การตรวจสอบและแสดงค่าวัดที่ผิดพลาดในระบบไฟฟ้ากำลัง โดยใช้วิธีการประมาณสภาวะ

Detection and Identification of Bad Measurements in Power System Employing a State Estimation Technique

บัญชา วัฒนะ (Buncha Wattana) ดร.สัมฤทธิ์ หังสะสูตร (Dr.Sumrit Hungsasutra)***

*ดร.สุรชัย ลิ้มยิ่งเจริญ (Dr.Surachai Limyingcharoen)***

*จิตติพัฒน์ ตริยางกูรศรี (Jittipat Triyangkulsri) ****

บทคัดย่อ

ศูนย์ควบคุมระบบกำลังไฟฟ้าได้รับข้อมูลของ ขนาดแรงดันไฟฟ้า ปริมาณกำลังการผลิต กำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งและโหลดจากอุปกรณ์วัดที่ติดตั้งอยู่ตามโรงไฟฟ้า และสถานีไฟฟ้าแรงสูงต่างๆ ผ่านทางระบบสื่อสาร ซึ่งมีความเป็นไปได้ว่าข้อมูลเหล่านี้บางส่วนอาจไม่ถูกต้อง เนื่องจากความผิดพลาดของอุปกรณ์วัด หรือเกิดการรบกวนในระบบสื่อสาร ทำให้ข้อมูลที่ได้ขาดความน่าเชื่อถือ และยังอาจส่งผลกระทบต่อการควบคุม ดังนั้น จึงต้องมีการตรวจสอบและแก้ไขข้อมูลให้มีความถูกต้องมากขึ้น ซึ่งโดยหลักการประมาณสภาวะ (state estimation) จะอาศัยค่าวัดที่ได้มาคำนวณหาค่าตัวแปรสภาวะ (state variables) คือ ขนาดของแรงดันและมุมเฟส ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก ทำให้ได้ค่าประมาณที่มีความผิดพลาดน้อยลง และมีการตรวจสอบความถูกต้องโดยอาศัยทฤษฎีทางสถิติ ผลการทดสอบกับข้อมูลของระบบไฟฟ้ากำลังภาคตะวันออกเฉียงเหนือ สามารถแสดงค่าวัดที่ผิดพลาด และให้ค่าประมาณที่มีความถูกต้องมากกว่าค่าวัดที่ได้

ABSTRACT

The energy control center continuously monitors system data such as voltage magnitudes, generating power, real and reactive power flows from various remote instruments in the system. Communication system is the most vital means for transferring data communication between the control center and the remote substations. It is likely that the data will contain measurement's errors or noises arising in the communication channel. The measurements with large errors are detected by the state-estimation based on weighted least square method employing voltage magnitudes and relative phase angles as state, and corrected by the states obtained. The statistical theory are then used to identify bad measurements. The procedure has been applied to practical data sets of EGAT System Region 2 some bad measurement has been detected.

คำสำคัญ: กำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก การประมาณสภาวะ การทดสอบทางสถิติ

Keywords: weighted least square, state estimation, hypothesis test

---

* นักศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

**รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

***หัวหน้าแผนกปฏิบัติการระบบ 1 ศูนย์ควบคุมระบบกำลังไฟฟ้าภาคตะวันออกเฉียงเหนือ การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย

บทนำ

ปัจจุบันระบบไฟฟ้ากำลังมีขนาดใหญ่และซับซ้อนมากขึ้น ดังนั้น ศูนย์ควบคุมระบบกำลังไฟฟ้าจะต้องทราบสภาวะการทำงานของระบบอยู่ตลอดเวลา ทั้งนี้เพื่อควบคุมและรักษาการทำงานของระบบให้อยู่ในภาวะปกติ โดยข้อมูลที่ศูนย์ควบคุมฯได้รับ เช่น ขนาดแรงดัน (voltage magnitudes) ปริมาณกำลังการผลิต (generating power) กำลังที่ไหลในผ่านสายส่ง (power flow) และโหลด (demand) จากอุปกรณ์วัดที่ติดตั้งอยู่ตามโรงไฟฟ้าและสถานีไฟฟ้าแรงสูงต่างๆ ผ่านทางระบบสื่อสาร โดยทั่วไปแล้วค่าวัดเหล่านี้บางส่วนอาจมีความผิดพลาดได้ ซึ่งสาเหตุอาจเกิดจากความบกพร่องของอุปกรณ์วัด หรือเกิดการรบกวน (noise) ในระบบสื่อสาร (Kusic, 1986; Wu, 1990) และค่าวัดที่ผิดพลาดนี้ อาจมีผลต่อการควบคุมและความน่าเชื่อถือของระบบ นอกจากนี้ข้อมูลที่ได้จะถูกนำไปวิเคราะห์ในด้านอื่นๆ เช่น การจัดสรรกำลังการผลิต (economic dispatch) ดังนั้น จึงต้องมีการตรวจสอบและแก้ไขข้อมูล ให้มีความถูกต้องและน่าเชื่อถือมากขึ้น ซึ่งในบทความนี้ได้นำเอาหลักการประมาณสภาวะมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าว

หลักการและทฤษฎี

1. การหาค่าประมาณสภาวะด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares State Estimation)

(Grainger and Stevenson, 1994)

การหาค่าประมาณสภาวะเป็นการนำข้อมูลหรือค่าวัดที่ได้มาหาค่าประมาณที่ดีที่สุดของตัวแปรสภาวะ (state variables) หรือทำให้ได้ค่าที่มีความผิดพลาดน้อยที่สุด โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก (weighted least squares) ดังสมการที่ (1) (Woods and Wollenberge, 1996)

$$\min\ J(x^{est}) = \sum_{i=1}^{Nm} \frac{\{z_i^{meas} - f_i(x^{est})\}^2}{\sigma_i^2} \quad (1)$$

เมื่อ

$J(x^{est})$: ผลรวมของค่าความผิดพลาดยกกำลังสอง

x^{est} : ตัวแปรสภาวะ (state variables)

z_i^{meas} : ค่าวัดที่ได้จากอุปกรณ์วัด

f_i : ค่าฟังก์ชั่นของตัวแปรสภาวะ

σ_i^2 : ค่าความแปรปรวน (variance) ของอุปกรณ์วัด

N_m : จำนวนค่าวัด

สำหรับตัวอย่างบางเทอมในสมการที่ (1) เช่น ถ้าค่าวัดเป็นกำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลจากบัส i ไปบัส j จะมีเทอมเป็น

$$\frac{\{P_{ij}^{meas} - (-V_i^2 G_{ij} + V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j))\}^2}{\sigma_{P_{ij}}^2}$$

