

การคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟท์ที่เหมาะสมภายในคลังสินค้า

โดยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีแถวคอย

The Calculation of the Number of Forklift Trucks in a Warehouse
Using Queueing Theory

พริพัฒน์ แก้วพิลา (Phiraphat Kaewpila)* กฤติพัฒน์ ชื่นพิทยาวัณ (Krittapat Chuenphitthayavut)**

ธนาวรรณ นิชะโมสถ (Thanawath Niyamosoth)^{1***}

(Received: March 17, 2025; Revised: September 11, 2025; Accepted: September 11, 2025)

บทคัดย่อ

งานวิจัยชิ้นนี้เป็นการประยุกต์ใช้ทฤษฎีแถวคอยในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟท์ที่เหมาะสมที่ต้องใช้ภายในคลังสินค้าฝั่งขาเข้าของบริษัทเครื่องดื่มแห่งหนึ่งทางภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทย โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้ผลรวมของต้นทุนการให้บริการและต้นทุนการรอคอยต่อวันมีค่าต่ำที่สุด จากการวิเคราะห์ปัญหาพบว่าแบบจำลองแถวคอยที่เหมาะสมเป็นแบบ M/M/k โดยฟังก์ชันเป้าหมายที่พัฒนาขึ้นมีลักษณะเป็น convex function ซึ่งสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดชนิด global minimum ได้โดยการจำลองเชิงตัวเลข

ABSTRACT

This research applies queueing theory to develop a mathematical model for determining the optimal number of forklifts in a warehouse. The case study is the inbound side of a beverage company in northeastern Thailand. The objective is to minimize the total cost per day, consisting of service cost and waiting cost. The analysis reveals that the appropriate queueing model is M/M/k. Additionally, the developed objective function is a convex function, where the global minimum can be obtained through numerical simulation.

คำสำคัญ: คลังสินค้า, รถฟอร์คลิฟท์, ทฤษฎีแถวคอย**Keywords:** Warehouse, Forklift truck, Queueing theory¹Corresponding author: thanani@kku.ac.th

*นักศึกษา หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมการจัดการอุตสาหกรรมและโลจิสติกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

Student, Master of Engineering Program in Industrial and Logistics Engineering Management, Graduate School,
Khon Kaen University

**อาจารย์ สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

Lecturer, Behavioral Science Research Institute, Srinakharinwirot University

***ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Khon Kaen University

บทนำ

คลังสินค้า (warehouse) จัดเป็นองค์ประกอบที่สำคัญยิ่งในระบบห่วงโซ่อุปทาน โดยจะเข้าไปมีส่วนร่วมในขั้นตอนต่างๆ ตั้งแต่การจัดหาวัตถุดิบ การผลิต การจัดเก็บและการกระจายสินค้าไปยังลูกค้า โดยกิจกรรมหลักในคลังสินค้าจะประกอบด้วย การรับเข้า (receiving) การนำสินค้าไปจัดเก็บ (put-away) การจัดเก็บ (storage) การหยิบสินค้า (picking) การเติมเต็มสินค้า (replenishment) และการจัดส่ง (dispatching) [1]

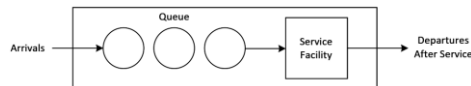
โดยทั่วไปแล้วระบบการจัดเก็บ (storage systems) ในคลังสินค้าอาจสามารถแบ่งได้เป็นแบบระบบการจัดเก็บแบบดั้งเดิม (traditional storage systems) และระบบการจัดเก็บแบบอัตโนมัติ (automated storage and retrieval systems, AS/RS) ซึ่งถึงแม้ว่าปัจจุบันจะมีการนำระบบการจัดเก็บแบบอัตโนมัติมาใช้อย่างแพร่หลาย แต่หากเทียบเป็นสัดส่วนแล้วพบว่ายังน้อยมากเมื่อเทียบกับระบบการจัดเก็บแบบดั้งเดิมและมักจะใช้ในขอบเขตที่ค่อนข้างจำกัด [2] โดยรูปแบบการจัดเก็บที่พบมากที่สุดในระบบการจัดเก็บแบบดั้งเดิมคือ การวางพาเลทซ้อนกันโดยไม่มีชั้นวาง (block stacking) และระบบชั้นวางแบบความลึกเดี่ยว (single-deep racking systems) ซึ่งอุปกรณ์ขนถ่ายพาเลทที่นิยมใช้ในรูปแบบการจัดเก็บทั้งสองประเภทนี้คือ รถฟอร์คลิฟท์ชนิด counterbalance ซึ่งเป็นรถฟอร์คลิฟท์ที่มีกะบะพบบ่อยที่สุดในคลังสินค้าโดยทั่วไป โดยรถฟอร์คลิฟท์ชนิดนี้จะทำงานได้ค่อนข้างอเนกประสงค์ ทั้งฝั่งขาเข้า (inbound) ในกิจกรรมการรับเข้าและการนำสินค้าไปจัดเก็บ และฝั่งขาออก (outbound) ในกิจกรรมการหยิบสินค้าและการโหลดสินค้าขึ้นรถบรรทุกเพื่อการจัดส่ง และยังสามารถทำงานนอกคลังสินค้าได้อีกด้วย

โดยทั่วไปแล้วรถฟอร์คลิฟท์ชนิดดังกล่าวมักมีราคาที่สูงมาก การลงทุนในสินทรัพย์ประเภทนี้จึงต้องพิจารณาอย่างรอบคอบ ดังนั้น หนึ่งในคำถามที่สำคัญคือ คลังสินค้าควรมีอุปกรณ์ขนถ่ายชนิดนี้เป็นจำนวนเท่าใดจึงจะเหมาะสม กล่าวคือหากมีจำนวนน้อยเกินไปก็อาจส่งผลให้เกิดความล่าช้าในการทำงาน ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อความสามารถในการตอบสนองความต้องการของลูกค้า แต่หากมีจำนวนมากเกินไป ก็อาจทำให้เกิดการเพิ่มขึ้นของเงินลงทุนและต้นทุนการให้บริการโดยไม่จำเป็น ดังนั้น งานวิจัยชิ้นนี้จึงได้นำเสนอวิธีการคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟท์ที่เหมาะสมที่ต้องใช้ภายในคลังสินค้าโดยการประยุกต์ใช้แบบจำลองแถวคอย (queuing model) ในการคำนวณ โดยมีคลังสินค้าฝั่งขาเข้าของคลังสินค้าของบริษัทเครื่องดื่มแห่งหนึ่งในภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทย ที่มีรูปแบบการจัดเก็บเป็นแบบ block stacking เป็นกรณีศึกษา โดยมีจุดประสงค์เพื่อคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟท์ที่เหมาะสมที่ทำให้ผลรวมของต้นทุนการให้บริการและต้นทุนการรอคอยต่อวันมีค่าต่ำที่สุด โดยการแก้ไขปัญหานั้นจะใช้วิธีการจำลองเชิงตัวเลข (numerical simulation)

