

สถิติทดสอบสำหรับอัตราส่วนความเสี่ยงในตารางความสัมพันธ์ 2 x 2 ที่มีศูนย์ในโครงสร้าง เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก

Test Statistic for the Risk Ratio in a Correlated 2 x 2 Table with Structural Zero in Small Sample Size

พิมพัรชณ์ นันทพฤติ (Pimwarat Nanthaprut)^{1*} ดร.มานัดธุ์ คำทอง (Dr.Manad Kamkong)^{**}
พุฒิพงษ์ พุกกะมาน (Putipong Bookkamana)^{***}

บทคัดย่อ

การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาสถิติทดสอบสำหรับอัตราส่วนความเสี่ยงในตารางความสัมพันธ์ 2 x 2 ที่มีศูนย์ในโครงสร้างเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก โดยทำการศึกษาสถิติทดสอบวาลด์ สถิติทดสอบการแปลงลอการิทึม สถิติทดสอบฟีลเลอร์ สถิติทดสอบบราวเวอร์ นอกจากนี้ผู้วิจัยได้เสนอสถิติทดสอบวาลด์ที่ทำการปรับค่า และสถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่า ทำการจำลองข้อมูลโดยโปรแกรม R เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบสำหรับอัตราส่วนความเสี่ยง จากกำลังของการทดสอบ และความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อกำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผลการศึกษาพบว่าสถิติทดสอบวาลด์ที่ทำการปรับค่า มีค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์เข้าใกล้ระดับนัยสำคัญที่กำหนดมากที่สุด และกำลัง การทดสอบเชิงประจักษ์มีค่าสูงเมื่อค่าอัตราส่วนความเสี่ยงในสมมติฐานทางเลือกมีค่าน้อยกว่า 1 ($\phi_1 = 0.25, 0.75$) ในขณะที่สถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่ามีค่ากำลังการทดสอบเชิงประจักษ์สูงเมื่อค่าอัตราส่วน ความเสี่ยงในสมมติฐานทางเลือกมีค่ามากกว่า 1 ($\phi_1 = 1.25, 1.75$)

ABSTRACT

The purpose of this research was to develop test statistic for the risk ratio in a correlated 2 x 2 table with structural zero in small sample size. We studied Wald test statistic, Logarithmic transformation test statistic, Fieller's test statistic and Rao's score test statistic. We also proposed the improving Wald test statistic and the improving Logarithmic transformation test statistic. R program was used for a simulation study. Further, we compared the performance of all test statistics for the risk ratio by power of the test and a type I error rate. A simulation study was performed for the significant level at 0.05 in different sample size of 25 and 50. Results suggested that the improving Wald test statistic has the

¹ Correspondent author: pimwarat.n@gmail.com

* นักศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

*** รองศาสตราจารย์ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

closest type I error rate to the significant level and high empirical powerful test if risk ratio values in an alternative hypotheses are less than 1 (i.e., $\phi_1 = 0.25, 0.75$) while the improving Logarithmic transformation test statistic has high empirical powerful test if risk ratio values in an alternative hypotheses are greater than 1 (i.e., $\phi_1 = 1.25, 1.75$).

คำสำคัญ : กำลังการทดสอบ สถิติวัลด์ที่ทำการปรับค่า ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

Key Words: Power of test, The improving Wald test, Type 1 error

บทนำ

การศึกษาเกี่ยวกับตัวแปรเชิงกลุ่ม 2 กลุ่ม มีจำนวนมากในปัจจุบัน ไม่ว่าจะเป็นทางด้านโรงงาน การตลาด หรือแม้แต่ทางการแพทย์ เช่น การตรวจสอบคุณภาพของสินค้า (ผ่าน/ไม่ผ่าน) การตอบรับผลิตภัณฑ์ใหม่ (ชอบ/ไม่ชอบ) และการเกิดของโรคที่สนใจ (เกิด/ไม่เกิด) เป็นต้น โดยข้อมูลในรูปแบบนี้เป็นข้อมูลตัวแปรเชิงกลุ่ม 2 กลุ่ม เมื่อต้องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเชิงกลุ่ม 2 กลุ่มโดยที่ในแต่ละกลุ่มแบ่งเป็น 2 ระดับ สามารถจัดอยู่ในรูปแบบตารางการณักร 2 x 2 ระยะียบวิธีทางสถิติที่นิยมนำมาใช้ในการจัดทำข้อสรุปคือ สถิติทดสอบไคกำลังสอง (Chi-square test) กรณีทดสอบความเป็นอิสระต่อกันของตัวแปรเชิงกลุ่มในตารางการณักร 2 x 2 มีความเหมาะสมเมื่อกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มได้มาจากการสุ่มที่มีความเป็นอิสระกัน และขนาดตัวอย่างต้องมีขนาดใหญ่พอ แต่บางครั้งข้อมูลอยู่ในรูปของตัวแปรเชิงกลุ่มที่เกิดจากการวัดซ้ำของกลุ่มตัวอย่างสุ่ม เช่น การวัดครั้งที่ 1 และวัดซ้ำครั้งที่ 2 อีกทั้งในตารางการณักร 2 x 2 ที่มีศูนย์ในโครงสร้าง ซึ่งค่าศูนย์คือค่าที่เกิดจากทฤษฎีเกี่ยวกับศูนย์ด้วยแผนการทดลอง ในบางครั้งปัญหาเหล่านี้พบได้ในงานวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาการเกิดโรค หรือการศึกษา 2 ขั้นตอน ดังตัวอย่างงานวิจัยทางการแพทย์ที่ทำการการศึกษาเกี่ยวกับอัตราการเกิดโรคปอดบวมในลูกวัวในระยะ 60 วันแรกเกิดในเมืองโอคัสโซปี รัฐฟลอริดา สหรัฐอเมริกา [1] โดยได้มีการตรวจสอบสุขภาพของลูกวัวครั้งที่ 2 หลังจากตรวจครั้งแรกภายใน 2 สัปดาห์ ดังตาราง 1 พบว่าจะ

