LF} = S_1^2 / S_2^2 F_{1-\alpha/2, \nu_1, \nu_2}$$

$$\tau_{UF} = S_1^2 / S_2^2 F_{\alpha/2, \nu_1, \nu_2}$$

วิธีขีดจำกัดส่วนกลาง (วิธี CLT)

พิจารณาจากกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่โดยใช้ทฤษฎีบทขีดจำกัดส่วนกลางพิจารณาจาก $\frac{S_2^2 \sigma_1^2}{S_1^2 \sigma_2^2} \sim F_{(\nu_2, \nu_1)}$

$$\text{จะได้ว่า } E(F) = \frac{\nu_1}{\nu_1 - 2}; \nu_1 > 2$$

$$\text{Var}(F) = \frac{2\nu_1^2(\nu_2 + \nu_1 - 2)}{\nu_2(\nu_1 - 2)^2(\nu_1 - 4)}; \nu_1 > 4$$

ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีขนาดใหญ่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} Z &\approx \frac{F - E(F)}{\sqrt{\text{Var}(F)}} \\ &\approx \frac{\frac{S_2^2 \sigma_1^2}{S_1^2 \sigma_2^2} - \frac{\nu_1}{\nu_1 - 2}}{\sqrt{\frac{2\nu_1^2(\nu_2 + \nu_1 - 2)}{\nu_2(\nu_1 - 2)^2(\nu_1 - 4)}}} \end{aligned}$$

วิธี CLT สามารถประมาณขอบเขตล่าง τ_{LCLT} และขอบเขตบน τ_{UCLT} ของช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนของความแปรปรวน คือ

$$\begin{aligned} \tau_{LCLT} &= \left(S_1^2 \left(\frac{\nu_1}{\nu_2 + 2} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{2\nu_1^2(\nu_2 + \nu_1 - 2)}{\nu_2(\nu_1 - 2)^2(\nu_1 - 4)}} \right) \right) / S_2^2 \\ \tau_{UCLT} &= \left(S_1^2 \left(\frac{\nu_1}{\nu_2 + 2} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{2\nu_1^2(\nu_2 + \nu_1 - 2)}{\nu_2(\nu_1 - 2)^2(\nu_1 - 4)}} \right) \right) / S_2^2 \end{aligned}$$

วิธีบูทสแตรป (วิธี B)

ให้ $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1}$ และ $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2}$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรแบบต่อเนื่อง มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ n_1 และ n_2 ตามลำดับ

ในการสุ่มครั้งที่ b จะทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า จำนวน n_1 ครั้ง จากชุดตัวอย่าง $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1}$ และทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า จำนวน n_2 ครั้ง จากชุดตัวอย่าง $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2}$ โดยจะนำค่าที่สุ่มได้แต่ละครั้ง กลับคืนในชุดตัวอย่างก่อนการสุ่มครั้งต่อไป จนกว่าจะครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนด ดังนั้นชุดของตัวอย่างจากวิธีการบูทสแตรป คือ $X_{11(b)}^*, X_{12(b)}^*, \dots, X_{1n_1(b)}^*$ และ $X_{21(b)}^*, X_{22(b)}^*, \dots, X_{2n_2(b)}^*$

การทำซ้ำด้วยวิธีบูทสแตรปจำนวน B รอบ ได้ค่าประมาณอัตราส่วนความแปรปรวน $(\sigma_1^2 / \sigma_2^2)$ จำนวน B ค่า คือ $(S_{1,(1)}^2 / S_{2,(1)}^2), (S_{1,(2)}^2 / S_{2,(2)}^2), \dots, (S_{1,(b)}^2 / S_{2,(b)}^2), \dots, (S_{1,(B)}^2 / S_{2,(B)}^2)$ จากนั้นทำการเรียงลำดับ