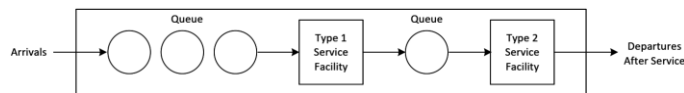
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีหลักที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ ทฤษฎีแถวคอย (queuing theory) ซึ่งเป็นเทคนิคการวิเคราะห์เชิงปริมาณที่ถูกนำไปประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลายในภาคธุรกิจมาเป็นเวลาช้านาน โดย แถวคอย (queues หรือ waiting lines) สามารถพบเห็นได้ทั่วไปในชีวิตประจำวัน เช่น ผู้คนที่รอซื้อสินค้าในร้านสะดวกซื้อ รถยนต์ที่รอเติมน้ำมัน ณ สถานีบริการ ลูกค้าที่รอฝาก-ถอนเงินที่ธนาคาร ลูกค้าที่รอสายเพื่อรับบริการทางโทรศัพท์จากพนักงาน เครื่องจักรที่รอการซ่อมแซม รถบรรทุกที่รอการขนสินค้าลงจากรถ (unloading) หรือ เครื่องบินที่รอการบินขึ้นจากท่า (take off) เป็นต้น [3] โดยองค์ประกอบหลักของระบบแถวคอย (queuing system) จะประกอบด้วยสามส่วน ได้แก่ 1. การมาถึง (arrivals) 2. ช่องบริการ (service facilities) และ 3. แถวคอย โดยรูปแบบพื้นฐานของระบบแถวคอยจะมี 4 รูปแบบได้แก่ แบบที่ 1 แบบช่องบริการเดียวและขั้นตอนเดียว (single-channel, single-phase system) โดยระบบแถวคอยชนิดนี้ลูกค้าจะเข้ามารอที่แถวคอยเพื่อรับการบริการจากช่องบริการซึ่งมีเพียงช่องเดียว โดยการให้บริการจะเป็นไปตามลำดับแบบเข้าก่อนออกก่อน (first-in, first-out หรือ FIFO) โดยลูกค้าจะรอคอยในแถวคอยไปเรื่อยๆ จนกว่าจะถึงลำดับของตนเองก็จะเข้าไปรับการบริการ และเมื่อได้รับการบริการเรียบร้อยแล้วก็จะออกไปจาก

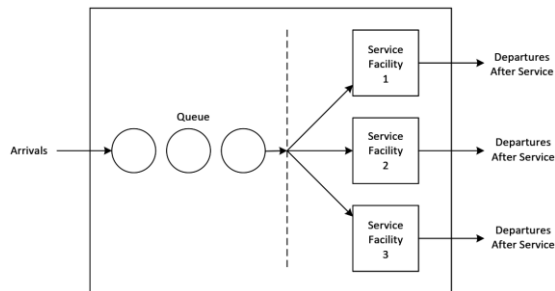
ระบบทันทีโดยไม่มีขั้นตอนอื่นๆที่ต้องรับบริการอีก ดังแสดงในภาพที่ 1 แบบที่ 2 แบบช่องบริการเดียวและหลายขั้นตอน (single-channel, multi-phase system) โดยระบบแถวคอยชนิดนี้จะคล้ายกับแบบที่ 1 คือ ลูกค้าเข้ามาได้รับการบริการที่แถวคอยตามลำดับแบบ FIFO และเมื่อได้รับการบริการเรียบร้อยแล้วจะยังไม่ออกไปจากระบบ แต่จะต้องเข้าไปแถวคอยอีกแถวหนึ่งเพื่อรับบริการในขั้นตอนถัดไปตามลำดับแบบ FIFO จนกว่าจะครบทุกขั้นตอนการบริการก่อนจึงจะออกจากระบบได้ โดยในแต่ละขั้นตอนการบริการจะมีช่องบริการเพียงช่องเดียว ดังแสดงในภาพที่ 2 แบบที่ 3 แบบหลายช่องบริการและขั้นตอนเดียว (multi-channel, single-phase system) ในระบบแถวคอยชนิดนี้ ลูกค้าจะเข้ามาที่แถวคอยเพื่อรอรับการบริการจากช่องบริการซึ่งมีมากกว่าหนึ่งช่องตามลำดับแบบ FIFO และเมื่อถึงลำดับของตน ลูกค้าสามารถเลือกรับการบริการจากช่องบริการใดก็ได้ที่ว่างอยู่ และเมื่อได้รับการบริการเรียบร้อยแล้วก็จะออกไปจากระบบทันที ดังแสดงในภาพที่ 3 แบบที่ 4 แบบหลายช่องบริการและหลายขั้นตอน (multi-channel, multi-phase system) ระบบแถวคอยชนิดนี้จะคล้ายกับแบบที่ 3 ยกเว้นเมื่อลูกค้าได้รับการบริการจากช่องบริการในขั้นตอนแรกเรียบร้อยแล้วจะยังไม่ออกจากระบบทันที หากแต่ต้องไปรับบริการในขั้นตอนลำดับถัดๆ ไปจนครบทุกขั้นตอนก่อนจึงจะสามารถออกจากระบบได้ โดยในแต่ละขั้นตอนจะมีช่องบริการมากกว่าหนึ่งช่อง และลูกค้าสามารถเลือกรับการบริการจากช่องบริการใดก็ได้ที่ว่างอยู่ ดังแสดงในภาพที่ 4 [3]



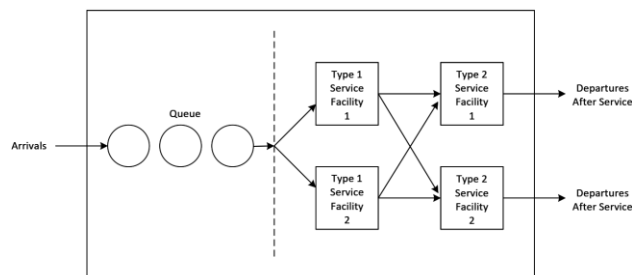
ภาพที่ 1 ระบบแถวคอยแบบ Single-Channel, Single-Phase System