หรือถ้าค่าวัดเป็นค่าแรงดันของบัส i จะมีเทอมเป็น

$$\frac{\{V_i^{meas} - V_i\}^2}{\sigma_{V_i}^2}$$

ซึ่งในระบบไฟฟ้ากำลังขนาด N บัส ตัวแปรสภาวะคือขนาดแรงดันไฟฟ้าและมุมเฟส ของทุกบัส ดังสมการที่ (2)

$$x^{est} = [\delta_1\ \delta_2\ \ldots\ \delta_N\ V_1\ V_2\ \ldots\ V_N]^T \quad (2)$$

โดยปกติแล้วจำนวนค่าวัดจะมีมากกว่าตัวแปรสภาวะอยู่มาก และเมื่อให้ δ_1 เป็นมุมอ้างอิง (δ_1=0) ดังนั้นจำนวนตัวแปรสภาวะ (N_s) จะเท่ากับ $2N-1$ จากสมการที่ (1) และ (2) สามารถจัดให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังสมการที่ (3)

$$\min\ J(x^{est}) = [z^{meas} - f(x^{est})]^T R^{-1} [z^{meas} - f(x^{est})] \quad (3)$$

เมื่อ กำหนดให้

$$z^{meas} = [z_1^{meas}\ z_2^{meas}\ \ldots\ z_{Nm}^{meas}]^T \quad (4)$$

เมตริกซ์ของฟังก์ชันตัวแปรสภาวะ

$$f(x^{est}) = [f_1(x^{est})\ \ f_2(x^{est})\ \ \ldots\ \ f_{Nm}(x^{est})]^T \quad (5)$$

และเมตริกซ์ variance ของอุปกรณ์วัด

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \sigma_2^2 & \\ & & \ddots \\ & & & \sigma_{Nm}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

หาค่า min $J(x^{est})$ โดยหาค่าเกรเดียนท์และให้เท่ากับศูนย์ จะได้

$$\nabla_x J(x^{est}) = -2H^{T}R^{-1}e \Rightarrow 0 \qquad (7)$$

เมื่อ H คือ จาโคเบียนเมตริกซ์

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_{N_m}(x)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_{N_m}(x)}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_{N_s}} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_{N_s}} & \cdots & \frac{\partial f_{N_m}(x)}{\partial x_{N_s}} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

และ e คือผลต่างของค่าที่วัดได้กับค่าประมาณ

$$e = \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ \vdots \\ z_{N_m} - f_{N_m}(x) \end{bmatrix} \qquad (9)$$

เนื่องจาก $f(X)$ เป็นสมการซึ่งไม่เป็นเชิงเส้นการหาคำตอบจะใช้การทำวนซ้ำด้วยวิธี นิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) ดังนี้ จากวิธีนิวตัน-ราฟสัน

$$\Delta X = \left(\frac{\partial \nabla J(x)}{\partial x}\right)^{-1}\left(-\nabla J(X)\right) \qquad (10)$$

แต่

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nabla J(x)}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(-2H^{T}R^{-1}e\right) \\ &= -2H^{T}R^{-1}(-H) \\ &= 2H^{T}R^{-1}H \end{aligned} \qquad (11)$$

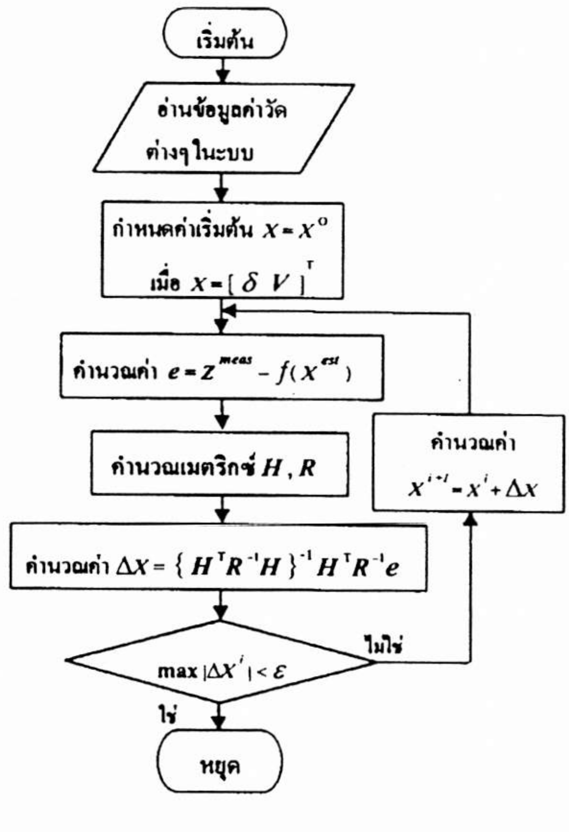
ดังนั้น จะได้

$$\begin{aligned} \Delta X &= \tfrac{1}{2}\left(H^{T}R^{-1}H\right)^{-1}\left(2H^{T}R^{-1}e\right) \\ &= \left(H^{T}R^{-1}H\right)^{-1}H^{T}R^{-1}e \end{aligned} \qquad (12)$$

และทำการปรับปรุงค่าตัวแปรสภาวะแล้ววนซ้ำเพื่อให้ลู่เข้าสู่ค่าคำตอบ

$$x^{i+1} = x^{i} + \Delta X \qquad (13)$$

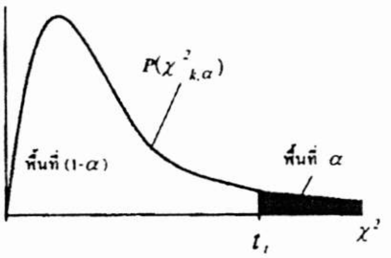
โดยกำหนดค่าเริ่มต้น x° ซึ่งก็คือ ขนาดแรงดันและมุมเฟสของทุกบัสให้มีค่าเป็น $1\angle 0^{\circ} pu$ แล้วทำกระบวนการวนซ้ำจนได้ค่าที่มากที่สุดของ ΔX^{i} มีค่าน้อยกว่าค่า ε ที่กำหนด และค่า X สุดท้ายที่ได้ก็คือ ค่าประมาณของตัวแปรสภาวะ (estimated state variables) ซึ่งจะนำไปคำนวณหาค่าอื่นๆ เช่น ขนาดกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟที่ไหลผ่านสายส่ง โดยขั้นตอนการหาค่าประมาณสภาวะดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 ขั้นตอนการหาค่าประมาณสภาวะ

2. การตรวจสอบและแสดงค่าวัดที่ผิดพลาด

ในการตรวจสอบหาค่าวัดที่ผิดพลาดนั้น จะอาศัยทฤษฎีการทดสอบทางสถิติ (hypothesis test) เนื่องจากค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากอุปกรณ์วัดนั้นเป็นค่าผิดพลาดสุ่ม (random error) ซึ่งมีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ (normal distribution) และค่าของ $J(X^{est})$ ที่ได้ก็จะเป็นค่าสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ ไค-สแควร์ (Chi-squared distribution) $\chi^2_{k,\alpha}$ โดยที่ k คือ ชั้นแห่งความอิสระ (degree of freedom) มีค่าเท่ากับ $N_m - N_s$ และ α คือ ระดับความมีนัยสำคัญ (significant level) ที่มีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้โค้ง ดังในรูปที่ 2



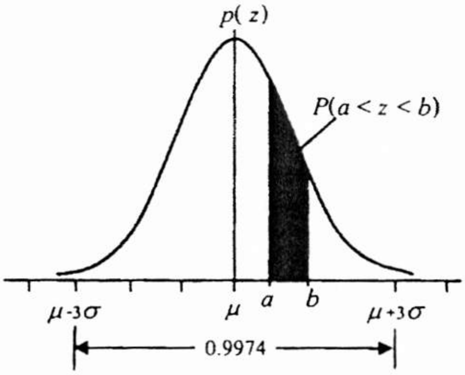
รูปที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไค-สแควร์

โดยมีค่าเฉลี่ย (mean, μ) เท่ากับ k และ มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation , $\sigma_{J(x)}$) เท่ากับ $\sqrt{2k}$ มีสมการ ความน่าจะเป็นดังสมการที่ (14)

$$P(J(X^{est}) < \chi^2_{k,\alpha}) = 1 - \alpha \qquad (14)$$

ตัวอย่างการทดสอบ เช่น สมมติว่าเลือกระดับความมีนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ ซึ่งมีชั้นแห่งความอิสระ k $(N_m - N_s)$ โดยมีค่า $\chi^2_{k,\alpha} = t_J$ (สามารถหาค่าได้จากตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไค-สแควร์) นั่นคือความน่าจะเป็นที่ $J(X^{est}) < t_J$ เท่ากับ 0.99 (1-0.01) หรือความน่าจะเป็นที่ไม่มีค่าวัดที่ผิดพลาดเท่ากับ 99% โดยจะเห็นว่าถ้าค่าวัดมีความผิดพลาดมากๆ ค่ายกกำลังสองของเทอมนั้นๆ ก็จะยิ่งมีค่ามากขึ้น และทำให้ $J(X^{est})$ มีค่ามากกว่า t_J ซึ่งทำให้สมการที่ (14) ไม่เป็นจริง จึงต้องมีการตรวจสอบเพื่อหาค่าวัดที่ผิดพลาดนั้น

สำหรับการตรวจสอบหาค่าวัดที่ผิดพลาดนั้นจะอาศัยคุณสมบัติของการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ

เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของค่าวัดที่ได้ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ σ มีสมการความสัมพันธ์ดังนี้

$$p(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2} \qquad (15)$$

สามารถหาค่าความน่าจะเป็น (probability) ของ z ที่อยู่ระหว่าง a ถึง b ได้จากพื้นที่ใต้กราฟ ดังสมการที่ (16)

$$P(a < z < b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2} dz \qquad (16)$$

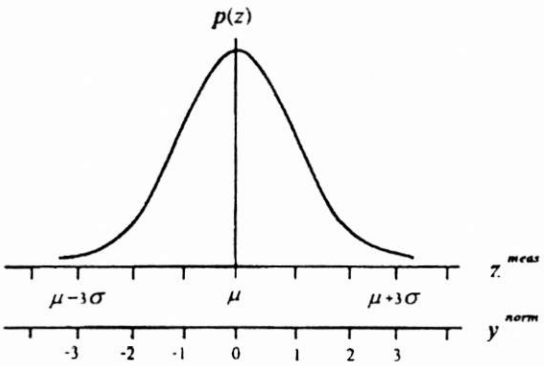
ดังเช่นในรูปที่ 3 พื้นที่แรเงาเท่ากับความน่าจะเป็นที่ z จะอยู่ระหว่าง a ถึง b และ จะเห็นว่าความน่าจะเป็นที่ค่าวัดที่ได้จะอยู่ภายในช่วง $\mu \pm 3\sigma$ (หรือพื้นที่ระหว่าง $\mu - 3\sigma$ ถึง $\mu + 3\sigma$) มากกว่า 0.99 หรือ 99% และ ถ้ากำหนดให้

$$y_i^{norm} = \frac{z_i^{meas} - f_i(x^{est})}{\sqrt{R'_{ii}}} \qquad (17)$$

เมื่อ $\sqrt{R'_{ii}}$ คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ซึ่งเป็นค่ารากที่สองของค่าตามแนวทแยง (diagonal) ของเมตริซ์ *Covariance matrices* . $\boldsymbol{R'}$ ดังในสมการที่ (18)

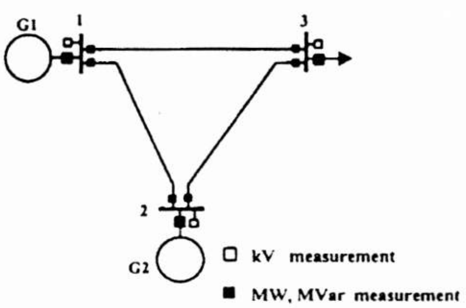
$$\boldsymbol{R'} = \boldsymbol{R} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{G}^{-1}\boldsymbol{H}^{T} \tag{18}$$

จะได้ว่า y_i^{norm} มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติมาตรฐาน (standard normal distribution ซึ่งมีค่า $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ ดูรูปที่ 4) ซึ่งเรียกว่า *normalized measurement residual* โดยถ้า y_i^{norm} น้อยกว่า -3 หรือ y_i^{norm} มากกว่า 3 (หรือเขียนได้เป็น $|y_i^{norm}| > 3$) นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ค่าวัดนั้นจะเป็นค่าวัดที่ผิดพลาดมากกว่า 99%



รูปที่ 4 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติมาตรฐาน

ตัวอย่างและผลการคำนวณ



รูปที่ 5 ระบบไฟฟ้ากำลัง 3 บัส

จากรูปที่ 5 เป็นตัวอย่างระบบไฟฟ้ากำลัง 3 บัส (Saadat, 1999) ที่ทราบค่าคำตอบ หรือขนาดแรงดันและกำลังไฟฟ้าของแต่ละบัสรวมทั้งกำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่ง และเพื่อดูผลการหาค่าประมาณสภาวะ สามารถทำได้โดยการรวมค่าความผิดพลาดที่เป็นค่าความผิดพลาดสุ่ม (random error) เข้ากับค่าคำตอบ แล้วให้เสมือนเป็นค่าวัดที่ได้จากอุปกรณ์วัด แล้วนำค่าวัดนี้ไปหาค่าประมาณสภาวะ ซึ่งได้ผลการหาค่าประมาณสภาวะโดยเปรียบเทียบกับคำตอบและค่าวัด ดังในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ผลการหาค่าประมาณสภาวะ เปรียบเทียบกับคำตอบและค่าวัด (มีหน่วยเป็น kV, MW, MVar ตามชนิดของปริมาณทางไฟฟ้านั้นๆ)

Meas.	คำตอบ	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i^{norm}
V	120.8	119.0	118.1	0.89
V	**119.6**	**113.4**	**116.9**	**-3.56**
V	111.7	108.9	108.9	0.04
P	**218.4**	**225.4**	**221.9**	**4.50**
Q	140.9	141.0	142.7	-2.21
P	200.0	198.7	200.0	-1.64
Q	146.2	145.2	144.1	1.41
P	400.0	402.9	402.4	-0.64
Q	250.0	249.5	247.6	-2.45
P	**39.1**	**35.1**	**40.5**	**-5.87**
Q	22.1	23.4	23.4	-0.05
P	179.4	180.6	181.4	-0.89
Q	118.7	119.9	119.2	0.71
P	-38.9	-39.2	-40.3	1.19
Q	-21.6	-23.7	22.8	-0.95
P	238.9	239.7	240.8	-0.61
Q	**167.7**	**162.3**	**167.0**	**-5.18**
P	-171.0	-172.6	-172.5	-0.10
Q	-101.9	-102.8	-101.4	-1.51
P	-229.0	-229.8	-229.9	0.10
Q_{32}	-148.1	-146.9	-146.2	-0.72

ตารางที่ 2 *แสดงค่า $J(X)$ ของแต่ละรอบ*

รอบที่	ค่า $J(X)$
1	929.46
2	87.97
3	87.90

จากตารางที่ 1 จะเห็นว่าค่าประมาณส่วนใหญ่มีค่าใกล้เคียงกับคำตอบมากกว่าค่าวัดหรือมีความถูกต้องมากกว่าค่าวัดที่ได้ ซึ่งโดยหลักของการประมาณสภาวะก็คือการกรองค่าความผิดพลาดสุ่มที่มีอยู่ในค่าวัดทิ้งไปหรือทำให้มีค่าผิดพลาดน้อยที่สุดนั่นเอง และจากตารางที่ 2 จะเห็นว่าค่า $J(X)$ ในรอบสุดท้ายมีค่า 87.90 ซึ่งมากกว่า t_j (= 32.0 : ตารางแจงแจงความน่าจะเป็นแบบไค-สแควร์ที่ k =16 และ α = 0.01) แสดงว่ามีค่าวัดที่ผิดพลาด และสามารถตรวจสอบได้โดยจะเห็นว่าค่าวัด V_2, P_{G1}, P_{12} และ Q_{23} มี $|y_i^{norm}|$ > 3 ซึ่งมีความน่าจะเป็นสูงสุดที่จะเป็นค่าวัดที่ผิดพลาด นั่นเอง ซึ่งค่าวัดดังกล่าวมีความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อนสูงกว่าค่าวัดอื่นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับคำตอบ (ดูในตารางที่ 1)