ไม่มีลูกวัวที่ตรวจไม่พบโรคปอดบวมในลูกวัวครั้งแรก และตรวจพบโรคปอดบวมในครั้งที่สอง จึงเรียกว่าโครงสร้างที่มีศูนย์ (structural zero) และจะเห็นได้ว่าข้อมูลมาจากกลุ่มตัวอย่างเดิม

Lui [2] ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการประมาณค่าอัตราส่วนความเสี่ยง เขาได้พัฒนาตัวประมาณช่วงความเชื่อมั่น โดยใช้สถิติวัลด์ (Wald statistic) สถิติการแปลงลอการิทึม (Logarithmic transformation statistic) และทฤษฎีฟิลเลอร์ (Filler's theorem) และได้สรุปว่าเมื่อความน่าจะเป็นของการตรวจพบโรคครั้งที่ 1 น้อยถึงปานกลาง ($p_{11} = 0.2, 0.3, 0.5$) ช่วงความเชื่อมั่นโดยใช้สถิติการแปลงลอการิทึมให้ผลดีกว่าตัวประมาณทั้งสอง เมื่อขนาดตัวอย่างไม่เกิน 100 อีกทั้ง Gupta and Tian [3] ได้ทำการพัฒนาต่อจาก Lui และได้ทำการเพิ่มสถิติราวสกอร์ (Rao's score statistic) เพื่อทำการเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นและทำการทดสอบเกี่ยวกับอัตราส่วนความเสี่ยงเพิ่มเติม พบว่าสถิติทดสอบราวสกอร์มีความคงเส้นคงวามากกว่าสถิติทดสอบตัวอื่น ๆ และ Guan [4] ได้ทำการศึกษาการสร้างช่วงความเชื่อมั่นสกอร์ (Score confidence interval) สำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงไม่ต่อเนื่อง เช่น การแจกแจงปัวซอง (Poisson distribution) การแจกแจงทวินาม (Binomial distribution) หรือการแจกแจงทวินามลบ (Negative binomial distribution) โดยทำการย้ายช่วงของสกอร์ไปทางซ้ายเล็กน้อย ประมาณ 0.04 ซึ่งเป็นการปรับเปลี่ยนทางการแจกแจงด้วยการบวกเข้าด้วยค่าคงที่ $0.46 Z_{w2}^2$ ได้ให้ช่วงที่ดีกว่าการบวกเข้า

ด้วยค่าคงที่ตัวอื่น ๆ ($0.45 Z_{\alpha/2}^2, 0.44 Z_{\alpha/2}^2, 0.5 Z_{\alpha/2}^2$) สำหรับการแจกแจงไม่ต่อเนื่อง (การแจกแจงปัวซอง, การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงทวินามลบ) ที่ช่วงความเชื่อมั่น 0.90, 0.05 และ 0.99

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้สนใจศึกษาเพิ่มเติมจาก Guan ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก เนื่องจากบางครั้งการทดลองมีข้อจำกัดด้านขนาดตัวอย่าง โดยทำการพัฒนาสถิติทดสอบwald และ สถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมด้วยการเพิ่ม ปลายหางของการแจกแจง

วิธีการวิจัย

จากข้อมูลในตารางที่ 1 มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นตรีนาม (Trinomial distribution) ดังนี้

$$f(n_{11}, n_{12}, n_{22}) = \frac{n!}{n_{11}! n_{12}! n_{22}!} p_{11}^{n_{11}} p_{12}^{n_{12}} p_{22}^{n_{22}}$$

ตัวประมาณของความน่าจะเป็นคือ

$$\hat{p}_{11} = n_{11} / n, \hat{p}_{12} = n_{12} / n \text{ และ } \hat{p}_{22} = n_{22} / n.$$

การทดสอบอัตราส่วน (Risk Ratio : RR) ความน่าจะเป็นของการตรวจพบในครั้งที่สองเมื่อทราบความน่าจะเป็นของการตรวจพบในครั้งแรกและความน่าจะเป็นของการตรวจพบครั้งแรก ดังนี้

$$RR = \frac{p_{11} / p_{1.}}{p_{1.}} = \frac{p_{11}}{p_{1.}^2} = \phi$$

โดยสมมติฐานในการทดสอบในงานวิจัยครั้งนี้คือ

$$H_0 : \phi = 1$$

$$H_1 : \phi \neq 1$$

ซึ่ง $RR = 1$ คือ อัตราส่วนความน่าจะเป็นของการตรวจพบครั้งที่สองเมื่อทราบความน่าจะเป็นของการตรวจพบครั้งแรกแล้วเท่ากับความน่าจะเป็นของการตรวจพบครั้งแรก

$RR \neq 1$ คือ อัตราส่วนความน่าจะเป็นของการตรวจพบครั้งที่สองเมื่อทราบความน่าจะเป็นของการตรวจพบครั้งแรกแล้วไม่เท่ากับความน่าจะเป็นของการตรวจพบครั้งแรก