ภาพที่ 2 ระบบแถวคอยแบบ Single-Channel, Multi-Phase System



ภาพที่ 3 ระบบแถวคอยแบบ Multi-Channel, Single-Phase System



ภาพที่ 4 ระบบแถวคอยแบบ Multi-Channel, Multi-Phase System

นอกจากลักษณะรูปร่างของระบบแถวคอยแล้ว ในการวิเคราะห์ปัญหา เราจำเป็นต้องทราบรูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็นของการมาถึง (arrival distribution) และการแจกแจงความน่าจะเป็นของเวลาการให้บริการ (service time distribution) ด้วย เพื่อที่จะทราบถึงแบบจำลองแถวคอยที่เหมาะสมที่จะใช้ในการวิเคราะห์ ซึ่งในทฤษฎีแถวคอย เราจะใช้สัญลักษณ์สามตัวที่เรียกว่า สัญลักษณ์ Kendall (Kendall notation) ในการเรียกชื่อแบบจำลองแถวคอยประเภท single-phase system โดยมีรูปแบบคือ การแจกแจงของการมาถึง/การแจกแจงของเวลาการให้บริการ/จำนวนช่องให้บริการ โดยมักจะใช้อักษรภาษาอังกฤษสามตัวในการกำหนดการแจกแจง ดังนี้ [3]

M = การแจกแจงของการมาถึงเป็นแบบ Poisson หรือการแจกแจงของเวลาการให้บริการเป็นแบบ exponential

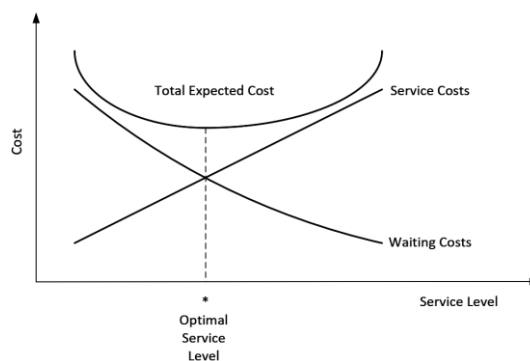
D = อัตราคงที่ (deterministic)

G = การแจกแจงแบบทั่วไปที่ทราบค่าคาดหวังและความแปรปรวน

ยกตัวอย่างเช่น แบบจำลองแถวคอยแบบ M/M/1 หมายถึง แบบจำลองที่ การมาถึง (arrival) มีการแจกแจงเป็นแบบ Poisson เวลาการให้บริการ (service time) มีการแจกแจงแบบ exponential และมีช่องให้บริการเพียงช่องเดียว หรือแบบจำลองแถวคอยแบบ M/M/2 ก็จะมีเหมือนกับแบบจำลองแถวคอยแบบ M/M/1 ทุกประการ ยกเว้นมีช่องให้บริการ 2 ช่อง เป็นต้น สำหรับแบบจำลองแถวคอยประเภท multi-phase system จะไม่มีรูปแบบสัญลักษณ์ Kendall ที่ตายตัว แต่มักจะเขียนแต่ละ phase แยกกัน โดยแต่ละ phase จะใช้สัญลักษณ์ Kendall ในลักษณะเดียวกันกับกรณี single-phase system ตามที่ได้กล่าวไปข้างต้น

สำหรับงานวิจัยนี้ เราจะทำการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็นของทั้งการมาถึงและเวลาการให้บริการก่อนจึงจะทำการเลือกแบบจำลองแถวคอยที่ใช้ในการวิเคราะห์ ซึ่งการทดสอบจะใช้เครื่องมือ Input Analyzer ในโปรแกรม Arena Simulation ซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป

โดยส่วนใหญ่แล้วปัญหาของระบบแถวคอยจะเกี่ยวข้องกับการคำนวณหาระดับการให้บริการ (service level) ที่เหมาะสมในรูปของจำนวนช่องบริการที่ต้องจัดหา เช่น ซูเปอร์มาร์เก็ตต้องตัดสินใจว่าจะเปิดช่องแคชเชียร์กี่ช่อง ปิมน้ำมันต้องตัดสินใจว่าจะมีหัวจ่ายน้ำมันกี่หัวและจะมีพนักงานปฏิบัติงานกี่คน โรงงานผลิตต้องกำหนดจำนวนช่างซ่อมบำรุงที่เหมาะสมในแต่ละกะเพื่อซ่อมเครื่องจักรที่เสีย ธนาคารต้องตัดสินใจว่าจะเปิดช่องบริการของพนักงานรับฝาก-ถอนเงินกี่ช่อง เพื่อให้บริการลูกค้าในแต่ละช่วงเวลาของวัน เป็นต้น ซึ่งในหลายๆกรณี ระดับการให้บริการนี้เป็นทางเลือกที่ฝ่ายบริหารสามารถควบคุมได้ เช่น บริษัทสามารถกำหนดให้มีจำนวนช่องบริการและพนักงานที่ปฏิบัติงานเป็นจำนวนมากได้ เพื่อการบริการลูกค้าที่เป็นไปอย่างรวดเร็วและมีระยะเวลาในการรอคอยต่ำ เพื่อสร้างความพึงพอใจในระดับสูงให้แก่ลูกค้า (นั่นคือมีระดับการให้บริการอยู่ในระดับสูง) อย่างไรก็ตามการทำเช่นนี้มักจะก่อให้เกิดต้นทุนการให้บริการ (service costs) ที่สูงมาก ในทางตรงกันข้าม บริษัทอาจเลือกเปิดจำนวนช่องบริการให้น้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ เช่น อาจเลือกเปิดจำนวนช่องแคชเชียร์ หัวจ่ายน้ำมัน หรือช่องบริการของพนักงานรับฝาก-ถอนเงิน ให้น้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ ซึ่งการทำเช่นนี้จะทำให้ต้นทุนการให้บริการลดลงเป็นอย่างมาก แต่มักจะก่อให้เกิดต้นทุนการรอคอย (waiting costs) ในระดับสูงขึ้นแทน เนื่องจากลูกค้าอาจไม่พอใจที่ต้องรอคอยการรับบริการเป็นเวลานาน ดังนั้น หนึ่งในปัญหาสำคัญของระบบแถวคอยคือการคำนวณหาจำนวนช่องบริการที่เหมาะสมที่ทำให้ระดับการให้บริการอยู่ในระดับที่เหมาะสม (optimal service level) กล่าวคือ เป็นระดับการให้บริการที่ทำให้ค่าคาดหวังของต้นทุนรวม (total expected cost) ซึ่งเป็นผลรวมของต้นทุนการให้บริการและต้นทุนการรอคอย มีค่าต่ำที่สุด ดังแสดงในภาพที่ 5 [3]