ค่าประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนจากน้อยไปมาก จำนวนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)\%$ เพื่อกำหนดเป็นขอบเขตล่าง (τ_{LB}) และจำนวนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(1-\alpha/2)\%$ เพื่อกำหนดเป็นขอบเขตบน (τ_{UB}) โดยที่

$$\bar{X}_{1,(b)}^* = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} X_{1i,(b)}^*}{n_1} \quad ; i=1, 2, \dots, n_1, b=1, 2, \dots, B$$

$$\bar{X}_{2,(b)}^* = \frac{\sum_{j=1}^{n_2} X_{2j,(b)}^*}{n_2} \quad ; j=1, 2, \dots, n_2, b=1, 2, \dots, B$$

$$S_{1,(b)}^2 = \frac{1}{n_1-1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i,(b)}^* - \bar{X}_{1,(b)}^*)^2$$

$$S_{2,(b)}^2 = \frac{1}{n_2-1} \sum_{j=1}^{n_2} (X_{2j,(b)}^* - \bar{X}_{2,(b)}^*)^2$$

วิธีนุทสแทรกปร่วมกับ Rousseeuw และ Croux (วิธี BRC)

ในปี 1993 Rousseeuw และ Croux ได้เสนอตัวประมาณ Qn สามารถใช้ประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร σ โดยให้ค่า Breakdown point เท่ากับ 50% และให้ความแม่นยำในการประมาณถึง 82% เมื่อทำการประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ [9]

กำหนดให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงใด ๆ ที่กำหนด สามารถคำนวณ Qn ได้ดังนี้

$$Qn = 2.2219(Q_1 | X_i - X_j |)$$

โดยที่ $i < j$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$Q_1 | X_i - X_j |$ คือ ควอไทล์ลำดับที่หนึ่งของ $|X_i - X_j|$ โดยที่ $i < j$

การทำซ้ำด้วยวิธีนุทสแทรกปรจำนวน B รอบ ได้ค่าประมาณอัตราส่วนความแปรปรวน (σ_1^2 / σ_2^2) จำนวน B ค่า คือ $((dn_1 Qn_1)_{(1)}^2 / (dn_2 Qn_2)_{(1)}^2), (dn_1 Qn_1)_{(2)}^2 / (dn_2 Qn_2)_{(2)}^2, \dots, (dn_1 Qn_1)_{(b)}^2 / (dn_2 Qn_2)_{(b)}^2, \dots, (dn_1 Qn_1)_{(B)}^2 / (dn_2 Qn_2)_{(B)}^2$ จากนั้นทำการเรียงลำดับค่าประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนจากน้อยไปมาก จำนวนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)\%$ เพื่อกำหนดเป็นขอบเขตล่าง (τ_{LBRC}) และจำนวนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(1-\alpha/2)\%$ เพื่อกำหนดเป็นขอบเขตบน (τ_{UBRC}) โดยที่ $(dnQn)^2$ เป็นตัวประมาณ σ^2 จากวิธีของ Rousseeuw และ Croux

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

เมื่อคำนวณช่วงความเชื่อมั่นของวิธีประมาณค่าแบบช่วงแต่ละวิธี จะทำการประมาณค่า CP ดังนี้

$$CP = \frac{\sum_{i=1}^{1,000} I_{[\tau_{L,i}, \tau_{U,i}]}(\sigma_1^2 / \sigma_2^2)}{1,000}$$

โดยที่ $I_{[\tau_{L,i}, \tau_{U,i}]}(\sigma_1^2 / \sigma_2^2)$ คือ ฟังก์ชันตัวบ่งชี้มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 \in [\tau_{L,i}, \tau_{U,i}]$ และมีค่าเท่ากับ 0

$$\text{เมื่อ } \sigma_1^2 / \sigma_2^2 \notin [\tau_{L,i}, \tau_{U,i}]$$

$\tau_{L,i}$ คือ ขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่นของรอบที่ i

$\tau_{U,i}$ คือ ขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่นของรอบที่ i

ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของผลต่างระหว่างขอบเขตบน ($\tau_{U,i}$) และขอบเขตล่าง ($\tau_{L,i}$) จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ดังนี้

$$\hat{AL} = \frac{\sum_{i=1}^{1,000} (\tau_{U,i} - \tau_{L,i})}{1,000}$$

โดยที่ $\tau_{L,i}$ คือ ขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่นของรอบที่ i

$\tau_{U,i}$ คือ ขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่นของรอบที่ i

การเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนความแปรปรวน พิจารณาว่าค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์มีค่าไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยมีเกณฑ์การเปรียบเทียบจากการทดสอบสมมติฐาน สถิติทดสอบที่ใช้คือ Z

H_0 : ความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์มีค่าไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ($CP = CP_0$)

H_1 : ความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์มีค่าแตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ($CP \neq CP_0$)

เมื่อ CP_0 คือ ความน่าจะเป็นของการครอบคลุมอัตราส่วนความแปรปรวนที่กำหนด

$$\text{ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ } Z_{cal} = \frac{\hat{CP} - CP_0}{\sqrt{\frac{CP_0(1-CP_0)}{1,000}}}$$

จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ $Z_{cal} < -Z_{1-\alpha/2}$ หรือ $Z_{cal} > Z_{1-\alpha/2}$ และยอมรับสมมติฐานหลัก H_0

เมื่อ $-Z_{1-\alpha/2} \leq Z_{cal} \leq Z_{1-\alpha/2}$

$$\text{จะได้ว่า } CP_0 - Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{CP_0(1-CP_0)}{1,000}} \leq \hat{CP} \leq CP_0 + Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{CP_0(1-CP_0)}{1,000}}$$

พิจารณาการสร้างช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับความเชื่อมั่น 95% กำหนดระดับนัยสำคัญที่ทดสอบ $\alpha = 0.05$ และ $CP_0 = 0.95$ สามารถคำนวณเกณฑ์การเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ ดังนี้

$$0.937 \leq \hat{CP} \leq 0.964$$

เมื่อพบว่าค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมอัตราส่วนความแปรปรวนมีค่าอยู่ระหว่าง 0.937 และ 0.964 สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 95% จะถือว่าวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นวิธีนั้นให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด จากนั้นนำวิธีที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดไปทำการเปรียบเทียบค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น วิธีประมาณค่าแบบช่วงวิธีใดให้ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดจะถือว่าวิธีนั้นเหมาะสมที่สุดภายใต้สถานการณ์นั้น ๆ

ผลการวิจัย

เปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์

จากตารางที่ 2 พบว่า ภายใต้การแจกแจงปกติ วิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่นวิธี F และวิธี CLT ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกขนาดตัวอย่างที่ศึกษา และวิธี BRC ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ (10,20), (30,50), (70,70), (70,100) และ (100,100)



การแจกแจงแกมมา กรณีอัตราส่วนความแปรปรวนเท่ากับ 1 พบว่า วิธี F วิธี CLT และวิธี B ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมแตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และวิธี BRC ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ (10, 10) และ (20, 20) กรณีอัตราส่วนความแปรปรวนเท่ากับ 2 พบว่าวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นส่วนใหญ่ทั้ง 4 วิธี ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด (ตารางที่ 3)

ส่วนการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล พบว่าวิธี BRC ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ (10, 10) และ (20, 20) (ตารางที่ 4)

เปรียบเทียบค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

เมื่อพิจารณาวิธีประมาณค่าแบบช่วงวิธีที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด พบว่า

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ วิธี F ให้ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างที่ศึกษา โดยวิธี CLT ให้ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกับวิธี F (ตารางที่ 5)

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา และการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล วิธี BRC ให้ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด (ตารางที่ 6-7)

สรุปและอภิปรายผล

การศึกษาการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวนเมื่อข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงปกติจากการเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าแบบช่วงทั้ง 4 วิธี พบว่าวิธี F ให้ผลเป็นไปตามทฤษฎีการประมาณค่าแบบช่วงอัตราส่วนของความแปรปรวนของประชากรที่มีการแจกแจงปกติ แต่เมื่อประชากรไม่เป็นการแจกแจงปกติวิธี F จึงไม่เหมาะสม เมื่อศึกษาภายใต้การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล วิธี F ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีประมาณค่าแบบช่วงที่เหมาะสมในการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนความแปรปรวนเมื่อข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงปกติ คือ วิธี BRC แต่อย่างไรก็ตามวิธีดังกล่าวยังมีจุดอ่อนเช่นเดียวกัน คือ มีบางขนาดตัวอย่างที่วิธี BRC ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อเทียบค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นกับวิธีประมาณค่าแบบช่วงวิธีอื่นจะให้ค่าประมาณที่สูงกว่าภายใต้สถานการณ์เดียวกัน

