
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี
Mathematical Model for Forecasting the Number of Aging Societies
in Pathum Thani Province

¹สิโรรัตน์ จันทงาม, ¹วิริยาภรณ์ กล่อมสังข์เจริญ และ ^{1*}จุฑารัตน์ โพธิ์หลวง

¹Sirorath Channgam, ¹Wiriyaabhorn Klomsungcharoen and ^{1*}Jutarat Pholuang

¹สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์

¹Applied Mathematics Program, Faculty of Science and Technology, Valaya Alongkorn
Rajabhat University under the Royal Patronage

*ผู้นิพนธ์หลัก: jutarat@vru.ac.th

*Corresponding author: jutarat@vru.ac.th

Received	Reviewed	Revised	Accepted
16/12/2022	27/02/2023	28/03/2023	29/04/2023

Abstract

The purpose of this research was to construct the mathematical model for forecasting the number of aging societies in Pathum Thani province. The data was collected from the Bureau of Registration Administration, Department of Provincial Administration from 1993 to 2022, 30 values, divided into two sets. The first set from 1993 to 2017, 25 values were used for the modeling by double moving average method, Simple exponential smoothing method, Holt's exponential smoothing method, Brown's exponential smoothing method and Box-Jenkins method. The second set from 2018 to 2022, 5 values were used for checking the accuracy of the forecasting models via the determination of the lowest mean absolute percentage error (MAPE) and root mean square error (RMSE). The results found that Brown's exponential smoothing method was the most appropriate method (MAPE = 7.933, RMSE = 1,318.879). In terms of forecasting methods, the mathematical model for forecasting the number of aging societies in Pathum Thani province was $Y_{25+m} = 10,586.826 + 541.504[(m-1) + \frac{1}{0.437}]$.

Keyword: Mathematical Model, Forecasting, Aging Society

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี โดยใช้ข้อมูลจากสำนักบริหารการทะเบียน กรมการปกครอง ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึงปี พ.ศ. 2565 จำนวน 30 ค่า โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด คือ ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึงปี พ.ศ. 2560 จำนวน 25 ค่า สำหรับการสร้างแบบจำลองด้วยวิธีการเคลื่อนที่สองครั้ง วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของโฮลท์ วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ และวิธีบอกซ์-เจนกินส์ และข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2561 ถึงปี พ.ศ. 2565 จำนวน 5 ค่า สำหรับการเปรียบเทียบแบบจำลองเพื่อคัดเลือกแบบจำลองที่พยากรณ์ได้แม่นยำและเหมาะสมที่สุด โดยพิจารณาจากค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (MAPE) และค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่มีค่าต่ำที่สุด (RMSE) ผลการวิจัยพบว่า วิธีที่เหมาะสมที่สุด คือ วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ (MAPE = 7.933 และ RMSE = 1,318.879) และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี คือ $Y_{25+m} = 10,586.826 + 541.504[(m-1) + \frac{1}{0.437}]$

คำสำคัญ: แบบจำลองทางคณิตศาสตร์, การพยากรณ์, สังคมผู้สูงอายุ

บทนำ

ประเทศไทยก้าวเข้าสู่สังคมผู้สูงอายุ (Aging society) ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2548 ปัจจุบันมีสัดส่วนประชากรผู้สูงอายุ คิดเป็นร้อยละ 19.06 ของจำนวนประชากรทั้งหมด ซึ่งประกอบด้วยผู้สูงอายุวัยต้น (ช่วงอายุ 60 – 69 ปี) ร้อยละ 57.21 ผู้สูงอายุวัยกลาง (ช่วงอายุ 70 – 79 ปี) ร้อยละ 28.77 และผู้สูงอายุวัยปลาย (อายุ 80 ปี ขึ้นไป) ร้อยละ 14.02 (The Bureau of registration administration, 2022) การเข้าสู่สังคมผู้สูงอายุนี้นี้ เนื่องมาจากภาวะการเกิดหรือภาวะเจริญพันธุ์ของประเทศลดลง ประกอบกับภาวะการตายที่ลดลงจากความก้าวหน้าทางการแพทย์และสาธารณสุข ทำให้ประชากรมีอายุยืนยาวขึ้นเป็นลำดับ โดยปัจจุบันอายุคาดเฉลี่ย (Life expectancy) ของประชากรเพศชาย คือ 72.2 ปี และอายุคาดเฉลี่ยของประชากรเพศหญิง คือ 78.9 ปี (National statistical office, 2022)