ภาพที่ 5 ต้นทุนในระบบแถวคอยและระดับการให้บริการ

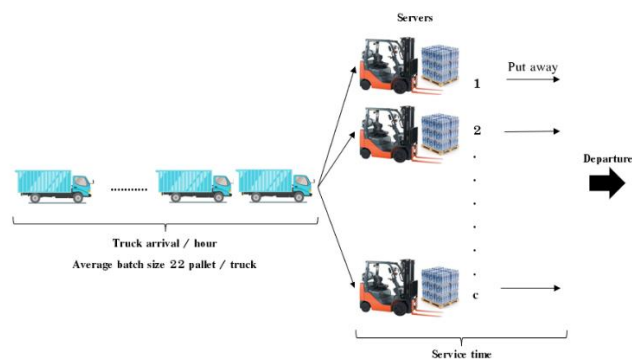
ในส่วนของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีดังต่อไปนี้ Richards [2] ได้นำเสนอการคำนวณหาจำนวนรถชนิดต่างๆที่ต้องใช้ในคลังสินค้าด้วยวิธีการง่ายๆ โดยหารจำนวนชั่วโมงการทำงานที่ต้องการในแต่ละกะด้วยจำนวนชั่วโมงการทำงานสูงสุดที่รถแต่ละคันทำงานได้ต่อกะ วิธีการที่ซับซ้อนขึ้นได้ถูกนำเสนอโดย Šaderová, Marasová, และ Galliková [4] โดยมีการแยกรอบเวลาการทำงาน (cycle time) ของรถฟอร์คลิฟท์ออกเป็นกิจกรรมย่อยๆและคำนวณจำนวนรถที่ต้องใช้โดยคำนึงถึงประสิทธิภาพในการขนถ่ายด้วย Masek, Camaj, และ Nedeliakova [5] ได้นำเสนอแนวคิดในภาพรวมในการประยุกต์ใช้ทฤษฎีแถวคอยกับงานด้านคลังสินค้า Schleyer และ Furmans [6] ได้นำเสนอวิธีการหาการแจกแจงของเวลารอคอย (waiting time distribution) สำหรับสินค้าที่เข้ามาเป็นกลุ่ม (batch arrivals) สำหรับแบบจำลองแถวคอยชนิด G/G/1 Alnahhal และ Ahrens [7] ซึ่งได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองแถวคอยชนิด M/M/k ในการคำนวณหาจำนวนคนขับรถฟอร์คลิฟท์ที่ต้องใช้ภายในโรงงานอุตสาหกรรม โดยใช้วิธีการจำลองสถานการณ์ (simulation) ในการแก้ปัญหา Sysoiev และ Kushneruk [8] ได้ประยุกต์ใช้ทฤษฎีแถวคอยในการพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟท์ที่เหมาะสมภายในศูนย์กระจายสินค้าและได้นำเสนอวิธีการเชิงฮิวริสติก (heuristic method) ในการแก้ปัญหาดังกล่าว

สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้ จะเป็นการประยุกต์ใช้แบบจำลองแถวคอยในการคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟท์ที่เหมาะสมที่ทำให้ผลรวมของต้นทุนการให้บริการและต้นทุนการรอคอยต่อวันมีค่าต่ำที่สุด โดยมีกรณีศึกษาเป็นคลังสินค้าฝั่งขาเข้าของคลังสินค้าของบริษัทเครื่องดื่มแห่งหนึ่งในภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทย โดยการแก้ไขปัญหาคงจะใช้วิธีการจำลองเชิงตัวเลข

วิธีการวิจัย

1. แนวคิดของปัญหา

จากการศึกษาปัญหาของคลังสินค้ากรณีศึกษาพบว่า ในฝั่งขาเข้าจะมีรถบรรทุกขนสินค้ามาเต็มคันรถ จำนวน 22 พาเลทต่อคันเข้ามาทางประตูฝั่งขาเข้าซึ่งมีเพียงประตูเดียว หลังจากนั้นรถฟอร์คลิฟท์จะทำการยกสินค้าลงจากรถบรรทุกทีละคันตามลำดับการมาถึงแบบเข้าก่อนออกก่อน (FIFO) เพื่อนำไปจัดเก็บในตำแหน่งจัดเก็บที่จัดเตรียมไว้ โดยในการยกสินค้าลงจากรถบรรทุกและการนำสินค้าไปจัดเก็บในตำแหน่งจัดเก็บจะกระทำครั้งละ 1 พาเลทเสมอ ดังแสดงในภาพที่ 6