จากการศึกษาวิธี BRC เป็นวิธีที่น่าสนใจในการประยุกต์ใช้สำหรับการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวนเมื่อข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงปกติ แต่ด้วยข้อจำกัดของวิธีดังกล่าวผู้ศึกษาจึงแนะนำวิธีอื่นเพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาต่อไป เช่น นำวิธีประมาณค่าความแปรปรวนของ Rousseeuw และ Croux ร่วมกับวิธีบูทสแตรปแบบปรับให้เรียบ (Smoothed Bootstrap) หรือวิธีแจ็กไนฟ์ (Jackknife) เพื่อสร้างวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวนที่สามารถให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่น้อยที่สุดต่อไป

เอกสารอ้างอิง

1. Rousseeuw PJ, Croux C. Alternatives to the median absolute deviation. J Am Stat Assoc. 1993; 88(424): 1273-83
2. Sriwichai S. Improving the confidence intervals for parameter estimation of Poisson distribution [MSc thesis]. Chiang Mai: Chiang Mai University; 2012. Thai.
3. Phonyiem W. Generalized confidence intervals for a population variance and difference between the population variances. Bangkok: King Mongkut's University of Technology North Bangkok; 2009. Thai.
4. Cojbasic V, Tomovic A. Nonparametric confidence intervals for population variance of one sample and the difference of variances of two samples. Comput Stat Data Anal. 2007; 51: 5562-5578.
5. Cojbasic V, Loncar D. One-sided confidence intervals for population variances of skewed distributions. J Stat Plan Inference. 2011; 141: 1667-1672.
6. Cojbasic V, Kocovic J, Loncar D, Antic TR. Testing population variance in case of one sample and the difference of variances in case of two samples: example of wage and pension data sets in Serbia. Econ Model. 2012; 29: 610-613.
7. Cojbasic V, Stanojevic J. Confidence intervals for the ratio of two variances. J Appl Stat. 2013; 40(10): 2181-2187
8. Panichkitkosolkul W. Double Bootstrap-t one-sided confidence interval for population variance of skewed distributions. Silpakorn U Science & Tech J. 2013; 7(2): 9-16.
9. Abu-Shawiesh MOA, Banik S, Golam Kibria BM. A simulation study on some confidence intervals for the population standard deviation. SORT. 2011; 35(2): 83-102.

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของแต่ละการแจกแจง

σ_1^2 / σ_2^2	การแจกแจง		
	ปกติ	แกมมา	เอ็กซ์โปเนนเชียล
1	$\mu_1 = 0, \sigma_1^2 = 1$	$\alpha_1 = 1, \beta_1 = 2$	$\beta_1 = 0.1$
	$\mu_2 = 0, \sigma_2^2 = 1$	$\alpha_2 = 1, \beta_2 = 2$	$\beta_2 = 0.1$
2	$\mu_1 = 0, \sigma_1^2 = 4$	$\alpha_1 = 2, \beta_1 = 4$	$\beta_1 = 0.50$
	$\mu_2 = 0, \sigma_2^2 = 2$	$\alpha_2 = 4, \beta_2 = 2$	$\beta_2 = 0.71$



ตารางที่ 2 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ภายใต้การแจกแจงปกติ

σ_1^2/σ_2^2	พารามิเตอร์	(n_1, n_2)	วิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่น			
			F	CLT	B	BRC
1	$\mu_1 = 0$ $\sigma_1^2 = 1$	(10, 10)	0.950	0.957	0.931	0.999
		(10, 20)	0.951	0.958	0.893	0.960
		(20, 20)	0.949	0.952	0.922	0.987
	$\mu_2 = 0$ $\sigma_2^2 = 1$	(30, 30)	0.953	0.955	0.932	0.982
		(30, 50)	0.941	0.951	0.915	0.959
		(50, 50)	0.955	0.948	0.935	0.970
		(70, 70)	0.946	0.958	0.932	0.962
		(70, 100)	0.946	0.949	0.934	0.957
		(100, 100)	0.947	0.957	0.936	0.954
2	$\mu_1 = 0$ $\sigma_1^2 = 4$	(10, 10)	0.950	0.954	0.913	0.997
		(10, 20)	0.950	0.962	0.904	0.964
		(20, 20)	0.951	0.961	0.933	0.992
	$\mu_2 = 0$ $\sigma_2^2 = 2$	(30, 30)	0.950	0.957	0.935	0.984
		(30, 50)	0.939	0.949	0.917	0.955
		(50, 50)	0.951	0.960	0.928	0.963
		(70, 70)	0.938	0.951	0.925	0.961
		(70, 100)	0.948	0.949	0.930	0.960
		(100, 100)	0.950	0.948	0.935	0.964

