

แบบจำลองแกนค้ำยันและแกนยึดสำหรับการทำนายกำลังรับแรงเฉือน

ของคานลึกลึกคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP

Strut-and-Tie-Model for Predicting the Shear Strength of Concrete Deep Beams Reinforced with FRP Bars

ดร.ปราชญ์ อมรปิญโญ (Dr.Prach Amornpinyo)* ดร.จารึก ถิระวงษ์ (Dr.Jaruek Teerawong)**

ชัยชาญ ยูวนะศิริ (Chaichan Yuwanasiri)*** ดร.ปณัฏฐ์ชัย เชษฐโชติศักดิ์ (Dr.Panatchai Chetchotisakl)****

(Received: September 6, 2022; Revised: November 23, 2022; Accepted: November 24, 2022)

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอแบบจำลองแกนค้ำยันและแกนยึดสำหรับการทำนายกำลังรับแรงเฉือนของคานลึกลึกคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP แบบจำลองได้พัฒนาบนพื้นฐานของกลไกการถ่ายแรงในแนวทแยง และกลไกแบบโครงข้อหมุน โดยที่กลไกการถ่ายแรงในแนวทแยงได้พิจารณาผลกระทบจากการถดถอยของกำลังอัดของคอนกรีต ส่วนกลไกแบบโครงข้อหมุนใช้สำหรับอธิบายกำลังรับแรงเฉือนที่เกิดจากเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในแนวราบและแนวตั้ง กำลังรับแรงเฉือนที่ได้จากการทำนายเกิดจากการรวมกันของกำลังที่ได้จากสองส่วนนี้อย่างอิสระ ตัวแปรไม่ทราบค่า 4 ตัวแปรได้แก่ ตัวแปรสำหรับ อธิบายความถดถอยของกำลังอัดคอนกรีต 2 ตัวแปร และ ตัวแปรสำหรับเหล็กเสริมที่แผ่เอวของคาน 2 ตัวแปร ซึ่งหาได้จากการวิเคราะห์หาค่าตอบที่เหมาะสมที่สุดอย่างเร่งเชิงเส้น โดยใช้ฐานข้อมูลผลการทดสอบคานลึกลึกคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP ทั้งหมด 121 ตัวอย่าง จากนั้นใช้วิธี ten-fold cross-validation สำหรับการประเมินประสิทธิภาพของแบบจำลอง การทำนายกำลังรับแรงเฉือนโดยใช้แบบจำลองที่เสนอได้นำไปเปรียบเทียบกับผลการทำนายกำลังรับแรงเฉือนจากมาตรฐานงานโครงสร้างคอนกรีตของสหรัฐอเมริกา แคนาดา และ แบบจำลองจากงานวิจัยอื่น การเปรียบเทียบแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองที่เสนอให้ผลการทำนายที่แม่นยำและสม่ำเสมอกว่าแบบจำลองที่กล่าวมาข้างต้น โดยได้ค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนกำลังรับแรงเฉือนจากการทำนายต่อกำลังจากการทดสอบเท่ากับ 1.01 และค่าสัมประสิทธิ์การแปรปรวนเท่ากับ 19.82%

ABSTRACT

This paper presents a strut-and-tie model for predicting the shear strength of concrete deep beams reinforced with FRP bars. The model was developed based on the diagonal compression strut and truss mechanisms. The diagonal strut mechanism considers the compression softening effect whereas the truss mechanism provides the shear strength contributed by the horizontal and vertical web reinforcement. The nominal shear strength is predicted as the summation of the strength provided by the two independent mechanisms. Based on a large database of 121 FRP reinforced concrete deep beams, four empirical parameters including two parameters for describing the softening effect and two parameters for web reinforcement were determined using nonlinear optimization. The ten-fold cross-validation was used to confirm the model accuracy and generalization. The prediction by the proposed model is then compared with those computed using the U.S. and Canadian concrete codes of practice and the models from recently researches. The comparison shows that the proposed model yields better precise and consistent prediction than the benchmark models with the average strength ratio of 1.01 and coefficient of variation of 19.82%.

คำสำคัญ: คานลึก แบบจำลองแกนค้ำยันและแกนยึด เส้นพอลิเมอร์เสริมเส้นใย

Keywords: Deep beam, Strut-and-tie model, FRP rod

¹Corresponding author: panatchai.ch@umti.ac.th

*อาจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี วิทยาเขตขอนแก่น

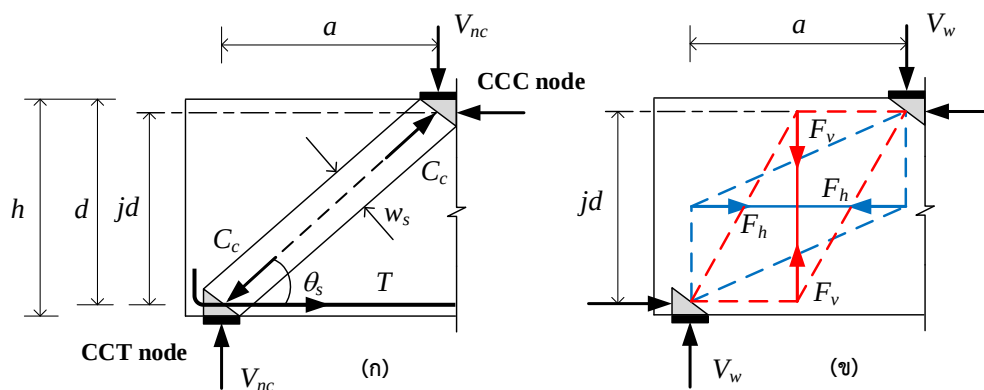
**รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

***อาจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยภาคตะวันออกเฉียงเหนือ

****รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี วิทยาเขตขอนแก่น

บทนำ

คานเหล็ก (อัตราส่วนช่วงการเฉือนต่อความลึกประสิทธิภาพ (a/d) ไม่เกิน 2) เป็นองค์อาคารคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกใช้อย่างแพร่หลาย สามารถพบเห็นได้โดยทั่วไปทั้งในงานอาคาร สะพาน และงานโครงสร้างสาธารณูปโภค คานเหล็กมีพฤติกรรมและการวิบัติแตกต่างจากคานคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไป ดังนั้นวิธีการออกแบบคานทั่วไปที่ระบุในมาตรฐาน ACI 318-19 [1] จึงไม่สามารถนำมาใช้ออกแบบคานเหล็กได้ เนื่องจากคานเหล็กมีระยะช่วงการเฉือนสั้นมากเมื่อเทียบกับความลึก จึงเกิดเป็นแนวความคิดว่า น้ำหนักบรรทุกสามารถถ่ายผ่านองค์อาคารรับแรงอัดแนวทแยง ซึ่งเรียกว่า แขนค้ำยัน (strut) ไปสู่ฐานรองรับโดยตรง โดยมีวัสดุเสริมแรงตามยาวรับแรงดึง ช่วยให้เกิดสมดุลที่ฐานรองรับ ดังแสดงในภาพที่ 1(ก)