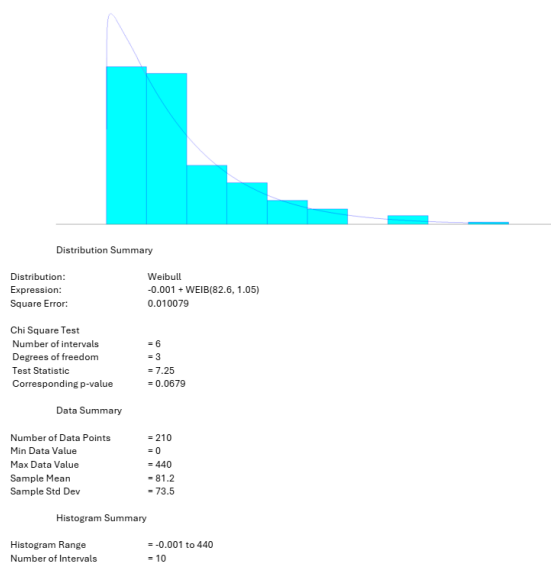


ภาพที่ 6 รูปแบบการทำงานของฝั่งขาเข้าของคลังสินค้ากรณีศึกษา

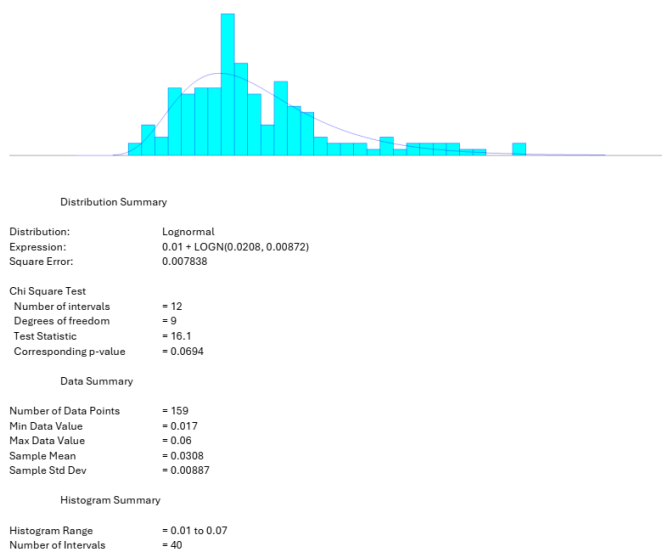
ซึ่งปัญหาที่พบในการทำงานของฝั่งขาเข้าของคลังสินค้ากรณีศึกษาคือ ในกรณีที่รถบรรทุกทุกเข้ามาพร้อมๆกัน หลายคันจะทำให้เกิดการรอคอยเป็นเวลานาน เนื่องจากการทำงานเป็นแบบ FIFO ดังนั้นรถบรรทุกคันที่มาถึงหลังจะต้องรอให้รถบรรทุกคันหน้าได้รับบริการเสร็จเสียก่อนจึงจะสามารถขนสินค้าลงจากรถคันของตนได้ ซึ่งการรอกอียดังกล่าว ก่อให้เกิดต้นทุนในการรอคอยเป็นอย่างมาก อย่างไรก็ตามหากมีจำนวนรถฟอร์คลิฟท์ที่มากเกินไปก็ต้องใช้เงินลงทุนที่สูง และอาจส่งผลต่อต้นทุนการให้บริการที่เพิ่มขึ้น เช่น ต้องจ้างคนขับรถฟอร์คลิฟท์เพิ่มขึ้น รวมถึงความเสี่ยงที่รถฟอร์คลิฟท์ จะใช้งานได้อย่างไม่คุ้มค่า เกิดเป็นความสูญเปล่าด้านทรัพยากร ซึ่งจากการศึกษาพบว่าลักษณะการทำงานในภาพที่ 6 มีรูปแบบเหมือนกับระบบแถวคอยชนิด multi-channel, single-phase system (ภาพที่ 3) ซึ่งระบบแถวคอยชนิดนี้ ลูกค้าที่เข้ามาใช้บริการจะเข้ามารอในแถวคอย (queue) เพื่อรอรับบริการจากช่องบริการ (service facilities) ช่องใดก็ได้ที่ว่างอยู่ และเมื่อได้รับบริการเสร็จแล้วก็จะออกจากระบบไป โดยการรับบริการจะเป็นไปตามลำดับแบบ FIFO ดังนั้น ในงานวิจัยนี้ จะใช้แบบจำลองระบบแถวคอยชนิดดังกล่าวในการวิเคราะห์ปัญหา โดยจะเริ่มจากการทำการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็นของการมาถึง (arrival distribution) และการแจกแจงความน่าจะเป็นของเวลาการให้บริการ (service time distribution) โดยใช้เครื่องมือ Input Analyzer ในโปรแกรม Arena Simulation หลังจากนั้นจะทำการเลือกแบบจำลองแถวคอยที่ใช้ในการวิเคราะห์ตามสัญลักษณ์ Kendall และในขั้นตอนสุดท้ายจะเป็นการสร้างแบบจำลองเพื่อคำนวณต้นทุนรวมของระบบแถวคอยและคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟท์ที่เหมาะสมที่ทำให้ต้นทุนรวมดังกล่าวมีค่าต่ำที่สุด ดังแสดงในหัวข้อถัดไป

2. การทดสอบการแจกแจงทางความน่าจะเป็น

ในการทดสอบการแจกแจงการมาถึง เราจะทำการนับจำนวนพาเลทที่เข้ามาในแต่ละชั่วโมงระหว่างเวลา 07.00 a.m. ถึง 17.00 p.m. โดยพิจารณาจากจำนวนรถบรรทุกที่ขนส่งสินค้าเต็มคันรถจำนวน 22 พาเลท/คัน ที่เข้ามาในช่วงเวลาดังกล่าวเป็นเวลา 15 วัน คิดเป็นจำนวนข้อมูลเท่ากับ 210 ข้อมูล และป้อนลงในเครื่องมือ Input Analyzer ในโปรแกรม Arena Simulation สำหรับการทดสอบการแจกแจงของเวลาการให้บริการ เราจะทำการเก็บข้อมูลเวลาการทำงานต่อรอบของรถฟอร์คลิฟท์แต่ละคัน โดยเริ่มตั้งแต่การยกสินค้าลงจากรถบรรทุกขาเข้าไปจนถึงนำสินค้าไปจัดเก็บในช่องจัดเก็บ โดยทำการเก็บข้อมูลตั้งแต่ 07.00 a.m. ไปจนถึง 17.00 p.m. จำนวน 159 ข้อมูล และป้อนลงในเครื่องมือ Input Analyzer ในโปรแกรม Arena Simulation โดยใช้การทดสอบแบบ Chi Square Test (เนื่องจากข้อมูลที่น่ามาทดสอบมีมากกว่า 50 ข้อมูล) ซึ่งผลการทดสอบสามารถแสดงได้ตามภาพที่ 7 และภาพที่ 8 ตามลำดับ



ภาพที่ 7 ผลการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็นของการมาถึงของพาเลทสินค้า



ภาพที่ 8 ผลการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็นของเวลาในการให้บริการของรถฟอร์คลิฟท์

จากผลการทดสอบตามภาพที่ 7 สามารถสรุปได้ว่า การแจกแจงความน่าจะเป็นของการมาถึงของพาเลทสินค้าเป็นแบบ Weibull ที่มีค่าพารามิเตอร์สเกล (scale parameter) $\theta = 82.6$ และมีค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (shape parameter) $\beta = 1.05$ โดยเราสามารถนำค่าพารามิเตอร์ทั้งสองตัวมาใช้ในการหาค่าคาดหวังของจำนวนสินค้าที่เข้ามาต่อชั่วโมง λ ได้จากสมการต่อไปนี้ [9]

$$\lambda = \theta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right), \quad (1)$$

โดย $\Gamma(x)$ คือแกมมาฟังก์ชัน (gamma function) ซึ่งเป็นฟังก์ชันทางความน่าจะเป็นที่มีความซับซ้อนสูง อย่างไรก็ตามเราสามารถคำนวณค่าของฟังก์ชันดังกล่าวได้โดยง่าย โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเช่น MATLAB หรือ Mathematica เป็น

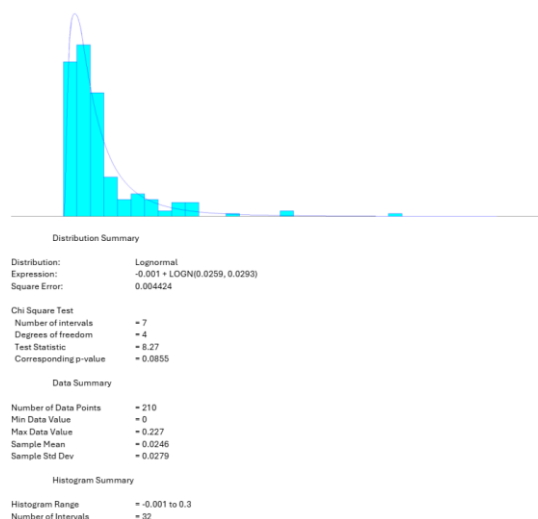
ต้น โดยเมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ทั้งสองลงในสมการที่ (1) แล้วจะได้ค่าคาดหวังของจำนวนสินค้าที่เข้ามาต่อชั่วโมง $\lambda = 81.0135$ พาเลท/ชม.