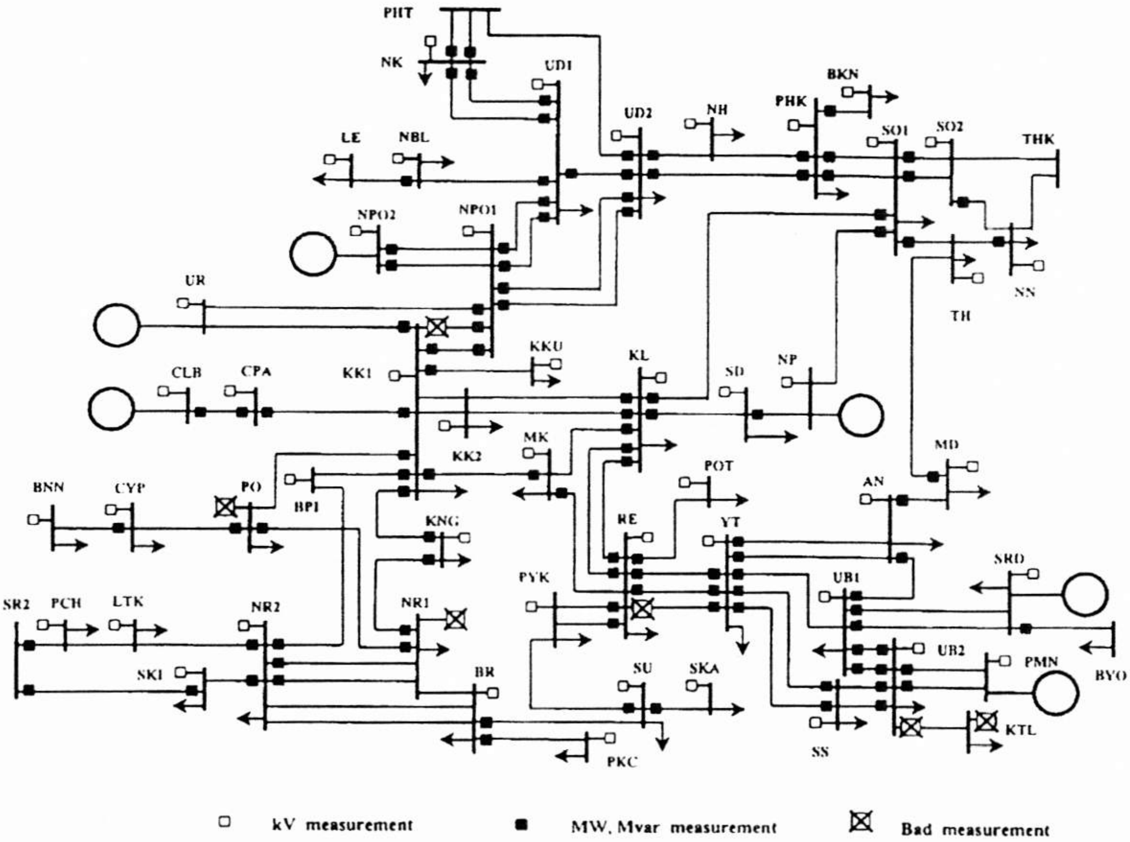
ผลการทดสอบ

โดยใช้ข้อมูลของระบบไฟฟ้ากำลังภาคตะวันออกเฉียงเหนือ (การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย เขต 2) ดังรูปที่ 6 ซึ่งเป็นข้อมูลที่ทางศูนย์ควบคุมฯ (ขอนแก่น) ได้รับจากสถานีไฟฟ้าแรงสูงระดับ 115 kV ในเขตภาคอีสาน (รวมทั้งบัสซึ่งอยู่ในเขตประเทศเพื่อนบ้าน 2 บัส ได้แก่ BYO (เซเสด) และ PHT (โพนต้อง) โดยปกติไม่ได้มีการส่งข้อมูลของขนาดแรงดันและกำลังไฟฟ้ามายังศูนย์ควบคุมฯ) จำนวน 53 บัส โดยใช้ค่าวัดซึ่งได้แก่ ขนาดแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆค่ากำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟที่ไหลในสายส่งและนอกจากนี้บางบัสก็ไม่ทราบค่ากำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่ง (เนื่องจากไม่มีการติดตั้งอุปกรณ์วัดหรืออุปกรณ์สำหรับส่งข้อมูลมายังศูนย์ควบคุมฯ) โดยมีจำนวนค่าวัดทั้งหมด 269 ค่าวัด และเมื่อได้ทำการทดสอบกับข้อมูลหลายๆเวลา พบว่าค่าวัดส่วนใหญ่มีค่าใกล้เคียงกับค่าประมาณ แต่ยังมีบางค่าวัดที่มีความผิดพลาด หรือมีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูง โดยจะแสดงผลการทดสอบกับข้อมูลเมื่อวันที่ 1 มกราคม พ.ศ. 2545 เวลา 6:00 น. ได้ผลดังในตารางที่ 3 และ 4

จากผลที่ได้ในตารางที่ 3 แสดงค่าขนาดแรงดันไฟฟ้าที่ได้จากการหาค่าประมาณสภาวะเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้ โดยจะเห็นว่าที่บัส PO (พล) NR1 (นครราชสีมา 1) และ KTL (กันทรลักษณ์) มี $|y_i^{norm}|$ มากกว่า 3 จึงมีความน่าจะเป็นสูงที่จะเป็นค่าวัดที่ผิดพลาด สำหรับบัส PHT และ BYO เป็นบัสซึ่งไม่ทราบค่าวัดแรงดัน แต่จากการประมาณสภาวะสามารถให้ค่าประมาณแรงดันไฟฟ้าของทั้งสองบัสนี้ได้และในทำนองเดียวกันสำหรับตารางที่ 4 แสดงค่าประมาณของกำลังไฟฟ้าจริง และ กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้ ซึ่งสามารถดู ความน่าจะเป็น ของค่าวัดที่จะเป็นค่าวัดผิดพลาดได้จาก $|y_i^{norm}|$ ซึ่งมี 7 ค่าวัดที่มีความน่าจะเป็นสูงสุดที่จะเป็นค่าวัดที่ผิดพลาดโดยได้แสดงตำแหน่งของค่าวัดที่ผิดพลาด (หรือ bad-measurements)ไว้ในรูปที่ 5 ด้วย มีดังนี้

1) ค่าวัดขนาดแรงดันที่บัส PO (พล)
2) ค่าวัดขนาดแรงดันที่บัส NR1 (นครราชสีมา 1)
3) ค่าวัดขนาดแรงดันที่บัส KTL (กันทรลักษณ์)
4) ค่าวัดกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟที่ไหลจากบัส RE (ร้อยเอ็ด) ไป YT (ยโสธร)
5) ค่าวัดกำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลจากบัส SO1 (สกลนคร 1) ไป KL (กาฬสินธุ์)
6) ค่าวัดกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟที่ไหลจากบัส SO1 ไป KL
7) ค่าวัดกำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลจากบัส UB2 (อุบลฯ2) ไป KTL (กันทรลักษณ์)

จะเห็นว่าประโยชน์ของการหาค่าประมาณสภาวะ ก็คือสามารถหาค่าประมาณของปริมาณทางไฟฟ้าต่างๆ ได้ถูกต้องมากกว่าค่าวัด ที่อาจมีความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากความไม่สมบูรณ์ของอุปกรณ์วัดนั่นเอง และจากค่าประมาณที่ได้สามารถนำไปบ่งชี้ค่าวัดที่มีความน่าจะเป็นสูง ที่จะเป็นค่าวัดที่ผิดพลาด และนอกจากนี้ประโยชน์ของการประมาณสภาวะยังสามารถให้ค่าประมาณของปริมาณทางไฟฟ้า ในจุดที่ไม่ทราบค่าวัด หรือไม่มีอุปกรณ์วัดติดตั้งอยู่ในระบบได้เช่นกัน



รูปที่ 5 แผนผังเส้นเดียว (single-line diagram) ของระบบไฟฟ้ากำลังภาคตะวันออกเฉียงเหนือ

ตารางที่ 3 ค่าประมาณขนาดแรงดันไฟฟ้าเปรียบเทียบกับค่าวัดที่ได้

บัสที่	ชื่อบัส	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i^{norm}
1	AN	116.7	116.5	0.21
2	MD	115.4	114.4	0.81
3	PMN	121.0	117.9	0.65
4	POT	119.0	118.1	1.23
5	PYK	117.8	118.5	-0.83
6	RE	117.0	119.4	-2.46
7	SKA	118.3	116.4	1.67
8	SRD	117.4	116.3	1.22
9	SS	117.0	117.0	0.00
10	SU	115.4	116.7	-1.06
11	UB1	117.4	117.4	-0.03
12	UB2	117.2	117.8	-0.63
13	BYO	ไม่มี	116.3	
14	YT	117.8	116.9	0.92
15	KL	117.2	117.8	-0.67
16	MK	119.6	117.8	2.43
17	BR	115.6	117.3	-2.05
18	PKC	117.2	115.8	1.76
19	KKU	118.4	117.4	1.07
20	KK1	118.4	117.5	0.94
21	KK2	117.8	117.0	0.88
22	BP1	118.0	117.3	0.76
23	PO	113.2	117.4	-4.00
24	KNG	118.4	116.6	1.93
25	CYP	118.0	117.7	0.35
26	NR2	118.4	118.8	-0.42
27	NR1	115.0	118.6	-3.87

ตารางที่ 3 (ต่อ)