สถิติทดสอบที่ทำการศึกษามีดังนี้

1. สถิติทดสอบwald (Wald test statistic : WT)

จาก $RR = \frac{p_{11}}{p_{1.}^2} = \phi$ ตัวประมาณของ ϕ คือ $\hat{\phi} = \frac{\hat{p}_{11}}{\hat{p}_{1.}^2} = \frac{x_1}{x_2^2}$ ซึ่ง $E(X_1) = p_{11}$ และ $E(X_2) = p_{1.}$

ทำการประมาณเป็นการแจกแจงปกติเชิงกำกับด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ $Var_{WT}(\hat{\phi})$ เมื่อ n มีขนาดใหญ่ โดยอาศัยวิธีเดลต้า (delta method) และประมาณความแปรปรวนจากการประมาณโดยการกระจายด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor expansion) ดังนั้นความแปรปรวนของ $\hat{\phi}$ คือ $Var_{WT}(\hat{\phi}) = \frac{\hat{p}_{11}(1-\hat{p}_{11})}{\hat{p}_{1.}^4}$

สถิติทดสอบคือ

$$T_{WT} = \frac{\sqrt{n}(\hat{\phi} - \phi)}{\sqrt{Var_{WT}(\hat{\phi})}} = \frac{\sqrt{n}(\hat{p}_{11} - \phi)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_{11}(1-\hat{p}_{11})}{n\hat{p}_{1.}^4}}}$$

ปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $|T_{WT}| \geq Z_{\alpha/2}$

โดยให้ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ แทนขอบบน $(\frac{\alpha}{2})100^{\text{th}}$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน

2. สถิติทดสอบการแปลงลอการิทึม (Logarithmic transformation test statistic : LT)

จาก $RR = \frac{p_{11}}{p_{1.}^2} = \phi$ Lui (1998) ได้ทำการแปลงให้อยู่ในรูปของลอการิทึมจะได้ $\ln RR = \ln \phi = \ln \left(\frac{p_{11}}{p_{1.}^2} \right)$

ดังนั้นตัวประมาณ $\ln \phi$ คือ $\ln \hat{\phi} = \ln \left(\frac{\hat{p}_{11}}{\hat{p}_{1.}^2} \right) = \ln(\hat{p}_{11}) - 2\ln(\hat{p}_{1.})$

ทำการประมาณเป็นการแจกแจงปกติเชิงกำกับด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ $Var_{LT}(\hat{\phi})$ เมื่อ n มีขนาดใหญ่ โดยอาศัยวิธีเดลต้า และประมาณความแปรปรวนจากการประมาณโดยการกระจายด้วย

อนุกรม เทย์เลอร์ (Taylor expansion) ดังนั้นความแปรปรวนของ $\hat{\phi}$ คือ $\widehat{Var_{LT}(\hat{\phi})} = \frac{1 - \hat{p}_{11}}{\hat{p}_{11}}$ สถิติทดสอบคือ

$$T_{LT} = \frac{\sqrt{n}(\ln(\hat{\phi}) - \ln(\phi))}{\sqrt{Var_{LT}(\hat{\phi})}} = \frac{\sqrt{n} \left(\ln \left(\frac{\hat{p}_{11}}{\hat{p}_{1.}^2} \right) - \ln(\phi) \right)}{\sqrt{\frac{1 - \hat{p}_{11}}{\hat{p}_{11}}}}$$

ปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $|T_{LT}| \geq Z_{\alpha/2}$

3. สถิติทดสอบฟิลเลอร์ (Filler's test statistic : FT)

จากทฤษฎีฟิลเลอร์ (Fieller's test) Lui (1998) กำหนดให้ว่า

$$Z = \hat{p}_{11} - \frac{RR(n\hat{p}_{1.}^2 - \hat{p}_{1.})}{n-1} = \hat{p}_{11} - \frac{\phi(n\hat{p}_{1.}^2 - \hat{p}_{1.})}{n-1}$$

ดังนั้นทำการประมาณ $\sqrt{n}Z$ เป็นการแจกแจงปกติเชิงกำกับด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ $Var_{FT}(\hat{\phi})$ เมื่อ n มีขนาดใหญ่ โดยใช้วิธีเดลต้า และประมาณความแปรปรวนจากการประมาณโดยการกระจายด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor expansion) ดังนั้น ความแปรปรวนของ $\hat{\phi}$ คือ

$$\widehat{Var_{FT}(\hat{\phi})} = \hat{p}_{11}(1 - \hat{p}_{11}) + \frac{\phi_0^2(2n\hat{p}_{1.} - 1)^2 \hat{p}_{1.}(1 - \hat{p}_{1.})}{(n-1)^2} + \frac{2\phi_0(2n\hat{p}_{1.} - 1)\hat{p}_{11}\hat{p}_{22}}{n-1}$$

สถิติทดสอบคือ

$$T_{FT} = \sqrt{n} \left(\hat{p}_{11} - \frac{\phi(n\hat{p}_{1.}^2 - \hat{p}_{1.})}{n-1} \right) \bigg/ \sqrt{\widehat{Var_{FT}(\hat{\phi})}}$$

$$= \frac{\sqrt{n} \left(\hat{p}_{11} - \frac{\phi(n\hat{p}_{1.}^2 - \hat{p}_{1.})}{n-1} \right)}{\sqrt{\hat{p}_{11}(1 - \hat{p}_{11}) + \frac{\phi_0^2(2n\hat{p}_{1.} - 1)^2 \hat{p}_{1.}(1 - \hat{p}_{1.})}{(n-1)^2} + \frac{2\phi_0(2n\hat{p}_{1.} - 1)\hat{p}_{11}\hat{p}_{22}}{n-1}}}$$

ปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $|T_{FT}| \geq Z_{\alpha/2}$

4. สถิติทดสอบราวสเกอร์ (Rao's score test :ST)

จาก ฟังก์ชันความหนาแน่นของความเป็น คือ

$$f(n_{11}, n_{12}; \varphi, p_{11}) = \frac{n!}{n_{11}! n_{12}! (n - n_{11} - n_{12})!} p_{11}^{n_{11}} \left(\sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi}} - p_{11} \right)^{n_{12}} \left(1 - \sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi}} \right)^{n - n_{11} - n_{12}}$$

ฟังก์ชันควรจะเป็น (Likelihood function) สำหรับ φ คือ

$$\ln L(\varphi, p_{11}) = k + n_{11} \ln(p_{11}) + n_{12} \ln \left(\sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi}} - p_{11} \right) + (n - n_{11} - n_{12}) \ln \left(1 - \sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi}} \right)$$

โดยที่ $k = \frac{n!}{n_{11}! n_{12}! (n - n_{11} - n_{12})!}$

พิจารณา $U_i(\theta) = \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta_i} = 0$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } U_1(\varphi, p_{11}) &= \frac{\partial \ln L(\varphi, p_{11})}{\partial \varphi} = \frac{n_{12}}{\sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi}} - p_{11}} \left(-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi^3}} \right) + \frac{(n - n_{11} - n_{12})}{1 - \sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi}}} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi^3}} \right) \\ &\approx \frac{-n_{12}}{2\varphi(1 - \sqrt{\varphi p_{11}})} + \frac{(n - n_{11} - n_{12})\sqrt{p_{11}}}{2\varphi(\sqrt{\varphi} - \sqrt{p_{11}})} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} U_2(\varphi, p_{11}) &= \frac{\partial \ln L(\varphi, p_{11})}{\partial p_{11}} = \frac{n_{11}}{p_{11}} + \frac{n_{12}}{\sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi}} - p_{11}} \left(\frac{1}{2\sqrt{\varphi p_{11}}} - 1 \right) + \frac{(n - n_{11} - n_{12})}{1 - \sqrt{\frac{p_{11}}{\varphi}}} \left(-\frac{1}{2\sqrt{\varphi p_{11}}} \right) \\ &\approx \frac{n_{11}}{p_{11}} + \frac{n_{12}(1 - 2\sqrt{\varphi p_{11}})}{2p_{11}(1 - \sqrt{\varphi p_{11}})} - \frac{(n - n_{11} - n_{12})}{2\sqrt{p_{11}}(\sqrt{\varphi} - \sqrt{p_{11}})} \end{aligned}$$

ความแปรปรวนของสเกอร์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ทั่วไป ได้ ดังนี้

$$I_{ij}(\theta) = E \left(-\frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right) \quad \text{เมื่อ } i, j = 1, 2$$

$$\text{ดังนั้น } I_{11}(\varphi) = E \left(-\frac{\partial^2 \ln L(\varphi, p_{11})}{\partial^2 \varphi} \right) = \frac{n_{12}(2 - 3\sqrt{\varphi p_{11}})}{4\varphi^2(1 - \sqrt{\varphi p_{11}})^2} - \frac{(n - n_{11} - n_{12})(3\sqrt{\varphi p_{11}} - 2p_{11})}{4\varphi^2(\sqrt{\varphi} - \sqrt{p_{11}})^2}$$

$$I_{12}(\varphi, p_{11}) = E \left(-\frac{\partial^2 \ln L(\varphi, p_{11})}{\partial \varphi \partial p_{11}} \right) = I_{21}(\varphi, p_{11}) = \frac{-n_{12}}{4\sqrt{\varphi p_{11}}(1 - \sqrt{\varphi p_{11}})^2} + \frac{(n - n_{11} - n_{12})}{4\sqrt{\varphi p_{11}}(\sqrt{\varphi} - \sqrt{p_{11}})^2}$$

$$I_{22}(p_{11}) = E \left(-\frac{\partial^2 \ln L(\varphi, p_{11})}{\partial^2 p_{11}} \right) = \frac{n_{12}(2 - 3\sqrt{\varphi p_{11}})}{4\varphi^2(1 - \sqrt{\varphi p_{11}})^2} - \frac{(n - n_{11} - n_{12})(3\sqrt{\varphi p_{11}} - 2p_{11})}{4\varphi^2(\sqrt{\varphi} - \sqrt{p_{11}})^2}$$

สถิติทดสอบคือ

$$\begin{aligned} T_{ST} &= U^T(\varphi_0, p_{11}^0) I(\varphi_0, p_{11}^0)^{-1} U(\varphi_0, p_{11}^0) \\ &= \left[\frac{-n_{12}}{2(1 - \sqrt{\varphi_0 p_{11}^0})} + \frac{(n - n_{11} - n_{12})\sqrt{p_{11}^0}}{2(\sqrt{\varphi_0} - \sqrt{p_{11}^0})} \right]^2 \frac{(1 - p_{11}^0)}{np_{11}^0} \end{aligned}$$

ปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $T_{ST} > \chi^2_{1,\alpha}$

โดยให้ $\chi^2_{1,\alpha}$ แทนขอบบนของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ α ของการแจกแจงไคสแควร์

ในกรณีของขนาดตัวอย่างเล็ก ผู้วิจัยได้ทำการบวกค่าคงที่ $c = 0.46z_{\frac{\alpha}{2}}^2 / n$ เพิ่มส่วนปลายทางตามหลักการของ Guan ได้ค่าคาดหวังและความแปรปรวนดังนี้

$$E(\hat{\phi} + c) = \phi + c = \phi + 0.46z_{\frac{\alpha}{2}}^2 / n ,$$

$$Var(\hat{\phi} + c) = Var(\phi) = \frac{p_{11}(1 - p_{11})}{p_{1.}^4}$$

5. สถิติทดสอบวาลด์ที่ทำการปรับค่า (Improving wald test statistic : IWT) [5]

$$T_{IWT} = \frac{\sqrt{n} \left[(\hat{\phi} + 0.46z_{\frac{\alpha}{2}}^2 / n) - \phi \right]}{\sqrt{Var(\hat{\phi})}} = \frac{\sqrt{n} \left[\left(\frac{\hat{p}_{11}}{\hat{p}_{1.}^2} + 0.46z_{\frac{\alpha}{2}}^2 / n \right) - \phi \right]}{\sqrt{\frac{\hat{p}_{11}(1 - \hat{p}_{11})}{\hat{p}_{1.}^4}}}$$

ปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $|T_{IWT}| \geq Z_{1-\alpha/2}$

6. สถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่า (Improving Logarithmic transformation test statistic : ILT)

ผู้วิจัยและคณะพิจารณาแล้วเห็นว่าสถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมมีค่ากำลังการทดสอบค่อนข้างสูง แต่ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้บางกรณี จึงทำการเพิ่มปลายทางการแจกแจงความน่าจะเป็นของการแจกแจงปรกติโดยหลักการของ Guan (2011) ได้สถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่า ดังนี้

$$T_{ILT} = \frac{\sqrt{n} \left(\ln(\hat{\phi}) + \frac{0.46z^2}{n} - \ln(\phi) \right)}{\sqrt{Var_{ILT}(\hat{\phi})}} = \frac{\sqrt{n} \left(\ln \left(\frac{\hat{p}_{11}}{\hat{p}_{1.}^2} \right) + \frac{0.46z^2}{n} - \ln(\phi) \right)}{\sqrt{\frac{1 - \hat{p}_{11}}{\hat{p}_{11}}}}$$

ปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $|T_{ILT}| \geq Z_{1-\alpha/2}$

ในการศึกษาสถิติทดสอบอัตราส่วนความเสี่ยงในตารางความสัมพันธ์ 2 x 2 ที่มีศูนย์ในโครงสร้างมีวิธีการวิจัยดังนี้

1. จำลองการชุดข้อมูลภายใต้การแจกแจงตรีนาม
2. กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และ 50

3. กำหนดค่าพารามิเตอร์ ϕ เท่ากับ 0.25, 0.75, 1.0, 1.25 และ 1.75

4. กำหนดค่าพารามิเตอร์ $p_{1.}$ เท่ากับ 0.2, 0.3 และ 0.5

5. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) เท่ากับ 0.05
6. ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติ

ทดสอบโดยพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์ (Empirical type 1 error) และค่ากำลังของการทดสอบเชิงประจักษ์ (Empirical power of test) ผ่านโปรแกรม R [6] ของแต่ละกรณีศึกษาจะทำการจำลองข้อมูลซ้ำทั้งหมด 10,000 รอบ

ผลการวิจัยและวิจารณ์ผล

จากการทำการเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์ ของสถิติทดสอบทั้ง 6 สถิติทดสอบ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 พบว่าสถิติทดสอบวาลด์ที่ทำการปรับค่า (IWT) มีค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์เข้าใกล้ระดับนัยสำคัญ 0.05 มากที่สุด ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์มีค่าเข้าใกล้ 0.05 รองมาคือสถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่า (ILT) และเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 50 สถิติทดสอบบราวสเกอร์ (ST) สถิติการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่า (ILT) และสถิติทดสอบวาลด์ที่ทำการปรับค่า (IWT) มีค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์เข้าใกล้ระดับนัยสำคัญ 0.05 ใกล้เคียงกัน ดังตาราง 2

พิจารณาค่ากำลังของการทดสอบเชิงประจักษ์ กรณีอัตราส่วนความเสี่ยงในสมมติฐานทางเลือกมีค่าน้อยกว่า 1 พบว่า สถิติทดสอบวาลด์ (WT) มีค่าสูงที่สุด สถิติทดสอบวาลด์ที่ทำการปรับค่า (IWT) มีค่าสูงรองลงมา และสถิติทดสอบบราวสเกอร์ (ST) มีค่าสูงเป็นอันดับสาม กรณีอัตราส่วนความเสี่ยงในสมมติฐานทางเลือกมีค่ามากกว่า 1 พบว่าโดยส่วนใหญ่สถิติทดสอบฟิลเลอร์ (FT) ให้ค่ากำลังการทดสอบเชิงประจักษ์สูงเป็นอันดับ 1 สถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่า (ILT) มีค่าสูงรองลงมา ทั้งสองขนาดตัวอย่างรูปที่ 1 – 6

สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาประสิทธิภาพของสถิติทดสอบสำหรับอัตราส่วนความเสี่ยงในตารางความสัมพันธ์

2 x 2 ที่มีศูนย์ในโครงสร้างเมื่อขนาดตัวอย่างขนาดเล็กพบว่า กรณีอัตราส่วนความเสี่ยงในสมมติฐานทางเลือกน้อยกว่า 1 ($\phi_1 = 0.25, 0.75$) ควรเลือกใช้สถิติทดสอบวาลด์ที่ทำการปรับค่า เนื่องจากมีค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์ เข้าใกล้ระดับนัยสำคัญ 0.05 มากกว่า อีกทั้งยังให้ค่ากำลังของการทดสอบเชิงประจักษ์สูงรองลงมาจากสถิติวาลด์ ซึ่งเมื่อเทียบกับสถิติทดสอบวาลด์จะเห็นได้ว่า สถิติทดสอบวาลด์ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด แต่ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ห่างจากระดับนัยสำคัญที่กำหนดค่อนข้างมาก อีกทั้งกรณีอัตราส่วนความเสี่ยงในสมมติฐานทางเลือกมากกว่า 1 ($\phi_1 = 1.25, 1.75$) ควรเลือกใช้สถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่า เนื่องจากให้ค่ากำลังการทดสอบค่อนข้างสูง อีกทั้งยังมีค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์เข้าใกล้ระดับนัยสำคัญ 0.05 มากกว่าสถิติทดสอบฟิลเลอร์

แม้ว่าสถิติทดสอบการแปลงลอการิทึมที่ทำการปรับค่าและสถิติทดสอบวาลด์ที่ทำการปรับค่า จะไม่ได้มีค่ากำลังการทดสอบเชิงประจักษ์สูงเป็นอันดับ 1 แต่เมื่อพิจารณาควบคู่กับค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์แล้วจึงขอสรุปผลการวิจัยดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ที่สนับสนุนทุนการทำวิจัยสำหรับการวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

1. Agresti A. Categorical data analysis. 2nded. New York: John Wiley & Sons Inc; 2002.
2. Lui KJ. Interval estimation of the risk ratio between a secondary infection, given a primary infection, and the primary infection. Biometrical Journals. 1998; 54(2): 706-711.

3. Gupta RC, Tian S. Statistical inference for the risk ratio in 2 x 2 binomial trials with structural zero. Computational Statistics and Data Analysis. 2007; 51(1): 3070–3084.
4. Guan Y. Moved score confidence intervals for means of discrete distributions. American Open Journal of Statistics, 2011; 1, 81–86.
5. Nanthaprut P, Khamkong M, Bookkamana P. Improving of test statistic for the risk ratio in a correlated 2 x 2 table with structural zero. Proceeding of International Conference on Applied Statistics; 2013 May 14–19; Maha Sarakham, Thailand. 2013.
6. R Development Core Team. A language and environment for statistical computing. 2nd ed. Vienna: R Foundation for Statistical Computing; 2009.

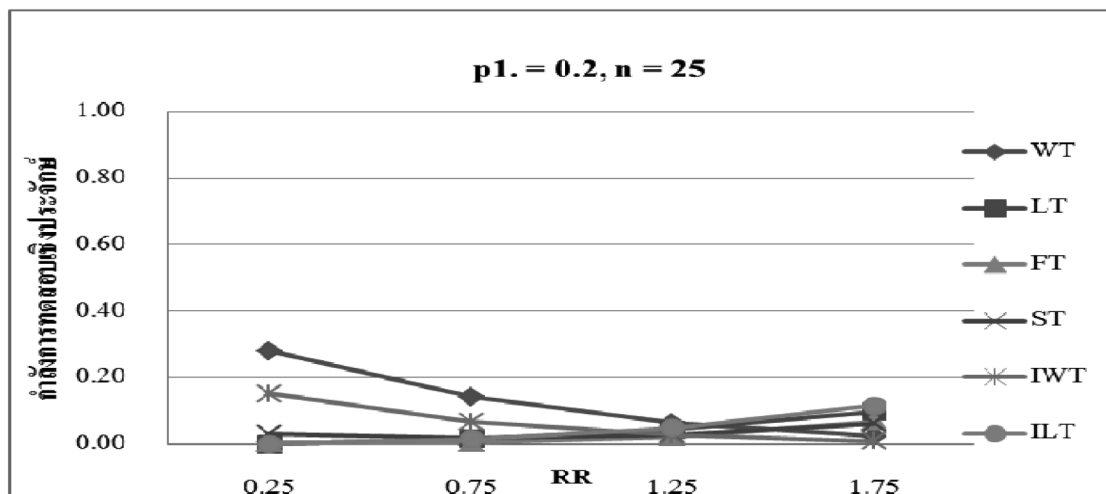
ตารางที่ 1 การตรวจพบโรคปอดบวมครั้งแรกและครั้งที่สองในลูกวัว (ความน่าจะเป็นของแต่ละโครงสร้าง)

การตรวจโรคปอดบวมในครั้งแรก	การตรวจโรคปอดบวมในครั้งที่สอง		รวม
	พบ	ไม่พบ	
พบ	n11 = 30 (p11)	n12 = 63 (p12)	n _{1.} = 93 (p _{1.})
ไม่พบ	n21 = 0	n22 = 63 (p22)	n _{2.} = 63 (p _{2.})
รวม	n11 = 30 (p11)	n2. = 126 (p.2)	n = 156 (1)