ภาพที่ 1 แบบจำลองแขนค้ำยันและแขนยึดสำหรับคานเหล็ก

ก) กลไกแขนค้ำยัน ข) กลไกโครงข้อหมุน

แนวความคิดนี้เรียกว่า แบบจำลองแขนค้ำยันและแขนยึด (strut-and-tie model, STM) ซึ่งได้กำหนดไว้ในมาตรฐานการออกแบบนานาชาติ [1-3] และมีการพัฒนาแบบจำลองกันอย่างแพร่หลาย [4-6] นอกจากนี้ยังมีการพิจารณาผลของเหล็กเสริมในแผ่นเววของคานสำหรับต้านทานแรงเฉือนโดยใช้กลไกโครงข้อหมุนในภาพที่ 1(ข) รวมด้วย [4-6]

ในปัจจุบันมีการค้นคว้าเพื่อเพิ่มทางเลือกในการใช้วัสดุพอลิเมอร์เสริมกำลังด้วยเส้นใย (fiber reinforced polymer, FRP) แทนการใช้เหล็กเส้นเสริมคอนกรีต เนื่องจากเส้น FRP มีความสามารถในการทนทานต่อการกัดกร่อนของคลอไรด์ กล่าวคือ ไม่เป็นสนิม และมีความต้านทานแรงดึงสูงกว่าเหล็กเสริมธรรมดา อย่างไรก็ตาม เส้น GFRP, AFRP และ BFRP มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่นต่ำและมีพฤติกรรมเปราะกว่าเหล็กเสริมธรรมดา ในขณะที่ CFRP มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่นใกล้เคียงกับเหล็กเสริมธรรมดา ทำให้กำลังต้านทานแรงเฉือนของคานเหล็กเสริมด้วยเส้น FRP มีค่าน้อยกว่ากำลังของคานเหล็กคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไป [7-11] ดังนั้นจึงมีข้อสงสัยว่า วิธีการออกแบบและวิเคราะห์คานเหล็กคอนกรีตเสริมเหล็ก เช่น วิธีแบบจำลองแขนค้ำยันและแขนยึดตามมาตรฐานอเมริกัน (ACI 318-19) [1] และมาตรฐานแคนาดา (CSA S806-12) [12] จะยังคงสามารถทำนายกำลังรับแรงเฉือนของคานเหล็กคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP ได้อย่างแม่นยำหรือไม่

แบบจำลองแขนค้ำยันและแขนยึดสำหรับคานเหล็กคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP ที่นำเสนอในวารสารวิจัยยังมีอยู่ไม่มากนัก ซึ่งอาจพบได้ใน Dhahir [13] Thomas และ Ramadass [14] Chen และคณะ [15] รวมถึงการวิเคราะห์ออกแบบโดยใช้มาตรฐานอาคารคอนกรีตของประเทศแคนาดา ดังที่กล่าวไปแล้วข้างต้น อย่างไรก็ตาม แบบจำลองของ Dhahir [13] นั้นใช้สำหรับคานเหล็กคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP ที่ไม่มีวัสดุเสริมแรงตามขวางหรือวัสดุเสริมแรงในแนวตั้ง ส่วนแบบจำลองของ Thomas และ Ramadass [14], Chen และคณะ [15] แม้ว่าจะให้ผลการคำนวณค่อนข้างที่จะ

สอดคล้องกับผลการทดสอบ แต่มีความซับซ้อนอยู่พอสมควร ซึ่งอาจไม่เหมาะกับการคำนวณออกแบบในเชิงปฏิบัติ ดังนั้นแบบจำลองหรือวิธีการใหม่ จึงยังคงเป็นที่ต้องการอยู่

ในบทความนี้นำเสนอแบบจำลองแกนค้ำยันและแกนยึด สำหรับการทำนายกำลังรับแรงเฉือนของคานกลีคคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP ทั้งหมด 4 ประเภท ได้แก่ 1) aramid fiber reinforced polymer (AFRP) 2) basalt fiber reinforced polymer (BFRP) 3) carbon fiber reinforced polymer (CFRP) และ 4) glass fiber reinforced polymer (GFRP) การทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองโดยนำผลการทำนายมาเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริงจำนวนทั้งสิ้น 121 ตัวอย่างจากงานวิจัยในอดีต นอกจากนี้ยังนำมาเปรียบเทียบกับผลการทำนายจากแบบจำลองอื่นด้วย

แบบจำลองแกนค้ำยันและแกนยึด

ภาพที่ 1(ก) แสดงถึงแบบจำลองแกนค้ำยันและแกนยึดรับน้ำหนักในแนวตั้ง V_u จากบทความของ Russo และคณะ [5] กำลังรับแรงเฉือนของคานกลีคคอนกรีตเสริมเหล็ก V_n ประกอบไปด้วย กำลังของแกนค้ำยันรับแรงอัดของคอนกรีต และกำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กปลอกในดิ่งและแนวราบ ดังนั้นในบทความนี้ จะใช้หลักการเดียวกันนี้ สร้างแบบจำลองสำหรับคานกลีคคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$V_n = f_{ce} b_w w_s \sin \theta_s + k_h A_h f_{yh} \tan \theta_s + k_v A_v f_{yv} \quad (1)$$

เมื่อ f_{ce} คือ กำลังประสิทธิภาพของคอนกรีตซึ่งได้คำนึงถึงผลกระทบจากการลดถอยของกำลังอัดของคอนกรีต (softening effect) ซึ่งในบทความนี้จะสมมติให้อยู่ในรูปแบบ

$$f_{ce} = \lambda (f_c)^\beta \leq 0.85 f_c \quad (2)$$

ทั้งนี้ สมการที่ (2) นี้มีรูปแบบคล้ายกับกำลังอัดคอนกรีตซึ่งพิจารณาถึงการลดถอยของกำลังโดย Zhang และ Hsu [17]

$$(f_{ce} = 3.35 \sqrt{f_c} \leq 0.52 f_c) \text{ และ } \text{Zwicky และ Vogel [18]} (f_{ce} = 1.6 (f_c)^{2/3})$$

