

การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงนาคาгамиและการประยุกต์ใช้ในการ ประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ

Confidence Interval Estimation of Nakagami Distributions and Their Applications in Health Behavior Assessment for Elderly

^{1*} นิฏฐา บรรเทา, และ ² รดา สมเชื่อน

^{1*} Nitaya Buntao, and ² Rada Somkhuean

¹ สาขาวิชาสถิติศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม,

² กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ สาขาวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการเกษตร มหาวิทยาลัย
เทคโนโลยีราชมงคลล้านนา เชียงใหม่

¹ Department of Applied Statistics, Rajabhat Maha Sarakham University

² Department of Mathematics, Faculty of Science and Agricultural Technology,
Rajamangala University of Technology Lanna Chiang Mai

*ผู้พิมพ์หลัก: nitaya.bu@rmu.ac.th

*Corresponding author: nitaya.bu@rmu.ac.th

Received	Reviewed	Revised	Accepted
07/11/2022	27/11/2022	29/12/2022	30/12/2022

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุด้วยการแจกแจงนาคาгами ด้วยวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood: ML) วิธีการของโมเมนต์ (Method of Moment Estimator: ME) และวิธีการเบย์เซียน (Bayesian Method) โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาคือความน่าจะเป็นคัมรวมและความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น กำหนดให้ขนาดตัวอย่างเป็น 10 25 50 100 500 และ 1000 และกำหนดให้ความเชื่อมั่นของค่าความเชื่อถือเป็น 0.95 และ 0.99 ทำการศึกษาโดยการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยการทำซ้ำ 10,000 ครั้ง เมื่อมีพารามิเตอร์บ่งรูปร่าง α มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 5, 10 และ 30 และพารามิเตอร์บ่งขนาด เท่ากับ 1 ให้ความน่าจะเป็นคัมรวมสูงสุด และความกว้างของช่วงเฉลี่ยแคบที่สุด พร้อมทั้งยังมีการประยุกต์ใช้ข้อมูลพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุกับการแจกแจงนาคาгами โดยใช้ข้อมูลจากการสำรวจเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุใน ต.แก้งเลิงจาน อ.เมือง จ.มหาสารคาม จำนวน 216 คน ผลการวิจัยพบว่า ความน่าจะเป็นคัมรวมและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณทั้ง 3 วิธี โดยส่วนใหญ่วิธีการเบย์เซียน ให้ความน่าจะเป็นคัมรวมใกล้เคียงค่าระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% มากที่สุด ซึ่งความกว้างของช่วงเฉลี่ยของวิธีการเบย์เซียน ค่าความยาว

เฉลี่ยของช่วงแคบที่สุด เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 5, 10 และ 30 ซึ่งวิธีการเบย์เซียนให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อพารามิเตอร์ α เท่ากับ 0.5 สำหรับวิธีการภาวน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการของโมเมนต์ จะให้ความน่าจะเป็นคัมรวมใกล้เคียงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น สำหรับการประยุกต์ใช้ข้อมูลพฤติกรรมสุขภาพผู้สูงอายุพบว่าการแจกแจงนาคาгами และจากการประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุยังมีบางหมู่บ้านที่ยังมีพฤติกรรมสุขภาพอยู่ในระดับปานกลาง ที่จำเป็นต้องมีการจัดกิจกรรมส่งเสริมเพื่อให้ความรู้และข้อมูลในการดูแลสุขภาพเพิ่มขึ้นเพื่อให้ระดับพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุองค์รวมดียิ่ง ๆ ขึ้นต่อไป

คำสำคัญ: ช่วงความเชื่อมั่น, การแจกแจงนาคาгами, ข้อมูลชีวิต, พฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ

Abstract

The objective of this research aims to estimation of confidence intervals of health behaviors of the elderly with Nakagami distribution using the Maximum Likelihood (ML), the Method of Moments Estimator (ME) and the Bayesian Method, by comparing their coverage probability and average interval widths. The sample size are 10 25 50 100 500 and 1000, providing the confidence level of 95% and 99%. This research was studied by Monte Carlo simulations using replicated 10,000 times. The shape parameter is equal to 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 5, 10, and 30, and the scale parameter is equal to 1. We consider the case of the high coverage probability and the average width of the narrowest. In addition, the health behavior data of the elderly was applied to the Nakagami distribution using data from in-depth surveys on health behaviors of the elderly in Kaeng Loengchan Subdistrict, Mueang District, Maha Sarakham Province, 216 people. The results of coverage probability and average length of the three estimation methods showed that the most efficient method was the Bayesian methods. The coverage probability was as close to 95% and 99% confidence levels as possible. The mean width was the narrowest range when the shape parameter is 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 5, 10 and 30. The Bayesian method gave the mean width of the narrowest range when the shape parameter is 0.5. The maximum likelihood (ML) and the method of moment estimator (ME) gave the probability of coverage close to the confidence coefficient as the sample size increases. For the application of elderly health behavior data, the Nakagami distribution was fit with data. The result of health behavior assessment analysis found that there were still some villages still had moderate health behaviors. It is necessary to organize promotional

activities to increase knowledge and information on health care in order to improve the overall level of health behaviors of the elderly.

Keyword: Interval estimation, Nakagami distribution, lifetime data, health behaviors of the elderly

