

คณิตศาสตร์แผนใหม่

Modern Mathematics

วีรพงษ์ วงศ์พินิจ^{1*} จอน เมฆสว่าง²¹สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จ. มหาสารคาม 44000

E-mail: wrpmathcmu@hotmail.com *

²ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครพนม จ. นครพนม 48000

E-mail: john.npu@hotmail.com

บทคัดย่อ

คณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญอย่างยิ่งต่อการศึกษาและค้นคว้าวิทยาการความรู้ใหม่ ๆ ทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และสังคมศาสตร์ทุกสาขา ความเจริญก้าวหน้าของแขนงวิชาต่าง ๆ ก่อให้เกิดความต้องการหลักการทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ตลอดเวลา บทความนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาเกี่ยวกับหลักและวิธีการของคณิตศาสตร์แผนใหม่ในยุคสมัยปัจจุบัน และเพื่อเรียนรู้ ทำความเข้าใจ ยอมรับ และนำมาปรับใช้เพื่อตามให้ทันกับความเปลี่ยนแปลงของโลก ผลการศึกษาพบว่าการศึกษาคณิตศาสตร์แผนใหม่นั้น เป็นการศึกษาถึงโครงสร้างของคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย คำนิยาม คำนิยาม และสัจพจน์ จากนั้นใช้การพิสูจน์อย่างมีเหตุผลสรุปออกมาเป็นทฤษฎี กฎ หรือสูตรแล้วนำไปประยุกต์ใช้กับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติ ซึ่งคณิตศาสตร์แผนใหม่มีลักษณะเด่น 3 ประการคือ 1. เป็นการวางนัยทั่วไป 2. มีความเป็นนามธรรม และ 3. ใช้ระบบจำนวนจริงเป็นพื้นฐานในการศึกษาระบบคณิตศาสตร์แต่ละสาขา

คำสำคัญ : คณิตศาสตร์แผนใหม่, โครงสร้างของคณิตศาสตร์, ระบบคณิตศาสตร์, ระบบเชิงสัจพจน์

ABSTRACT

Mathematics has become an important role to study and investigate the knowledge in both sciences and social sciences. Development of knowledge in almost branch need of the new mathematical principle ever time. This article aimed to study modern of mathematics and to learn, understand, accept and adapt up to date world. The study results were as follows: The study of modern mathematics is to study as the structure of mathematics which contains undefined terms, defined terms, and axioms and then use the logical reasoning to prove theorem, rule or formula for application in the real world. The main concepts of modern mathematics are generalization, abstraction and arithmetization, respectively.

Keyword: Modern mathematics, Mathematical structure, Mathematical system, Axiomatic system