หมายเหตุ: ตัวเลขตัวหนา หมายถึง วิธีประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 3 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ภายใต้การแจกแจงแกมมา

σ_1^2/σ_2^2	พารามิเตอร์	(n_1, n_2)	วิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่น			
			F	CLT	B	BRC
1	$\alpha_1 = 1$ $\beta_1 = 2$	(10, 10)	0.737	0.828	0.889	0.999
		(10, 20)	0.753	0.838	0.869	0.956
		(20, 20)	0.723	0.820	0.883	0.982
	$\alpha_2 = 1$ $\beta_2 = 2$	(30, 30)	0.722	0.803	0.915	0.962
		(30, 50)	0.706	0.777	0.903	0.959
		(50, 50)	0.700	0.768	0.918	0.963
		(70, 70)	0.722	0.754	0.922	0.961
		(70, 100)	0.714	0.727	0.913	0.962
		(100, 100)	0.685	0.713	0.924	0.963
2	$\alpha_1 = 2$ $\beta_1 = 4$	(10, 10)	0.886	0.907	0.927	0.999
		(10, 20)	0.879	0.918	0.866	0.923
		(20, 20)	0.860	0.892	0.912	0.983
	$\alpha_2 = 4$ $\beta_2 = 2$	(30, 30)	0.845	0.873	0.912	0.963
		(30, 50)	0.833	0.865	0.892	0.892
		(50, 50)	0.821	0.861	0.931	0.931
		(70, 70)	0.837	0.849	0.912	0.910
		(70, 100)	0.825	0.848	0.923	0.857
		(100, 100)	0.820	0.833	0.918	0.880

หมายเหตุ: ตัวเลขตัวหนา หมายถึง วิธีประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ภายใต้การแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล

σ_1^2/σ_2^2	พารามิเตอร์	(n_1, n_2)	วิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่น			
			F	CLT	B	BRC
1	$\beta_1 = 0.1$ $\beta_2 = 0.1$	(10, 10)	0.781	0.852	0.892	1.000
		(10, 20)	0.764	0.829	0.854	0.949
		(20, 20)	0.755	0.821	0.901	0.976
		(30, 30)	0.722	0.797	0.893	0.960
		(30, 50)	0.710	0.785	0.898	0.945
		(50, 50)	0.707	0.752	0.915	0.959
		(70, 70)	0.677	0.699	0.902	0.962
		(70, 100)	0.704	0.747	0.919	0.960
		(100, 100)	0.687	0.706	0.918	0.948
2	$\beta_1 = 0.5$ $\beta_2 = 0.71$	(10, 10)	0.759	0.855	0.898	0.998
		(10, 20)	0.772	0.838	0.859	0.954
		(20, 20)	0.731	0.841	0.888	0.979
		(30, 30)	0.733	0.816	0.908	0.963
		(30, 50)	0.692	0.775	0.888	0.948
		(50, 50)	0.700	0.756	0.899	0.958
		(70, 70)	0.687	0.721	0.905	0.951
		(70, 100)	0.702	0.730	0.917	0.956
		(100, 100)	0.704	0.734	0.927	0.963

หมายเหตุ: ตัวเลขตัวหนา หมายถึง วิธีประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์ไม่แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 5 ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นภายใต้การแจกแจงปกติ