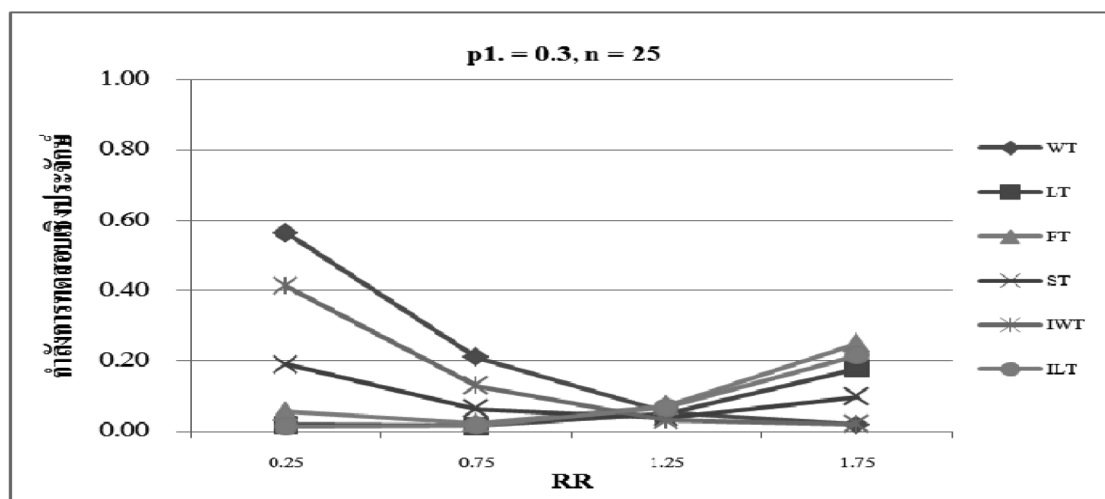
ที่มา : Data courtesy of Thang Tran and G. A. Donovan, College of Veterinary Medicine, University of Florida. อ้างอิงใน (Agresti A., 2002)

ตารางที่ 2 ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เชิงประจักษ์ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและความน่าจะเป็นของการพบครั้งที่ 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

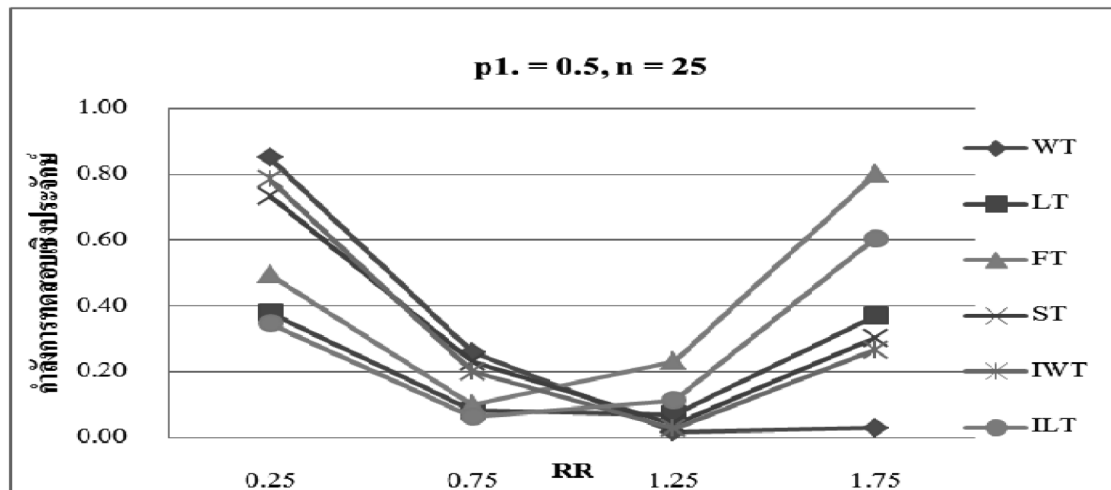
n	p _{1.}	Type 1 error					
		WT	LT	FT	ST	IWT	ILT
25	0.2	0.0973	0.0277	0.0110	0.0219	0.044	0.0301
	0.3	0.1114	0.0249	0.0353	0.0395	0.0657	0.0324
	0.5	0.0796	0.0421	0.1000	0.0784	0.0594	0.0420
50	0.2	0.0956	0.0329	0.0231	0.0314	0.0803	0.0438
	0.3	0.0843	0.0340	0.0431	0.0399	0.0682	0.0379
	0.5	0.0677	0.0448	0.0608	0.0576	0.0625	0.0460