บทนำ

โลกของความจริง คือโลกที่ทุกอย่างดำเนินการไปตามหลักของเหตุและผล อะไรที่เกิดขึ้นเพราะว่ามีจุดให้เริ่มต้นอะไรที่เปลี่ยนแปลงเพราะมีปัจจัยที่มากพอสนับสนุนให้ผันแปรอะไรที่จบลงก็เพราะถึงเวลาถูกแทนที่ ในโลกของคณิตศาสตร์ก็เช่นเดียวกัน มีความเจริญงอกงามและเปลี่ยนแปลงได้ทำนองเดียวกับสรรพสิ่งทั้งหลาย นับตั้งแต่สมัยโบราณจนถึงทุกวันนี้คณิตศาสตร์ได้มีวิวัฒนาการมาตามลำดับ ๆ เมื่อพูดถึงคณิตศาสตร์ คนส่วนมากมักจะเข้าใจว่าเหมือนกับสมัยตอนเด็กเล็ก ๆ ที่เราจะค่อย ๆ เรียนรู้การนับ บวก ลบ คูณ และหารตัวเลข พอถึงสมัยมัธยมคณิตศาสตร์ก็มุ่งให้เด็กเกิดความชำนาญในการท่องจำสูตร ใช้สูตร และคิดคำนวณซึ่งจะเน้นการตอบคำถามว่า “ได้อะไร (what)” เป็นสำคัญ แต่การที่ให้เด็กจำรายละเอียดของเนื้อหาวิชามากกว่าเข้าใจเหตุผลหรือที่มาว่าทำไมต้องเรียนนั้นนอกจากจะทำให้เด็กเรียนโดยขาดความเข้าใจ ทำให้เกิดความเบื่อหน่าย หดห่อท้อแท้ และหมดความสามารถที่จะเรียนคณิตศาสตร์อีกต่อไปแล้ว ยังมีปัญหาอีกประการหนึ่งที่สำคัญมาก ในทุกสาขาวิชาการบนโลกนี้ก็คือตัวความรู้หรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในปัจจุบันอาจไม่จำเป็นต้องเป็นจริงในอนาคตก็ได้ เพราะมีความใหม่ เก่า และเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ แต่สิ่งที่จะเป็นประโยชน์ต่อปัจจุบันและอนาคตมากที่สุด ก็คือ การมีกระบวนการคิด วิเคราะห์ แยกแยะ และหาเหตุผลแห่งเรื่องราวต่าง ๆ ที่แท้จริงออกมาได้อย่างถูกต้องเพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างตรงจุด แทนที่จะพยายามหาแค่ความรู้หรือข้อเท็จจริงเพียงอย่างเดียว ความรู้ที่มีประโยชน์มากที่สุดในคณิตศาสตร์ ไม่ใช่ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาข้อเท็จจริง แต่เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือกระบวนการ ซึ่งจุดนี้เองที่ทำให้คณิตศาสตร์ได้เข้ามามีบทบาทอย่างมากและเป็นรากฐานที่สำคัญอันจะอำนวยประโยชน์ให้แก่การพัฒนาองค์ความรู้ศาสตร์สาขาต่าง ๆ ในโลกยุคสมัยใหม่นี้อย่างแท้จริง

เนื้อเรื่อง

ในสมัยปัจจุบันนี้ การศึกษาคณิตศาสตร์แผนใหม่ (modern mathematics) นั้น เป็นการศึกษาถึงโครงสร้างของระบบคณิตศาสตร์ทั้งหมดหรือที่เรียกว่า “ระบบเชิงสัจพจน์ (axiomatics system)” ซึ่งโครงสร้างของคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์นั้นเริ่มต้นจากการศึกษาเกี่ยวกับธรรมชาติ และได้เข้าใจความสัมพันธ์ภายในธรรมชาติจึงพยายามสรุปออกมาเป็นข้อมูลที่อยู่ในรูปนามธรรมซึ่งประกอบด้วย คำนิยาม (undefined terms) คำนิยาม (defined terms) และสัจพจน์ (axioms) หลังจากนั้น ความรู้หรือทฤษฎีใหม่ได้เกิดขึ้น

จากการพิสูจน์หรือการแสดงความจริงให้ปรากฏโดยอาศัยกติกาและหลักการทางตรรกศาสตร์ แล้วนำผลหรือความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ในธรรมชาติ ทำให้เราเห็นความจริงเกี่ยวกับธรรมชาติชัดเจนมากยิ่งขึ้น เราจะเห็นได้ว่าการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้เน้นถึงความสำคัญของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์และความเป็นเหตุผล ซึ่งโดยธรรมชาติแล้วเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ก็เป็นเหตุเป็นผลต่อเนื่องกันโดยตลอดอยู่แล้ว ความเข้าใจในหลักการและความคิดรวบยอด จะเป็นการช่วยในการตอบคำถามให้ลึกซึ้งลงไปถึงว่า ความรู้ที่ได้มานั้น “ได้มาอย่างไร (How to)” และ “ทำไมถึงได้อย่างนั้น (Why)” ซึ่งวิธีการใหม่นี้ยังคงครอบคลุมเนื้อหาและวิธีการที่สำคัญ ๆ ของคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมอยู่ และช่วยทำให้คณิตศาสตร์แผนเก่าซึ่งมุ่งเน้นแค่การตอบคำถามที่ว่า “ได้อะไร” กลายเป็นตัวอย่างเชิงรูปธรรมที่มีประโยชน์และความน่าสนใจเพิ่มมากขึ้น