บทนำ

ปัจจุบันจำนวนประชากรของโลกมีแนวโน้มที่โครงสร้างประชากรที่มีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม โดยจะเห็นได้ว่าการเพิ่มขึ้นของประชากรโลกในช่วงระยะเวลา 50 ปีที่ผ่านมา มีผู้สูงอายุเพิ่มขึ้นสัดส่วนมากขึ้นเทียบกับช่วงอายุอื่นๆ ส่วนหนึ่งจากความเจริญทางด้านวิทยาศาสตร์การแพทย์ ทำให้คนมีอายุยืนยาว มีอัตราการเสียชีวิตลดน้อยลง ซึ่งมีการคาดการณ์ว่าในปี ค.ศ. 2050 นี้ ทั่วโลกจะมีจำนวนผู้สูงอายุคิดเป็น 2 ใน 5 สำหรับประเทศไทยกำลังก้าวสู่สังคมผู้สูงอายุในปี พ.ศ. 2561 และจะกลายเป็นสังคมสูงอายุอย่างสมบูรณ์ ในปี พ.ศ. 2568 โดยคาดการณ์ว่าจะมีผู้สูงอายุประมาณ 20 ล้านคน จากผลการคาดประมาณประชากรของประเทศไทย พ.ศ. 2553 – พ.ศ. 2583 พบว่าสัดส่วนของประชากรสูงอายุวัยปลาย (อายุ 80 ปีขึ้นไป) มีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้นอย่างชัดเจน ดังนั้นการพัฒนาศักยภาพและบทบาทผู้สูงอายุในการเป็นสังคมสูงอายุที่มีคุณภาพ และลดภาระของประเทศอย่างยั่งยืนจึงมีความสำคัญยิ่ง การประเมินพฤติกรรมสุขภาพเพื่อการดูแลสุขภาพสามารถช่วยให้คุณภาพชีวิตของผู้สูงอายุดีขึ้นได้อย่างมาก ดังนั้นการศึกษาเกี่ยวกับข้อมูลช่วงชีวิต (Lifetime data) และการวิเคราะห์การการรอดชีพ (Survival analysis) จึงมีความสำคัญและมีการนำไปใช้ในการแพทย์และสาธารณสุข ซึ่งจะสนใจศึกษาระยะเวลาการรอดชีพของผู้ป่วย เมื่อได้รับยาจนกระทั่ง เสียชีวิต การเกิดซ้ำของมะเร็งหลังการผ่าตัด เพื่อตรวจสอบการหลอมรวมของยีนทำนายการเกิดซ้ำของโรคมะเร็ง การประมาณช่วงของเวลาการเกิดโรค พฤติกรรมการเกิดโรคซ้ำ พฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ เพื่อป้องกันการเจ็บป่วยจากโรคเรื้อรัง ยึดระยะเวลาการเจ็บป่วยด้วยโรคที่เกิดจากภาวะเสื่อมถอยของสภาพร่างกาย และอื่นๆ ซึ่งลักษณะของข้อมูลระยะเวลาดังกล่าวสามารถจัดให้อยู่ในรูปของการแจกแจงได้หลายรูปแบบ เช่น การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution) การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution) การแจกแจงเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) การแจกแจงค่าสุดขีด (Extreme Value Distribution) และการแจกแจงนาคากามิ (Nakagami Distribution) เป็นต้น สำหรับการแจกแจงนาคากามิ (Nakagami Distribution) ถือได้ว่าเป็นการแจกแจงอายุการใช้งานที่ยืดหยุ่น มันถูกใช้เพื่อจำลองการลดทอนสัญญาณไร้สายที่ข้ามเส้นทางหลายเส้น (Hoffman, 1960) ความเร็วของสัญญาณวิทยุ ข้อมูลเกี่ยวกับวิศวกรรมการสื่อสารและอื่น ๆ การแจกแจงนาคากามินี้ยังอาจถูกนำมาใช้กับรูปแบบความล้มเหลวครั้งของผลิตภัณฑ์ที่หลากหลาย นอกจากนี้ยังได้รับการพิจารณาอย่างกว้างขวางในสาขาชีวการแพทย์ (Nelson, 1982) เช่น แบบจำลองเวลาในการเกิดขึ้นของเนื้องอกและการปรากฏตัวของมะเร็งปอด ที่มีการใช้งานในการศึกษาการถ่ายภาพทางการแพทย์ เพื่อจำลอง

อัลตราซาวนด์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเอกโค (การทดสอบประสิทธิภาพหัวใจ) (Shanker, 2005) และ Tsui et al. (2006) ใช้การแจกแจงนาคากามิเพื่อจำลองข้อมูลอัลตราซาวนด์ในการศึกษาการถ่ายภาพทางการแพทย์ นอกจากนี้การแจกแจงยังถูกใช้อย่างกว้างขวางในทฤษฎีความน่าเชื่อถือและวิศวกรรมความน่าเชื่อถือและเพื่อจำลองอัตราอันตรายคงที่ เนื่องจากคุณสมบัติหน่วยความจำของหน่วยความจำน้อยกว่า (Yang and Lin, 2000) การตรวจสอบและได้รับแบบจำลองทางสถิติของการกระจายเชิงพื้นที่สีของภาพ ด้วยการประเมินฐานข้อมูลภาพขนาดใหญ่อย่างกว้างขวางพวกเขาค้นพบว่าการแจกแจงนาคากามิสองพารามิเตอร์เหมาะสมกับวัตถุประสงค์ (Kim and Latchman, 2009) ใช้การแจกแจงนาคากามิในการวิเคราะห์ลิ่มเลือดของพวกเข การแจกแจงนาคากามิถือว่าการแจกแจงที่มีความยืดหยุ่น เพื่อตรวจสอบความน่าเชื่อถือของส่วนประกอบไฟฟ้าเมื่อเทียบกับการแจกแจงของเกอมา การแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงล็อกนอร์มัล อีกด้วย ซึ่งได้นำไปประยุกต์ใช้ในการวิจัยทางการแพทย์ คณิตศาสตร์ประกันภัย และศาสตร์อื่น ๆ อย่างกว้างขวาง ได้แก่ ด้านธุรกิจประกันภัย จะสนใจศึกษาเวลาการคงอยู่ของกรรมธรรม์ ด้านวิศวกรรมศาสตร์ จะสนใจศึกษาระยะเวลาการใช้งานของสิ่งก่อสร้างจนกระทั่งเกิดการชำรุด ด้านอุตสาหกรรม จะสนใจศึกษาระยะเวลาการใช้งานของเครื่องจักรที่ทำงานเป็นปกติจนกระทั่งเกิด การขัดข้อง และด้านการบริการ จะสนใจศึกษาระยะเวลารอคอยจนกระทั่งมีลูกค้าเข้ามาใช้บริการใน หน่วยงานแห่งหนึ่ง เป็นต้น ด้วยเหตุนี้การประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ การประมาณระยะเวลาการเจ็บป่วยด้วยโรคที่เกิดจากภาวะการเสื่อมถอยของสภาพ เพื่อป้องกันการเจ็บป่วยจากโรคเรื้อรังของร่างกาย และการเจ็บป่วยอื่น ๆ จึงมีความจำเป็นในการดูแลสุขภาพของผู้สูงอายุเป็นอย่างยิ่ง โดยหลักการการประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นการอนุมานทางสถิติประเภทที่หนึ่ง ซึ่งถูกนำมาใช้ประโยชน์ในการศึกษาและงานวิจัยในหลาย ๆ ด้าน โดยที่การประมาณค่าพารามิเตอร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation) ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่สนใจด้วยค่าสถิติเพียงค่าเดียว และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ว่าจะอยู่ ช่วงใดช่วงหนึ่งหรือมีค่าอยู่ระหว่างค่า 2 ค่า ด้วยช่วงความเชื่อมั่นที่กำหนด นั่นคือ $L < \theta < U$ โดยที่ L และ U คือขอบเขตล่างและขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น ตามลำดับ ในการศึกษาการประมาณค่าแบบช่วงจะมีการแจกแจงทางสถิติเข้ามาเกี่ยวข้อง โดยเฉพาะการศึกษาการแจกแจงที่เกี่ยวข้องกับระยะเวลาการเจ็บป่วย และการประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุที่มีการแจกแจงนาคากามิสองพารามิเตอร์

คณะผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำเอาเทคนิคทางสถิติมาประยุกต์ใช้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงนาคากามิและประยุกต์ใช้ในการประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ โดยใช้การประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงนาคากามิ ทั้งหมด 3 วิธี ประกอบด้วย วิธีการภาวน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood : ML) วิธีการของโมเมนต์ (Method of Moments Estimator: ME) และวิธีการเบย์เซียน (Bayesian Method) โดยหลักการการประมาณค่าพารามิเตอร์ว่าอยู่ช่วงใดหรือมีค่าอยู่ระหว่างค่า 2 ค่า คือ ขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น และขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น

ที่กำหนด (Jantakoon and Volodin, 2019, (1164-1177), Jantakoon and Sirisom, 2020, (605-616)

วิธีการวิจัย

การแจกแจงนาคากามิ (Nakagami Distribution) ถูกเสนอสำหรับการสร้างแบบจำลองการลดทอนสัญญาณไร้สายที่ข้ามเส้นทางหลายเส้นทาง (Nakagami, 1960) และเพื่อศึกษาผลกระทบของช่องสัญญาณที่ซับซ้อนในการสื่อสารแบบไร้สาย การแจกแจงนาคากามิเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นที่มีความเกี่ยวข้องกับการแจกแจงแกมมา สำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงนาคากามิมีสองตัว คือ พารามิเตอร์รูปร่าง (Shape parameter) $\alpha \geq 1/2$ และพารามิเตอร์ขนาด (Scale parameter) $\lambda > 0$ ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (Probability density function: pdf) คือ

$$f(x; \alpha, \lambda) = \frac{2\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)\lambda^\alpha} x^{2\alpha-1} \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} x^2\right), \forall x \geq 0 \quad (1)$$

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม คือ

$$F(x; \alpha, \lambda) = P\left(\alpha, \frac{\alpha}{\lambda} x^2\right)$$

การศึกษานี้คณะผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบการแจกแจงของข้อมูลพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุที่มีการแจกแจงนาคากามิ โดยใช้ข้อมูลจากการสำรวจเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุใน ต.แก่งเลิงจาน อ.เมือง จ.มหาสารคาม จำนวน 216 คน และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ในการศึกษานี้มีลักษณะเป็นการศึกษาเชิงทดลอง ซึ่งจำลองข้อมูลขึ้นโดยใช้เทคนิควิธีการจำลอง ด้วยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ โปรแกรม R (2021) เพื่อหาข้อสรุปในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงนาคากามิ ทั้งหมด 3 วิธี ประกอบด้วย วิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood: ML) วิธีการของโมเมนต์ (Method of Moment Estimator: ME) และวิธีการเบย์เซียน (Bayesian Method) โดยพิจารณาเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมที่ได้จากแต่ละวิธีว่าเท่ากับค่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่ วิธีการประมาณที่ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นมากที่สุด จะเป็นวิธีที่เหมาะสม และพิจารณาเปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น วิธีการประมาณที่ให้ ความกว้างเฉลี่ยต่ำที่สุด เป็นวิธีที่เหมาะสม การวิจัยในครั้งนี้ได้กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ มีขั้นตอนดังนี้

1. การสร้างข้อมูลสุ่มที่มีการแจกแจงนาคากามิ โดยพารามิเตอร์ที่ใช้ในการศึกษา ถูกกำหนดในสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยพารามิเตอร์รูปร่าง (Shape parameter: α) มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 5, 10, 20 และ 30 และพารามิเตอร์ขนาด (Scale parameter: λ) เท่ากับ 1
2. กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ของการศึกษาเป็น 10, 25, 50, 100 และ 1000

3. กำหนดระดับความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95 และ 0.99

4. ทำการทดลองซ้ำ 10,000 ครั้ง

การจำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงนาคาการมี ใช้เทคนิควิธีการจำลองแบบมอลติคาร์โล ด้วยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ โปรแกรม R ซึ่งเทคนิควิธีการจำลองแบบมอลติคาร์โลเป็น เทคนิคการ จำลองสถานการณ์ โดยอาศัยตัวเลขสุ่ม (Random Number) มาสร้างสถานการณ์ให้เหมือนหรือ คล้ายคลึงกับสถานการณ์จริง และมีการทดลองซ้ำหลาย ๆ ครั้ง เพื่ออธิบายปรากฏการณ์หรือหาคำตอบ ของ ปัญหาที่สงสัยในสถานการณ์ที่สร้างขึ้น

การดำเนินการวิจัยมีขั้นตอนที่สำคัญเรียงตามลำดับดังนี้

1. การสร้างข้อมูลให้มีให้มีการแจกแจงนาคาการมี ในสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยการ กำหนดค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (Shape parameter: α) ในแต่ละกรณี กำหนดค่าพารามิเตอร์บ่ง ขนาด (Scale parameter: λ) เท่ากับ 1 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ในแต่ละกรณี และกำหนดระดับ ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95 และ 0.99

2. การหาช่วงความเชื่อมั่นและความกว้างของช่วง โดยกำหนดช่วงความเชื่อมั่น $(1-v)100\%$ สำหรับ λ แล้วหาขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น (λ_L) และขอบเขตบนของช่วง ความเชื่อมั่น (λ_U) ของการแจกแจงนาคาการมี โดยวิธีการต่าง ๆ

3. การคำนวณค่าความน่าจะเป็นคัมรวม (Coverage Probability: CP) และค่า ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Average Length: AL) การคำนวณค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของ ช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 2 วิธี โดยการหาช่วงความเชื่อมั่น สำหรับค่าเฉลี่ยในแต่ละสถานการณ์ จากนั้น ตรวจสอบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้คลุมค่าเฉลี่ยของประชากร หรือไม่ ทำการตรวจสอบซ้ำ 10,000 ครั้ง นับจำนวนครั้งที่ทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นคลุมค่าเฉลี่ยของประชากร แล้วนำ คำนวณหารด้วย 10,000 ค่าที่ได้คือ ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม ดังสูตรต่อไปนี้

$$CP = \frac{\text{จำนวนครั้งที่ทั้งหมดที่อยู่ในช่วงความเชื่อมั่น}}{10,000}$$

การคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AL) ของแต่ละวิธีการประมาณค่าทำได้โดย เมื่อคำนวณช่วงความเชื่อมั่นจากแต่ละวิธีที่ประมาณได้แล้วทำการคำนวณหาผลต่างระหว่างขอบเขตบน ของช่วงความเชื่อมั่น (U_i) และขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น (L_i) นำผลที่ได้บวกสะสมไว้แล้ว หาค่าเฉลี่ยเมื่อช่วงความเชื่อมั่นครบ 10,000 ครั้ง ค่าเฉลี่ยที่ได้คือ ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ดังสูตรต่อไปนี้ (Jantakoon and Volodin, 2019)

$$AL = \frac{\sum_{i=1}^{10000} (U_i - L_i)}{10,000}$$

4. การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นคัมรวม และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงนั้น จะดำเนินการเป็น 2 ขั้นตอน ตามลำดับ การพิจารณาค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของแต่ละวิธีการประมาณในแต่ละสถานการณ์ หากวิธีการประมาณใดให้ค่าความน่าจะเป็นความน่าจะเป็นคัมรวมใกล้เคียงค่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดแสดงว่าวิธีการประมาณนั้นเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด และจะทำการพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น แต่ถ้าวิธีการประมาณใดให้ค่าความน่าจะเป็นความน่าจะเป็นคัมรวมต่ำกว่าค่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดจะไม่ทำการพิจารณา ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณนั้น เมื่อพิจารณาค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของแต่ละวิธีการประมาณแล้วว่ามีค่าใกล้เคียงระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด จะทำการพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธีการในแต่ละสถานการณ์ หากวิธีการประมาณใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงต่ำสุดในแต่ละสถานการณ์ แสดงว่าวิธีการประมาณนั้นเป็นวิธีการประมาณที่เหมาะสม

วิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับการแจกแจงนาคากามิ แต่ละวิธีมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ช่วงความเชื่อมั่นวิธีการของภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood: ML)

ฟังก์ชันล็อกภาวะน่าจะเป็นคำนวณจาก

$$L(x; \alpha, \lambda) = \frac{(2\alpha^\alpha)^n}{(\Gamma(\alpha))^n \lambda^{n\alpha}} \prod_{i=1}^n x_i^{2\alpha-1} \exp\left(\frac{-\alpha}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i^2\right) \quad (2)$$

จะได้

$$\ln L(x; \alpha, \lambda) = n \ln(2\alpha^\alpha) - n \ln \Gamma(\alpha) - n\alpha \ln \lambda + (2\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - \frac{\alpha}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

ตัวประมาณค่าภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) ของ λ ซึ่ง $\hat{\lambda}_{ML}$ นั้นได้มาจากการแก้สมการ

$$-n \frac{\alpha}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda^2} \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

ตัวประมาณค่าภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์บ่งขนาด λ เมื่อพารามิเตอร์บ่งรูปร่าง α เป็นที่รู้จักจะได้เป็น

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} \quad (3)$$

ดังนั้นเมทริกซ์ข้อมูลฟิชเชอร์สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$I(\theta) = -E \left[\frac{\partial^2 \ln L(\theta | \text{data})}{\partial \theta^2} \right] = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha^2} & -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha \partial \lambda} \\ -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha \partial \lambda} & -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\alpha}^2 & \sigma_{\alpha\lambda}^2 \\ \sigma_{\alpha\lambda}^2 & \sigma_{\lambda}^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

โดยที่ $\sigma_{\lambda}^2 = \frac{\lambda^2}{n\alpha}$ เมทริกซ์ข้อมูลฟิชเชอร์เชิงเส้นกำกับได้มาจากการได้รับค่าที่คาดหวังของอนุพันธ์บาง

ส่วนที่สอง และผลของ $\ln L(\alpha, \lambda)$ ที่เกี่ยวข้องกับ α และ λ นอกจากนี้ค่าผกผันของเมทริกซ์ข้อมูลฟิชเชอร์ คือตัวประมาณเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบไม่คงที่

$$\text{Var}(\hat{\theta}_{ML}) = \left[I(\hat{\theta}_{ML}) \right]^{-1}$$

ดังนั้นผลต่างของตัวประมาณ ML α สามารถแสดงเป็น

$$\text{Var}(\hat{\lambda}_{ML}) = \frac{\alpha}{\lambda^2} \quad (5)$$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานคือรากที่สองขององค์ประกอบในเส้นทแยงของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมสำหรับการแจกแจงเชิงเส้นกำกับของการประมาณค่าภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ α จะได้

$$\hat{\lambda}_{ML} : N \left(\lambda, \frac{\alpha}{\lambda^2} \right) \quad (6)$$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานหาได้โดยการประมาณค่าภาวะน่าจะเป็นสูงสุดที่กำหนดโดย

$$SE(\hat{\lambda}_{ML}) = \frac{\alpha}{\lambda} \quad (7)$$

ช่วงความเชื่อมั่นสองด้าน $(1-\nu)100\%$ สำหรับค่า λ ตามแนวทางภาวะน่าจะเป็นสูงสุด มีดังนี้

$$CI(\lambda)_{ML} = [\lambda_{L_ML}, \lambda_{U_ML}] = \left[\hat{\lambda}_{ML} - Z_{(\nu/2)} \frac{\lambda}{\sqrt{n}}, \hat{\lambda}_{ML} + Z_{(\nu/2)} \frac{\lambda}{\sqrt{n}} \right] \quad (8)$$

โดยที่ α คือระดับนัยสำคัญ และ

$Z_{\nu/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ $(1-\nu)100\%$ ของ $N(0,1)$

2. ช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณวิธีการของโมเมนต์ (Method of Moments

Estimator: ME)

วิธีการของโมเมนต์เป็นเทคนิคสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองทางสถิติ ทำโดยการค้นหาค่าของพารามิเตอร์ที่ส่งผลให้เกิดการจับคู่ระหว่างโมเมนต์ตัวอย่าง และโมเมนต์ของ

ประชากรหาได้ด้วยการพิจารณาแบบจำลองทางสถิติที่กำหนดในแง่ของเวกเตอร์พารามิเตอร์ $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)^T$ โดยแสดง $\mu_k = E[X^k]$ ที่ k^{th} โมเมนต์เกี่ยวกับศูนย์ของตัวแปรสุ่ม X ที่สร้างขึ้นโดยแบบจำลอง ซึ่งโมเมนต์นี้จะเป็นฟังก์ชันของ θ ดังนั้นสามารถเขียน $\mu_k = \mu_k(\theta)$ เพื่อเน้นความไม่เป็นอิสระนี้ k^{th} คือ โมเมนต์ของการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เกิดจาก

$$\mu_k = E[X^k] = \frac{\Gamma\left(\alpha + \frac{k}{2}\right)}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^{-\frac{k}{2}}} \quad (9)$$

โมเมนต์ของการแจกแจงความน่าจะเป็นสามารถหาได้อย่างง่ายดาย เช่น 4 โมเมนต์แรกของ X เป็น

$$\mu_1 = E[X^1] = \frac{\Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{2}}},$$

$$\mu_2 = E[X^2] = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^{-1}},$$

$$\mu_3 = E[X^3] = \frac{\Gamma\left(\alpha + \frac{3}{2}\right)}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^{-\frac{3}{2}}},$$

และ

$$\mu_4 = E[X^4] = \frac{\Gamma(\alpha + 2)}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^{-2}},$$

วิธีการประมาณค่าของโมเมนต์ α และ λ จะได้ดังนี้

$$\mathcal{A} = \frac{\left(E[X^2]\right)^2}{\text{Var}[X^2]} = \frac{\lambda^2}{(X^2 - \lambda^2)^2} \geq 0.5 \quad \text{และ} \quad \mathcal{B} = E[X^2] = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^{-1}}$$

การแจกแจงเชิงเส้นกำกับร่วมของ $\mathcal{A}$ และ $\mathcal{B}$ คือ ปรกติสองตัวแปร (Yudi PALitan, 2001) ดังนี้

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \lambda \end{pmatrix} : N \left[\begin{pmatrix} \alpha \\ \lambda \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{\alpha^2}{2n} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha\lambda^2}{2n} \left(\frac{1+\frac{3}{4}\alpha}{\left(1+\frac{1}{2}\alpha^2\right)^2} \right) \end{pmatrix} \right]$$

จะเห็นว่าโมเมนต์ของความเชื่อมั่นสองด้าน $(1-\nu)100\%$ สำหรับ λ ตามวิธีการของโมเมนต์ คือ

$$CI(\lambda)_{ME} = [\lambda_{L_ME}, \lambda_{U_ME}] = \left[\lambda \left(\frac{z_{\nu/2}}{\sqrt{2n}} + 1 \right)^{-1}, \lambda \left(\frac{z_{1-\nu/2}}{\sqrt{2n}} + 1 \right)^{-1} \right] \quad (10)$$

$$\text{โดยที่ } h_2(x) = \frac{1+0.75x^2}{(1+0.5x^2)^2}$$

3. ช่วงความเชื่อมั่นของเบย์เซียน (Bayesian Confidence Intervals)

ช่วงความเชื่อมั่นของเบย์เซียน (Bayesian) สำหรับ α ของการแจกแจงนาคาคามิ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของการแจกแจงนาคาคามิ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$L(\theta | data) \propto \frac{(2\alpha^\alpha)^n}{(\Gamma(\alpha))^n \lambda^{n\alpha}} \prod_{i=1}^n x_i^{2\alpha-1} \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i^2\right) \quad (11)$$

โดยที่ $\theta = [\alpha, \lambda]$

ในการอนุมานทางสถิติของความเชื่อมั่นของเบย์เซียน จะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (pdf) การแจกแจงภายหลังของพารามิเตอร์ λ จะได้รับโดยใช้การแจกแจงก่อนหน้านี้ที่ไม่ให้ข้อมูลและให้ข้อมูลที่แตกต่างกันของพารามิเตอร์ λ และฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นข้างต้น ในการวิจัยนี้ โดยขั้นตอนของเบย์เซียน สำหรับทางเลือกที่แตกต่างกันของการแจกแจงก่อนสำหรับ θ จะถูกสำรวจ และใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแต่ละวิธีโดยการดำเนินการศึกษาการจำลอง

ในส่วนการประมาณค่าเบย์เซียนของพารามิเตอร์มาตราส่วนของการแจกแจงนาคาคามิ นั้นหาได้จากการใช้ตัวกำหนดค่าต่าง ๆ ภายใต้อฟังก์ชันสมมาตรและการสูญเสีย โดยฟังก์ชันการสูญเสีย (loss function) ที่ใช้ในการวิจัยนี้ คือ

(i) ฟังก์ชันการสูญเสียกำลังสอง ซึ่งให้โดย

$$L_{qd}(\hat{\lambda}, \lambda) = \left(\frac{(\hat{\lambda} - \lambda)}{\lambda} \right)^2; \lambda > 0 \quad (12)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันการสูญเสียสมมาตร λ และ $\S$ แสดงถึงค่าที่แท้จริงและการประมาณค่าของพารามิเตอร์

(ii) ฟังก์ชันการสูญเสียใหม่ของ Al-Bayyati เป็นรูปแบบ

$$L_{nl}(\hat{\lambda}, \lambda) = \lambda^{c_1} (\hat{\lambda} - \lambda)^2; c_1 \in R \quad (13)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันการสูญเสียไม่สมมาตร λ และ $\S$ แสดงถึงค่าที่แท้จริงและการประมาณค่าของพารามิเตอร์

(iii) ฟังก์ชันการสูญเสีย entropy จะได้รับโดย

$$L_{ef}(\hat{\lambda}, \lambda) = \left(\frac{\hat{\lambda}}{\lambda} - \log \left(\frac{\hat{\lambda}}{\lambda} \right) - 1 \right); \lambda > 0 \quad (14)$$

โดยที่ λ และ $\S$ แสดงถึงค่าจริงและค่าโดยประมาณของพารามิเตอร์

ความหนาแน่นภายหลังภายใต้ของควอไซไพร์เออร์ (Posterior Density under Quasi prior)

ให้ $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ เป็นตัวอย่างแบบสุ่มของขนาด n ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (2) และฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (3) ควอไซก่อนสำหรับ λ จะได้รับโดย

$$g_2(\lambda) = \frac{1}{\lambda^d}; \lambda > 0, d > 0 \quad (15)$$

ด้วยการใช้ทฤษฎีบทของเบย์เรามี

$$\pi_3(\lambda | \underline{x}) \propto L(x | \lambda) g_2(\lambda) \quad (16)$$

การใช้ (3) และ (15) ใน (16)

$$\pi_3(\lambda | \underline{x}) \propto \frac{(2\alpha^\alpha)^n}{\Gamma(\alpha)^n \lambda^{n\alpha+d}} \prod_{i=1}^n x_i^{2\alpha-1} \exp \left(\frac{-\alpha}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \quad (17)$$

$$\pi_3(\lambda | \underline{x}) = \rho \frac{1}{\lambda^{n\alpha+d}} \exp \left(\frac{-\alpha}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \quad (18)$$

เมื่อ ρ เป็นอิสระจาก λ และ

$$\rho = \frac{(k \sum_{i=1}^n x_i^2)^{n\alpha+d-1}}{\Gamma(n\alpha+d-1)} \quad (19)$$

การใช้ค่าของ ρ ใน (16),

$$\pi_3(\lambda | \underline{x}) = \left(\frac{(k \sum_{i=1}^n x_i^2)^{n\alpha+d-1}}{\Gamma(n\alpha+d-1)} \frac{1}{\lambda^{n\alpha+d}} \exp\left(\frac{-\alpha}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i^2\right) \right)$$

ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

การนำเสนอผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงนาคาгами ซึ่งได้แก่ วิธีการภาวน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood: ML) วิธีการของโมเมนต์ (Method of Moments Estimator: ME) และวิธีการเบย์เซียน (Bayesian Method) เพื่อหาข้อสรุปในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ โดยพิจารณาเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นคุ่มรวมที่ได้จากแต่ละวิธี และความยาวเฉลี่ยของแต่ละวิธี โดยวิธีการประมาณที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคุ่มรวมใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นมากที่สุดจะเป็นวิธีที่เหมาะสม และพิจารณาเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำที่สุดจะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด การเปรียบเทียบความน่าจะเป็นคุ่มรวมและความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงนาคาгами จากการประมาณค่าทั้ง 3 วิธี ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% ได้ผลดังตารางที่ 1 – 2

จากตารางที่ 1 จะเห็นได้ว่า ผลการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 3 วิธี สำหรับการแจกแจงนาคาгами โดยกำหนดระดับความเชื่อ 95% เป็นดังนี้ ถ้าพิจารณาจากขนาดตัวอย่างจากตารางในกลุ่มของค่าพารามิเตอร์ เมื่อขนาดตัวอย่างต่างกันจะให้ลักษณะของความยาวเฉลี่ยแตกต่างกัน โดยเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 50 จะเห็นว่าได้ค่าความน่าจะเป็นคุ่มรวมต่ำ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 25 และ 100 ในแต่ละค่าพารามิเตอร์ให้ค่าความน่าจะเป็นคุ่มรวมจะเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาตามค่า α พบว่าเมื่อค่า α เท่ากับ 0.5, 1 และ 1.5 วิธีการของโมเมนต์ และวิธีการเบย์เซียน ให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำใกล้เคียงกัน และเมื่อค่าพารามิเตอร์ α มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 20 และ 30

Table 1. Comparison of coverage probabilities and average lengths for the Nakagami distribution at the 0.95 nominal level

n	α	Maximum Likelihood (ML)		Moments Estimator (ME)		Bayesian Method	
		AL	CP	AL	CP	AL	CP
10	0.5	1.6497	0.8312	1.6530	0.8301	1.5744	0.8595
	1	3.7864	0.8204	3.7873	0.8197	3.7061	0.8444
	1.5	6.1116	0.8076	6.1136	0.8073	6.0371	0.8352
	2	8.2389	0.8082	8.2391	0.8070	8.1584	0.8374
	2.5	10.3371	0.8084	10.3400	0.8067	10.2615	0.8332
	5	21.9317	0.8018	21.9320	0.8018	21.8472	0.8329
	10	44.1323	0.8104	44.1356	0.8087	44.0568	0.8415
	20	88.2539	0.8166	88.2547	0.8158	88.1728	0.8517
	30	134.0141	0.8202	134.0165	0.8195	133.9380	0.8511
25	0.5	0.6141	0.8940	0.6166	0.8925	0.5345	0.9257
	1	1.3461	0.8962	1.3470	0.8959	1.2652	0.9251
	1.5	2.1130	0.8886	2.1133	0.8884	2.0254	0.9142
	2	2.8923	0.8798	2.8939	0.8781	2.8153	0.9085
	2.5	10.3371	0.8784	6.6983	0.8779	6.6246	0.9064
	5	7.3966	0.8618	7.1551	0.8623	7.0746	0.8965
	10	18.0466	0.8704	16.2866	0.8684	16.2127	0.8997
	20	25.2539	0.8726	33.2599	0.8712	33.1745	0.9027
	30	49.8055	0.8802	47.8075	0.8799	47.7288	0.9075
50	0.5	0.4743	0.9485	0.3861	0.9478	0.3000	0.9730
	1	1.7906	0.9352	0.7817	0.9331	0.7022	0.9614
	1.5	1.2328	0.9343	1.2364	0.9342	1.1565	0.9622
	2	1.7036	0.9311	1.7448	0.9309	1.6688	0.9600
	2.5	2.1305	0.9101	2.6315	0.9102	2.5486	0.9435
	5	4.4929	0.9099	4.5940	0.9084	4.5087	0.9351
	10	9.0818	0.9213	10.1834	0.9202	10.1064	0.9516
	20	18.2591	0.9186	18.2600	0.9177	18.1766	0.9546
	30	26.9061	0.9285	27.0978	0.9279	27.0138	0.9563
100	0.5	0.3104	0.9651	0.3736	0.9642	0.3032	0.9916
	1	0.6243	0.9636	0.4654	0.9623	0.3848	0.9889
	1.5	0.9598	0.9482	0.4597	0.9480	0.3827	0.9804
	2	1.9777	0.9479	0.8693	0.9482	0.7924	0.9791
	2.5	2.4073	0.9475	0.8594	0.9465	0.7797	0.9776
	5	3.4386	0.9436	2.4302	0.9428	2.3510	0.9727
	10	6.3120	0.9362	5.9126	0.9366	5.8317	0.9729
	20	14.8629	0.9562	11.8647	0.9555	11.7807	0.9555
	30	18.6241	0.9585	16.6261	0.9586	16.5431	0.9586
1000	0.5	0.0923	0.9826	0.1847	0.9817	0.1072	0.9817
	1	0.1721	0.9764	0.2456	0.9760	0.1650	0.9760
	1.5	0.2696	0.9758	0.4164	0.9745	0.3374	0.9745
	2	0.3598	0.9742	0.4697	0.9734	0.3844	0.9734
	2.5	0.5301	0.9682	0.3013	0.9676	0.2210	0.9676

	5	0.8898	0.9664	1.1353	0.9661	1.0497	0.9661
	10	1.8232	0.9774	1.5257	0.9779	1.4513	0.9779
	20	3.5985	0.9769	4.1991	0.9765	4.1129	0.9765
	30	5.8539	0.9868	5.3466	0.9867	5.2764	0.9867

Table 2. Comparison of coverage probabilities and average lengths for the Nakagami distribution at the 0.99 nominal level