บัสที่	ชื่อบัส	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i^{norm}
28	BNN	119.1	116.7	2.17
29	LTK	117.8	117.5	0.33
30	PCH	118.2	117.4	0.86
31	SR2	117.5	116.9	0.87
32	SK1	117.8	117.5	0.28
33	CLB	115.9	117.8	-2.83
34	CPA	117.4	117.8	-0.38
35	UR	117.8	116.8	0.99
36	NPO2	116.8	116.2	0.64
37	NPO1	116.8	116.4	0.36
38	LE	115.2	113.2	2.56
39	NBL	112.8	113.8	-1.15
40	UD1	115.4	115.3	0.05
41	UD2	113.8	115.3	-1.59
42	NK	115.6	116.0	-0.42
43	PHT	ไม่มี	116.4	
44	NH	115.2	114.9	0.37
45	PHK	115.6	116.0	-0.41
46	BKN	117.4	115.6	2.27
47	SO1	117.8	116.5	1.37
48	SO2	115.4	116.3	-0.98
49	MP	115.6	116.6	-1.07
50	SD	116.6	117.2	-0.67
51	TH	113.0	114.5	-1.70
52	NN	116.4	114.7	0.58
53	KTL	121.9	118.5	3.15

ตารางที่ 4 ค่าประมาณกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟที่ไหลในสายส่งเปรียบเทียบกับค่าวัดที่ได้

No.	สายส่ง		สายที่ /	P_{ij} (MW)			Q_{ij} (MVar)			P_{ji} (MW)			Q_{ji} (MVar)		
	บัส i	บัส j	จำนวนสาย	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i^{norm}	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i^{norm}	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i^{norm}	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i^{norm}
1	AN	MD	1/1	4.8	2.7	1.15	1.4	0.6	0.59	ไม่มี	-2.7	_	ไม่มี	-7.0	_
2	AN	UB1	1/1	15.4	17.7	-1.16	-7.2	-11.0	2.70	-14.4	-17.5	1.58	7.7	5.9	0.85
3	AN	YT	1/2	ไม่มี	-18.7	_	ไม่มี	2.2	_	17.3	18.9	-0.84	-4.0	-5.7	1.11
4	AN	YT	2/2	ไม่มี	-18.7	_	ไม่มี	2.2	_	17.3	18.9	-0.84	-3.8	-5.7	0.93
5	PMN	UB2	1/2	ไม่มี	0.0	_	ไม่มี	-2.0	_	0.0	0.0	0.01	-3.0	-3.0	0.03
6	PMN	UB2	2/2	ไม่มี	0.0	_	ไม่มี	-2.0	_	0.0	0.0	0.01	-3.0	-3.0	0.03
7	POT	RE	1/1	ไม่มี	-3.1	_	ไม่มี	-4.7	_	3.8	3.1	1.23	3.8	0.8	1.23
8	PYK	RE	1/2	ไม่มี	-13.2	_	ไม่มี	-3.7	_	13.4	13.3	0.04	-2.9	-2.6	-0.11
9	PYK	RE	2/2	ไม่มี	-13.2	_	ไม่มี	-3.7	_	13.4	13.3	0.04	-1.4	-2.6	0.38
10	PYK	SU	1/1	ไม่มี	9.0	_	ไม่มี	2.1	_	-9.0	-9.0	-0.08	-9.0	-8.8	-0.08
11	RE	YT	1/3	35.2	37.3	-1.16	-2.6	-3.7	0.78	-41.3	-36.3	-2.22	4.8	0.4	1.93
12	RE	YT	2/3	35.2	37.3	-1.16	-3.2	-3.7	0.36	-41.3	-36.3	-2.22	4.8	0.4	1.93
13	**RE**	**YT**	3/3	23.0	24.5	-1.02	-7.2	-11.7	**4.20**	-27.2	-23.3	-1.67	11.2	7.9	1.43
14	SKA	SU	1/1	ไม่มี	-4.7	_	ไม่มี	-2.4	_	5.1	4.7	1.67	0.0	-1.7	1.67
15	SRD	UB1	1/2	ไม่มี	-4.6	_	ไม่มี	-3.3	_	4.8	4.6	0.19	-1.4	-1.6	0.20
16	SRD	UB1	2/2	ไม่มี	-4.6	_	ไม่มี	-3.3	_	4.8	4.6	0.19	-1.4	-1.6	0.20
17	SRD	BYO	1/1	3.2	3.2	0.00	-1.4	-1.4	0.00	ไม่มี	-3.2	_	ไม่มี	0.5	_
18	SS	UB2	1/2	ไม่มี	8.9	_	ไม่มี	-9.5	_	-10.4	-8.8	-1.03	5.4	4.4	0.91
19	SS	UB2	2/2	ไม่มี	8.9	_	ไม่มี	-9.5	_	-10.4	-8.8	-1.03	5.4	4.4	0.91
20	SS	YT	1/2	-19.2	-16.8	-1.12	5.8	2.8	1.32	20.2	17.1	1.47	-8.6	-9.1	0.21
21	SS	YT	2/2	-19.2	-16.8	-0.52	7.7	2.8	2.18	19.2	17.1	0.46	-8.6	-9.1	0.13
22	UB1	UB2	1/2	6.7	8.1	-0.63	-9.6	-8.4	-0.52	-8.0	-8.0	0.02	6.0	6.4	-0.36
23	UB1	UB2	2/2	8.0	8.1	-0.03	-7.7	-8.4	0.53	-8.0	-8.0	0.02	6.0	6.4	-0.36
24	UB1	YT	1/1	ไม่มี	-21.5	_	ไม่มี	6.4	_	23.0	22.0	0.48	-8.6	-12.5	1.74
25	RE	KL	1/2	1.6	1.9	-0.20	10.9	10.5	0.33	-1.9	-1.9	-0.01	-12.5	-13.6	0.48
26	RE	KL	2/2	1.6	1.9	-0.20	10.9	10.5	0.33	-1.9	-1.9	-0.01	-11.5	-13.6	0.93
27	RE	MK	1/1	ไม่มี	1.7	_	ไม่มี	8.8	_	-1.9	-1.6	-0.25	-11.5	-11.5	-0.02
28	KL	MK	1/1	-1.3	-1.9	0.48	1.3	0.2	0.89	ไม่มี	1.9	_	ไม่มี	-3.6	_
29	SU	BR	1/1	ไม่มี	-16.4	_	ไม่มี	2.1	_	16.8	16.6	0.33	-4.8	-5.2	0.33
30	BR	PKC	1/1	14.4	14.0	1.76	3.2	2.3	1.76	ไม่มี	-13.8	_	ไม่มี	-6.2	_
31	KL	KK2	1/2	-24.0	-24.2	0.13	10.6	10.1	0.29	ไม่มี	24.7	_	ไม่มี	-14.6	_
32	KL	KK2	2/2	-24.0	-24.2	0.13	10.6	10.1	0.29	ไม่มี	24.7	_	ไม่มี	-14.6	
33	MK	KK1	1/1	-14.1	-13.7	-0.34	10.9	9.7	0.93	14.0	14.4	-0.29	-13.2	-15.1	1.18
34	KKU	KK1	1/1	ไม่มี	-2.8	_	ไม่มี	-2.8	_	2.9	2.8	1.07	2.4	2.3	1.07
35	KK1	BPI	1/1	13.2	13.5	-0.38	-5.5	-4.8	-0.57	ไม่มี	-13.4	_	ไม่มี	1.8	_
36	KK1	KNG	1/1	11.0	14.2	-1.39	-6.6	-7.5	0.33	-15.5	-14.0	-0.63	0.0	-1.8	0.72
37	KK1	PO	1/1	-1.1	-0.6	-0.24	-4.4	-2.1	-1.12	ไม่มี	0.6	_	ไม่มี	-3.4	_
38	BPI	NR2	1/1	ไม่มี	3.6	_	ไม่มี	-10.3	_	-1.9	-3.5	0.80	0.0	-2.3	1.47
39	PO	CYP	1/1	-15.2	-15.7	1.86	3.2	1.9	1.86	ไม่มี	15.8	_	ไม่มี	-5.9	_
40	PO	NR1	1/1	9.6	5.9	1.37	-7.2	-11.6	1.58	-7.7	-5.7	-1.01	2.9	3.6	-0.34
41	KNG	NR1	1/1	-15.5	-13.6	-0.86	-9.9	-9.7	-0.07	13.4	13.8	-0.23	7.7	6.0	1.04
42	NR2	NR1	1/2	25.0	26.0	-0.30	8.6	8.1	0.20	ไม่มี	-26.0	_	ไม่มี	-11.8	_
43	NR2	NR1	2/2	26.9	26.0	0.26	7.2	8.1	-0.35	ไม่มี	-26.0	_	ไม่มี	-11.8	_
44	CYP	BNN	1/1	20.0	19.8	2.17	1.2	-1.1	2.17	ไม่มี	-19.7	_	ไม่มี	-3.3	_
45	NR2	LTK	1/1	4.8	4.7	0.33	4.0	3.8	0.33	ไม่มี	-4.7	_	ไม่มี	-8.1	_
46	LTK	PCH	1/1	ไม่มี	2.0	_	ไม่มี	-0.8	_	ไม่มี	-2.0	_	ไม่มี	-1.0	_
47	PCH	SR2	1/1	ไม่มี	-17.9	_	ไม่มี	5.0	_	17.9	17.9	-0.86	-3.8	-4.7	0.86
48	NR2	SKI	1/1	12.5	12.1	1.44	8.0	7.2	1.44	ไม่มี	-12.1	_	ไม่มี	-9.4	
49	SR2	SKI	1/1	7.7	8.4	-0.24	-6.4	-5.8	-0.19	-8.3	-8.4	0.08	2.9	2.4	0.95