สำหรับความแปรปรวนของการแจกแจงความน่าจะเป็นของการมาถึงก็สามารถหาได้เช่นกัน โดยแทนค่า θ และ β ลงในสมการต่อไปนี้ [9]

$$\sigma_{\text{Arrivals}}^2 = \theta^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \right\}. \quad (2)$$

ในส่วนของการแจกแจงความน่าจะเป็นของเวลาในการให้บริการของรถฟอร์คลิฟท์ จากภาพที่ 8 พบว่า เวลาในการให้บริการของรถฟอร์คลิฟท์ที่มีการแจกแจงแบบ Lognormal ที่มีพารามิเตอร์สองตัวคือ $\mu_{\text{ServTime}} = 0.0208$ และ $\sigma_{\text{ServTime}} = 0.00872$ โดยสำหรับการแจกแจงแบบ Lognormal ค่าพารามิเตอร์ μ_{ServTime} และ σ_{ServTime} ที่ได้จากการวิเคราะห์โดย Input Analyzer จะเป็นค่าคาดหวังและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ของการแจกแจงตามลำดับ ดังนั้น ค่าคาดหวังของระยะเวลาการให้บริการของรถฟอร์คลิฟท์จึงมีค่าเท่ากับ $\mu_{\text{ServTime}} = 0.0208$ ชั่วโมง/พาเลท ซึ่งสามารถนำมาหาค่าเฉลี่ยของอัตราการให้บริการของรถฟอร์คลิฟท์ μ ได้จาก $\mu = 1 / \mu_{\text{ServTime}} = 1/0.0208 = 48.0769$ พาเลท/ชม. โดยมีความแปรปรวน $\sigma_{\text{ServTime}}^2 = 0.00872^2 \approx 0$

จากการทดสอบข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าปัญหาระบบแถวคอยของคลังสินค้ากรณีศึกษา มีลักษณะแบบจำลองเป็นแบบ G/G/k กล่าวคือ การมาถึงของพาเลทมีการแจกแจงแบบทั่วไป (G) ที่ทราบค่าความคาดหวังและความแปรปรวน เวลาในการให้บริการของรถฟอร์คลิฟท์มีการแจกแจงแบบทั่วไป (G) ที่ทราบค่าความคาดหวังและความแปรปรวน (G) และมีจำนวนช่องให้บริการเท่ากับ k ซึ่งแบบจำลองระบบแถวคอยชนิด G/G/k นี้ถือเป็นแบบจำลองที่มีความซับซ้อนสูงมาก ซึ่งในการวิเคราะห์ระบบแถวคอยชนิดนี้ นอกจากต้องทราบการแจกแจงของการมาถึงของพาเลทและเวลาในการให้บริการแล้ว ยังจำเป็นต้องทราบค่าความแปรปรวน (variance) ของระยะเวลาการมาถึงของพาเลท (interarrival time) อีกด้วย ซึ่งผลการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็นของระยะเวลาการมาถึงของพาเลทโดย Input Analyzer จำนวน 210 ข้อมูล สามารถแสดงได้ดังภาพที่ 9



ภาพที่ 9 ผลการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็นของระยะเวลาการมาถึงของพาเลท

จากภาพที่ 9 พบว่าระยะเวลาการมาถึงของพาเลทมีการแจกแจงแบบ Lognormal ด้วยค่าคาดหวัง $\mu_{\text{IntArrivTime}} = 0.0259$ ชม./พาเลท และความแปรปรวน $\sigma_{\text{IntArrivTime}}^2 = 0.0293^2 \approx 0$

จากการวิเคราะห์ข้างต้นพบว่า แบบจำลองระบบแถวคอยในงานวิจัยนี้เป็นชนิด $G/G/k$ ที่มีค่าความแปรปรวนทั้ง $\sigma_{\text{ServTime}}^2$ และ $\sigma_{\text{IntArrivTime}}^2$ เข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งในกรณีเช่นนี้แบบจำลองระบบแถวคอยชนิด $G/G/k$ จะลดรูปลงกลายเป็นชนิด $M/M/k$ [10] ซึ่งเป็นแบบจำลองระบบแถวคอยที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าแบบ $G/G/k$ กล่าวคือ การมาถึงของพาเลทจะมีการแจกแจงแบบ Poisson ด้วยค่าคาดหวัง $\lambda = 81.0135$ พาเลท/ชม. การแจกแจงเวลาในการให้บริการจะเป็นแบบ exponential โดยมีอัตราการให้บริการเฉลี่ย $\mu = 48.0769$ พาเลท/ชม. และมีจำนวนช่องบริการเท่ากับ k ช่อง

ในส่วนถัดไปจะเป็นการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อคำนวณหาต้นทุนรวมของระบบแถวคอยของคลังสินค้ากรณีศึกษา โดยใช้แบบจำลองระบบแถวคอยชนิด $M/M/k$ เป็นต้นแบบในการพัฒนา

3. การสร้างแบบจำลองเพื่อคำนวณต้นทุนรวมของระบบแถวคอย

ต้นทุนรวม (total cost) ในระบบแถวคอยจะประกอบด้วยสองส่วนหลักคือ (i) ต้นทุนในการให้บริการ (service cost) และ (ii) ต้นทุนในการรอคอย (waiting cost) โดยสมการต้นทุนรวมของระบบแถวคอย สามารถแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้ [3]

$$\text{Total cost} = kC_s + \lambda W_q C_w, \quad (3)$$

โดย k = จำนวนช่องบริการ, C_s = ต้นทุนการให้บริการ (เช่น ค่าแรง) ของแต่ละช่องบริการ, λ = ค่าคาดหวังของจำนวนพาเลทที่เข้ามาต่อชั่วโมง, W_q = เวลารอคอยเฉลี่ยที่สินค้าแต่ละพาเลทต้องรอก่อนได้รับบริการ, และ C_w = ต้นทุนการรอคอยต่อหน่วยเวลา