n	α	Maximum Likelihood (ML)		Moments Estimator (ME)		Bayesian Method	
		AL	CP	AL	CP	AL	CP
10	0.5	2.7093	0.9068	1.6604	0.8944	0.6823	0.9498
	1	6.3270	0.8908	3.8475	0.8826	4.2982	0.9382
	1.5	9.8246	0.8948	5.9688	0.8843	7.7946	0.9418
	2	13.6976	0.8931	8.2990	0.8636	11.6677	0.9288
	2.5	17.2355	0.8882	10.4475	0.8676	15.2084	0.9343
	5	35.5672	0.8717	21.5086	0.8854	33.5359	0.9415
	10	73.4814	0.8924	43.7843	0.8758	71.4522	0.9327
	20	149.2111	0.8828	90.3724	0.8335	147.1871	0.8915
	30	220.8777	0.8909	133.2079	0.9008	218.8471	0.9553
25	0.5	0.8486	0.9679	0.5764	0.9663	1.0980	0.9874
	1	1.8914	0.9481	1.2865	0.9416	1.8601	0.9844
	1.5	2.8519	0.9453	1.9705	0.9474	1.8246	0.9914
	2	3.9642	0.9464	2.7974	0.9322	1.9362	0.9751
	2.5	5.0238	0.9562	3.9893	0.9364	2.9936	0.9773
	5	10.4364	0.9476	7.5205	0.9402	8.4066	0.9835
	10	21.5356	0.9553	14.7204	0.9290	19.5071	0.9724
	20	42.8684	0.9586	29.1696	0.9370	40.8454	0.9762
	30	65.3986	0.9443	42.6581	0.9709	63.3702	0.9866
50	0.5	0.4411	0.9752	0.4548	0.9670	0.4960	0.9836
	1	1.0892	0.9724	0.9011	0.9514	0.9363	0.9667
	1.5	1.6595	0.9572	2.2594	0.9378	0.9287	0.9610
	2	2.2860	0.9761	2.1790	0.9527	2.2589	0.9797
	2.5	2.8303	0.9583	1.9193	0.9543	1.8040	0.9757
	5	5.8917	0.9648	4.4769	0.9624	3.8633	0.9887
	10	12.2553	0.9682	9.0990	0.9682	10.2232	0.9899
	20	24.7614	0.9748	18.4794	0.9509	22.7307	0.9713
	30	37.4266	0.9630	27.5732	0.9653	35.3943	0.9943
100	0.5	0.3240	0.9802	0.2446	0.9578	0.5558	0.9862
	1	0.6977	0.9766	0.5377	0.9576	0.5644	0.9850
	1.5	1.0823	0.9774	0.9597	0.9674	1.0505	0.9963
	2	1.3613	0.9869	1.0791	0.9585	1.4958	0.9861
	2.5	1.8673	0.9784	1.2984	0.9628	1.8430	0.9879
	5	3.8554	0.9780	2.9771	0.9780	1.8225	0.9845
	10	7.8284	0.9772	5.8867	0.9621	5.8014	0.9887
	20	15.7976	0.9776	11.9200	0.9519	13.7685	0.9676
	30	23.7224	0.9764	17.4704	0.9736	21.6953	0.9859

1000	0.5	0.0945	0.9858	0.0744	0.9820	0.6505	0.9897
	1	0.2019	0.9896	0.2071	0.9873	1.6332	0.9898
	1.5	0.3130	0.9864	0.3008	0.9909	1.5515	0.9890
	2	0.4261	0.9892	0.3795	0.9928	1.5453	0.9903
	2.5	0.5396	0.9904	0.4653	0.9892	2.1213	0.9884
	5	1.1121	0.9868	0.7827	0.9816	0.5243	0.9796
	10	2.2569	0.9879	1.6324	0.9886	1.3785	0.9923
	20	4.5529	0.9898	3.5729	0.9731	3.3119	0.9896
	30	6.8416	0.9864	5.2434	0.9792	4.9947	0.9864

ที่ขนาดตัวอย่างเป็น 25 และ 50 ค่าความยาวเฉลี่ยของวิธีการเบย์เซียนมีค่าแคบสุด เมื่อเปรียบเทียบกับทั้ง 2 วิธี นั่นคือถ้าขนาดตัวอย่างคงที่ค่าความยาวเฉลี่ยจะเพิ่มขึ้น ซึ่งวิธีการเบย์เซียน ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุด ส่วนวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการของโมเมนต์จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงแนบแน่นกว้างเพิ่มขึ้น เมื่อค่าพารามิเตอร์ α ที่มีค่าคงที่ และขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นพบว่าวิธีการเบย์เซียน ยังคงมีขนาดความยาวเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุด เช่น ค่าพารามิเตอร์ที่ 0.5, 1 และ 2 โดยที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มจาก 10, 25, 50, 100 และ 1,000 จะเห็นได้ว่าวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการของโมเมนต์จะได้ค่าความยาวเฉลี่ยเพิ่มขึ้น และยิ่งขนาดตัวอย่างมีเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงจะยิ่งกว้าง

จากตารางที่ 2 จะเห็นได้ว่า ผลการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 3 วิธี สำหรับการแจกแจงนาคาามิ โดยกำหนดระดับความเชื่อ 99% เมื่อพิจารณาจากขนาดตัวอย่างในตารางแตกต่างกันจะให้ลักษณะของความยาวเฉลี่ยไม่เหมือนกัน คือ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 จะเห็นว่าได้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมต่ำสุดใกล้เคียงกัน โดยเมื่อค่า α มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 1.5 และ 2 วิธีการของโมเมนต์ และวิธีการเบย์เซียน จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำใกล้เคียงกัน และเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างเป็น 1,000 จะเห็นได้ว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการของโมเมนต์ ที่ α มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 1.5, 2 และ 2.5 ให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำใกล้เคียงกันซึ่งดีกว่าวิธีการเบย์เซียน แต่ถ้าค่า α เพิ่มขึ้นเป็น 5, 10, 20 และ 30 วิธีการเบย์เซียนจะให้ค่าความยาวเฉลี่ยแคบกว่าทั้ง 2 วิธี ส่วนวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการของโมเมนต์จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงแนบแน่นเพิ่มขึ้นเมื่อค่าพารามิเตอร์ α มีค่าคงที่ เช่น ที่ค่า α มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 1.5 และ 2 ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 10, 25, 50, 100 และ 1,000 จะเห็นว่าวิธีการเบย์เซียน ยังคงมีขนาดความยาวเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุด ในขณะที่วิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการของโมเมนต์จะได้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงแนบแน่นเพิ่มขึ้น และยิ่งขนาดตัวอย่างมีค่ามากขึ้นจะส่งผลให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงจะยิ่งกว้าง

ผลการวิจัยการประยุกต์ใช้ในการประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ

การประยุกต์ใช้การแจกแจงนาคาการในการประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ ใน การศึกษาครั้งนี้คณะผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบการแจกแจงของข้อมูลพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ ว่ามีการแจกแจงนาคาการ โดยใช้ข้อมูลผู้สูงอายุจากการสำรวจเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมสุขภาพในพื้นที่ ตำบลแก่งเลิงจาน อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม จำนวน 216 คน คณะผู้วิจัยได้ทำการหาค่าตัว ประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงนาคาการ โดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) และใช้ข้อมูลนี้ เพื่อประมาณพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ ในการตรวจสอบการแจกแจงของข้อมูลพฤติกรรมสุขภาพ ของผู้สูงอายุสรุปได้ว่าข้อมูลมีการแจกแจงนาคาการมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังตารางที่ 3

Table 3. Fitting the Nakagami distribution to health behavior of elderly

Village areas	<i>n</i>	Point estimate	Asymptotic standard errors	P-value
1	43	4.54	0.34	0.42
3	41	3.69	0.48	0.38
4	13	3.18	0.46	0.39
5	48	3.53	0.41	0.43
7	19	2.96	0.35	0.34
14	20	3.13	0.31	0.37
16	26	4.23	0.54	0.48
17	6	3.18	0.31	0.36
Total	216	3.93	0.33	0.46