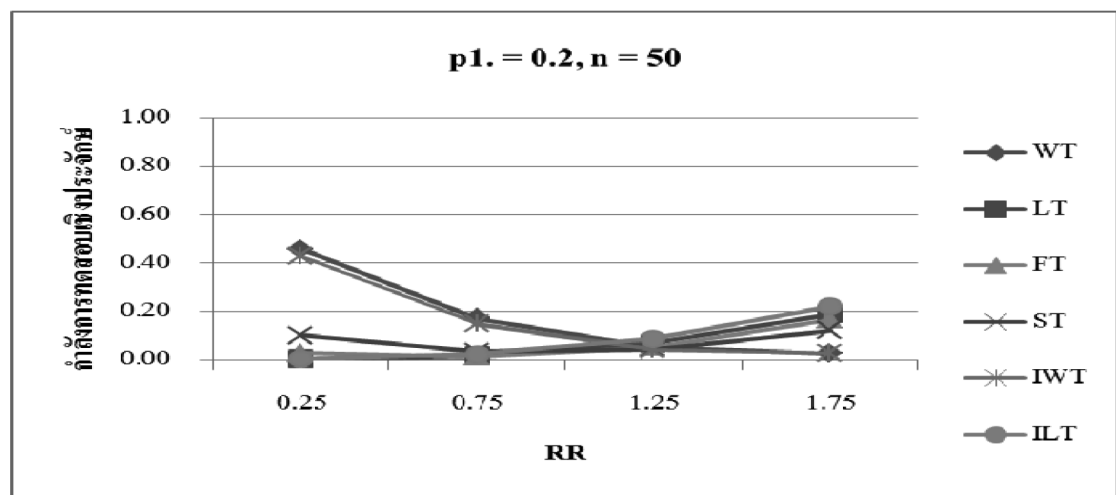
ภาพที่ 1 กำลังการทดสอบเชิงประจักษ์ เมื่อ $n = 25$ และ $p_1 = 0.2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05



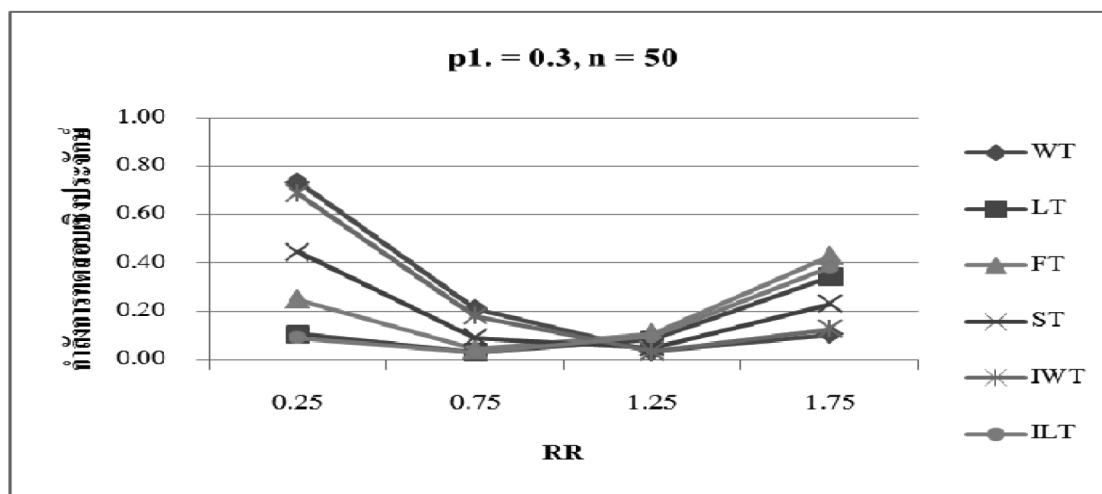
ภาพที่ 2 กำลังการทดสอบเชิงประจักษ์ เมื่อ $n = 25$ และ $p_1 = 0.3$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05



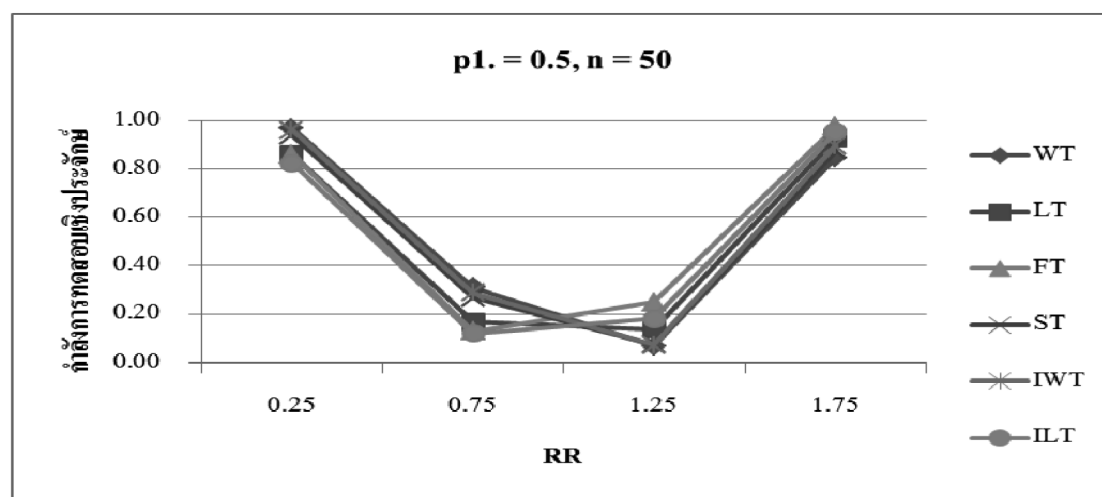
ภาพที่ 3 กำลังการทดสอบเชิงประจักษ์ เมื่อ $n = 25$ และ $p_1 = 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05



ภาพที่ 4 กำลังการทดสอบเชิงประจักษ์ เมื่อ $n = 50$ และ $p_1 = 0.2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05



ภาพที่ 5 กำลังการทดสอบเชิงประจักษ์ เมื่อ $n = 50$ และ $p_1 = 0.3$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05



ภาพที่ 6 กำลังการทดสอบเชิงประจักษ์ เมื่อ $n = 50$ และ $p_1 = 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05