สำหรับแบบจำลองแบบ $M/M/k$ เราสามารถคำนวณหา W_q ได้จากสมการต่อไปนี้ [10]

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}, \quad (4)$$

โดย L_q คือ ความยาวของแถวคอยโดยเฉลี่ย (พาเลท) ซึ่งสามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$L_q = \frac{\rho^{k+1}}{(k-1)!(k-\rho)^2} P_0, \quad (5)$$

โดย $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ คือ % การใช้ประโยชน์ (utilization) ของระบบแถวคอย ซึ่งคำนวณจากความน่าจะเป็นที่ช่องให้บริการกำลังถูกใช้งาน [3] นอกจากนี้ สำหรับระบบแถวคอยแบบ $M/M/k$ เงื่อนไข $\frac{\rho}{k} < 1$ จะต้องเป็นจริงเสมอ ส่วน P_0 หมายถึง % ของเวลาว่าง (idle time) ซึ่งคำนวณจากความน่าจะเป็นที่จะไม่มีลูกค้าอยู่ในระบบเลย ดังสมการต่อไปนี้ [10]

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{k-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^k}{k!(1-\frac{\rho}{k})} \right\}^{-1}, \frac{\rho}{k} < 1. \quad (6)$$

หลังจากที่แทนค่าต่างๆข้างต้นลงในสมการที่ (3) เราก็จะได้สมการต้นทุนรวม ซึ่งเป็นฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function) ของงานวิจัยนี้ โดยมีตัวแปรตัดสินใจเพียง 1 ตัวคือ จำนวนรถฟอร์คลิฟท์ k ที่ทำให้ต้นทุนรวมในสมการที่ (3) มีค่าต่ำที่สุด โดยลักษณะของปัญหาเป็นชนิดการโปรแกรมไม่เชิงเส้น (nonlinear programming) ที่มีตัวแปรตัดสินใจเป็นจำนวนเต็ม (integer) ซึ่งโดยปกติแล้วปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มีความยากในการคำนวณเป็นอย่างมาก แต่เนื่องจากปัญหาใน

งานวิจัยชิ้นนี้มีตัวแปรตัดสินใจเพียงตัวเดียวและเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น การหาคำตอบจึงสามารถทำได้ง่ายโดยใช้วิธีการจำลองเชิงตัวเลขในการคำนวณหาค่า k ที่เหมาะสม โดยมีผลการคำนวณดังแสดงในหัวข้อถัดไป

ผลการวิจัย

ในการคำนวณต้นทุนรวมของระบบแถวคอย เราต้องทำการกำหนดระยะเวลาที่ใช้ในการวัดต้นทุนดังกล่าวด้วย โดยในงานวิจัยนี้เราจะใช้ต้นทุนรวมต่อวันเป็นฟังก์ชันเป้าหมาย โดยกำหนดให้ 1 วันมีเวลาในการทำงาน 8 ชั่วโมง และมีค่าต่างๆที่ใช้ในการจำลองเชิงตัวเลขดังต่อไปนี้ $C_s = 120$ บาท/คัน/ชม., $\lambda = 81.0135$ พาเลท/ชม., $\mu = 48.0769$ พาเลท/ชม., $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 1.6851$ (ดังนั้น $k \geq 2$), $C_w = 230$ บาท/ชม. สำหรับค่า P_0 , L_q และ W_q ณ ค่า k ต่างๆ สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าที่ใช้ทำการทดสอบแบบจำลอง (เพิ่มเติม)

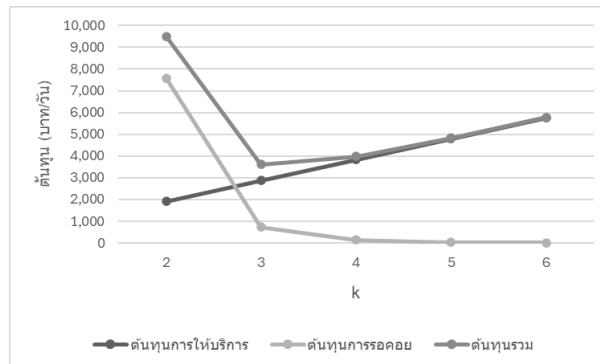
k	P_0	L_q	W_q
2	0.0855	4.1234	0.0509
3	0.1688	0.3936	0.0049
4	0.1824	0.0771	0.0010
5	0.1849	0.0161	0.0002
6	0.1853	0.0032	0.0000

จากค่าทดสอบข้างต้น เราสามารถนำมาคำนวณหาต้นทุนรวมต่อวันของระบบแถวคอยได้จากสมการที่ (3) โดยต้นทุนรวมดังกล่าวจะประกอบด้วยสองส่วนคือ ต้นทุนการให้บริการ (kC_s) และต้นทุนการรอคอย ($\lambda W_q C_w$) โดยคิดที่เวลาทำงาน 8 ชม./วัน จะได้ผลการจำลองเชิงตัวเลขดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ต้นทุนของระบบแถวคอยของคลังสินค้ากรณีศึกษา (บาท/วัน)

k	ต้นทุนการให้บริการ (kC_s)	ต้นทุนการรอคอย ($\lambda W_q C_w$)	ต้นทุนรวม
2	1,920.00	7,587.05	9,507.05
3	2,880.00	724.21	3,604.21
4	3,840.00	141.81	3,981.81
5	4,800.00	29.53	4,829.53
6	5,760.00	5.89	5,765.89

จากผลการทดสอบเชิงตัวเลขในตารางที่ 2 สามารถสรุปได้ว่าคลังสินค้าฝั่งขาเข้าของบริษัทกรณีศึกษาควรใช้รถฟอร์คลิฟต์จำนวน 3 คัน จึงจะทำให้ต้นทุนรวมมีค่าต่ำที่สุดเท่ากับ 3,604.21 บาท/วัน. การเพิ่มขึ้นหรือลดลงของจำนวนล้นมีผลทำให้ต้นทุนรวมต่อวันมีค่าสูงขึ้น โดยหากใช้จำนวนรถฟอร์คลิฟต์น้อยกว่า 3 คัน แม้จะมีต้นทุนการให้บริการที่ต่ำกว่า แต่ก็จะทำให้ต้นทุนในการรอคอยมีค่าสูงมาก ในทางตรงกันข้ามหากใช้รถฟอร์คลิฟต์มากกว่า 3 คัน แม้จะต้นทุนการรอคอยจะลดลง แต่ต้นทุนในการให้บริการก็จะเพิ่มขึ้นสูงมากเช่นกัน ความสัมพันธ์ของจำนวนรถและต้นทุนต่อวัน สามารถแสดงได้ตามภาพที่ 10



