

ผลของข้อมูลที่มีค่าผิดปกติจากกลุ่มต่อความแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

Effect of Outliers on the Robustness of Correlation Coefficients

นพดล พิมพ์จันทร์ (Noppadol Pimchan)* ดร.จิราพร เขียวอยู่ (Dr. Jiraporn Khiewyoo)**
 นิคม ถนอมเสียง (Nikom Thanomsieng)** ยูภาพร ตงประสิทธิ์ (Yuparporn Tongprasit)***

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงจำลอง มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เมื่อพบข้อมูลที่มีค่าผิดปกติจากกลุ่ม ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จำนวน 4 แบบ คือ สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน สหสัมพันธ์แบบเคนดอลล์ และสหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนัก ศึกษาความแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่แตกต่างกันดังนี้ ขนาดตัวอย่างมี 3 ระดับ คือ 20, 50 และ 100 กำหนดระดับความสัมพันธ์ที่ใช้ในการทดสอบ 5 ระดับ คือ 0, 0.20, 0.50, 0.80 และ 1.0 กำหนดจำนวนของค่าผิดปกติจากกลุ่มซึ่งเป็นค่าผิดปกติจากกลุ่มระดับปานกลางด้านบวก เท่ากับ 0%, 5%, 10%, 20% และ 30% ของขนาดตัวอย่าง ตามลำดับ โดยแยกศึกษาการเกิดค่าผิดปกติจากกลุ่มที่ละตัวแปร ระดับนัยสำคัญในการทดสอบคือ 0.05 ทำการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล พัฒนาโปรแกรมจำลองแบบด้วยภาษาซีชาร์ป (C#) ในแต่ละสถานการณ์ทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มี 2 แบบ คือ 1) ความแกร่งในการทดสอบทางสถิติ ได้แก่ ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ 2) ความแกร่งในการประมาณค่า ได้แก่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ผลการศึกษาพบว่า เมื่อไม่มีค่าผิดปกติจากกลุ่ม และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีความแกร่งที่สุด แต่ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบเพียร์สันมีความแกร่งที่สุด เมื่อมีค่าผิดปกติจากกลุ่มไม่เกิน 10% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนัก และตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน มีความแกร่งใกล้เคียงกัน ถ้าค่าผิดปกติจากกลุ่มมากกว่า 10% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนจะมีความแกร่งที่สุด ดังนั้น ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์และตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนัก เป็นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีความแกร่งเมื่อมีค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวอย่าง

* มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สาขาวิชาชีวสถิติ คณะสาธารณสุขศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาชีวสถิติและประชากรศาสตร์ คณะสาธารณสุขศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

*** อาจารย์ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ABSTRACT

This simulation research aimed to investigate the robustness of correlation coefficients with detected outliers. Four estimators of correlation coefficient were considered in the study. These included Pearson product moment correlation coefficient (r_{xy}), Spearman rank correlation coefficient (r_s), Kendall rank correlation coefficient (τ) and Biweight Midcorrelation (r_b). Robustness of statistical test and estimation were determined. The simulation was performed under all combination of following conditions. A first condition was 3 levels of sample size; n equal 20, 50, and 100 respectively. A second condition was 5 levels of strength of association; ρ equal 0.0, 0.20, 0.50, 0.80, and 1.00 respectively. A third condition was 5 levels, 0.0, 0.05, 0.10, 0.20 and 0.30 of proportion of positive outliers in sample on both variable X and Y. The data were generated through simulation using Monte Carlo technique and the experiment was repeated 1,000 times for each situation. The program for the simulation was developed by C# language. Indicators for assessing the robustness of statistical test were ability in controlling for type I error and power of test. Indicator for assessing the robustness of estimator was mean square error. Findings shown that in case of no outlier with small sample size ($n=20$), the robust correlation coefficient was r_s , but with large sample size, the robust correlation coefficient was r_{xy} . In case of outliers occurred less than 10% of sample size, the r_b and r_s had the same robustness properties but when outliers occurred more than 10% of sample size r_s was the robust correlation coefficient. In conclusion, when there were outliers in sample both r_s and r_b were robust correlation coefficients.

คำสำคัญ : ค่าผิดปกติจากกลุ่ม ความแกร่ง สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

Key Words : Outliers, Robustness, Correlation coefficients

บทนำ

การศึกษาวิจัยด้านพฤติกรรมศาสตร์ สังคมศาสตร์และด้านวิทยาศาสตร์สุขภาพ มีการศึกษาจำนวนมากที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อต้องการทราบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่และเป็นความสัมพันธ์ในทิศทางใด ซึ่งการหาความสัมพันธ์มีอยู่ด้วยกันหลายวิธีขึ้นอยู่กับลักษณะการแจกแจงและมาตรวัดของตัวแปรนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรแบบต่อเนื่องสองตัวแปรจะมีค่ามากหรือน้อยสามารถสรุปได้จากการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ ประชากรคือ ρ (Rho) ค่าของ ρ จะมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง $+1$ ถ้า ρ มีค่าใกล้ ± 1 แสดง

ว่าตัวแปรที่ศึกษาทั้งสองมีความสัมพันธ์กันมาก โดยความสัมพันธ์นี้พิจารณาเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง แต่ถ้าค่า ρ มีค่าใกล้ 0 แสดงว่าตัวแปรที่ศึกษาทั้งสองมีความสัมพันธ์กันน้อย และถ้าค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่าตัวแปรที่ศึกษาทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กันเลย ส่วนเครื่องหมายบวกและลบจะบอกถึงทิศทางของความสัมพันธ์ว่าตัวแปรมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันหรือตรงกันข้าม วิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่นิยมใช้มาก คือ วิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Product-Moment Correlation; r_{xy}) ซึ่งมีข้อตกลงเบื้องต้นคือ ตัวแปรทั้งสองต้องเป็นตัวแปรแบบต่อเนื่องอยู่ในมาตรวัดอันตรภาค (Interval Scale) ขึ้นไป และประชากรต้องมีการแจกแจงแบบปกติทั้งสอง

ตัวแปร ดังนั้นถ้าตัวแปรอยู่ในมาตรวัดที่ต่ำกว่านี้ จึงไม่ควรใช้วิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (จารุณี, 2542) นอกจากนี้ Wilcox (1997) ได้เสนอวิธีการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนัก (Biweight Midcorrelation; r_b) ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อีกทางเลือกหนึ่งที่มีข้อตกลงเบื้องต้นในการใช้เหมือนกับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ในกรณีตัวแปรอยู่ในมาตรวัดแบบอันดับ (Ordinal Scale) วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่นิยมใช้มาก คือ สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน (Spearman's Rank Correlation; r_s) (ทองดี, 2530) แต่ถ้าเป็นวิธีการหาความสัมพันธ์ร่วมของการจัดอันดับ ข้อมูล 2 ชุด วิธีการหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเคนดอลล์ (Kendall Rank Correlation Coefficient; τ) จะมีความเหมาะสมเนื่องจากจะให้ค่าประมาณที่ไม่เอนเอียงกับค่าพารามิเตอร์ ในขณะที่ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน จะไม่นำไปใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ (Siegel and Castellan, 1988) และการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเคนดอลล์ มีข้อตกลงเบื้องต้นในการใช้เหมือนกับวิธีการหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน นอกจากนี้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน และสหสัมพันธ์แบบเคนดอลล์ยังสามารถใช้ได้กับข้อมูลที่เป็นแบบต่อเนื่องได้อีกด้วย (Kendall and Gibbons, 1990) ปัจจุบันงานวิจัยส่วนใหญ่เมื่อตัวแปรอยู่ในมาตรวัดแบบอันดับมากขึ้นไป มักจะทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์โดยวิธีของเพียร์สัน โดยมองข้ามอิทธิพลของค่าผิดปกติจากกลุ่ม และลักษณะการแจกแจงของข้อมูล ซึ่งค่าผิดปกติจากกลุ่มมีผลกระทบต่อการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ส่งผลให้การสรุปผลการวิเคราะห์มีความคลาดเคลื่อน (อรุณ, 2547) ดังนั้นการประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เมื่อพบข้อมูลจากตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งหรือทั้งสองตัวแปรมีค่าผิดปกติจากกลุ่มอยู่ด้วยจึงต้องเลือกใช้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่

ไม่ไวต่ออิทธิพลของค่าผิดปกติจากกลุ่มและการละเมิดข้อตกลง ซึ่งเรียกว่าตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีความแกร่งในการทดสอบ (Huber, 1981) จึงเป็นที่น่าศึกษาว่า วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวแปรที่เป็นข้อมูลแบบต่อเนื่อง ไม่มีค่าซ้ำกัน และมีค่าผิดปกติจากกลุ่มรวมอยู่ด้วย ได้แก่ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน สหสัมพันธ์แบบเคนดอลล์ และสหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนัก ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบใดจะเป็นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่แกร่ง (Robust Correlation) ภายใต้สถานการณ์ที่ข้อมูลมีค่าผิดปกติจากกลุ่มในจำนวนที่แตกต่างกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาความแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เมื่อพบข้อมูลมีค่าผิดปกติจากกลุ่ม คำจำกัดความ

ค่าผิดปกติจากกลุ่ม (Outlier) หมายถึง ค่าที่สูงกว่าหรือน้อยกว่าค่าของข้อมูลในชุดนั้น ถ้ามีค่ามากกว่า $Q_3 + 1.5(IQR)$ ถือเป็นค่าผิดปกติจากกลุ่มด้านบน หรือน้อยกว่า $Q_1 - 1.5(IQR)$ ถือเป็นค่าผิดปกติจากกลุ่มด้านล่าง

ความแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Robust Correlation Coefficient) หมายถึง คุณสมบัติของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยอื่นๆ ที่ไม่ใช่ปัจจัยของการทดสอบ เช่น ผลของค่าผิดปกติจากกลุ่ม การละเมิดข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบนั้น โดยตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่แกร่งจะต้องมีคุณสมบัติ 2 ประการ คือ

1. ความแกร่งในการทดสอบทางสถิติ (Robust of Statistical Test) ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีความแกร่งในการทดสอบทางสถิติจะพิจารณาจากประเด็นต่อไปนี้

1) ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) ถ้าตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบไคมีความถี่สัมพัทธ์ของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง อยู่ภายในช่วง 0.036 ถึง 0.064 แสดงว่าตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์นั้นมีความแม่นยำหรือควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ (Bradley, 1978) ซึ่งคำนวณจากจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริงหารด้วยจำนวนครั้งที่ทดสอบ

2) อำนาจการทดสอบ (Power of Test) ถ้าตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไคมีอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวประมาณค่าแบบอื่นๆ แสดงว่าตัวประมาณค่าที่มีความแม่นยำกว่าตัวประมาณค่าอื่น ๆ และถ้าตัวประมาณค่า 2 แบบมีอำนาจการทดสอบเท่ากัน แสดงว่า ตัวประมาณค่าทั้งสองมีความแม่นยำไม่แตกต่างกัน ซึ่งคำนวณจากจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักไม่เป็นจริงหารด้วยจำนวนครั้งที่ทดสอบ

2. ความแม่นยำในการประมาณค่า

เกณฑ์การตัดสินว่าตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบไคมีความแม่นยำในการประมาณค่า จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error; MSE) ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้ง 4 แบบ ซึ่งตัวประมาณค่าแบบใดที่ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดจะถือว่าเป็นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีความแม่นยำในการประมาณค่าเมื่อเทียบกับตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอื่นๆ ในแต่ละสถานการณ์ โดยค่า MSE คำนวณจากสูตร (Rousseeuw and Leroy, 1987)

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (r_k - \rho_j)^2$$

เมื่อ r_k คือ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในการทำซ้ำรอบที่ k ในแต่ละสถานการณ์

ρ_j คือ ค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดในแต่ละสถานการณ์ j ($\rho_j = 0.00, 0.20, 0.50, 0.80$ และ 0.10)

m คือ จำนวนรอบที่ทำซ้ำ

ระเบียบวิธีวิจัย

1. รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงจำลอง (Simulation Research) ทำการจำลองข้อมูลแต่ละสถานการณ์ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล โดยพัฒนาโปรแกรมการจำลองแบบด้วยภาษาซีชาร์ป (C#) กำหนดสถานการณ์ในการทดสอบที่แตกต่างกันดังนี้

1) ขนาดตัวอย่างมี 3 ระดับ คือ 20, 50 และ 100

2) กำหนดระดับความสัมพันธ์ที่ใช้ในการทดสอบ 5 ระดับคือ 0, 0.20, 0.50, 0.80 และ 1.0

3) กำหนดจำนวนของค่าผิดปกติจากกลุ่ม ซึ่งเป็นค่าผิดปกติจากกลุ่มระดับปานกลางด้านบวกเท่ากับ 0%, 5%, 10%, 20% และ 30% ของขนาดตัวอย่าง ตามลำดับ โดยแยกศึกษาการเกิดค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวแปร X และ Y ที่ละตัวแปร

4) ระดับนัยสำคัญในการทดสอบคือ 0.05

2. การสร้างข้อมูล

1) การสร้างเลขสุ่ม (Random Number) จำลองค่าของตัวแปรสุ่ม X ให้มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเอกรูป (Uniform Distribution) ด้วยวิธีตัวแบบจำลองสมภาคแบบผสม (Mixed Congruential Simulator)

2) จำลองตัวแปรสุ่ม X จากข้อ 1) ให้เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าพารามิเตอร์ $\mu = 0$ และ $\sigma^2 = 1$ ด้วยวิธีรับ-ปฏิเสธ (มานพ, 2547)

3) สุ่มตัวแปร X ตามที่กำหนดจำนวนตัวอย่างในการศึกษา

4) สร้างตัวแปร Y และ X ให้มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กันตามกำหนด โดยใช้สูตร

ต่อไปนี (ทองดี, 2530)

$$Y = r*(X) + \sqrt{1-r^2} * X$$

เมื่อ r หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่กำหนด

5) เมื่อต้องการสร้างค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวแปร X จะทำการสุ่มค่าสังเกตจากตัวแปร X (x_i) ตามจำนวนเปอร์เซ็นต์ของค่าผิดปกติจากกลุ่มแล้วปรับค่า x_i ที่สุ่มได้ให้เป็นค่าผิดปกติจากกลุ่มด้านบน ซึ่งค่าผิดปกติจากกลุ่มที่ได้จะต้องมีค่ามากกว่า $Q_3 + 1.5(IQR)$ โดยใช้สูตร

$$D_i = x_i + (Q_3 + L(IQR))$$

เมื่อ x_i = ค่าสังเกตจากตัวแปร X ที่สุ่มได้

$$D_i = \text{ค่าสังเกตจากตัวแปร } X \text{ ปรับ}$$

ให้เป็นค่าผิดปกติจากกลุ่มแล้ว

$$Q_1 = \text{ค่าควอไทล์ที่ 1 ของตัวแปร } X$$

$$Q_3 = \text{ค่าควอไทล์ที่ 3 ของตัวแปร } X$$

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$L = 2 \text{ เมื่อต้องการค่าผิดปกติจาก}$$

กลุ่มระดับปานกลาง

ในการสร้างค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวแปร Y จะใช้วิธีการเดียวกันกับการสร้างค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวแปร X

6) ตรวจสอบค่าผิดปกติจากกลุ่มโดยใช้กราฟแบบ Box and Whisker

3. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และทดสอบสมมติฐาน

1) ประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จากตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้ง 4 แบบ ตามสถานการณ์ที่กำหนด

2) ทดสอบสมมติฐาน ตามสถานการณ์ที่กำหนด

3) นำผลการประมาณค่า และผลสรุปการทดสอบสมมติฐาน ไปพิจารณาความแข็งแกร่งตามเกณฑ์ที่กำหนด

4. การพิจารณาความแข็งแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

การสรุปผลในแต่ละสถานการณ์จะทำการทดลองซ้ำ 1,000 รอบ แล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบความแข็งแกร่งตามเกณฑ์ความแข็งแกร่งที่ต้องการทดสอบ ภายใต้สถานการณ์เดียวกัน ประกอบด้วยความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 อำนาจการทดสอบ และค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเมื่อแยกการวิเคราะห์ตามการเกิดค่าผิดปกติจากกลุ่มในแต่ละตัวแปร พบว่าการเกิดค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวแปร X และตัวแปร Y จะให้ผลการทดสอบความแข็งแกร่งในการทดสอบทางสถิติและความแข็งแกร่งในการประมาณค่าที่สอดคล้องกันทั้งสองกรณี จึงสรุปผลการวิจัยและอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. ความแข็งแกร่งในการทดสอบทางสถิติ

ความแข็งแกร่งในการทดสอบทางสถิติจะพิจารณาผลการทดสอบใน 2 ลักษณะ คือ ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจในการทดสอบ สามารถสรุปผลการศึกษได้ดังนี้

ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

พบว่าสถานการณ์ส่วนใหญ่ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้ง 4 แบบ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ยกเว้น เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 20$) และมีค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวแปรเท่ากับ 0% และ 10% ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สันไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ส่วนตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเคนดอลล์ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ เมื่อมีค่าผิดปกติจากกลุ่ม 20 % ของขนาดตัวอย่างเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 50$) และมีค่าผิดปกติ

จากกลุ่มจำนวน 0% - 30% ของขนาดตัวอย่าง
ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้ง 4 แบบ

สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดี
รายละเอียดดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 สรุปผลความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้ง 4 แบบ จำแนกตามจำนวนค่าผิดปกติจากกลุ่ม

| ค่าผิดปกติจากกลุ่ม | r_{xy} | r_s | τ | r_b |
|--------------------|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------|---------------------------|
| 0% | ควบคุมไม่ได้ เมื่อ $n = 20$ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ |
| 5 % | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ |
| 10 % | ควบคุมไม่ได้ เมื่อ $n = 20$ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ |
| 20 % | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมไม่ได้ เมื่อ $n = 20$ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ |
| 30 % | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ | ควบคุมได้ทุก สถานการณ์ |

อำนาจการทดสอบ

กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวอย่าง และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n = 20$) ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน และตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนักมีอำนาจในการทดสอบสูงที่สุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 50$) ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สันมีอำนาจในการทดสอบสูงที่สุด กรณีที่มีค่าผิดปกติจากกลุ่มตั้งแต่ 5% - 20% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนัก และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีอำนาจในการทดสอบสูงที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกัน เมื่อมีค่าผิดปกติจากกลุ่มจำนวน 30% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีอำนาจในการทดสอบสูงที่สุด แต่ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากรมีค่ามากแล้ว ($\rho \geq 0.80$) การมีค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวอย่างจะไม่ส่งผลกระทบต่ออำนาจในการทดสอบทางสถิติของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้ง 4 แบบ รายละเอียดดังตารางที่ 2

2. ความแกร่งในการประมาณค่า

การพิจารณาความแกร่งในการประมาณค่า จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) โดยตัวประมาณค่าที่ให้ค่า MSE ต่ำกว่า จะมีความแกร่งในการประมาณค่า จากการศึกษาสรุปได้ว่า ค่า MSE จะแปรผกผันกับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากรและขนาดตัวอย่าง แต่จะแปรผันตามค่าผิดปกติจากกลุ่ม เมื่อมีค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวอย่างตั้งแต่ 5% - 10% ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนักจะมีค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน แต่เมื่อจำนวนค่าผิดปกติจากกลุ่มในตัวอย่างมากกว่า 10% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนจะมีค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สันจะให้ค่า MSE สูงที่สุด ถ้าประชากรมีความสัมพันธ์แบบสมบูรณ์ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน จะมีค่า MSE ต่ำที่สุดในทุกสถานการณ์ รายละเอียดดังตารางที่ 3

ตารางที่ 2 ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดในแต่ละสถานการณ์จำแนกตามจำนวนค่าผิดปกติจากกลุ่ม ขนาดตัวอย่าง และขนาดความสัมพันธ์

| ค่าผิดปกติจากกลุ่ม | n | $\rho = 0.20$ | $\rho = 0.50$ | $\rho = 0.80$ | $\rho = 1.00$ |
|--------------------|-----|---------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0% | 20 | r_s | r_b | r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 50 | r_{xy} | r_{xy} | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 100 | r_{xy} | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| 5 % | 20 | r_s | r_b | r_s, r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 50 | r_b | r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 100 | r_b | r_s, r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| 10 % | 20 | r_s, r_b | r_s | r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 50 | r_b | r_s, r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 100 | r_b | r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| 20 % | 20 | r_s | r_s, r_b | r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 50 | r_b | r_s, r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 100 | r_s | r_s, r_b | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| 30 % | 20 | r_s | r_s | r_s | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 50 | r_s | r_s | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |
| | 100 | r_s | r_s | r_{xy}, r_s, r_b, T | r_{xy}, r_s, r_b, T |

การอภิปรายผล

จากเกณฑ์ในการพิจารณาความแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในการวิจัยครั้งนี้ สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

เมื่อไม่มีค่าผิดปกติจากกลุ่มและตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 50$) ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีความแกร่งมากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของ Chow et al. (1974) และการเสนอแนวทางในการวิเคราะห์ข้อมูลโดย Daniel (1978) และ Zar (1999) ที่เสนอแนะให้ใช้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์แบบสเปียร์แมน ซึ่งเป็นสถิติแบบไม่อิงพารามิเตอร์ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก เนื่องจากมีอำนาจในการทดสอบสูง แต่ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 50$) ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบเพียร์สันมีความแกร่งมากที่สุด สอดคล้องกับผลการศึกษาของ พนิตา

(2539) และ จารุณี (2542) เมื่อมีค่าผิดปกติจากกลุ่มไม่เกิน 10% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนัก และตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีความแกร่งมากที่สุดและใกล้เคียงกัน ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของ Mosteller and Tukey (1977) ที่สรุปว่า ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนักเป็นสถิติวิเคราะห์ความ สัมพันธ์ที่มีความแกร่งในการทดสอบดีที่สุดและสอดคล้องกับการเสนอแนะของ Wilcox (1977) ที่เสนอวิธีการแปลงข้อมูลที่จะวิเคราะห์ความสัมพันธ์ โดยวิธีถ่วงน้ำหนักเพื่อลดอิทธิพลของค่าผิดปกติจากกลุ่ม ที่มีต่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และยังสอดคล้องกับการศึกษาของ Shevlyakov and Vilchevski (2001) Croux and Dehon (2005) ที่สรุปว่าการใช้สถิติวัดสหสัมพันธ์แบบไม่อิงพารามิเตอร์เช่น สหสัมพันธ์

แบบสเปียร์แมน มีความแกร่งมากที่สุด เมื่อมีค่าผิดพลาดจากกลุ่ม มากกว่า 10% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีความแกร่งมากที่สุด ในทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการทดสอบ ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของ Shevlyakov and Vilchevski (2001) และ การศึกษาของ Croux and Dehon (2005) ที่สรุปว่า เมื่อข้อมูลมีค่าผิดพลาดจากกลุ่มจำนวนมาก การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน จะให้ผลการวิเคราะห์ที่มีประสิทธิภาพสูงเพราะสหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนคำนวณความสัมพันธ์ของตัวแปรที่มีพื้นฐานจากการจัดอันดับ จึงได้รับผลกระทบจากค่าผิดพลาดจากกลุ่มน้อย ส่วนตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน จะมีความแกร่งน้อยที่สุดเมื่อพบว่าข้อมูลมีค่าผิดพลาดจากกลุ่มไม่ว่ากรณีใด ๆ สอดคล้องกับผลการศึกษาของพนิตา (2539) และจารุณี (2542)

การสรุปผลการศึกษา

จากผลการศึกษา สรุปได้ว่า

1) เมื่อไม่มีค่าผิดพลาดจากกลุ่ม และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 50$) ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีความแกร่งมากที่สุด แต่ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 50$) ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบเพียร์สันมีความแกร่งมากที่สุด

2) เมื่อมีค่าผิดพลาดจากกลุ่มไม่เกิน 10% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนัก และตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีความแกร่งมากที่สุดและใกล้เคียงกัน ในทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการทดสอบ

3) เมื่อมีค่าผิดพลาดจากกลุ่มมากกว่า 10% ของขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนมีความแกร่งมากที่สุด ในทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการทดสอบ

4) ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน จะมีความแกร่งน้อยที่สุดเมื่อพบว่าข้อมูลมีค่าผิดพลาดจากกลุ่มไม่ว่ากรณีใด ๆ

ข้อเสนอแนะ

ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรที่เป็นตัวแปรแบบต่อเนื่องและมีมาตรวัดแบบอันตรภาคขึ้นไปโดยทั่วไปแล้วนักวิจัยไม่ทราบความสัมพันธ์ของประชากรที่ศึกษา ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีข้อเสนอแนะในการเลือกใช้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยพิจารณาตามเกณฑ์ความแกร่งของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้จากการศึกษาครั้งนี้ ดังนี้

1) เมื่อไม่มีค่าผิดพลาดจากกลุ่ม และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 50$) การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ควรใช้วิธีการประมาณค่าสหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน แต่ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 50$) ควรใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

2) ในทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อมีค่าผิดพลาดจากกลุ่มไม่เกิน 10% ของขนาดตัวอย่าง การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ควรใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบถ่วงน้ำหนักหรือสหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนซึ่งในกรณีนี้ตัวประมาณค่าทั้งสองมีความแกร่งใกล้เคียงกัน

3) ในทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อมีค่าผิดพลาดจากกลุ่ม มากกว่า 10% ของขนาดตัวอย่าง การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ควรใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน

4) ไม่ควรใช้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน เมื่อพบว่าข้อมูลมีค่าผิดพลาดจากกลุ่มไม่ว่ากรณีใด ๆ

ตารางที่ 3 ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีค่า MSE ต่ำที่สุดในแต่ละสถานการณ์ จำแนกตามจำนวนค่าผิดปกติจากกลุ่ม ขนาดตัวอย่าง และขนาดความสัมพันธ์

| ค่าผิดปกติจากกลุ่ม | n | $\rho = 0.00$ | $\rho = 0.20$ | $\rho = 0.50$ | $\rho = 0.80$ | $\rho = 1.00$ |
|--------------------|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 5 % | 20 | r_b | r_b | r_b | r_b | r_s |
| | 50 | r_b | r_b | r_b | r_b | r_s |
| | 100 | r_b | r_b | r_b | r_b | r_s |
| 10 % | 20 | r_b | r_b | r_b | r_s | r_s |
| | 50 | r_b | r_b | r_b | r_b | r_s |
| | 100 | r_b | r_b | r_b | r_b | r_s |
| 20 % | 20 | r_b | r_s | r_b | r_s | r_s |
| | 50 | r_s | r_s | r_s | r_s | r_s |
| | 100 | r_s | r_b | r_s | r_s | r_s |
| 30 % | 20 | r_s | r_s | r_s | r_s | r_s |
| | 50 | r_s | r_s | r_s | r_s | r_s |
| | 100 | r_s | r_s | r_s | r_s | r_s |

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.มาลินี เหล่าไพบุลย์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฬาลักษณ์ โกมลตรี ที่กรุณาให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับการวิจัยครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

จารุณี ไชยมูล. 2542. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบทางสถิติของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และแบบสเปียร์แมนเมื่อใช้กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กและมีการแจกแจงแบบต่างๆ โดยเทคนิคมอนติคาร์โล. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและสถิติการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ทองดี แยมสรวล. 2530. การศึกษาลักษณะการแจกแจงการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจของสถิติทดสอบค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน

เคนดอลเทาและเครมเมอร์วี. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พนิดา แก้วกูร. 2539. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบทางสถิติของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบกูดแมน-ครัสคาล แบบสเปียร์แมน และแบบเคนดอลเทา โดยเทคนิคมอนติคาร์โล. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและสถิติการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

มานพ วรภักดิ์. 2547. การจำลองเบื้องต้น. กรุงเทพฯ: ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อรุณ จิรวัดน์กุล. ชีวสถิติสำหรับงานวิจัยทางวิทยาศาสตร์สุขภาพ. ขอนแก่น: โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา; 2547.

- Bradley, J. V. 1978. Robustness? *British Journal of Mathematical and Statistic Psychology*. 31: 144-152.
- Chow, B., Miller, J. E. and Dickinson, P. C. 1974. Extension of a Monte -Carlo Comparision of Some Properties of Two Rank Correlations in Small Samples. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. 3:189-195.
- Croux, C. and Dehon, C. 2005. Robustness versus efficiency for nonparametric correlation measures. [online] 2005 [cited 2006 Jan 29]. Available from: <http://www.ecare.ulb.ac.be/ecare/background/reports/2004report.pdf>.
- Daniel, W. W. 1978. *Applied Nonparametric Statistic*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Devlin, S. J., Gnanadesikan, R. and Kettenring, J. R. 1975. Robust estimation and outlier detection with correlation coefficient. *Biometrika*. 62: 531-545.
- Huber, P. J. 1981. *Robust Statistics*. New York: John Wiley and Sons.
- Kendall, M. G., and Gibbons, J. D. 1990. *Rank Correlation Method* 5th ed. New York: Oxford University Press.
- Mosteller, F. and Tukey, J. W. 1977. *Data Analysis and Regression 'A Second Course in Statistics'*. California: Addison-Wesley Publishing Company.
- Rousseeuw, P. J. and Leroy, A. M. 1987. *Robust Regression and Outlier Detection*. New York: John Wiley and Sons.
- Siegel, S. and Castellan, N. J. 1988. *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Shevlyakov, G. L and Vilchevski, N. O. 2000. *Robustness in Data Analysis: Criteria and Method*. Moscow: St. Petersburg State Technical University.
- Wilcox, R. 1997. *Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing*. New York: Academic Press.
- Zar, J. H. 1999. *Biostatistical Analysis* 4th Ed. New Jersey : Prentice Hall International.