คณิตศาสตร์แผนใหม่ มีความหมายอย่างสรุป 2 อย่าง คือ อย่างแรกความใหม่ในเนื้อหาวิชา โดยไม่ได้เน้นการสอนข้อเท็จจริงเพียงอย่างเดียวแต่พยายามให้เด็กเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการและโครงสร้างด้วย และอย่างต่อมาความใหม่ในวิธีการซึ่งหมายรวมทั้งวิธีการแก้ปัญหาและวิธีการสอนด้วย โดยเน้นการสอนเริ่มจากวัตถุหรือสิ่งของที่เป็นรูปธรรมจับต้องได้ เป็นที่รู้จักกันดี หรือประสบการณ์จริงก่อนนำไปสู่สิ่งที่เป็นามธรรมมากขึ้น และจะใช้วิธีการนำเข้าสู่เนื้อหาแบบหลากหลายวิธีทาง

คณิตศาสตร์แผนใหม่มีลักษณะเด่น 3 ประการคือ

- ก. Generalization หมายถึง การวางนัยทั่วไปคือการขยายความรู้ต่าง ๆ ที่ได้รู้มาแล้วมาสรุปให้ใช้ได้กับกรณีทั่วไปของเนื้อหานั้นๆให้มากที่สุด
- ข. Abstraction หมายถึง ความเป็นนามธรรมทำให้ใช้ได้ครอบคลุมสิ่งของวัตถุทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรม
- ค. Arithmatization หมายถึง การใช้ระบบจำนวนจริง (Real Numbers System) เป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ ได้แก่ พีชคณิต เรขาคณิต และการวิเคราะห์ เป็นต้น การที่เราแทบทุกคนรู้จักและคุ้นเคยดีกับจำนวนเป็นพื้นฐานมาก่อน ทำให้มีประโยชน์ในการมองเห็นภาพของการวางนัยทั่วไปและเข้าใจความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์ได้ง่ายและชัดเจนมากขึ้น

สรุปและข้อเสนอแนะ

การศึกษาคณิตศาสตร์แผนใหม่นั้น เป็นการศึกษาถึงโครงสร้างของคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย คำนิยาม คำนิยามและสัจพจน์ จากนั้นใช้การพิสูจน์โดยอาศัยหลักการทางตรรกศาสตร์สรุปผลออกมาเป็นทฤษฎีบท กฎ หรือสูตรแล้วนำไปประยุกต์ใช้กับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติคณิตศาสตร์แผนใหม่มีความหมายอย่างสรุปคือ ความใหม่ในเนื้อหาวิชา และความใหม่ในวิธีการ คณิตศาสตร์แผนใหม่เป็นการศึกษาที่ละเอียดลึกซึ้งลงไปถึงระดับเหตุผลที่ว่า สิ่งต่าง ๆ ทำไมถึงเป็นเช่นนั้น และเป็นอย่างไรได้อะไร เพื่ออธิบายคำตอบที่ว่าได้อะไร หรือเท่าไร ให้กระจ่างแจ้งอย่างไม่มีความลังเลสงสัยใด ๆ ซึ่งลักษณะเด่นของคณิตศาสตร์แผนใหม่นี้มีด้วยกัน 3 ประการ คือ 1. เป็นการวางนัยทั่วไปเพื่อนำไปใช้กับกรณีทั่ว ๆ ไปได้ให้มากที่สุด 2. มีความเป็นนามธรรม และ 3. ใช้ระบบจำนวนจริงเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์แต่ละสาขา แนวทางการศึกษาต่อจากนี้ก็จะเป็นการเจาะลึกลงในรายละเอียด เกี่ยวกับโครงสร้างและระบบของคณิตศาสตร์ ซึ่งถือเป็นหัวใจหลักที่สำคัญที่สุดของคณิตศาสตร์แผนใหม่ และเราจะนำเสนอในครั้งต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ที่ให้การสนับสนุนการทำวิจัยและเขียนบทความวิชาการในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

สุเทพ จันทสมศักดิ์. (2522). **คณิตศาสตร์เบื้องต้น**. พิมพ์โรเนียว.

สุวรรณ มุ่งเกษม. (2513). **พัฒนาการของการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา**.

ปริญญาธิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร, 132 หน้า.

สรศักดิ์ ลีรัตนาวลี. (2541). **ตรรกศาสตร์เบื้องต้น**.

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.