ภาพที่ 10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนต่อวันและจำนวนรถฟอร์คลิฟต์ (k)

จากภาพที่ 10 เราจะพบว่ากราฟของต้นทุนรวมมีลักษณะเป็น discrete convex function ของตัวแปรตัดสินใจ $k \in \mathbb{I}^+$, $k \geq 2$ ดังนั้น ค่าตอบ $k = 3$ ที่ได้จึงเป็นคำตอบที่ดีที่สุดชนิด global minimum โดย เมื่อ $k \rightarrow \infty$ ต้นทุนการรอคอยจะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ และต้นทุนรวมจะเหลือเพียงต้นทุนการให้บริการเท่านั้น อย่างไรก็ตาม เนื่องจากฟังก์ชันต้นทุนรวมมีลักษณะเป็น convex function การเพิ่มจำนวนของ k ให้มากเกินไปกว่าคำตอบที่ดีที่สุดที่คำนวณได้ (ในที่นี้คือ $k = 3$) จึงไม่มีผลทำให้ต้นทุนรวมลดลง ถึงแม้ว่าต้นทุนการรอคอยจะลดลงจนมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ก็ตาม

อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

งานวิจัยชิ้นนี้เป็นการประยุกต์ใช้ทฤษฎีแถวคอยในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟต์ที่เหมาะสมที่ต้องใช้ในคลังสินค้า โดยมีกรณีศึกษาเป็นคลังสินค้าฝั่งขาเข้าของบริษัทเครื่องดื่มแห่งหนึ่งในภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทย ที่มีการจัดวางสินค้าแบบ block stacking จากการศึกษาพบว่าระบบแถวคอยของคลังสินค้ากรณีศึกษาเป็นแบบ M/M/k ฟังก์ชันเป้าหมายในรูปของผลรวมของต้นทุนในการให้บริการและต้นทุนการรอคอยต่อวันได้ถูกพัฒนาขึ้น โดยมีตัวแปรตัดสินใจเพียงตัวเดียวคือจำนวนรถฟอร์คลิฟต์ที่ต้องใช้เพื่อให้ต้นทุนรวมต่อวันดังกล่าวมีค่าต่ำที่สุด ผลการทดสอบเชิงตัวเลขแสดงให้เห็นว่าฟังก์ชันเป้าหมายดังกล่าวมีลักษณะเป็น discrete convex function ซึ่งสามารถคำนวณหาคำตอบที่ดีที่สุดชนิด global minimum ได้โดยง่ายโดยใช้วิธีการจำลองเชิงตัวเลข

ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัยชิ้นนี้สามารถเป็นแนวทางให้คลังสินค้าที่สนใจนำแบบจำลองที่นำเสนอไปประยุกต์ใช้เพื่อคำนวณหาจำนวนรถฟอร์คลิฟต์หรืออุปกรณ์ขนถ่ายสินค้าชนิดอื่นๆที่เหมาะสมเพื่อช่วยลดต้นทุนการดำเนินงานภายในคลังสินค้าได้

เนื่องจากคลังสินค้ากรณีศึกษาในงานวิจัยนี้ค่อนข้างมีรูปแบบที่เรียบง่าย กล่าวคือ มีประตูฝั่งขาเข้าเพียงประตูเดียว การวางสินค้าเป็นแบบวางบนพื้นโดยไม่มีระบบชั้นวางหรือมีการนำระบบจัดเก็บอัตโนมัติ (AS/RS) มาใช้ รวมถึงแบบจำลองที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์เป็นชนิดขั้นตอนเดียว (single-phase system) นั่นคือพิจารณาเฉพาะคลังสินค้าฝั่งขาเข้าเท่านั้น

งานวิจัยนี้จึงสามารถถูกนำไปศึกษาต่อยอดได้ในหลายทาง เช่น อาจจะนำไปใช้ศึกษาคลังสินค้าที่มีระบบแถวคอยที่มีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น คลังสินค้าที่มีหลายประตู (multi-queue system) คลังสินค้าขนาดใหญ่หรืออัตโนมัติ หรือพัฒนาแบบจำลองเป็นแบบหลายขั้นตอน (multi-phase system) โดยพิจารณาทั้งกิจกรรมในคลังสินค้าฝั่งขาเข้าและฝั่งขาออกพร้อมๆ กัน เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

1. Lertlum C, Niyamosoth T, Chuenphitthayavut K. A duration-of-stay-based storage assignment policy in a warehouse: A case study of the warehouse of a beverage company in the northeast of Thailand. *KKU Res J (Grad Stud)*. 2024;24(4):28-39. Thai. Available from: <https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/gskku/article/view/252386>
2. Richards G. Warehouse management. 3rd ed. London: Kogan Page; 2018.
3. Render B, Stair RM, Hanna ME, Hale TS. Quantitative analysis for management. 13th ed. Essex: Pearson Education Limited; 2018.
4. Šaderová J, Marasová D, Galliková J. Simulation as logistic support to handling in the warehouse: Case study. *TEM J*. 2018;7(1):112-7. Available from: https://www.temjournal.com/content/71/TemJournalFebruary2018_112_117.pdf
5. Masek J, Camaj J, Nedeliakova E. Application the queuing theory in the warehouse optimization. *Int J Ind Manuf Syst Eng*. 2015;9(11):3744-8. Available from: <https://web.archive.org/web/20200308144821/https://zenodo.org/record/1109511/files/10002701.pdf>
6. Schleyer M, Furmans K. An analytical method for the calculation of the waiting time distribution of a discrete time G/G/1-queueing system with batch arrivals. *OR Spectr*. 2007;29:745-63. Available from: <https://doi.org/10.1007/s00291-006-0065-0>
7. Alnahhal M, Ahrens D. A simulation-based system for calculating optimal numbers of forklift drivers in industrial plants. *Bavarian J Appl Sci*. 2018;4:354-69. Available from: <https://doi.org/10.25929/bjas.v4i1.53>
8. Sysoiev V, Kushneruk I. Determination of the number of forklifts in the distribution center using the queuing network model. *Oper Supply Chain Manag*. 2023;16(2):229-41. Available from: <http://doi.org/10.31387/oscm0530385>
9. Ebeling CE. An introduction to reliability and maintainability engineering. 2nd ed. Illinois: Waveland Press; 2010.
10. Sugito, Rahmawati R, Wardhani JK. Queue theory for triangular and Weibull arrival distribution models (case study of Banyumanik toll). *J Phys Conf Ser*. 2018;1025:1-7. Available from: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1025/1/012125>