σ_1^2/σ_2^2	พารามิเตอร์	(n_1, n_2)	วิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่น			
			F	CLT	B	BRC
1	$\mu_1 = 0$ $\sigma_1^2 = 1$ $\mu_2 = 0$ $\sigma_2^2 = 1$	(10, 10)	4.811	5.412	-	-
		(10, 20)	3.706	4.142	-	5.437
		(20, 20)	2.420	2.501	-	-
		(30, 30)	1.723	1.755	-	-
		(30, 50)	1.534	1.559	-	1.913
		(50, 50)	1.258	1.270	-	-
		(70, 70)	1.018	1.024	-	1.328
		(70, 100)	0.944	0.949	-	1.113
		(100, 100)	0.835	0.839	-	1.025
2	$\mu_1 = 0$ $\sigma_1^2 = 4$ $\mu_2 = 0$ $\sigma_2^2 = 2$	(10, 10)	9.467	10.651	-	-
		(10, 20)	7.464	8.342	-	11.25
		(20, 20)	4.792	4.953	-	-
		(30, 30)	3.453	3.517	-	-
		(30, 50)	3.075	3.126	-	3.839
		(50, 50)	2.540	2.564	-	3.642
		(70, 70)	2.048	2.061	-	2.658
		(70, 100)	1.858	1.869	-	2.224
		(100, 100)	1.657	1.664	-	2.046



หมายเหตุ: ตัวเลขตัวหนา หมายถึง ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

- หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 6 ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นภายใต้การแจกแจงแกมมา

σ_1^2/σ_2^2	พารามิเตอร์	(n_1, n_2)	วิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่น			
			F	CLT	B	BRC
1	$\alpha_1 = 1$	(10, 10)	-	-	-	-
	$\beta_1 = 2$	(10, 20)	-	-	-	10.388
	$\alpha_2 = 1$	(20, 20)	-	-	-	-
	$\beta_2 = 2$	(30, 30)	-	-	-	4.679
		(30, 50)	-	-	-	2.902
		(50, 50)	-	-	-	2.603
		(70, 70)	-	-	-	1.984
		(70, 100)	-	-	-	1.633
		(100, 100)	-	-	-	1.534
2	$\alpha_1 = 2$	(10, 10)	-	-	-	-
	$\beta_1 = 4$	(10, 20)	-	-	-	-
	$\alpha_2 = 4$	(20, 20)	-	-	-	-
	$\beta_2 = 2$	(30, 30)	-	-	-	5.393
		(30, 50)	-	-	-	-
		(50, 50)	-	-	-	-
		(70, 70)	-	-	-	-
		(70, 100)	-	-	-	-
		(100, 100)	-	-	-	-

หมายเหตุ: ตัวเลขตัวหนา หมายถึง ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

- หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 7 ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นภายใต้การแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล

σ_1^2/σ_2^2	พารามิเตอร์	(n_1, n_2)	วิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่น			
			F	CLT	B	BRC
1	$\beta_1 = 0.1$	(10, 10)	-	-	-	-
	$\beta_2 = 0.1$	(10, 20)	-	-	-	8.886
		(20, 20)	-	-	-	-
		(30, 30)	-	-	-	4.902
		(30, 50)	-	-	-	2.913
		(50, 50)	-	-	-	2.603
		(70, 70)	-	-	-	1.973
		(70, 100)	-	-	-	1.642
		(100, 100)	-	-	-	1.533

ตารางที่ 7 ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นภายใต้การแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล (ต่อ)

σ_1^2 / σ_2^2	พารามิเตอร์	(n_1, n_2)	วิธีสร้างช่วงความเชื่อมั่น			
			F	CLT	B	BRC
2	$\beta_1 = 0.5$ $\beta_2 = 0.71$	(10, 10)	-	-	-	-
		(10, 20)	-	-	-	20.68
		(20, 20)	-	-	-	-
		(30, 30)	-	-	-	9.889
		(30, 50)	-	-	-	5.744
		(50, 50)	-	-	-	5.414
		(70, 70)	-	-	-	3.943
		(70, 100)	-	-	-	3.278
		(100, 100)	-	-	-	3.010

หมายเหตุ: ตัวเลขตัวหนา หมายถึง ค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

- หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาค่าประมาณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการครอบคลุมพารามิเตอร์แตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด