

การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียน ที่เน้นการแก้ปัญหา

Connections of Students' Mathematical Representations in Problem-Solving Classroom

กมลรัตน์ มนต์ไธสง (Kamonrat Monthaisong)* ดร.หล้า ภาวภูตานนท์ (Dr.Lha Pavaputanon)**

ดร.นิศากร บุญเสนา (Dr.Nisakorn Boonsena)^{1**}

(Received: February 18, 2022; Revised: May 17, 2022; Accepted: May 25, 2022)

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1. สำรวจการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา และ 2. วิเคราะห์การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โพรโทคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 11 คน โรงเรียนบ้านบึงเนียมบึงไคร์นันทาหิน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการคูณทศนิยม แอปพลิเคชัน Zoom ใบกิจกรรมการเรียนรู้ แบบบันทึกภาคสนาม และแบบสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า 1. นักเรียนใช้การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายแนวคิดและความเข้าใจ 4 ประเภท ได้แก่ 1.1 การแสดงแทนด้วยการพูด 1.2 การแสดงแทนด้วยสถานการณ์ในชีวิตจริง 1.3 การแสดงแทนด้วยรูปภาพ 1.4 การแสดงแทนด้วยการเขียน แต่ไม่พบการแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์และ 2. นักเรียนแสดงการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของระหว่าง การแสดงแทนด้วยการพูด การแสดงแทนด้วยสถานการณ์ในชีวิตจริง การแสดงแทนด้วยรูปภาพ และการแสดงแทนด้วยการเขียน

ABSTRACT

This research aimed: 1. to explore students' mathematical representation in the problem-solving classroom and 2. to analyze connections between students' mathematical representations in the problem-solving classroom by using qualitative research methods that emphasized analytic description and protocol analysis. The target group was 11 students in grade 5 in the academic year 2021 in Banbungniambungkrinoonthahin School. The research instruments consisted of lesson plans of decimal multiplication, Zoom application, Worksheet, field notes, and interview form. The result found that 1. Students use mathematical representations to convey concepts and understand 4 types as follows: 1.1 Spoken Verbal Symbols Representation 1.2 Real Life Situations Representation 1.3 Pictures Representation 1.4 Written Symbols Representation but did not find Manipulative Aids Representation and 2. Found the connection between Spoken Verbal Symbols Representation, Real Life Situations Representation, Pictures Representation, and Written Symbols Representation.

คำสำคัญ: การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา

Keywords: Mathematical representation, Connections of mathematical representations, Problem-solving classroom

¹Corresponding author: nisabo@kku.ac.th

*นักศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

**อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

บทนำ

ชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาได้ให้ความสำคัญกับการส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งทางด้านเนื้อหา ทักษะ กระบวนการเรียนรู้ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนควบคู่ไปพร้อม ๆ กันซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญของการเรียนรู้ที่มีความหมาย [1] ครูในชั้นเรียนลักษณะนี้สามารถเข้าถึงการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละบุคคลโดยการค้นหาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดของนักเรียน [2] ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาจะไม่เน้นคำตอบของนักเรียนแต่ต้องการให้นักเรียนแสดงแทนแนวคิดของตนเองและนักเรียนต้องหาให้ได้หลากหลายวิธีที่สุด ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่มีเป้าหมายของบทเรียนเพื่อใช้ความรู้ผ่านการแก้ปัญหาให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการที่รู้มาก่อน จากนั้นแนวคิดวิธีการที่หลากหลายก็จะถูกอธิบายเปรียบเทียบและสรุปรวบรวมโดยนักเรียนและครูทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดและเป้าหมายนั้นพบปะเรียนให้ประสบความสำเร็จได้ [3] ซึ่งนวัตกรรมทางการศึกษาที่เน้นให้นักเรียนเกิดแนวคิดเพื่อที่จะนำแนวคิดไปใช้ในการแก้ปัญหา คือ วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ซึ่งเป็นวิธีการสอนที่มีการมุ่งเน้นความหลากหลายของแนวคิดของนักเรียน เน้นให้นักเรียนได้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองได้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองอย่างมีความหมาย ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1. ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด 2. ขั้นการเรียนรู้ของนักเรียน 3. ขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน และ 4. ขั้นการสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นของนักเรียน [4] การเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดนั้น มีจุดมุ่งหมายที่นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้พร้อมกับตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้ และสามารถอธิบายถึงกระบวนการและผลลัพธ์ที่มีต่อคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงจำเป็นที่ต้องให้ผู้เรียนมีอิสระในการแก้ปัญหามาตามความสามารถและความสนใจ [5] การจัดการเรียนและการสอนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดเน้นการแก้ปัญหาในฐานะแนวทางการสอน (problem-solving as teaching approach) การสร้างปัญหาเป็นสิ่งที่สำคัญเนื่องจากปัญหาในชั้นเรียนจะช่วยผลักดันให้นักเรียนเข้าสู่สถานการณ์ปัญหาเพื่อดึงแนวคิดของนักเรียน วิธีการสอนที่มุ่งส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยพลังและความสามารถของตนเอง [4] ในการเตรียมชั้นเรียนให้เป็นชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาและเน้นความแตกต่างระหว่างบุคคลไม่ใช่เรื่องง่ายที่คุณครูคนเดียวสามารถทำได้ จึงจำเป็นที่จะต้องอาศัยนวัตกรรมอีกอย่างหนึ่ง คือ การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) นวัตกรรมนี้ใช้สำหรับพัฒนาการทำงานร่วมกันของครูเพื่อปรับปรุงและพัฒนาวิธีการแบบเปิดโดยตรง เนื่องจากการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยตนเองของนักเรียนจะให้นักเรียนสามารถคิดได้ด้วยตนเอง ซึ่งนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนนี้ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ การร่วมมือกันสร้างแผนการสอน การร่วมกันสังเกตการสอน และการสะท้อนผลการสอนร่วมกัน [2] นอกจากนี้การศึกษาชั้นเรียนเป็นรูปแบบหนึ่งของการพัฒนาการสอนซึ่งครูและนักวิจัยต้องร่วมกันออกแบบบทเรียนต่าง ๆ ทำนวยถึงบทเรียนซึ่งอาจคาดหวังเพื่อการพัฒนาบทเรียนด้วยกลุ่มของผู้สังเกตซึ่งจะนำแง่มุมที่หลากหลายของสิ่งที่เกิดขึ้นจริงบนบทเรียนมาสะท้อนเพื่อปรับปรุงบทเรียน [6]

การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย (Meaningful Learning) การเชื่อมโยงเป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหา และหลักการมาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนกว่าเดิม [7] การเชื่อมโยงเป็นเหมือนเครื่องมือในห้องเรียน ความสามารถในการสร้างและใช้การเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหา นักเรียนสามารถนำไปใช้และแปลความหมายระหว่างการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ดังนั้นการเชื่อมโยงเป็นเหมือนขั้นตอนแรกเกี่ยวกับการแก้ปัญหา [8] การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ (Representations) เป็นหนึ่งในกระบวนการที่สำคัญ ซึ่งมันเป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหา [9] รวมไปถึงการแสดงแทนเป็นดังหัวใจหลักในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์นั้นถือเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของความสามารถในการเขียนและการอ่านทางด้านคณิตศาสตร์ [10]

การที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ดี มองเห็นปัญหาได้ชัดเจน และสามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จนั้น คือ การเรียนการสอนในชั้นเรียนควรมุ่งเน้นไปที่การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ยกตัวอย่างเช่น การเน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ต้องการให้นักเรียนกลั่นกรองคำอธิบายด้วยวาจาของสถานการณ์ปัญหาระบุตัวแปรปัญหาที่เกี่ยวข้อง รวบรวม และทำกราฟข้อมูลเกี่ยวกับตัวแปรเหล่านั้นระบุความสัมพันธ์จากการแสดงภาพ และตีความผลลัพธ์ในแง่ของปัญหาเดิม เป็นต้น [8] การที่นักเรียนมีความสามารถในการแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลาย และเชื่อมโยงระหว่างวิธีการแสดงแทนที่แตกต่างกันไปนั้น แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 รูปแบบดังนี้ คือ การแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์ (Manipulative Aids Representation) การแสดงแทนด้วยรูปภาพ (Pictures Representation) การแสดงแทนด้วยการเขียน (Written Symbols Representation) การแสดงแทนด้วยภาษาการพูด (Spoken Verbal Symbols Representation) และการแสดงแทนด้วยสถานการณ์ในชีวิตจริง (Real Life situations Representation) ซึ่งเป็นสิ่งที่จะช่วยนักเรียนในการอธิบายความคิดและการแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ [11]

การคุณศุขนิยมในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 นักเรียนถูกคาดหวังให้สามารถคุณเมื่อตัวคุณเป็นจำนวนทศนิยม เมื่อตัวคุณเป็นจำนวนทศนิยมนักเรียนไม่สามารถที่จะกระทำการคุณด้วยการบวกซ้ำได้อีกต่อไป ดังนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องขยายความหมายของการคุณ [12] การคุณเป็นเรื่องที่ยากกว่าการบวกและการลบสำหรับเด็ก เมื่อนักเรียนได้เริ่มเรียนรู้การดำเนินการเรื่องการบวก การลบ และการคูณตามลำดับ ซึ่งการคูณนั้นนักเรียนยังเกิดช่องว่างความเข้าใจเรื่องการคูณ [13] การศึกษาเป็นจำนวนมากแสดงให้เห็นว่านักเรียนระดับประถมศึกษาที่มีช่องว่างในความเข้าใจของพวกเขาเกี่ยวกับความหมายของการดำเนินการของการคูณและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ดังนั้นนักเรียนมีความยากลำบากสำหรับการแก้ปัญหาในเรื่องการคูณ [14]

จากที่กล่าวมาข้างต้นการคุณศุขนิยมในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีความยุ่งยากมากสำหรับเด็กในการแก้ปัญหาให้สำเร็จ ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาที่ใช้วัตรกรรมการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาอย่างเต็มที่ทำให้นักเรียนได้มีอิสระในการคิดเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างเต็มศักยภาพมีความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถที่จะแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ด้วยตัวนักเรียนเอง ซึ่งการเชื่อมโยงระหว่างวิธีการแสดงแทนที่แตกต่างกันไปนั้น จะช่วยนักเรียนอธิบายความคิดและการแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การเรียนการสอนในชั้นเรียนที่มุ่งเน้นไปที่การเชื่อมโยงการแสดงแทนที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดี มองเห็นปัญหาได้ชัดเจน และสามารถแก้ปัญหาได้จนสำเร็จ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหว่าเป็นอย่างไร

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อสำรวจการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา
2. เพื่อวิเคราะห์การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) หมายถึง วิธีการที่นักเรียนสื่อความหมายออกมาตามแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเองเพื่อให้ผู้อื่นได้รับรู้ ซึ่งมี 5 รูปแบบ ดังนี้

1.1 การแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์ (Manipulative Aids Representation) เป็นการแสดงแทนความเข้าใจและความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยผ่านวัตถุเชิงกายภาพ (Physical materials) เช่น ลูกบาศก์ แท่งสี บล็อก ฯลฯ

1.2 การแสดงแทนด้วยรูปภาพ (Pictures Representation) เป็นการนำรูปภาพมาช่วยสะท้อนแนวคิดความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เช่น การวาดรูปภาพ ไดอะแกรมต่าง ๆ

1.3 การแสดงแทนด้วยการเขียน (Written Symbols Representation) เป็นการแสดงแทนแนวคิด และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการเขียนสัญลักษณ์บางอย่าง เช่น การเขียนอธิบายวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียน

1.4 การแสดงแทนด้วยการพูด (Spoken Verbal Symbols Representation) เป็นการแสดงแทนความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์โดยใช้การพูด การฟัง หรือการอ่านเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เช่น การพูดเพื่ออธิบายวิธีการที่สมาชิกในกลุ่มใช้เพื่อหาคำตอบของปัญหา เป็นต้น

1.5 การแสดงแทนด้วยสถานการณ์ในชีวิตจริง (Real Life situations Representation) เป็นการแสดงแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สอดแทรกอยู่ในชีวิตประจำวันซึ่งจะก่อให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการของนักเรียนเป็นการพูดหรือแสดงให้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคำตอบของนักเรียนกับสถานการณ์จริง เช่น จำนวนสอง หมายถึง สถานการณ์ที่ได้ก้อยู่ในเรือสองคน [11]

2. การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ (Connections mathematical representations)

หมายถึง การแปลงจากการแสดงแทนรูปแบบหนึ่งไปยังการแสดงแทนอีกรูปแบบหนึ่งที่มีความสัมพันธ์กันภายในรูปแบบการแสดงแทนด้วยรูปภาพ ด้วยการใช้อุปกรณ์ ด้วยการเขียน ด้วยการพูด และด้วยสถานการณ์ในชีวิตจริง [11]

3. **ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา (Problem solving classroom)** หมายถึง ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ให้ความสำคัญในการส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนซึ่งทางด้านเนื้อหา ทักษะ/กระบวนการเรียนรู้ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ควบคู่ไปพร้อม ๆ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาอย่างเต็มศักยภาพ ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากการมีอิสระในการคิดและการทำกิจกรรม [4]

4. **การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study)** หมายถึง การทำงานร่วมกันของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย ซึ่งมี 3 ขั้นตอน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างแผนการจัดการเรียนการสอนร่วมกัน ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยร่วมกันสร้างแผนการจัดการเรียนการสอน โดยพยายามเอาเนื้อหาสาระที่ต้องการสอนมาทำให้อยู่ในรูปสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะเริ่มจากการนำเอาบริบทที่มีความหมายต่อนักเรียนหรือเป็นความจริงต่อนักเรียน และเงื่อนไขที่อยู่ในรูปคำสั่ง

ขั้นที่ 2 การสังเกตการสอนร่วมกัน โดยจะมีครูคนหนึ่งจากทีมการศึกษาชั้นเรียนนำแผนการจัดการเรียนการสอนไปใช้จริงในชั้นเรียน โดยดำเนินการสอนตามวิธีการแบบเปิด ซึ่งทีมการศึกษาชั้นเรียนคนอื่นทำหน้าที่สังเกตการสอนในชั้นเรียนโดยเป้าหมายของการสังเกต คือ การสังเกตการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นที่ 3 การสะท้อนผลบทเรียนหลังการสอนร่วมกันของทีมการศึกษาชั้นเรียนเกี่ยวกับผลที่ได้จากการสังเกตการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่าเกิดอย่างไรบ้าง และปัญหาที่เกิดขึ้นเพื่อนำไปวางแผนปรับปรุงการสอนและการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งถัดไป [2]

5. **วิธีการแบบเปิด (Open Approach)** หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้สถานการณ์ปัญหาที่ถูกรออกแบบโดยทีมการศึกษาชั้นเรียน ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่มีความหมายหรือบริบทเป็นความจริงของนักเรียน และมีเงื่อนไขในรูปคำสั่งในกิจกรรมนำเสนอให้นักเรียนรับรู้ร่วมกันและนำเข้าสู่การทำกิจกรรม

ขั้นที่ 2 นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตัวเองตามสถานการณ์ปัญหาที่ครูได้นำเสนอให้ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนได้ทำการแก้ปัญหาซึ่งครูมีหน้าที่คอยกระตุ้นให้นักเรียนเพื่อให้เกิดการแสดงแทนแนวคิดที่หลากหลาย

ขั้นที่ 3 การอภิปรายเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้ออกมานำเสนอแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา และมีการอภิปรายร่วมกัน

ขั้นที่ 4 การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน เป็นขั้นที่ครูสรุปแนวคิดหรือวิธีการเชื่อมโยงแนวคิดจากการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ [2]

วิธีการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่าง

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 11 คน โรงเรียนบ้านบึงเนียมบึงไคร่นุ่นท่าหิน ใช้วิธีการเลือกกลุ่มเป้าหมายโดยการสุ่มมาแบบเจาะจง (Purposive Sampling) สำหรับการคัดเลือกกลุ่มเป้าหมายผู้วิจัยได้สังเกตกลุ่มเป้าหมายใน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564 ซึ่งกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนที่สามารถทำงานร่วมกันได้และสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองได้

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 5 แผน มาจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศไทย ชื่อ Study with your friends ฉบับปี ค.ศ. 2005 ที่ได้รับลิขสิทธิ์แปลจากสำนักพิมพ์ GAKKO TOSHO ที่จัดทำขึ้นภายใต้ความร่วมมือระหว่าง Center for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED), University of Tsukuba ประเทศญี่ปุ่น และศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษามหาวิทยาลัยขอนแก่น ภายใต้โครงการพัฒนาการคิดขั้นสูงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเขตพื้นที่ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยร่วมกันสร้างแผนการจัดการเรียนรู้นำเสนอผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสม ความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาสาระและกิจกรรมการเรียนรู้ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาและให้ข้อเสนอแนะจากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญอีกครั้งเพื่อตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขเป็นฉบับสมบูรณ์ในการนำไปใช้

2.2 แอปพลิเคชัน ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน คือ Zoom โดยผู้วิจัยใช้โปรแกรมดังกล่าวในการเป็นช่องทางการจัดการเรียนการสอนแบบออนไลน์และร่วมกันเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังใช้สำหรับบันทึกภาพและเสียงในระหว่างการสอนของครูผู้สอน และผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกวิดีโอ และเสียงไปวิเคราะห์แล้วถอดคำพูดออกมาในรูปแบบข้อความ และจัดทำเป็นโพโตคอล ซึ่งข้อมูลที่ได้ส่วนนี้สามารถนำมาวิเคราะห์ การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

2.3 ใบกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน ใช้เป็นหลักฐานการประกอบการวิเคราะห์การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.4 แบบบันทึกภาคสนาม (Field Note) สำหรับผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย ใช้จดบันทึกแนวคิดของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นเพื่อเป็นข้อมูลเพิ่มเติมสำหรับการวิเคราะห์การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผ่านการตรวจสอบจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

2.5 แบบสัมภาษณ์ เป็นการใช้แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างเพื่อศึกษาแนวคิดเพิ่มเติมจากแนวคิดของนักเรียนที่ยังไม่ชัดเจน ที่มีเฉพาะหัวข้อหรือแนวทางในการสัมภาษณ์ไม่ได้กำหนดข้อคำถามอย่างตายตัวเป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดเปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่ตามสถานการณ์ [15]

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยออกแบบและเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนกระบวนการการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) 2 ส่วนดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 การดำเนินการก่อนการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ศึกษาบริบทชั้นเรียนและโรงเรียนกลุ่มเป้าหมาย ผู้วิจัยเข้าไปศึกษาบริบททั่วไปของโรงเรียน และชั้นเรียนที่ผู้วิจัยต้องการใช้ในงานวิจัยโดยการรวบรวมเอกสาร สอบถามข้อมูลจากครู และสังเกตชั้นเรียน ตลอดจนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มเป้าหมาย

2. ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัยร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ โดยร่วมกันอ่านหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่องการคูณทศนิยม ร่วมกันวิเคราะห์เป้าหมายของคาบเรียน ออกแบบคำสั่ง ออกแบบสื่อและใบกิจกรรม จากนั้นผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด โดยผู้ช่วยวิจัยทำหน้าที่ในการสังเกตการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน เมื่อสิ้นสุดการสอนจะมีการสะท้อนผลร่วมกันของทีมการศึกษาชั้นเรียนเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ แนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน และปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงการสอน

ส่วนที่ 2 การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการตามกระบวนการศึกษาชั้นเรียน ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน รายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัยร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดตาม โดยร่วมกันอ่านหนังสือเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ร่วมกันวิเคราะห์เป้าหมายของคาบเรียน ออกแบบคำสั่ง คาดการณ์แนวคิด คาดการณ์การแสดงแทนและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากนั้นเสนอแผนการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและดำเนินการแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

2. การสังเกตการสอนร่วมกัน การเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ใช้การจัดการเรียนรู้แบบผสมผสาน (Blended Learning Classroom) ในการจัดการเรียนการสอน เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นพร้อมกันระหว่างผู้เรียนและผู้สอนในเวลาเดียวกัน กล่าวคือ มีบางส่วนที่เข้าเรียนสดทางไกลพร้อม ๆ กับเพื่อน ผสมผสานกับการศึกษาด้วยตนเอง จากสื่อการเรียนการสอนตามความต้องการที่ผู้สอนเตรียมไว้ แบ่งเป็นชั้นเรียนตามอัตราค่า (ODC) 25% และชั้นเรียนแบบเสมือนจริง 75% [16] ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยดำเนินการตามบทบาทหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย โดยจะไม่เข้าไปแทรกแซงการแก้ปัญหาของนักเรียนตามที่ได้กำหนดในหน้าที่ของแต่ละคน ในส่วนของการสังเกตชั้นเรียนผู้สังเกตจะสังเกตและบันทึกการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแบบบันทึกภาคสนามตามกรอบแนวคิดที่กำหนด

3. การสะท้อนผลบทเรียนหลังจากการสอนร่วมกัน ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย สะท้อนผลกิจกรรมร่วมกันหลังเสร็จสิ้นกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน โดยจะสะท้อนผลเกี่ยวกับแนวคิดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นเพื่อเป็นข้อมูลประกอบการวิเคราะห์ข้อมูลและสะท้อนเกี่ยวกับปัญหาและแนวทางการแก้ไขเพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ต่อไป

4. การสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังจากสิ้นสุดการเรียนการสอน และเสร็จสิ้นการสะท้อนผลในคาบนั้น ๆ ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแสดงแทนของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเพื่อเป็นข้อมูลไปร่วมวิเคราะห์กับข้อมูลส่วนอื่น ๆ โดยจะนำรูปการแก้ปัญหาของนักเรียนมาประกอบการสัมภาษณ์ โดยคำถามจะเป็นคำถามลักษณะคำถามปลายเปิด

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับขั้นของการศึกษาชั้นเรียนและการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในฐานะแนวทางการสอนโดยพิจารณาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของ Lesh [11] โดยการวิเคราะห์วิธีทัศน์ร่วมกับการบรรยายเชิงวิเคราะห์ อาศัยข้อมูลจากการถอดโทรโตคอลแบบบันทึกภาคสนามผลงานนักเรียน และข้อมูลที่ได้จากการการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ทั้งนี้ชื่อนักเรียนที่ปรากฏในโทรโตคอลจะเป็นเพียงชื่อสมมติของนักเรียนแต่ละคนเท่านั้นและไม่เปิดเผยใบหน้าของกลุ่มตัวอย่างในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิจัย

จากการสำรวจการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาจากแผนการเรียนรู้ทั้ง 5 แผน มีรายละเอียดดังนี้

1. จากการสำรวจการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนมีการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ออกมา 4 รูปแบบ จากทั้งหมด 5 รูปแบบ ดังนี้

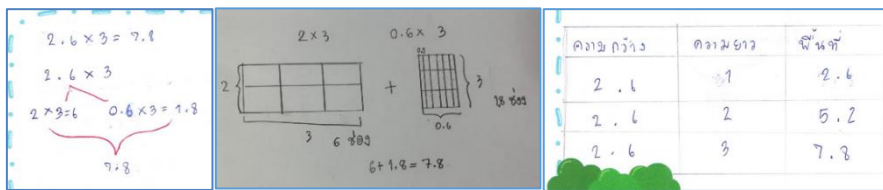
1.1 การแสดงแทนด้วยภาษาพูด (Spoken Verbal Symbols Representation) พบว่านักเรียนมีการพูดถึงวิธีการคูณ และอธิบายวิธีการที่ใช้เพื่อหาคำตอบของปัญหานักเรียนมีการสื่อความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์โดยใช้การพูดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ดังโทรโตคอลต่อไปนี้

- Item 19 ครู: สถานการณ์ปัญหา “ครูซื้อลวดที่มีความยาว 1 เมตร มีน้ำหนัก 2.3 กรัม ถ้าครูไปซื้อลวดเส้นใหม่ที่มีความยาว 4 เมตร แล้วลวดเส้นใหม่นี้จะมีน้ำหนักกี่กรัม”
- Item 20 นักเรียน A: มันจะเพิ่มขึ้นเท่ากันค่ะ
- Item 21 ครู: เพิ่มขึ้นเท่ากันแบบไหนคะ
- Item 22 นักเรียน A: 1 เมตร 2.3 กรัม 2 เมตรก็จะเพิ่มขึ้นอีก 2.3 กรัมค่ะ
- Item 23 นักเรียน B: มันเพิ่มขึ้นเป็นเท่าครึ่ง บวกเพิ่มทีละ 2.3 เท่าๆ กัน เอา 4 กับ 2.3 คูณกันก็ได้ครับ

จากโทรโตคอล ใน Item 20 นักเรียนเห็นว่าการเพิ่มขึ้นของลวดเท่า ๆ กัน คือ 1 เมตร 2.3 กรัม 2 เมตรก็จะเพิ่มขึ้นอีก 2.3 กรัม ดังใน Item 22 และใน Item 23 “มันเพิ่มขึ้นเป็นเท่าครึ่ง บวกเพิ่มทีละ 2.3 เท่าๆ กัน เอา 4 กับ 2.3 คูณกันก็ได้ครับ” นักเรียนพูดแสดงวิธีการหาน้ำหนักของลวด คือ การคูณของ 4 และ 2.3 เป็นการแสดงแทนด้วยการพูด

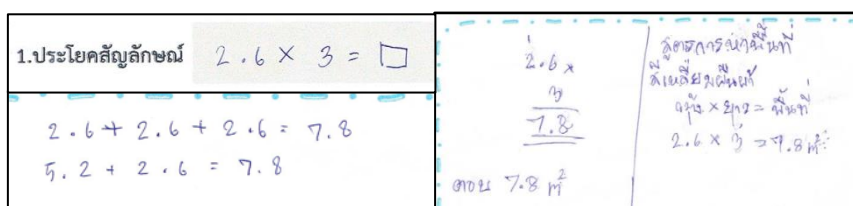
1.2 การแสดงแทนด้วยสถานการณ์ในชีวิตจริง (Real Life situations Representation) พบว่านักเรียนได้พูดหรือแสดงให้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคำตอบของนักเรียนกับสถานการณ์จริงในสถานการณ์ปัญหาเพื่ออธิบายถึงความหมายของจำนวนได้อย่างสอดคล้อง เช่น ในสถานการณ์ปัญหา: ให้นักเรียนหาน้ำหนักของลวด นักเรียนได้เห็นภาพการชั่งลวดจึงได้พูดว่า “กำลังชั่งลวดครับ” เป็นสิ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน เป็นการแสดงแทนด้วยสถานการณ์ในชีวิตจริง

1.3 การแสดงแทนด้วยรูปภาพ (Pictures Representation) พบว่านักเรียนวาดไดอะแกรมการแยกคูณที่แสดงความสัมพันธ์ของการคูณทศนิยม วาดภาพการแบ่งพื้นที่ และการวาดตาราง ซึ่งหมายถึงการคูณนักเรียนมีการนำรูปภาพมาช่วยสะท้อนแนวคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ดังรูปในตัวอย่างต่อไปนี้



ภาพที่ 1 แสดงการแสดงแทนด้วยรูปภาพ

1.4 การแสดงแทนด้วยการเขียน (Written Symbols Representation) พบว่านักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์การคูณทศนิยม เขียนอธิบายวิธีการตั้งคูณในแนวดิ่ง การเขียนอธิบายวิธีการในการแก้ปัญหานักเรียนเป็น การที่นักเรียนมีการสะท้อนแนวคิด และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการเขียนสัญลักษณ์ ดังรูปในตัวอย่างต่อไปนี้



ภาพที่ 2 แสดงการแสดงแทนด้วยการเขียน

1.5 การแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์ (Manipulative Aids Representation) ไม่เกิดในชั้นเรียนนี้ เนื่องจากเป็นการเก็บข้อมูลแบบออนไลน์ และในช่วงนั้นนักเรียนไม่สามารถมารับอุปกรณ์ที่ทีมการศึกษาชั้นเรียนจัดเตรียมไว้ให้ และนักเรียนไม่สะดวกที่จะเตรียมอุปกรณ์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งทางทีมการศึกษาก็ได้มีการออกแบบแผนให้ใกล้เคียงกับสถานการณ์จริงของนักเรียนมากที่สุดเพื่อให้นักเรียนได้จินตนาการภาพสถานการณ์ปัญหา ซึ่งทางทีมการศึกษาก็ได้ตระหนักถึงปัญหานี้

2. จากการวิเคราะห์การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหา พบการแสดงแทนในรูปแบบการแสดงด้วยการพูด และการแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริง เนื่องจากในช่วงนี้นักเรียนยังไม่มีประสบการณ์แก้ปัญหาจึงมีการใช้บทสนทนากับครูเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหารวมไปถึงการทำความเข้าใจสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริงและสื่อความหมายออกมา ซึ่งนักเรียนได้มีการเปลี่ยนหรือเคลื่อนย้ายจากการแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริงไปยังการแสดงแทนด้วยการพูด ดังนั้นจึงเกิดการเชื่อมโยงระหว่างการแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริงและการแสดงแทนด้วยการพูด ดังโพโตคอลตัวอย่างการสัมภาษณ์เพิ่มเติมดังนี้

Item 601 ครู: ทำไมถึงเพิ่มทีละ 2.3 มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร

Item 602 นักเรียน B: น้ำหนักขวด 1 เมตรคือ 2.3 กรัม ถ้าจะหา 4 เมตรจะต้องนำมาต่อกัน 4 รอบ เป็นการเพิ่มขึ้นทีละ 2.3 เท่าๆ กัน 4 ครั้งครับ การบวกเพิ่มเท่า ๆ กัน มันคือการคูณครับ

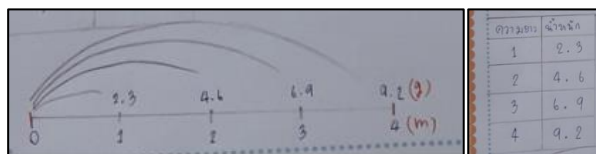
ใน Item 602 จะเห็นว่านักเรียนเห็นความสัมพันธ์จาก “การซึ่งขวดที่มีความยาว 1 เมตร น้ำหนัก 2.3 กรัม” (การแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริง) นักเรียนได้นำมาใช้ในการหาความยาวของขวดเส้นใหม่ที่มีความยาว 4 เมตรโดย “การบวกเพิ่มทีละ 2.3 กรัม 4 ครั้ง ซึ่งมันคือการคูณ” (การแสดงแทนการพูด) จะเห็นว่ามีการเปลี่ยนการแสดงแทนที่มีความสัมพันธ์กัน จึงเป็นการเชื่อมโยงการแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริงและการแสดงแทนด้วยการพูด

ขั้นที่ 2 นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง พบนักเรียนวาดแผนภาพการแบ่งพื้นที่ ตาราง ไดอะแกรมการแยกคูณ เป็นการแสดงแทนด้วยรูปภาพ และได้เคลื่อนย้ายโดยการเปลี่ยนเป็นการเขียนประโยคสัญลักษณ์การคูณ การบวกเพิ่ม

การเขียนตั้งคุณ ดังนั้นจึงเกิดการเชื่อมโยงการแสดงแทนด้วยรูปภาพและการแสดงแทนด้วยการเขียน ดังโพโทคอล ตัวอย่างการสัมภาษณ์เพิ่มเติมดังนี้

Item 603 ครู: จากที่นักเรียนแสดงวิธีการคิดออกมานักเรียนทำไมนักเรียนถึงวาดเส้น หรือสร้างตารางก่อนแล้วค่อยเขียนประโยคสัญลักษณ์คะ

Item 604 นักเรียน A: หนูเห็นว่าเส้นลวด 1 เส้น มีน้ำหนัก 2.3 กรัม และลวดเส้นต่อไปเพิ่มทีละเท่า ๆ กัน มันคือการคูณค่ะ



ภาพที่ 3 แสดงการแสดงแทนด้วยรูปภาพ

Item 605 ครู: แล้วอย่างไรต่อคะ

Item 606 นักเรียน A: ก็เลยนำมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์การคูณและตรวจคำตอบโดยการตั้งคุณคะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนได้เริ่มจากการแสดงแนวคิดออกมาโดยการวาดเส้นจำนวน และสร้างตารางก่อนที่จะมีการเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ (การแสดงแทนด้วยรูปภาพ) โดยมีการให้เหตุผลดังโพโทคอลใน Item 604 หมายความว่านักเรียนเห็นความสัมพันธ์จากการวาดรูปโดยการเพิ่มทีละเท่า ๆ กันจึงได้เปลี่ยนจากการวาดรูปมาเป็นมาเขียนประโยคสัญลักษณ์และมีการเขียนการตั้งคุณเพื่อตรวจคำตอบ (การแสดงแทนด้วยการเขียน) จะเห็นว่านักเรียนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ จากที่นักเรียนวาดได้ถูกต้อง นั่นคือนักเรียนเคลื่อนย้ายหรือเปลี่ยนการแสดงแทนจากการวาดรูปไปยังการแสดงแทนการเขียนเป็นการเชื่อมโยงการแสดงแทนด้วยรูปภาพ และการแสดงแทนด้วยการเขียน

เนื่องจากการเก็บข้อมูลแบบออนไลน์และในชั้นนี้เป็นจัดการการเรียนรู้แบบผสมผสานที่เป็นชั้นเรียนตามอรรถาธิบาย (On-demand classroom: ODC) เพื่อให้นักเรียนได้ไปศึกษาตามอรรถาธิบาย หลังจากที่ได้ฟังการนำเสนอสถานการณ์ปลายเปิดจากครูผู้สอนพร้อมทั้งถ่ายรูปและวิดีโอในขณะที่ทำกิจกรรมของตนเอง และจากที่ทีมการศึกษาชั้นเรียนได้ร่วมสังเกตการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่ได้มีการสื่อสารสนทนา และใช้อุปกรณ์เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา จึงทำให้ไม่พบการแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริง ด้วยการพูด และด้วยการใช้อุปกรณ์ จึงทำให้ไม่พบการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว

ชั้นที่ 3 อภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน พบการแสดงแทนในรูปแบบการแสดงด้วยการพูดในชั้นนี้มากที่สุด เนื่องจากในช่วงนี้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเองให้สมาชิกในห้องเรียนเข้าใจ มีการถาม-ตอบกับสมาชิกในห้องเรียน และสามารถตอบคำถามจากที่ครูได้ใช้คำถามเพื่อขยายแนวคิดว่ามีปัญหาอย่างไร และพบการแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริง เช่น จำนวน 2.3 คือน้ำหนักของลวดที่มีความยาว 1 m รวมไปถึงการทำความเข้าใจสัญลักษณ์ต่าง ๆ ซึ่งนักเรียนได้มีการเปลี่ยนการแสดงแทนการพูดไปยังการแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริง ดังนั้นจึงเกิดการเชื่อมโยงระหว่างการแสดงแทนด้วยการพูดและการแสดงแทนด้วยสถานการณ์จริง

เนื่องจากการเก็บข้อมูลแบบออนไลน์และในชั้นนี้เป็นจัดการการเรียนรู้แบบผสมผสานชั้นเรียนเสมือนจริง (Virtual live classroom: VLC) นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนเอง และครูได้ขยายแนวคิดของนักเรียนคนที่นำเสนอเพื่อให้นักเรียนภายในห้องได้เห็นแนวคิดของเพื่อนและเพื่อเกิดความเข้าใจตรงกัน โดยครูจะมีคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนรู้ร่วมกันกับเพื่อนที่นำเสนอในการอธิบายแนวคิดกับเพื่อน ๆ นักเรียนไม่ได้มีการเขียน วาด

ภาพ ใช้อุปกรณ์แสดงแทนแนวคิดเพิ่มเติมจากที่ได้แก้ปัญหาในขั้นที่ผ่านมา ทำให้ไม่พบการแสดงแทนด้วยการเขียน ด้วยรูปภาพและด้วยการใช้อุปกรณ์ จึงทำให้ไม่พบการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว

ขั้นที่ 4 การสรุปเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน นักเรียนได้มีการทบทวนนักเรียนว่าได้เรียนรู้อะไรบ้าง อธิบายวิธีการของตนเองอีกครั้ง และสนทนากับครูเกี่ยวกับวิธีการที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาโดยมีการประเมินความเข้าใจ ตรงกับวัตถุประสงค์ที่คาดหวัง และนักเรียนได้พูดว่า “การตั้งคุณเป็นวิธีที่ดีที่สุด” (*การแสดงแทนด้วยการพูด*) ไม่มีความสัมพันธ์ของการแสดงแทนที่แตกต่างกัน จึงทำให้ไม่เกิดการเชื่อมโยงการแสดงแทนในขั้นนี้

อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

จากการสรุปผลการวิจัยพบว่า ในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาที่ท้าทายที่ท้าทายการเรียนรู้ได้ร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ มีการคาดการณ์การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหานักเรียน รวมทั้งมีการสะท้อนผลเกี่ยวกับปัญหา แนวทางการแก้ไข และการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผนวกกับการใช้วิธีการแบบเปิดในการจัดการเรียนการสอนโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ค้นหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนมีการแสดงแนวคิด การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ และเกิดการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แสดงรายละเอียดดังนี้

การเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วัตรกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด จากหลักฐานเชิงประจักษ์ คือ นักเรียนมีการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้น 4 รูปแบบ ดังนี้ 1. การแสดงแทนด้วยการพูด นักเรียนมีการพูดถึงวิธีการคุณในแนวตั้ง และอธิบายวิธีการที่ใช้เพื่อหาคำตอบของปัญหา 2. การแสดงแทนด้วยการเขียน นักเรียนเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์การคูณทศนิยม เขียนอธิบายวิธีการตั้งคุณในแนวตั้ง 3. การแสดงแทนด้วยสถานการณ์ในชีวิตจริง นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความหมายของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริง 4. การแสดงแทนด้วยรูปภาพ นักเรียนวาดโต๊ะแตรแตรการแยกคุณ ตาราง เนื่องจากการเก็บข้อมูลแบบออนไลน์ และในช่วงนั้นนักเรียนไม่สามารถรับอุปกรณ์ที่ท้าทายการเรียนรู้จัดเตรียมไว้ให้ และนักเรียนไม่สะดวกที่จะเตรียมอุปกรณ์ได้ด้วยตนเองทำให้การแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์ไม่เกิดในชั้นเรียนนี้ ซึ่งทางทีมศึกษาก็ได้มีการออกแบบแผนให้ใกล้เคียงกับสถานการณ์จริงของนักเรียนมากที่สุดเพื่อให้นักเรียนได้จินตนาการภาพสถานการณ์ปัญหา และได้ตระหนักถึงปัญหานี้ จากการแก้ปัญหานักเรียนเริ่มจากอธิบายความหมายของจำนวนในสถานการณ์จริงซึ่งได้พูดถึงวิธีการแก้ปัญหา และได้เขียนอธิบายสัญลักษณ์การคูณ วาดแผนภาพการแยกคุณ ตาราง จากนั้นนักเรียนสามารถอธิบายการตั้งคุณได้อย่างมั่นใจที่มีคำตอบสอดคล้องกับวิธีการแก้ปัญหาและสถานการณ์จริงของนักเรียน จะเห็นว่านักเรียนได้เปลี่ยนการแสดงแทนจากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเข้าใจการคูณมากขึ้น จึงเป็นการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สอดคล้องกับแนวคิดของ Lesh ที่กล่าวว่า ถ้านักเรียนมีความสามารถในการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลาย และเชื่อมโยงระหว่างวิธีการแสดงแทนที่แตกต่างกันไปนั้น จะช่วยนักเรียนในการอธิบายความคิดและการแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ [11] นอกจากนี้การเรียนการสอนในชั้นเรียนที่มุ่งเน้นไปที่การเชื่อมโยงการแสดงแทนที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดี มองเห็นปัญหาได้ชัดเจน และสามารถแก้ปัญหาได้จนสำเร็จ [8] ซึ่งจะเห็นว่าการเรียนการสอนในบริบทการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ตามแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาอย่างเต็มที่ทำให้นักเรียนได้มีอิสระในการคิดเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างเต็มศักยภาพ มีความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถที่จะแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ด้วยตัวนักเรียนเอง [2] การสร้างการเชื่อมโยงสามารถนำไปสู่ความเข้าใจที่ดีขึ้นของปัญหา และในที่สุดการแก้ปัญหาก็ประสบความสำเร็จ ชั้นเรียนที่เน้น