โดยที่ f_c คือ กำลังอัดของคอนกรีตทรงกระบอก b_w คือ ความกว้างของคาน w_s คือ ความลึกของแกนค้ำยันรับแรงอัด ซึ่งอาจหาความกว้างที่แท้จริงได้ยาก อย่างไรก็ตาม ในบทความของ Hwang และคณะ [19] ได้เสนอให้

$$w_s = kd \quad (3)$$

$$kd = (\sqrt{(np)^2 + 2np} - np)d \quad (4)$$

เมื่อ kd คือ ความลึกของส่วนรับแรงอัดจากทฤษฎีการตัดเชิงยึดหยุ่นของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ทั้งนี้ด้วยเหตุผลที่ว่า เมื่อคานกลีคคอนกรีตเกิดการวิบัติด้วยแรงเฉือน จะยังคงมีกำลังต้านทานการดัดอยู่ (ยังไม่วิบัติด้วยแรงดัด) ส่วน n คือ อัตราส่วนระหว่างโมดูลัสยืดหยุ่นของเส้น FRP กับคอนกรีต หาได้จาก $n = E_f/E_c$ โดยที่ E_f คือ ค่าโมดูลัสของเส้น FRP และ E_c คือ ยังโมดูลัสของคอนกรีต มีค่าเท่ากับ $4,700 \sqrt{f_c}$ (MPa) ส่วน $p = A_s/b_w d$ คือ อัตราส่วนเหล็กเสริมในแนวราบของคาน สำหรับ θ_s คือ มุมเอียงของแกนค้ำยันเทียบกับแนวราบ ซึ่งหาได้จาก

$$\theta_s = \tan^{-1}(jd/a) \quad (5)$$

เมื่อ a คือ ระยะช่วงการเฉือน ส่วน jd คือ ระยะแกนของโมเมนต์ระหว่างจุดศูนย์กลางของแรงดิ่งและแรงอัด (ภาพที่ 1(ก)) กล่าวคือ $j = 1 - k/3$

จากงานวิจัยของ Hwang และ Lee [4] Russo และคณะ [5] และ Chetchotisak และคณะ [6] ได้อธิบายถึงกลไกโครงข้อหมุนสำหรับต้านทานแรงเฉือน แสดงในภาพที่ 1(ข) เมื่อพิจารณาสมมูลจะได้กำลังรับแรงเฉือน V_w ดังสมการที่ (6)

$$V_w = F_h + F_v \cot \theta_s \quad (6)$$

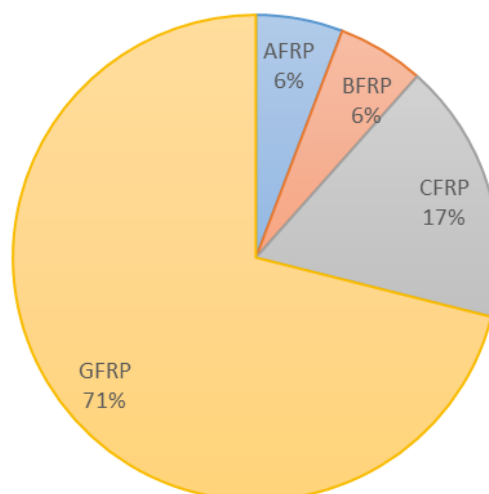
เมื่อ F_h และ F_v คือ แรงดึงเฉลี่ยของเหล็กเสริมแนวนอน และแนวตั้งตามลำดับ ซึ่งเสริมในช่วงระยะการเหิน a โดยทั่วไป เมื่อคานลึกลงเกิดการบิดเนื่องจากแรงเหิน เหล็กเสริมในแนวราบและในแนวตั้งเหล่านี้อาจจะไม่ถึงจุดคราก ดังนั้นสามารถหาค่ารับแรงเหิน V_w ได้ดังนี้

$$V_w = k_h A_h f_{yh} \tan \theta_s + k_v A_v f_{yv} \quad (7)$$

สำหรับ k_h และ k_v คือสัมประสิทธิ์ซึ่งอธิบายถึงสัดส่วนการต้านทานแรงเหินของเหล็กเสริมในแนวราบและในแนวตั้งตามลำดับ A_h และ A_v คือ เนื้อที่หน้าตัดของเหล็กเสริมในแนวราบและในแนวตั้งตามลำดับ ส่วน f_{yh} และ f_{yv} กำลังดึงที่จุดครากของเหล็กเสริมในแนวราบและในแนวตั้งตามลำดับ ทั้งนี้ กำลังต้านทานแรงเหินของคานลึกลง ในสมการที่ (1) มีค่าคงที่เชิงประสพการณ์ที่ยังไม่รู้ค่า ทั้งสิ้น 4 ตัวคือ λ, β, k_h และ k_v ซึ่งจะหาได้จากกระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

ในบทความนี้ ได้ใช้ข้อมูลผลการทดสอบคานลึกลงคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP จำนวนทั้งสิ้น 121 ตัวอย่าง (แสดงรายละเอียดดังตารางที่ 1) เสริมด้วยเส้น FRP สามารถแบ่งได้ทั้งหมด 4 ประเภท ได้แก่ 1) aramid fiber reinforced polymer (AFRP) 2) basalt fiber reinforced polymer (BFRP) 3) carbon fiber reinforced polymer (CFRP) และ 4) glass fiber reinforced polymer (GFRP) ซึ่งมีสัดส่วน ดังแสดงในภาพที่ 2



ภาพที่ 2 สัดส่วนประเภทของ FRP ที่ทำการศึกษา

ในบทความนี้จะใช้ค่าเฉลี่ย (AVG) และสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (COV) ของอัตราส่วนระหว่างกำลังของคานจากการทดสอบต่อกำลังจากการทำนาย (V_{exp}/V_n) เป็นตัวชี้วัดระดับความถูกต้องสำหรับกระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด และใช้ในการเปรียบเทียบกับแบบจำลองอื่น ในกรณีที่ AVG มีค่าเข้าใกล้หนึ่ง อาจบ่งบอกว่า แบบจำลองมีแนวโน้มทำนายได้ใกล้เคียงกับผลการทดสอบจริง และเมื่อ COV มีค่าต่ำ แสดงว่า แบบจำลองสามารถทำนายกำลังเหินได้อย่างมีความสม่ำเสมอ เมื่อคำนวณโดยใช้สมการที่ (1) และใช้กระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดอย่างไร้เชิงเส้น (nonlinear optimization) ด้วยวิธี simplex โดยมีฟังก์ชันเป้าหมาย คือ การได้ค่า COV ที่มีค่าน้อยที่สุด และฟังก์ชันเงื่อนไขในขั้นนี้คือ ค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนของกำลังจากการทดสอบต่อกำลังจากการทำนาย (AVG) มีค่าที่เท่ากับ 1 กระบวนการหาคำตอบนี้มีลักษณะเหมือนกับวิธีการความถดถอยไร้เชิงเส้น

ฟังก์ชัน FMINCON เป็นฟังก์ชันมาตรฐานที่อยู่ในโปรแกรม MATLAB ใช้สำหรับกระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด เพื่อให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (COV) มีค่าต่ำที่สุด รูปแบบมาตรฐานของฟังก์ชัน FMINCON สามารถเขียนได้ดังนี้ (ดังแสดงในสมการที่ 6)

$$\begin{aligned} Ax &\leq b \\ A_{eq}x &= b_{eq} \\ \text{Min } f(x) &\text{ subjected to } C(x) \leq 0 \\ C_{eq}(x) &= 0 \\ lb &\leq x \leq ub \end{aligned} \quad (6)$$