จากสัดส่วนจำนวนผู้สูงอายุที่มากขึ้นส่งผลกระทบต่อการขยายตัวทางเศรษฐกิจ เนื่องจากสัดส่วนของประชากรในวัยแรงงานซึ่งเป็นปัจจัยการผลิตที่สำคัญลดลง นอกจากนี้คนวัยทำงานยังต้องแบกรับภาระการเลี้ยงดูผู้สูงอายุที่เพิ่มมากขึ้น ประกอบกับค่าใช้จ่ายภายในบ้านและค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับการรักษาพยาบาลก็มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น สังคมผู้สูงอายุจะมีภาวะการออมและการลงทุนลดลง เนื่องจากผู้สูงอายุที่ไม่มีรายได้ จะต้องใช้จ่ายจากเงินออมซึ่งอาจไม่เพียงพอแก่การดำรงชีพในระยะยาว

สำหรับจังหวัดปทุมธานี เป็นจังหวัดหนึ่งที่มีอาณาเขตติดต่อกับกรุงเทพมหานครและมีประชากรอยู่อย่างหนาแน่นมากกว่าหนึ่งล้านคน จึงเป็นที่น่าสนใจในพยากรณ์จำนวนผู้สูงอายุในอนาคต จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพยากรณ์จำนวนผู้สูงอายุ พบว่า Thanaprach (2011) ได้พยากรณ์จำนวนผู้สูงอายุในแต่ละกลุ่มเขตของกรุงเทพมหานคร จำแนกตามช่วงอายุ ระหว่างปี พ.ศ. 2553-2558 โดยใช้วิธีการวิเคราะห์แนวโน้มและการวิเคราะห์การถดถอย ซึ่งพบว่า ตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดเป็นแบบที่ได้จากการวิเคราะห์แนวโน้มทั้งหมด Palee and Wongprachan (2020) ได้พยากรณ์จำนวนผู้สูงอายุในจังหวัดลำพูน โดยใช้วิธีบอซ-เจนกินส์ ด้วยตัวแบบ ARIMA(1,2,0) ซึ่งเป็นวิธีที่มีความแม่นยำสูงสุด นอกจากนี้ Liu Yingshuo and Li Yingshuo (2021) ได้ศึกษาจำนวนผู้สูงอายุในประเทศจีน ระหว่างปี ค.ศ. 1990-2020 เพื่อพยากรณ์จำนวนผู้สูงอายุระหว่างปี ค.ศ. 2021-2030 โดยใช้ตัวแบบ ARIMA(2,2,3) ผลการวิจัยพบว่า จำนวนผู้สูงอายุมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นทุกปี และจะเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วน 1 ใน 4 ของประชากรทั้งประเทศ ในปี ค.ศ. 2030 (360.51 ล้านคน)

งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี ซึ่งหมายถึง ผู้ที่มีอายุ 60 ปี เพื่อให้หน่วยงานที่รับผิดชอบสามารถเตรียมความพร้อมรับมือกับการเข้าสู่สังคมผู้สูงอายุอย่างสมบูรณ์ (Aged society) ในอนาคตอันใกล้นี้ ทั้งในระดับนโยบายและระดับปฏิบัติการไปจนถึงระดับบุคคล ในด้านทัศนคติ พฤติกรรม ศักยภาพ สุขภาพ รวมถึงความสุขของผู้สูงอายุด้วย

วิธีการวิจัย

1. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี ใช้ข้อมูลจากสำนักบริหารการทะเบียน กรมการปกครอง ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึงปี พ.ศ. 2565 จำนวน 30 ค่า โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด คือ ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึงปี พ.ศ. 2560 จำนวน 25 ค่า สำหรับการสร้างแบบจำลอง และข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2561 ถึงปี พ.ศ. 2565 จำนวน 5 ค่า สำหรับการเปรียบเทียบแบบจำลองเพื่อคัดเลือกแบบจำลองที่พยากรณ์ได้แม่นยำและเหมาะสมที่สุด

จากข้อมูลชุดที่ 1 พบว่า จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึงปี พ.ศ. 2560 เป็นข้อมูลที่มีอิทธิพลของแนวโน้มเชิงเส้นตรง (Linear trend) ไม่มีอิทธิพลของฤดูกาล ดัง Figure 1

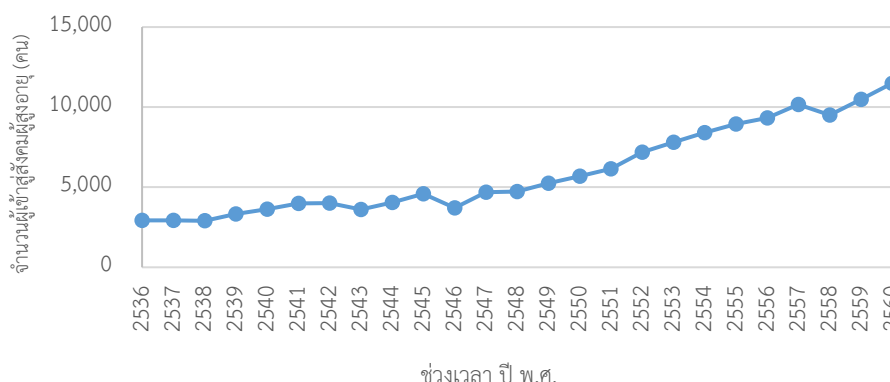


Figure 1 The movement of the number of aging societies in Pathum Thani province from 1993 to 2017

2. การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากข้อมูลจำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึงปี พ.ศ. 2565 คณะผู้วิจัยจึงใช้วิธีการทางสถิติที่เหมาะสมทั้งหมด 5 วิธี ในการสร้างแบบจำลอง ได้แก่ วิธี การเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (Double moving average method) วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย (Simple exponential smoothing method) วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของโฮลท์ (Holt's exponential smoothing method) วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ (Brown's exponential smoothing method) และวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins method) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1 วิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (Suwanwongse, 2013) เป็นวิธีการพยากรณ์ที่ใช้ข้อมูลในอดีตจำนวนหนึ่งมาคำนวณค่าเฉลี่ยเพื่อพยากรณ์ค่าในอนาคต เหมาะสำหรับข้อมูลที่มีการเคลื่อนไหว แนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างช้า ๆ และเป็นการพยากรณ์ในระยะสั้น วิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง เป็นการพยากรณ์ที่ใช้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อย่างง่าย 2 ครั้ง หรือค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของค่าพยากรณ์ โดยมีเงื่อนไขว่าการเฉลี่ยเคลื่อนที่ทั้ง 2 ครั้ง จำนวนค่าสังเกตที่นำมาเฉลี่ยต้องเท่ากัน มีจุดตัดแกนตั้ง (a_t) และค่าความชัน (b_t) เป็นพารามิเตอร์ สำหรับค่าสังเกตที่มีแนวโน้มเป็นเส้นตรงจะมีตัวแบบการพยากรณ์แสดงได้ดังสมการที่ (1)

$$Y_{t+m} = a_t + b_t(m) \quad (1)$$

เมื่อ Y_{t+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$

m แทนช่วงจำนวนเวลาที่ต้องพยากรณ์ล่วงหน้า

a_t แทนค่าประมาณ ณ เวลา t แสดงระยะตัดแกน Y ณ เวลา t ซึ่ง $a_t = 2M'_t - M''_t$

b_t แทนค่าประมาณ ณ เวลา t แสดงความชันของแนวโน้ม ณ เวลา t ซึ่ง $b_t = \frac{2}{(K-1)}(M'_t - M''_t)$

M'_t แทนค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อย่างง่าย ครั้งที่ 1 ซึ่ง $M'_t = \frac{Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + \dots + Y_{t-K+1}}{K}$

M''_t แทนค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อย่างง่าย ครั้งที่ 2 ซึ่ง $M''_t = \frac{M'_t + M'_{t-1} + M'_{t-2} + \dots + M'_{t-K+1}}{K}$

K แทนจำนวนค่าสังเกตที่นำมาเฉลี่ย

2.2 วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย (Taesombat, 2006) เป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่ไม่มีอิทธิพลของฤดูกาล ในการสร้างตัวแบบการพยากรณ์จะใช้ข้อมูลในอดีตมาคำนวณค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนัก โดยที่น้ำหนักของข้อมูลในปัจจุบันจะมีค่าน้ำหนักมากที่สุดและน้ำหนักจะลดหลั่นลงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลสำหรับค่าของข้อมูลที่ห่างออกไป ซึ่งตัวแบบการพยากรณ์หนึ่งช่วงเวลาล่วงหน้า ณ เวลา t แสดงได้ดังสมการที่ (2)

$$Y_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) Y_t \quad (2)$$

เมื่อ Y_{t+1} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + 1$

Y_t แทนข้อมูล ณ เวลา t

Y_t แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

α แทนค่าคงตัวการปรับเรียบ ซึ่ง $0 < \alpha < 1$

2.3 วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของโฮลท์ (Suwanwongse, 2013) เป็นวิธีการพยากรณ์ที่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีลักษณะเป็นแนวโน้มเชิงเส้นตรงและไม่มีอิทธิพลของฤดูกาล มีค่าคงที่ 2 ตัว คือ ค่าคงที่สำหรับปรับให้เรียบของค่าระดับ (α) และค่าคงที่สำหรับการปรับให้เรียบของค่าความชัน (γ) ซึ่งตัวแบบการพยากรณ์แสดงได้ดังสมการที่ (3)

$$Y_{t+m} = a_t + b_t(m) \quad (3)$$

เมื่อ Y_{t+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$

m แทนช่วงจำนวนเวลาที่ต้องพยากรณ์ล่วงหน้า

a_t แทนค่าประมาณ ณ เวลา t แสดงระยะตัดแกน Y ซึ่ง $a_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

b_t แทนค่าประมาณ ณ เวลา t แสดงความชันของแนวโน้ม ซึ่ง

$$b_t = \gamma(a_t + a_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1}$$

α, γ แทนค่าคงตัวการปรับเรียบ ซึ่ง $0 < \alpha < 1, 0 < \gamma < 1$

สำหรับการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบพยากรณ์ จะพิจารณาจากเกณฑ์สารสนเทศของเบส์ (Bayesian Information Criterion: BIC) ที่มีค่าต่ำที่สุด ที่แสดงถึงความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์มีค่าต่ำ สำหรับการตรวจสอบตัวแบบพยากรณ์ ซึ่งกำหนดระดับนัยสำคัญที่ 0.05 ได้พิจารณาจากค่าสถิติของบ็อกซ์และจุง (Ljung-Box Q) ที่ไม่มีนัยสำคัญ และความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์

ต้องมีลักษณะตามข้อสมมติ คือ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ มีความเป็นอิสระต่อกัน และมีความแปรปรวนเท่ากันทุกช่วงเวลา

2.4 วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบรวาน (Manmin, 2006) เป็นวิธีการพยากรณ์ที่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีลักษณะเป็นแนวโน้มเชิงเส้นตรงและไม่มีอิทธิพลของฤดูกาล มีค่าคงที่สำหรับปรับให้เรียบของค่าระดับและค่าคงที่สำหรับการปรับให้เรียบของค่าความชันเท่ากัน ซึ่งตัวแบบการพยากรณ์แสดงได้ดังสมการที่ (4)

$$Y_{t+m} = a_t + b_t[(m-1) + \frac{1}{\alpha}] \quad (4)$$

เมื่อ Y_{t+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t+m$

m แทนช่วงจำนวนเวลาที่ต้องพยากรณ์ล่วงหน้า

a_t แทนค่าประมาณ ณ เวลา t แสดงระยะตัดแกน Y ซึ่ง $a_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)a_{t-1}$

b_t แทนค่าประมาณ ณ เวลา t แสดงความชันของแนวโน้ม ซึ่ง

$$b_t = \alpha(a_t - a_{t-1}) + (1-\alpha)b_{t-1}$$

α แทนค่าคงตัวการปรับเรียบ ซึ่ง $0 < \alpha < 1$

สำหรับการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบพยากรณ์จะพิจารณาเหมือนกับวิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของโฮลท์

2.5 วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ (Manmin, 2006) เป็นวิธีที่ได้รับความนิยม เนื่องจากใช้ผลการพยากรณ์ในระยะสั้นที่มีความแม่นยำ โดยกำหนดตัวแบบการพยากรณ์จากการตรวจสอบฟังก์ชันสหสัมพันธ์ตัวเอง (Autocorrelation Function: ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function: PACF) ของอนุกรมเวลาแบบคงที่ (Stationary time series) หรืออนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนคงที่ตลอดเวลา หากพบว่าอนุกรมเวลาที่มีความเคลื่อนไหวแบบไม่คงที่ (Non-stationary time series) จะต้องแปลงอนุกรมเวลานั้นให้เป็นอนุกรมเวลาที่คงที่ก่อนการกำหนดตัวแบบ หากอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ยไม่คงที่ควรแปลงอนุกรมเวลาโดยการหาผลต่างหรือผลต่างฤดูกาล (Difference or seasonal difference) หากอนุกรมเวลาที่มีความแปรปรวนไม่คงที่ควรแปลงอนุกรมเวลาโดยใช้ลอการิทึมธรรมชาติ (Natural logarithm) หรือรากที่สอง (Square root) เป็นต้น การสร้างตัวแบบพยากรณ์ด้วยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ มีขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดตัวแบบการพยากรณ์ โดยพิจารณาจากกราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาที่มีการปรับให้เป็นอนุกรมเวลาที่คงที่ จากตัวแบบทั่วไปของวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ คือ Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average: SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s แสดงได้ดังสมการที่ (5) แต่ในกรณีที่อนุกรมเวลาได้รับอิทธิพลของแนวโน้มเพียงอย่างเดียว ตัวแบบจะลดรูปเป็น Autoregressive Integrated Moving Average: ARIMA(p,d,q)

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t = \delta + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad (5)$$

เมื่อ Y_t แทนอนุกรมเวลา ณ เวลา t

ε_t แทนอนุกรมเวลาของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระต่อกันด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา

δ แทนค่าคงที่ ซึ่ง $\delta = \mu\phi_p(B)\Phi_p(B^s)$ โดยที่ μ แทนค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาแบบคงที่

$\phi_p(B)$ แทนตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองแบบไม่มีฤดูกาลอันดับที่ p (Non-Seasonal

Autoregressive Operator of Order p : AR(p)) ซึ่ง $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

$\Phi_p(B^s)$ แทนตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองแบบมีฤดูกาลอันดับที่ P (Seasonal Autoregressive

Operator of Order P : SAR(P)) ซึ่ง $\Phi_p(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_p B^{Ps}$

$\theta_q(B)$ แทนตัวแบบดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบไม่มีฤดูกาลอันดับที่ q (Non-Seasonal Moving

Average Operator of Order q : MA(q)) ซึ่ง $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$

$\Theta_Q(B^s)$ แทนตัวแบบดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบมีฤดูกาลอันดับที่ Q (Seasonal Moving Average

Operator of Order Q : SMA(Q)) ซึ่ง $\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$

t แทนช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n โดยที่ n แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

s แทนจำนวนฤดูกาล

d และ D แทนลำดับที่ของการหาผลต่างและผลต่างฤดูกาล ตามลำดับ

B แทนตัวดำเนินการถอยหลัง (Backward operator) โดยที่ $B^s Y_t = Y_{t-s}$

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดค่าพารามิเตอร์ จากการพิจารณากราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาที่คงที่ และประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบการพยากรณ์ที่กำหนด โดยพิจารณาจากกราฟ ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์หรือจากการทดสอบสหสัมพันธ์ในตัวเองของสถิติบอกซ์-จุง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เพื่อตรวจสอบความเป็นอิสระต่อกัน สำหรับการตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ด้วยการทดสอบที (t-test) และความแปรปรวนคงที่ด้วยการทดสอบของเลวินภายใต้การใช้มัธยฐาน (Levene's test based on median) ถ้าไม่ผ่านการตรวจสอบ จะต้องกลับไปดำเนินการตามขั้นตอนที่ 1 ใหม่อีกครั้ง เพื่อให้ได้ตัวแบบการพยากรณ์ที่มีความเหมาะสม ในกรณีที่ตัวแบบการพยากรณ์ที่มีความเหมาะสมมากกว่าหนึ่งตัวแบบการพยากรณ์สามารถพิจารณาจากเกณฑ์สารสนเทศของเบส์ที่มีค่าต่ำที่สุด