ตารางที่ 4 (ต่อ)

No.	สายส่ง		สายที่ /	P_{ij} (MW)			Q_{ij} (MVar)			P_{ji} (MW)			Q_{ji}		
	บัส i	บัส j	จำนวนสาย	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i	ค่าวัด	ค่าประมาณ	y_i
50	KK1	CPA	1/1	5.5	6.5	-0.46	-5.5	-6.5	0.40	-5.6	-6.5	0.73	2.6	-0.3	2.74
51	KK1	UR	1/1	0.7	0.7	-0.02	2.2	0.5	0.95	ไม่มี	-0.7	_	ไม่มี	-4.6	_
52	KK1	NPO1	1/2	1.5	-1.6	0.93	4.4	10.3	-1.71	2.6	1.6	0.35	-13.6	-12.7	-0.58
53	KK1	NPO1	2/2	-1.5	-1.6	0.03	11.8	10.3	0.42	1.3	1.6	-0.12	-13.6	-12.7	-0.58
54	CLB	CPA	1/1	0.7	0.5	0.23	0.7	-1.8	2.04	-0.8	-0.5	-0.22	-1.3	-2.3	0.86
55	UR	NPO1	1/1	ไม่มี	0.5	_	ไม่มี	3.2	_	-0.4	-0.5	0.33	-5.1	-5.0	-0.54
56	NPO2	NPO1	1/2	51.2	51.2	-0.01	-28.8	-26.2	-0.60	ไม่มี	-51.2	_	ไม่มี	26.0	_
57	NPO2	NPO1	2/2	51.2	51.2	-0.01	-24.0	-26.2	0.53	ไม่มี	-51.2	_	ไม่มี	26.0	_
58	NPO1	UD2	1/2	24.0	22.8	0.66	-5.4	-6.6	0.90	-22.1	-22.4	0.12	3.8	1.2	1.14
59	NPO1	UD2	2/2	22.4	22.8	-0.21	-5.4	-6.6	0.90	-22.1	-22.4	0.12	3.8	1.2	1.14
60	NPO1	UD1	1/2	18.4	18.7	-0.16	-4.8	-6.1	0.93	-18.2	-18.4	0.07	1.9	-0.6	1.07
61	NPO1	UD1	2/2	18.4	18.7	-0.16	-4.8	-6.1	0.93	-18.2	-18.4	0.07	1.9	-0.6	1.07
62	LE	NBL	1/1	ไม่มี	-13.3	_	ไม่มี	-0.4	_	14.4	13.5	2.56	-1.9	-5.0	2.56
63	NBL	UD1	1/1	ไม่มี	-22.5	_	ไม่มี	-2.1	_	23.0	22.7	0.86	0.0	-0.9	0.86
64	UD1	UD2	1/1	6.7	7.0	-0.15	-4.8	-4.8	0.02	-6.7	-7.0	0.15	3.8	4.0	-0.11
65	UD1	NK	1/2	-6.7	-6.4	-0.16	0.0	-0.7	0.30	6.7	6.4	0.14	-1.6	-2.5	0.50
66	UD1	NK	2/2	-7.7	-8.6	0.45	-2.9	-3.5	0.29	7.7	8.6	-0.47	1.0	0.1	0.43
67	UD2	PHT	1/1	-11.5	-8.7	-1.25	-2.9	-3.8	0.40	ไม่มี	8.8	_	ไม่มี	-2.0	_
68	NK	PHT	1/2	-17.3	-19.0	1.76	4.0	2.6	1.28	ไม่มี	19.1	_	ไม่มี	-3.1	_
69	NK	PHT	2/2	-9.6	-7.8	-0.83	-5.8	-2.4	-1.86	ไม่มี	7.8	_	ไม่มี	0.5	_
70	UD2	NH	1/1	26.4	24.0	2.11	-6.0	-7.5	1.07	ไม่มี	-23.7	_	ไม่มี	5.8	_
71	UD2	PHK	1/1	17.3	18.9	-0.77	-8.6	-11.3	1.25	-17.3	-18.5	0.57	5.8	5.3	0.33
72	NH	PHK	1/1	ไม่มี	12.0	_	ไม่มี	-12.6	_	-16.8	-11.8	-2.10	6.0	8.1	-0.85
73	PHK	BKN	1/1	4.8	3.5	2.27	-2.6	-4.3	2.27	ไม่มี	-3.5	_	ไม่มี	-4.1	_
74	PHK	SO1	1/2	7.2	7.1	0.06	-6.0	-7.2	0.48	ไม่มี	-7.0	_	ไม่มี	3.3	_
75	PHK	SO1	2/2	5.8	5.6	0.13	-7.2	-7.3	0.06	ไม่มี	-5.5	_	ไม่มี	3.1	_
76	SO1	SO2	1/2	12.8	12.9	-0.02	2.4	3.0	-0.14	ไม่มี	-12.9	_	ไม่มี	-4.5	_
77	SO1	SO2	2/2	12.8	12.9	-0.02	2.4	3.0	-0.14	ไม่มี	-12.9	_	ไม่มี	-4.5	_
78	SO1	NP	1/1	-14.4	-11.9	-2.25	-1.6	0.8	-1.36	ไม่มี	11.9	_	ไม่มี	-3.2	_
79	NP	SD	1/1	ไม่มี	-10.5	_	ไม่มี	-3.4	_	17.3	10.5	1.98	0.0	-1.9	0.71
80	**KL**	**SO1**	1/1	19.2	14.3	1.05	-1.4	-5.7	1.22	-5.8	-14.1	**3.98**	6.7	-5.4	**5.38**
81	KL	SD	1/1	25.0	20.6	1.79	-1.4	-1.7	0.16	ไม่มี	-20.5	_	ไม่มี	-1.6	_
82	SO1	TH	1/1	7.2	8.1	-1.50	-5.8	-5.3	-0.78	ไม่มี	-7.9	_	ไม่มี	0.4	_
83	SO2	NN	1/1	6.4	7.7	-0.14	-4.3	-2.6	-0.24	ไม่มี	-7.6	_	ไม่มี	-2.0	_
84	MD	TH	1/1	-12.8	-13.7	0.55	1.2	0.8	0.29	ไม่มี	13.8	_	ไม่มี	-4.3	_
85	TH	NN	1/1	ไม่มี	-4.8	_	ไม่มี	-2.2	_	4.8	4.8	-0.09	-2.9	-2.6	-0.59
86	UB2	KTL	1/1	7.7	4.7	**3.15**	ไม่มี	-7.8	_	ไม่มี	-4.6	_	ไม่มี	3.1	_