เมื่อ $f(x)$ คือฟังก์ชันเป้าหมายที่ใช้ในการออกแบบตัวแปร x กล่าวคือ λ, β, k_h และ k_v ตามลำดับ เมื่อ A และ A_{eq} คือ “เมทริกซ์สัมประสิทธิ์” เป็นเมทริกซ์ที่ประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ของตัวแปรของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและมีเงื่อนไขที่มีเครื่องหมายกำกับ ตามลำดับ เมื่อ b และ b_{eq} คือ เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ที่มีความสอดคล้องกับเมทริกซ์ของตัวแปรนั้นๆ เมื่อ $C(x)$ และ $C_{eq}(x)$ คือ ฟังก์ชันของสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นตัวแปรเดียวและมีเงื่อนไขที่มีเครื่องหมายกำกับ ตามลำดับ เมื่อ lb และ ub คือ ปริมาณเวกเตอร์ของค่าขอบเขตต่ำสุดและค่าขอบเขตสูงสุดของค่าตัวแปร x ตามลำดับ สำหรับฟังก์ชันเงื่อนไขดังที่ได้กล่าวไปแล้วนั้น สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (7) และ (8)

$$r(i) = \frac{V_n(i)}{V_{exp}(i)} \quad (7)$$

$$\text{nonlcon}(\text{constraint}) \rightarrow \text{mean}[r(i)] = \frac{\sum_{i=1}^n r(i)}{n} = 1 \quad (8)$$

เมื่อ $r(i)$ คืออัตราส่วนของกำลังจากการทดสอบต่อกำลังจากการทำนายสำหรับตัวอย่างที่ i ใดๆ และ n คือจำนวนตัวอย่างในฐานข้อมูล และฟังก์ชันเป้าหมายแสดงในสมการที่ (9)

$$fun \rightarrow \frac{\text{std}[r(i)]}{\text{mean}[r(i)]} \quad (9)$$

โดยที่ $\text{mean}[r(i)]$ และ $\text{std}[r(i)]$ คือค่าฟังก์ชันมาตรฐานใน MATLAB สำหรับค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน หลังจากการประมวลผลจากกระบวนการหาค่าตอบที่เหมาะสมที่สุด จะได้ค่า $\lambda = 6.9349$ $\beta = 0.3825$ $k_h = 0.0177$ และ $k_v = 0.2034$ โดยที่ $\text{COV} = 19.82\%$ จากค่า k_v ที่มากกว่า k_h แสดงให้เห็นว่าเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในแนวดิ่งมีผลมากกว่าเหล็กเสริมในแนวนอน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Russo และคณะ [5]

ตารางที่ 1 ข้อมูลผลการทดสอบคานลิกคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP ที่ใช้ในการศึกษา

นักวิจัย	จำนวนข้อมูล	a/d	ρ	กำลังคอนกรีต (MPa)	กำลังรับแรงเฉือน (kN)
El-Sayed และคณะ [20]	8	1.30-1.69	0.78-1.71	39-41	165-372
Andermett และ Lubell [21]	8	1.07-1.49	1.47-2.13	40-66	236-1135
Kim และคณะ [22]	14	1.40-2.10	0.38-0.64	26	53-169
Farghaly และคณะ [23]	4	1.13	0.46-1.24	39-49	596-953
El-Chabib และ AlHamaydeh [24]	9	1.00-1.52	0.92-1.84	34-52	117-237
Nehdi และคณะ [25]	13	1.36-1.83	1.13-2.31	35-63	46-234
Mohamed และคณะ [26]	10	0.83-1.47	1.24	36-44	848-1694
Latosh [27]	5	1.00-1.50	1.20	49-51	322-560
Thomas และ Ramadass [14]	6	0.50-1.00	1.14-1.70	58-60	205-450
Hamid [28]	8	1.52-1.60	0.60-1.50	19-29	139-282
Mohamed และคณะ [29]	4	1.13	1.24	37-45	1267-1618
Said และคณะ [7]	10	2.00-2.17	1.13-2.46	19-59	55-176
Abed และคณะ [30]	9	1.00-1.52	0.92-1.84	34-52	117-237
Thomas และ Ramadass [31]	6	0.50-1.00	1.14-1.70	28-33	190-415
Abed และคณะ [32]	7	1.10-1.80	0.30-0.60	40-50	40-120

นอกจากนี้เพื่อเป็น การยืนยันว่าคำตอบที่ได้จากกระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดนั้น จะสามารถทำนายผลลัพธ์ได้ดีเมื่อ ใช้ข้อมูลชุดใหม่ (new unseen data) ในการศึกษาได้ใช้ วิธี ten-fold cross-validation [33] เพื่อการประเมินประสิทธิภาพการทำนายของแบบจำลอง เริ่มด้วยการแบ่งข้อมูลอย่างสุ่มทั้งหมดออกเป็น 10 ส่วนๆ ละเท่าๆ กัน จากนั้นทำการสร้างกลุ่มข้อมูล โดยกลุ่มที่ 1 ให้ใช้ข้อมูลส่วนที่ 2 ถึง 10 สำหรับการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ในขณะที่ข้อมูลส่วนที่ 1 ใช้สำหรับการประเมินความถูกต้องของแบบจำลอง ต่อมากลุ่ม 2 ให้ใช้ข้อมูลส่วนที่ 1 และ 3 ถึง 10 สำหรับการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ส่วนข้อมูลส่วนที่ 2 ใช้เพื่อประเมินความถูกต้องของแบบจำลอง ทำซ้ำในลักษณะนี้ไปเรื่อยๆ จนครบ 10 กลุ่ม ดัชนีชี้วัดความถูกต้องของแบบจำลอง AVG และ COV คำนวณได้จากค่าเฉลี่ย ของ AVG และ COV ของทั้ง 10 กลุ่มข้อมูล จาก วิธี ten-fold cross-validation จะได้ $AVG=1.02$ และ $COV= 20.03\%$ ซึ่งมีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่า แบบจำลองที่นำเสนอ นั้น มีเสถียรภาพในการทำนาย ไม่แปรผันตามชุดข้อมูล

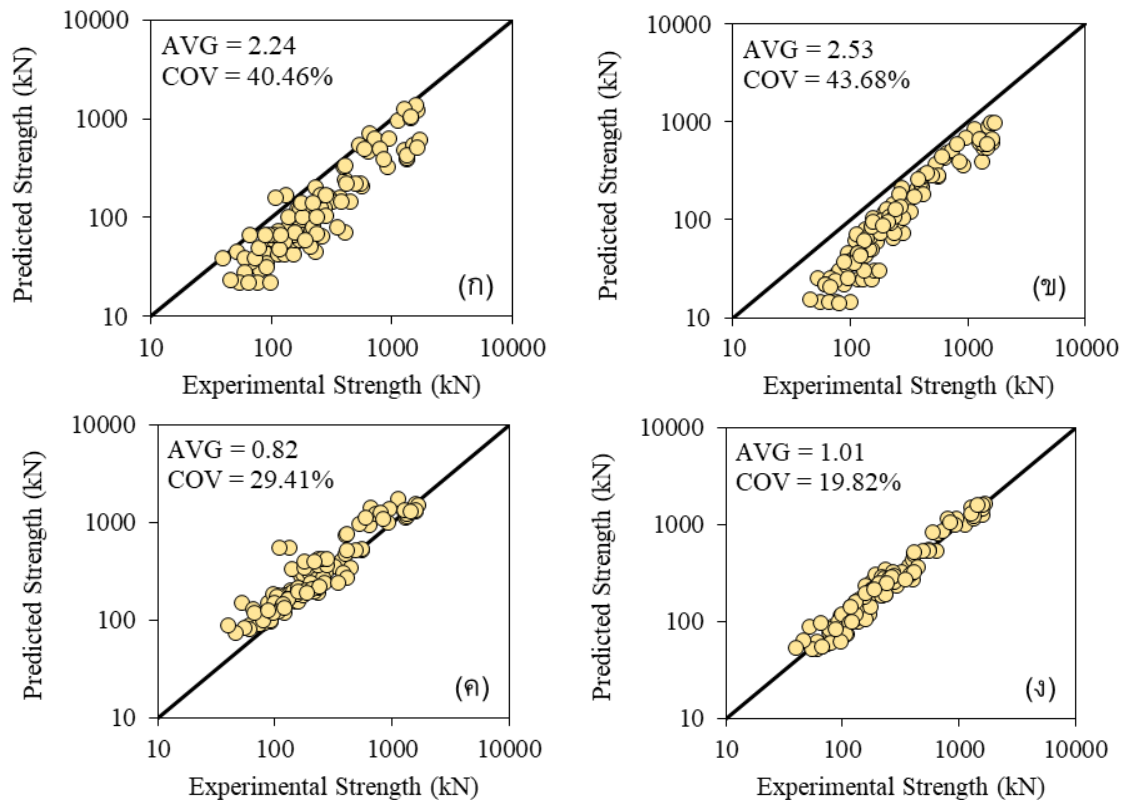
เปรียบเทียบผลการทำนายกับแบบจำลองอื่น

ในหัวข้อนี้จะนำผลการทำนายกำลังรับแรงเฉือนของคานลิกคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP มาเปรียบเทียบกับแบบจำลองแขนค้ำยันและแขนยึดตามมาตรฐาน ACI 318-19 [1] และ CSA S806-12 [12] รวมถึงแบบจำลองของ Thomas และ Ramadass [14] ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 รายละเอียดของแบบจำลองในการทำนายกำลังรับแรงเฉือน

แบบจำลอง	รายละเอียด
ACI 318-19	$V_n = f_{ce} A_{str} \sin \theta_s$ $f_{ce} = 0.85 \beta_s \beta_c f_c$ $\beta_s = \text{ปัจจัยของเหล็กเสริมที่แผ่นเอว และขอบเขตของแกนค้ำยัน}$ $\beta_c = \text{ปัจจัยการของแรงแบกทานเนื่องจากผลของการโอบรัดของคอนกรีตล้อมรอบแกนค้ำยัน}$
CSA S806-12	$V_n = f_{cu} A_{str} \sin \theta_s$ $f_{cu} = \frac{f_c}{0.8 + 170 \varepsilon_1} \leq 0.85 f_c$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_f + (\varepsilon_f + 0.02) \cot^2 \alpha$ $\varepsilon_f = \text{ความเครียดในเส้น FRP}$ $\varepsilon_1 = \text{ความเครียดดึงในทิศทางตามขวาง}$
Thomas และ Ramadass	$V_n = \beta_s K_h \xi f_c A_{str} \sin \theta_s$ $\xi = \frac{3.35}{\sqrt{f_c}} \leq 0.52$ $K_h = \text{ดัชนีสำหรับอิทธิพลของการเสริมเหล็กที่แผ่นเอวของคาน}$ $\beta_s = \text{ปัจจัยของเหล็กเสริมที่แผ่นเอว และขอบเขตของแกนค้ำยัน}$
หมายเหตุ	$A_{str} = \text{พื้นที่ประสิทธิผลของแกนค้ำยัน}$ $\theta_s = \text{มุมเอียงขององค์อาคารรับแรงอัดแนวทแยงกับองค์อาคารรับแรงดึงในแนวราบ}$

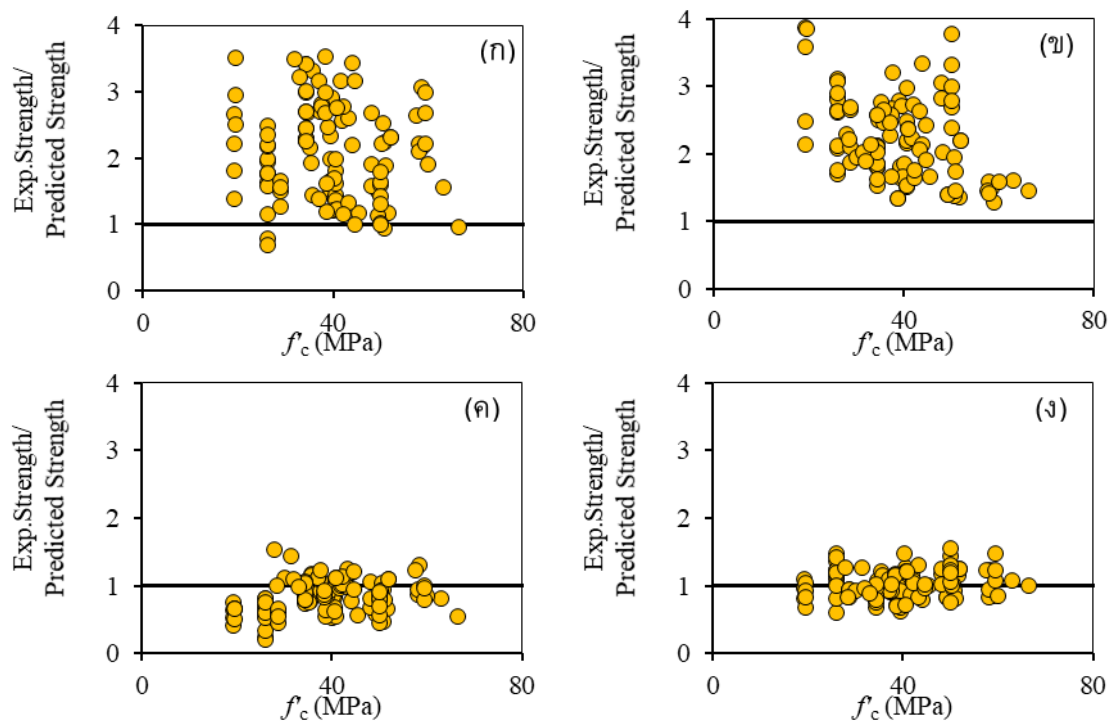
ผลการทำนายเปรียบเทียบกับผลการทดสอบ แสดงดังภาพที่ 3 ทั้งนี้ ตัวชี้วัดระดับความถูกต้อง (AVG และ COV) ได้นำมาแสดงด้วย พบว่าแบบจำลองของ ACI 318-19 (ภาพที่ 2 ก) และ CSA S806-12 (ภาพที่ 2 ข) ให้ผลการทำนายที่มีความไม่แน่นอนสูงมากที่สุด ซึ่งดูได้จาก COV มีค่าถึง 40.46 และ 43.68% ตามลำดับ ในขณะที่แบบจำลองของ Thomas และ Ramadass [14] (ภาพที่ 2 ค) และ แบบจำลองที่นำเสนอ (ภาพที่ 2 ง) ให้ผลการทำนาย ที่มีความสม่ำเสมอกว่า 2 แบบจำลองแรก อย่างไรก็ตามแบบจำลองที่นำเสนอ ให้ผลการทำนายที่แม่นยำและสม่ำเสมอมากที่สุด (AVG= 1.01 และ %COV = 19.82)



ภาพที่ 3 การเปรียบเทียบผลการทำนายกับผลการทดสอบกำลังของคานเหล็กคอนกรีตเสริมด้วย FRP

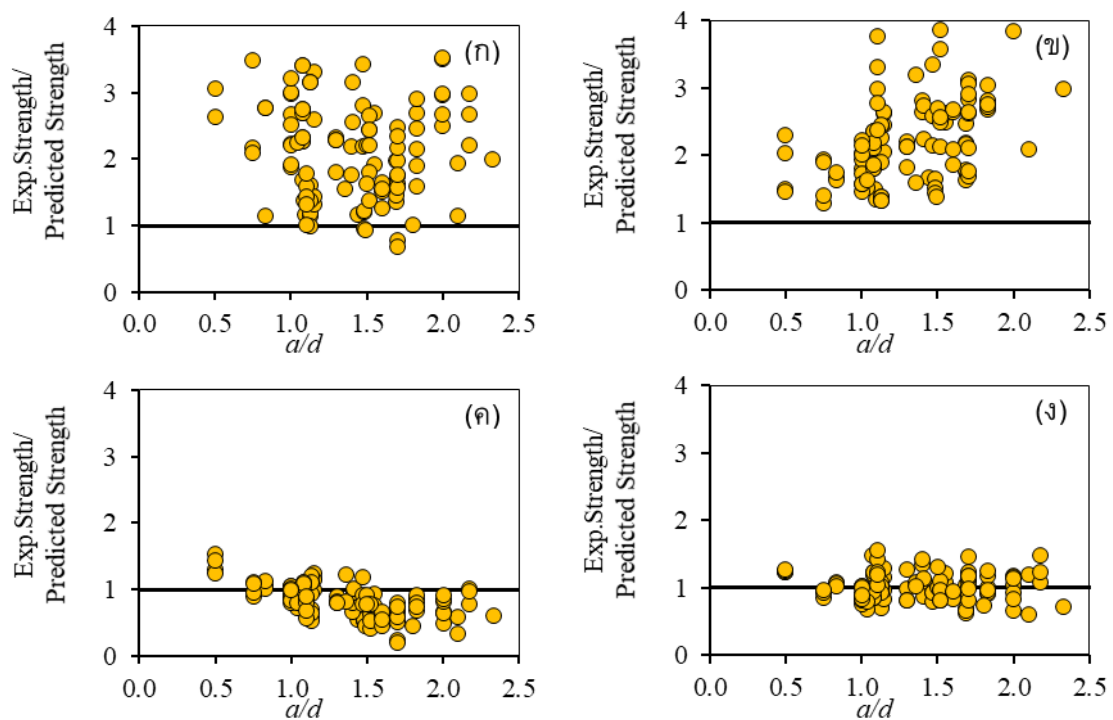
ก) ACI 318-19 [1] ข) CSA S806-12 [12] ค) Thomas และ Ramadass [14] ง) แบบจำลองที่นำเสนอ

สำหรับภาพที่ 4 ถึง ภาพที่ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลการทำนายกับกำลังอัดของคอนกรีต (f_c) อัตราส่วนช่วงการเฉือนต่อความลึกประสิทธิภาพ (a/d) และปริมาณเหล็กเสริมในแผ่นเอวของคาน ($\rho_w = \rho_h \sin \theta_s + \rho_v \cos \theta_s$) ตามลำดับ พบว่าแบบจำลองของ ACI 318-19 [1] และ CSA S806-12 [12] มีความแปรปรวนตามตัวแปรทั้ง 3 ตัว ส่วนแบบจำลองของ Thomas และ Ramadass [14] และ แบบจำลองที่นำเสนอมีความสม่ำเสมอในการทำนายมากกว่า 2 แบบจำลองแรก อย่างไรก็ตาม แบบจำลองของ Thomas และ Ramadass [14] แสดงให้เห็นถึงการทำนายที่ค่าสูงเกินกว่าผลการทดสอบจริง ($V_{exp}/V_n < 1$)



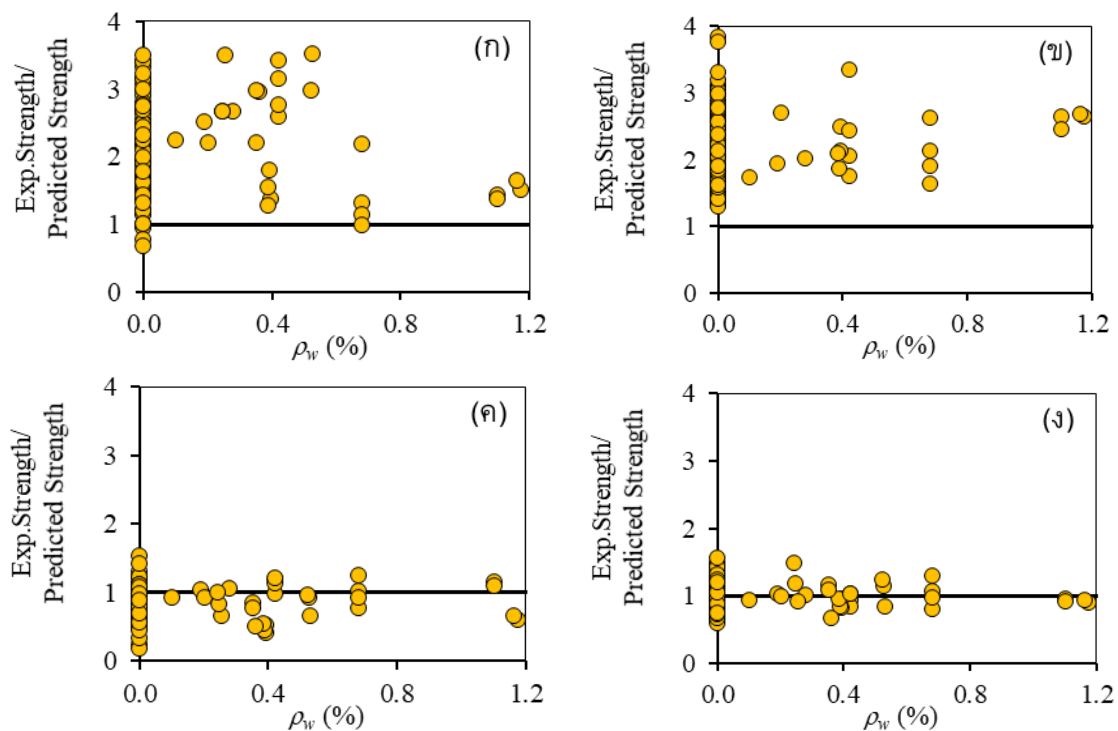
ภาพที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังอัดคอนกรีตกับผลการทำนาย

ก) ACI 318-19 [1] ข) CSA S806-12 [12] ค) Thomas และ Ramadass [14] ง) แบบจำลองที่นำเสนอ



ภาพที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่าง a/d กับผลการทำนาย

ก) ACI 318-19 [1] ข) CSA S806-12 [12] ค) Thomas และ Ramadass [14] ง) แบบจำลองที่นำเสนอ



ภาพที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่าง ρ_w กับผลการทำนาย

ก) ACI 318-19 [1] ข) CSA S806-12 [12] ค) Thomas และ Ramadass [14] ง) แบบจำลองที่นำเสนอ

อภิปรายผลการศึกษา

แบบจำลองแซนค้ายันและแซนยัดของมาตรฐาน ACI 318-19 [1] ให้ผลการทำนายในเชิงอนุรักษ์นิยมเกินไป กล่าวคือ มีความปลอดภัยแต่ไม่สามารถประเมินกำลังของคานเหล็กเสริมด้วยเส้น FRP ได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากมาตรฐาน ACI 318-19 [1] ใช้ค่าตัวคูณประสิทธิภาพเป็นค่าคงที่ ซึ่งอาจไม่เพียงพอที่จะอธิบายพฤติกรรมความถดถอยของกำลังอัดของคอนกรีตที่มีความซับซ้อนได้ ในทำนองเดียวกัน การทำนายกำลังรับแรงเฉือนตามมาตรฐาน CSA S806-12 [12] ซึ่งใช้ทฤษฎีสันนามแรงอัด (Compression Field Theory) ก็ให้ผลการทำนายไปในทิศทางเดียวกันกับ ACI 318-19 [1] ทั้งนี้ผลการทำนายดังกล่าว ยังให้ผลไปในทางเดียวกันกับงานวิจัยของ Chetchotisak และคณะ [6] Ismail และคณะ [34] ซึ่งพบว่าการใช้ทฤษฎีสันนามแรงอัดในการอธิบายความถดถอยของกำลังอัดคอนกรีตในคานเหล็กคอนกรีตเสริมเหล็ก ยังมีความคลาดเคลื่อนสูง ยิ่งไปกว่านั้น ทั้งมาตรฐาน ACI 318-19 [1] และ CSA S806-12 [12] ไม่ได้พิจารณาผลกระทบของเหล็กเสริมรับแรงเฉือนทั้งในแนวราบและในแนวดิ่ง

ในทำนองเดียวกัน แบบจำลองของ Thomas และ Ramadass [14] ไม่ได้พิจารณาผลของ เหล็กปลอกในแนวดิ่ง จึงให้ผลการทำนายคลาดเคลื่อนเช่นกัน แบบจำลองที่นำเสนอนี้ ให้ผลการทำนายกำลังรับแรงเฉือนของคานเหล็กเสริมด้วยเส้น FRP ที่ถูกต้องแม่นยำ และมีความสม่ำเสมอ เนื่องจากได้พิจารณาปัจจัยสำคัญครบถ้วน อันได้แก่ กำลังประสิทธิภาพของแซนค้ายันคอนกรีตซึ่งได้คำนึงถึงผลกระทบจากการถดถอยของกำลังอัดของคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP (สมการที่ 2) และผลกระทบของเหล็กเสริมรับแรงเฉือนทั้งสองทิศทาง

สรุปผลการศึกษา

บทความนี้นำเสนอการทำนายกำลังรับแรงเฉือนของคานาลิกคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP ประกอบไปด้วย 4 ประเภทของเส้น FRP ได้แก่ 1) aramid fiber reinforced polymer (AFRP) 2) basalt fiber reinforced polymer (BFRP) 3) carbon fiber reinforced polymer (CFRP) และ 4) glass fiber reinforced polymer (GFRP) โดยใช้แบบจำลองแกนค้ำยันและแกนยึด และใช้กระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่รู้ค่าของแบบจำลอง โดยใช้ฐานข้อมูลผลการทดสอบคานาลิกคอนกรีตเสริมด้วยเส้น FRP จำนวน 121 ตัวอย่าง จากผลการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า แบบจำลองที่นำเสนอให้ผลการทำนายที่ถูกต้องและสม่าเสมอ โดยมีค่าเฉลี่ย และสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนของอัตราส่วนผลการทดสอบต่อผลการทำนาย เท่ากับ 1.01 และ 19.82% ตามลำดับ นอกจากนี้ ผลการทดสอบแบบจำลองโดยใช้วิธี ten-fold cross-validation พบว่า แบบจำลองมีเสถียรภาพในการทำนาย ความถูกต้องแบบจำลองเปลี่ยนแปลงไปน้อยมาก การเปรียบเทียบผลการทำนายกับแบบจำลอง ACI 318-19 [1] CSA S806-12 [12] และ Thomas และ Ramadass [14] พบว่าแบบจำลองที่นำเสนอ มีความถูกต้อง และมีความสม่าเสมอในการทำนายมากกว่า โดยไม่อ่อนไหวต่อการเปลี่ยนแปลงของ กำลังอัดของคอนกรีต อัตราส่วนช่วงการเชื่อมต่อความลึกประสิทธิภาพ และปริมาณเหล็กเสริมในแผ่นเอวของคาน เนื่องจากได้พิจารณาปัจจัยสำคัญอย่างครบถ้วน

แบบจำลองที่นำเสนอ อาจมีข้อจำกัดที่กำลังอัดของคอนกรีตนั้นจะต้องมีค่าระหว่าง 19 ถึง 66 MPa เนื่องจากเป็นขอบเขตของฐานข้อมูลที่ใช้สร้างแบบจำลอง และอาจจำกัดเพียงเส้น FRP เพียง 4 ประเภทตามที่ระบุไว้ข้างต้น แบบจำลองที่ใช้คุณสมบัติวัสดุที่เกินกว่าขอบเขตดังกล่าวนี้ จะเป็นหัวข้องานวิจัยในอนาคต

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนงบประมาณจาก มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี วิทยาเขตขอนแก่น

เอกสารอ้างอิง

1. ACI committee 318. Building code requirements for reinforced concrete (ACI318M-19) and commentary (318RM-19). Farmington Hills, Mich.: American Concrete Institute; 2019.
2. CSA Committee A23.3. Design of concrete structures. Ontario, Canada: Canadian Standards Association; 2014.
3. European committee for standardization, CEN, EN 1992-1-1 Eurocode 2: design of concrete structures – Part 1-1: general rules and rules for buildings, Brussels, Belgium; 2004.
4. Shyh-Jiann Hwang W-YL, Hung-Jen L. Shear Strength Prediction for Deep Beams. ACI Structural Journal. 2000; 97(3): 367-376 .
5. Gaetano Russo RV, Margherita P. Reinforced Concrete Deep Beams- Shear Strength Model and Design Formula. ACI Structural Journal. 2005; 102(3): 429-437.
6. Chetchotisak P, Teerawong J, Yindeesuk S, Song J. New strut-and-tie-models for shear strength prediction and design of RC deep beams. Computers and Concrete. 2014; 14: 19-40.

7. Said M, Adam MA, Mahmoud AA, Shanour AS. Experimental and analytical shear evaluation of concrete beams reinforced with glass fiber reinforced polymers bars. *Construction and Building Materials*. 2016; 102: 574–591.
8. Nanni A. North American design guidelines for concrete reinforcement and strengthening using FRP: principles, applications and unresolved issues. *Construction and Building Materials*. 2003; 17(6): 439-446.
9. Mihaylov BI. Two-Parameter Kinematic Approach for Shear Strength of Deep Concrete Beams with Internal FRP Reinforcement. *Journal of Composites for Construction*. 2016; 21(2): 04016094.
10. Gao D, Zhang C. Shear strength calculating model of FRP bar reinforced concrete beams without stirrups. *Engineering Structures*. 2020; 221: 111025.
11. Ashour AF, Kara IF. Size effect on shear strength of FRP reinforced concrete beams. *Composites Part B: Engineering*. 2014; 60: 612-620.
12. CSA S806-12. Design and Construction of Building Structures with Fibre-reinforced Polymers: Canadian Standards Association/National Standards of Canada; 2012.
13. Dhahir MK. Shear strength of FRP reinforced deep beams without web reinforcement. *Composite Structures*. 2017; 165: 223-232.
14. Thomas J, Ramadass S. Prediction of the load and deflection response of concrete deep beams reinforced with FRP bars. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2019; 28(1): 43-66.
15. Chen H, Yi W-J, Ma ZJ, Hwang H-J. Modeling of shear mechanisms and strength of concrete deep beams reinforced with FRP bars. *Composite Structures*. 2020; 234: 111715.
16. Russo G, Venir R, Pauletta M. Reinforced Concrete Deep Beams—Shear Strength Model and Design Formula. *ACI STRUCTURAL JOURNAL*. 2005; 102(3): 429-437.
17. Zhang L-X, Hsu TTC. Behavior and Analysis of 100 MPa Concrete Membrane Elements. *Journal of Structural Engineering*. 1998; 124(1): 24-34.
18. Zwicky D, Vogel T. Critical Inclination of Compression Struts in Concrete Beams. *Journal of Structural Engineering*. 2006; 132(5): 686-693.
19. Hwang S-J, Lu W-Y, Lee H-J. Shear Strength Prediction for Reinforced Concrete Corbels. *ACI Structural Journal*. 2000; 97(4): 543-552.
20. El-Sayed AK, El-Salakawy EF, Benmokrane B. Shear strength of fibre-reinforced polymer reinforced concrete deep beams without web reinforcement. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 2012; 39(5): 546-555.
21. Andermatt MF, Lubell AS. Behavior of Concrete Deep Beams Reinforced with Internal Fiber-Reinforced Polymer—Experimental Study. *ACI Structural Journal*. 2013; 110(4): 585-594.
22. Kim D, Lee J, Lee YH. Effectiveness factor of strut-and-tie models for concrete deep beams reinforced with FRP rebars. *Composites Part B: Engineering*. 2014; 56: 117–125.

23. Farghaly AS, Benmokrane B. Shear behavior of FRP-reinforced concrete deep beams without web reinforcement. *Journal of Composites for Construction*. 2013; 5(4): 268–275.
24. Abed F, El-Chabib H, AlHamaydeh M. Shear characteristics of GFRP-reinforced concrete deep beams without web reinforcement. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 2012; 31(16): 1063-1073.
25. Nehdi M, Omeman Z, El-Chabib H. Optimal efficiency factor in strut-and-tie model for FRP-reinforced concrete short beams with ($1.5 < a/d < 2.5$). *Materials and Structures*. 2008; 41(10): 1713-1727.
26. Mohamed K. Performance and strut efficiency factor of concrete deep beams reinforced with GFRP bars. Canada: University of Sherbrooke; 2015.
27. Latosh FA. Structural Behaviour of Conventional and FRP- Reinforced Concrete Deep Beams. Canada: Concordia University; 2014.
28. Hamid NAA, Thamrin R, Ibrahim A, Hamid HA, Salleh N, Jamellodin Z, et al. Shear Strength Prediction for Concrete Beams Reinforced with GFRP Bars. *MATEC Web of Conferences*. 2017; 103.
29. Khaled Mohamed ASF, Brahim Benmokrane. Strut Efficiency-Based Design for Concrete Deep Beams Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. *ACI Structural Journal*. 2016; 113(4): 791-800.
30. Abed F, El-Chabib H, AlHamaydeh M. Shear characteristics of GFRP-reinforced concrete deep beams without web reinforcement. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 2012; 31: 1063-1073.
31. Thomas J, Ramadass S. Improved empirical model for the strut efficiency factor and the stiffness degradation coefficient for the strength and the deflection prediction of FRP RC deep beams. *Structures*. 2021; 29: 2044-2066.
32. Abed F, El Refai A, Abdalla S. Experimental and finite element investigation of the shear performance of BFRP-RC short beams. *Structures*. 2019; 20: 689-701.
33. Borra S, Di Ciaccio A. Measuring the prediction error. A comparison of cross-validation, bootstrap and covariance penalty methods. *Computational Statistics & Data Analysis*. 2010; 54(12): 2976-2989.
34. Ismail K, Guadagnini M, Pilakoutas K. Strut-and-Tie Modeling of Reinforced Concrete Deep Beams. *Journal of Structural Engineering (United States)*. 2018; 144(2).