ขั้นตอนที่ 4 พยากรณ์อนุกรมเวลาล่วงหน้าด้วยตัวแบบการพยากรณ์ที่มีความเหมาะสมที่สุด

3. การเปรียบเทียบความแม่นยำของแบบจำลอง

ในการเปรียบเทียบความแม่นยำของค่าพยากรณ์จะใช้ข้อมูลชุดที่ 2 คือ จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2561 ถึงปี พ.ศ. 2565 จำนวน 5 ค่า กับค่าพยากรณ์ที่ได้จากแบบจำลองจากวิธีที่กล่าวมาข้างต้น โดยพิจารณาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean Absolute Percent Error: MAPE) แสดงได้ดังสมการที่ (6) และค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square Error: RMSE) แสดงได้ดังสมการ (7) ที่มีค่าต่ำที่สุด

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{e_t}{Y_t} \right| \times 100 \quad (6)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (e_t)^2}{n}} \quad (7)$$

เมื่อ e_t แทนความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ณ เวลา t ซึ่ง $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$

Y_t แทนอนุกรมเวลา ณ เวลา t

$\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

1. ผลการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1.1 วิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง

การสร้างตัวแบบการพยากรณ์โดยใช้วิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง ด้วย $K = 3, 4, 5, 6$ ปี เพื่อเปรียบเทียบความแม่นยำของค่าพยากรณ์กับข้อมูลชุดที่ 2 แสดงได้ดัง Table 1

Table 1 Comparison of error from double moving average method

Methods	MAPE	RMSE
Moving average 3 years	6.954	499.027
Moving average 4 years	7.501	536.754
Moving average 5 years	7.926	595.792
Moving average 6 years	7.740	699.523

จาก Table 1 พบว่า การพยากรณ์ด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ 3 ปี เป็นวิธีเหมาะสมสำหรับการสร้างตัวแบบพยากรณ์ด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง เนื่องจากมีค่า MAPE และ RMSE ต่ำที่สุด ดังนั้น จะได้สมการพยากรณ์ของวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง ดังสมการที่ (8)

$$\hat{Y}_{25+m} = 10,920.44 + 423.11(m) \quad (8)$$

เมื่อ $\hat{Y}_{25+m}$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $25 + m$ โดยที่ $m = 1, 2, \dots, 5$ (ปี พ.ศ. 2561 – พ.ศ. 2565)

หลังจากนั้นจึงตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง เฉลี่ยครั้งละ 3 ปี ซึ่งมีค่า MAPE และ RMSE ต่ำที่สุด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีการแจกแจงปกติ (Shapiro-Wilk = 0.805, p-value = 0.000) มีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากับศูนย์ (t-test = 2.114, p-value = 0.045) และจาก Figure 2 พบว่า มีค่า ACF และ PACF อยู่เกินขอบเขตความเชื่อมั่นร้อยละ 95 ณ ช่วงเวลาที่ 1 (lag 1) แสดงว่าค่าความคลาดเคลื่อนมีการเคลื่อนไหวแบบไม่อิสระ ดังนั้น ตัวแบบการพยากรณ์นี้ไม่เหมาะสมสำหรับข้อมูลชุดนี้ จึงไม่มีการนำตัวแบบไปพยากรณ์ข้อมูลชุดที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบค่า MAPE และ RMSE

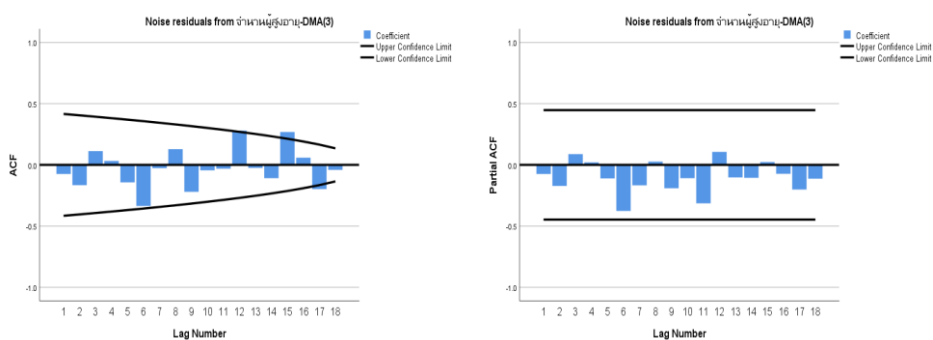


Figure 2 ACF and PACF graphs of forecast error from double moving average method

1.2 วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย

จากการสร้างตัวแบบการพยากรณ์ด้วยวิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย พบว่า BIC = 12.946 และค่าสถิติของบอกซและจุง ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 21.350, p-value = 0.211) แสดงว่าตัวแบบที่ได้ มีความเหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้