จากตารางที่ 3 แสดงผลการประมาณค่าระดับพฤติกรรมสุขภาพที่ได้จากการประมาณ ค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการ MLE และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเชิงเส้นกำกับ งานวิจัยนี้ได้ประยุกต์ใช้ ข้อมูลพฤติกรรมสุขภาพกับการแจกแจงนาคาการ โดยประเด็นนี้ถือว่าเป็นงานชิ้นแรก ที่ศึกษาการ แจกแจงนาคาการในบริบทเฉพาะนี้ที่มีประโยชน์ในเชิงประยุกต์ คณะผู้วิจัยได้ปรับค่า MLE โดยใช้ ขั้นตอนการแก้ไข the Cox-Snell corrective procedure จากการพิจารณาค่า P-value ในทุก ๆ กรณีพบว่าข้อมูลพฤติกรรมสุขภาพในภาพรวม และข้อมูลจำแนกแต่ละหมู่บ้านมีการแจกแจงนาคาการ มีนัยสำคัญ จากการประมาณค่าพารามิเตอร์และนำไปใช้ประมาณพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ โดยการประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุแบ่งออกเป็น 5 ระดับ ได้แก่ พฤติกรรมสุขภาพที่ดีมาก ดี ปานกลาง ต่ำ และต่ำมาก จากผลการประเมินพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุพบว่าในภาพรวม พฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุมีค่าเท่ากับ 3.93 แสดงว่าโดยรวมผู้สูงอายุมีพฤติกรรมสุขภาพที่ดี พอสมควรในการดูแลสุขภาพ และเมื่อจำแนกวิเคราะห์รายหมู่บ้านพบว่าผู้สูงอายุในหมู่ 1 มีระดับ

พฤติกรรมสุขภาพสูงที่สุดซึ่งอยู่ในระดับดีมาก และผู้สูงอายุที่มีระดับพฤติกรรมสุขภาพต่ำสุดคือผู้สูงอายุในหมู่ 17 ซึ่งมีพฤติกรรมสุขภาพอยู่ในระดับปานกลาง

สรุปผลการวิจัย

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงนาคาเกามิ โดยเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะคุ้มครองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของวิธีการประมาณทั้ง 3 วิธี พบว่า ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุคือ ถ้าขนาดตัวอย่างน้อย เช่น ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 25, 50, 100 ค่าพารามิเตอร์ α ที่เหมาะสมมีค่าเท่ากับ 0.5, 1 ให้ค่าความยาวเฉลี่ยแคบสุดในวิธีของโมเมนต์ ถ้าขนาดตัวอย่างมากเท่ากับ 1,000 ค่าพารามิเตอร์ α ที่เหมาะสมมีค่าเท่ากับ 5, 10, 20 และ 30 ให้ค่าความยาวเฉลี่ยแคบสุดด้วยวิธีการเบย์เซียน จากตารางส่วนใหญ่วิธีการเบย์เซียน ให้ความน่าจะเป็นคุ้มครองใกล้เคียงค่าระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% มากที่สุด ซึ่งความกว้างของช่วงเฉลี่ยของวิธีการเบย์เซียน ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุด เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่าเท่ากับ 5, 10, 20 และ 30 โดยเฉพาะตัวอย่างที่มีขนาดมาก คือ 1,000 ตัวอย่างดังตาราง 1-2 วิธีการเบย์เซียนให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดและค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 0.5, 1, 1.5, 2 และ 2.5 สำหรับวิธีการภาวน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการของโมเมนต์ จะให้ความน่าจะเป็นคุ้มครองใกล้เคียงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมากกว่าวิธีการเบย์ เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น จากผลการศึกษาในครั้งนี้ ทำให้ทราบว่าวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นโดยใช้ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างนั้น วิธีที่ดีที่สุดที่เหมาะสมกับการประมาณพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุ คือวิธีการเบย์เซียน สำหรับการประยุกต์ใช้ข้อมูลพฤติกรรมสุขภาพผู้สูงอายุกับการแจกแจงนาคาเกามิพบว่า ข้อมูลมีการแจกแจงนาคาเกามิอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จากผลสามารถสรุปได้ว่าโดยรวมผู้สูงอายุมีพฤติกรรมสุขภาพที่ดีพอสมควรในการดูแลสุขภาพ แต่ก็ยังมีผู้สูงอายุในพื้นที่บางหมู่บ้านที่ยังมีพฤติกรรมสุขภาพอยู่ในระดับปานกลาง ดังนั้นควรมีการจัดกิจกรรมส่งเสริมเพื่อให้ความรู้และข้อมูลในการดูแลสุขภาพเพิ่มขึ้นเพื่อให้ระดับพฤติกรรมสุขภาพของผู้สูงอายุอยู่คงที่ดียิ่ง ๆ ขึ้นต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณกองทุนส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม (กองทุน) ที่อุดหนุนการทำกิจกรรมส่งเสริมและสนับสนุนการพัฒนาวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม (ววน.) ให้กับมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม และสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามที่สนับสนุนทุนการวิจัยครั้งนี้

References

- Hall, P. (1988). Theoretical comparison of bootstrap confidence intervals. *Ann. Statist.* 16, 927-953.
- Hoffman, P.J. (1960). Social acquiescence and "Education". *Educational and Psychological Measurement*, 20(4), 769.
- Jantakoon, N., & Sirisom, P. (2020). Performance Evaluation of Some Confidence Intervals for Estimating the Shape Parameter of the Two-Parameter Lomax Distribution. *Applied Mathematics and Information Sciences*, 14(4), 605-616.
- Jantakoon, N., & Volodin, A. (2019). Interval estimation for the shape and scale parameters of the Birnbaum Saunders distribution. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 40(8), 1164-177.
- Kim, K., & Latchman, H.A. (2009). Statistical traffic modeling of MPEG frame size: experiments and analysis. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*, 7(6), 54-59.
- Nakagami, M. (1960). The m-distribution- A general formulation of intensity distribution of rapid fading. In W. C. Ho man (ed.), *Statistical Method in Radio Wave Propagation*. Pergamon, (3-36), Oxford: University of California, Los Angeles.
- Nelson, W. (1982). *Applied Life Data Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Pawitan, Y. (2001). *In All Likelihood: Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*, Oxford, England: Oxford University Press.
- Perry, J.N. (1962). Semiconductor Burn-in and Weibull Statistics, Semiconductor Reliability, *Engineering Publishers*, 2, 80-90.
- R Development Core Team. (2021). *R: a language and environment for statistical computing*, R Foundation for Statistical Computing.
- Shanker, A.K., Cervantes C., Loza-Tavera H., & Avudainayagam S. (2005). Chromium toxicity in plants. *Environment International*, 31(5), 739-753.
- Tsui, P.H., Huang, C.C. & Wang, S.H. (2006). Use of Nakagami distribution and logarithmic compression in ultrasonic tissue characterization. *Journal of Medical and Biological Engineering*, 26(2), 69-73.
- Yang, D.T. & Lin, J.Y. (2000). Food availability, entitlement and the Chinese famine of 1959-61. *Economic Journal*, 110(460), 136-158.