สรุป

วิธีการประมาณสภาวะเป็นการนำข้อมูล หรือค่าวัดที่ได้จากอุปกรณ์วัดในระบบ ซึ่งอาจยังมีค่าความผิดพลาดรวมอยู่ด้วย มาหาค่าประมาณของตัวแปรสภาวะของระบบด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก ซึ่งโดยปกติแล้วจำนวนค่าวัดจะมีมากกว่าจำนวนตัวแปรสภาวะอยู่มาก แล้วนำตัวแปรสภาวะที่ได้ไปคำนวณหาปริมาณทางไฟฟ้าต่างๆ ซึ่งค่าที่ได้นี้จะมีความผิดพลาดน้อยลงและสามารถนำไปตรวจสอบเพื่อหาค่าวัดที่มีความผิดพลาดได้โดยอาศัยทฤษฎีทางสถิติ แสดงระดับความน่าจะเป็นของค่าวัดที่มีความผิดพลาดและนอกจากนี้ประโยชน์ของการประมาณสภาวะยังสามารถให้ค่าประมาณของปริมาณทางไฟฟ้าในจุดที่ไม่ทราบค่าวัด หรือไม่มีอุปกรณ์วัดติดตั้งอยู่ในระบบได้เช่นกัน ซึ่งจะทำให้การควบคุมระบบกำลังไฟฟ้าเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

สรุป

วิธีการประมาณสภาวะเป็นการนำข้อมูล หรือค่าวัดที่ได้จากอุปกรณ์วัดในระบบ ซึ่งอาจยังมีค่าความผิดพลาดรวมอยู่ด้วย มาหาค่าประมาณของตัวแปรสภาวะของระบบด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก ซึ่งโดยปกติแล้วจำนวนค่าวัดจะมีมากกว่าจำนวนตัวแปรสภาวะอยู่มาก แล้วนำตัวแปรสภาวะที่ได้ไปคำนวณหาปริมาณทางไฟฟ้าต่าง ๆ ซึ่งค่าที่ได้นี้จะมีความผิดพลาดน้อยลง และสามารถนำไปตรวจสอบเพื่อหาค่าวัดที่มีความผิดพลาดได้โดยอาศัยทฤษฎีทางสถิติ แสดงระดับความน่าจะเป็นของค่าวัดที่มีความผิดพลาดและนอกจากนี้ประโยชน์ของการประมาณสภาวะยังสามารถให้ค่าประมาณของปริมาณทางไฟฟ้าในจุดที่ไม่ทราบค่าวัด หรือไม่มีอุปกรณ์วัดติดตั้งอยู่ในระบบได้เช่นกัน ซึ่งจะทำให้การควบคุมระบบกำลังไฟฟ้าเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ ศูนย์ควบคุมระบบกำลังไฟฟ้าภาคตะวันออกเฉียงเหนือ การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย ซึ่งสนับสนุนข้อมูลสำหรับการวิจัย และขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่ให้การสนับสนุนเงินทุนเพื่อการศึกษาวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

Grainger, JJ and Stevenson, WD. 1994. **Power system analysis.** Singapore: McGraw-Hill.

Kusic, GL. 1986. **Computer-aided power system analysis.** Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Saadat, H. 1999. **Power system analysis.** Singapore: McGraw-Hill.

Woods, AJ and Wollenberge, BF. 1996. **Power generation operation and control.** New York: John Wiley & Sons.

Wu, FF. 1990. Power system state estimation: a survey. **Electrical Power & Energy Systems** 12(2): 80-87.