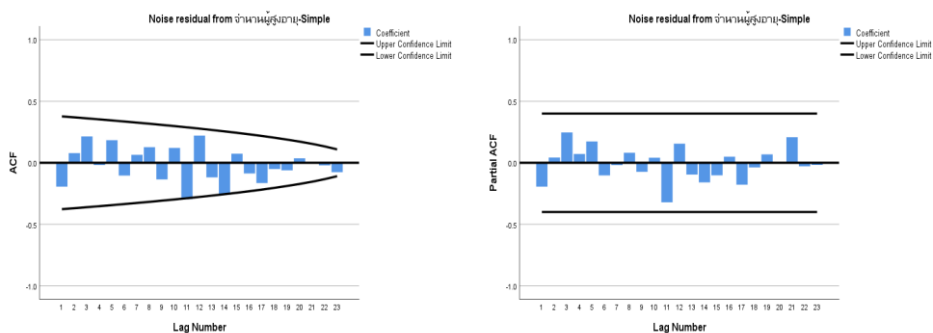


Figure 3 ACF and PACF graphs of forecast error from simple exponential smoothing method

หลังจากนั้นจึงตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงไม่ปกติ (Shapiro-Wilk = 0.909, p-value = 0.029) ค่าเฉลี่ยไม่เท่ากับศูนย์ (t-test = 3.445, p-value = 0.002) จาก Figure 3 พบว่า มีค่า ACF และ PACF อยู่เกินขอบเขตความเชื่อมั่นร้อยละ 95 แสดงว่าค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์มีการเคลื่อนไหวแบบไม่อิสระ และมีความแปรปรวนเท่ากันทุกช่วงเวลา (Levene statistics = 0.793, p-value = 0.543) จะเห็นได้ว่า ผลการตรวจสอบไม่ผ่านคุณสมบัติของความคลาดเคลื่อน ดังนั้น ตัวแบบการพยากรณ์นี้ไม่มีความเหมาะสม จึงไม่นำตัวแบบไปพยากรณ์ข้อมูลชุดที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบค่า MAPE และ RMSE

1.3 วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของโฮลท์

จากการสร้างตัวแบบการพยากรณ์โดยใช้วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของโฮลท์ พบว่า BIC = 12.604 และค่าสถิติของบอกซและจุง ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 15.152, p-value = 0.514) แสดงว่าตัวแบบที่ได้ มีความเหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้

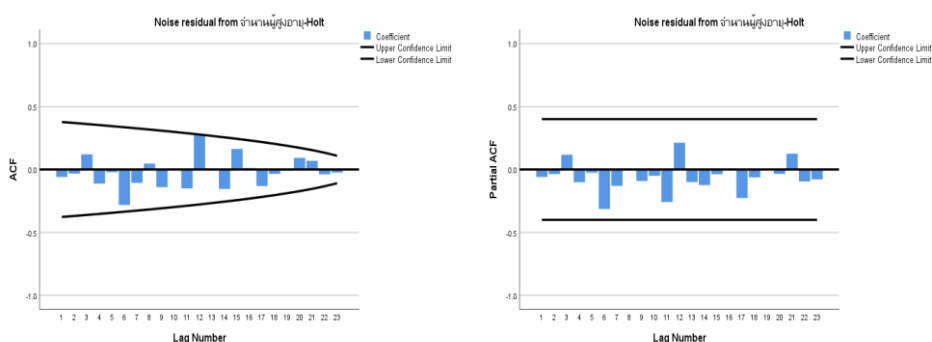


Figure 4 ACF and PACF graphs of the forecast error from Holt's exponential smoothing method

หลังจากนั้นจึงตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Shapiro-Wilk = 0.9, p-value = 0.059) ค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ (t-test = 0.935, p-value = 0.395) จาก Figure 4 พบว่า มีค่า ACF และ PACF อยู่ในขอบเขตความเชื่อมั่นร้อยละ 95 แสดงว่าค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์มีการเคลื่อนไหวแบบอิสระ และมีความแปรปรวนเท่ากันทุกช่วงเวลา (Levene statistic = 1.125, p-value = 0.376) ดังนั้นตัวแบบการพยากรณ์นี้มีความเหมาะสม จากสมการ (3) เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์จะได้ตัวแบบการพยากรณ์ แสดงได้ดังสมการ (9)

$$Y_{25+m} = 11,254.888 + 529.366(m) \quad (9)$$

เมื่อ Y_{25+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $25 + m$ โดยที่ $m = 1, 2, \dots, 5$ (ปี พ.ศ. 2561 - พ.ศ. 2565) และ $\alpha = 0.625, \gamma = 0.278$