กระบวนการแก้ปัญหาได้ให้ความสำคัญเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งทางด้านเนื้อหา ทักษะ กระบวนการเรียนรู้ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนควบคู่ไปพร้อม ๆ กันซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญของการเรียนรู้ที่มีความหมาย [1] อีกทั้งยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาอย่างเต็มที่ทำให้นักเรียนได้มีอิสระในการคิดเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างเต็มศักยภาพ และมีแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย [4]

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์

ในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้การคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนสามารถออกแบบจากการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เช่น แนวคิดจากการแสดงแทนด้วยการพูด ด้วยการเขียน ด้วยรูปภาพ ด้วยสถานการณ์จริง และด้วยสื่ออุปกรณ์ ที่แสดงถึงการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูผู้สอนควรออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ให้เกิดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย และเกิดการเชื่อมโยงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายนั้นจะให้นักเรียนเข้าใจในปัญหา สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งทำให้ชั้นเรียนนั้นบรรลุวัตถุประสงค์

ข้อเสนอแนะสำหรับผู้วิจัย

ควรมีการศึกษากรอบแนวคิดที่ใช้ในการวิเคราะห์ให้ชัดเจน ซึ่งข้อมูลอาจจะมีการซ้ำซ้อนกันได้ เนื่องจากการแสดงแทนของนักเรียนมีความหลากหลาย ทีมการศึกษาชั้นเรียนควรมีการพิจารณาร่วมกัน

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ในการทำวิจัยครั้งนี้ไม่พบการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบการแสดงแทนด้วยการใช้สื่ออุปกรณ์ (Manipulative Aids Representation) เนื่องจากการเก็บข้อมูลในรูปแบบออนไลน์ ควรมีการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดการแสดงแทนดังกล่าว และควรออกแบบให้เกิดการเชื่อมโยงการแสดงแทนในรูปแบบอื่น ๆ

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่นและคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

เอกสารอ้างอิง

1. Shimizu S. Professional development through lesson study: A japan case paper presented at APEC International symposium on innovation and good practice for teaching and learning mathematics through lesson study. Khonkaen: Khonkaen Publisher; 2021.
2. Inprasitha M. Process of problem-solving in school mathematics. Khonkaen: The Centre for Research in Mathematics Education; 2014. Thai.
3. Isoda M, Nakamura T. Mathematics education theories for lesson study: problem-solving approach and the curriculum through extension and Integration. JMSJ. 2010; 92(5): 31-50.
4. Inprasitha M. Reform process of learning mathematics in schools focusing mathematical process. Khonkaen: Khonkaen Publisher; 2003. Thai.



5. Nohda N. Teaching by the open-approach method in the Japanese mathematics classroom. In: Csikos C, Rausch A, Szitanyi J, editors. Proceeding of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 24); 2000 July 23-27; Hiroshima University. Hiroshima: Hiroshima Japan; 2000. p. 39-54.
6. Tall D. Compressing mathematical processes: The theory of procepts [Internet]. 2004 [updated 2010 January 4; cited 2022 Feb 18]. Available from: <http://www.tallfamily.co.uk/david/mathematical-growth/09.procepts-in-arithmetic.pdf>.
7. Makhanong A. Skills and mathematical processes development for development. Bangkok: Chulalongkorn University Press; 2010. Thai.
8. House A Peggy, Coxford F Arthur. Connecting mathematics across the curriculum yearbook. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics; 1995.
9. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles and standards for school mathematics. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics; 2000.
10. Despina A. An examination of middle school students' representation practices in mathematical problem solving through the lens of expert work: towards an organizing scheme. JMTE. 2010; 76(1): 265-80
11. Lesh R, Cramer K, Doerr H, Post T, Zawojewski J. Using a translation model for curriculum development and classroom instruction. JMSJ. 2003; 5(2): 211-33.
12. Kouba V, Franklin K. Multiplication and division: sense making and meaning. In: Jansen J, editor. Research ideas for the classroom early childhood mathematics. New York: Macmillan; 1993. p. 103-26.
13. Chung I, Lew H. Comparing Korean and US third grade elementary student conceptual understanding of basic multiplication facts. In: Woo J, Lew H, Park K, Seo D, editors. Proceeding of the 31st International Conference of the international group for the psychology of mathematics education; 2007 July 8-13; Seoul, Korea. Seoul: Korea Society of Educational Studies in Mathematics; 2007. p. 161-8.
14. Graeber A, Tanenhaus E. Multiplication and division: from the whole number to rational numbers. In: Owens T, editor. Research ideas for the classroom middle grade mathematics. New York: Macmillan; 1993. p. 99-117.
15. Nontapattamadul K. Qualitative research in social welfare: research concepts and methods. Bangkok: Bangkok Publisher; 2007. Thai.
16. Inprasitha M. Blended Learning Classroom. Khon kaen: Khon kaen Publisher; 2021. Thai.