เมื่อแทนค่า $m = 1$ ในสมการที่ (9) จะได้ค่าพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี ณ ปี พ.ศ. 2561 ดังแสดงใน Figure 5

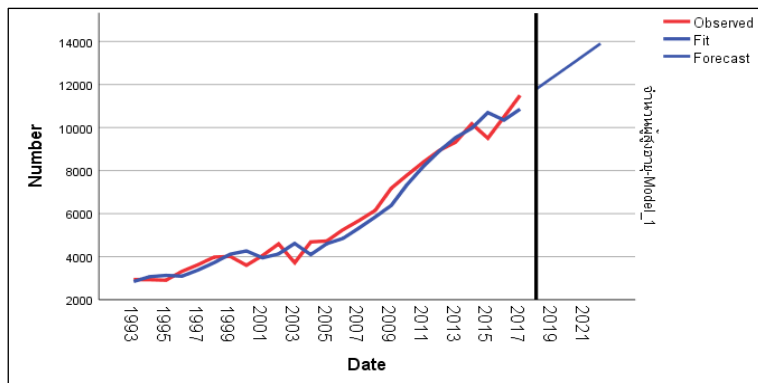


Figure 5 Forecast values of the number of aging societies in Pathum Thani province from a forecast model with Holt's exponential smoothing method

1.4 วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์

จากการสร้างตัวแบบการพยากรณ์ด้วยวิธีของบราวน์พบว่า $BIC = 12.474$ และค่าสถิติของบ็อกซ์และจังก์ ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 16.789, p-value = 0.469) แสดงว่าตัวแบบที่ได้มีความเหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้

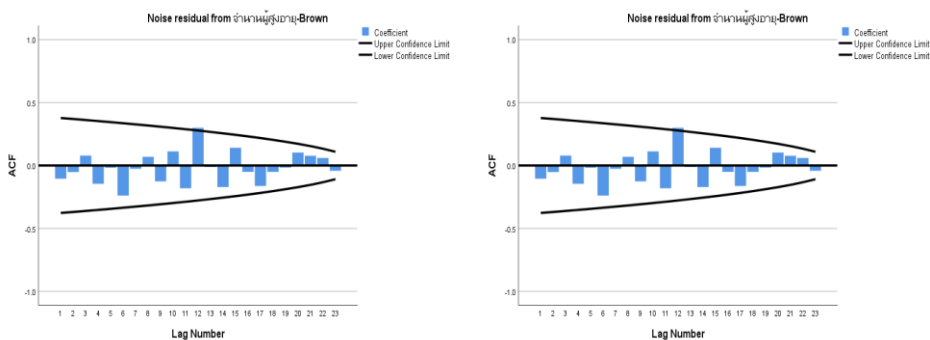


Figure 6 ACF and PACF graphs of the forecast error with Brown's exponential smoothing method

หลังจากนั้นจึงตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Shapiro-Wink = 0.909, p-value = 0.059) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ ศูนย์ (t-test = 0.866, p-value = 0.395) จาก Figure 6 พบว่า มีค่า ACF และ PACF อยู่ในขอบเขต ความเชื่อมั่นร้อยละ 95 แสดงว่ามีการเคลื่อนไหวแบบอิสระ และมีความแปรปรวนเท่ากันทุกช่วงเวลา (Levene statistic = 0.369, p-value = 0.828) ดังนั้นตัวแบบการพยากรณ์นี้มีความเหมาะสม จาก สมการ (4) เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์จะได้ตัวแบบการพยากรณ์ แสดงได้ดังสมการ (10)

$$Y_{25+m} = 10,586.826 + 541.504[(m-1) + \frac{1}{0.437}] \quad (10)$$

เมื่อ Y_{25+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $25+m$ โดยที่ $m=1,2,...,5$ (ปี พ.ศ. 2561 – พ.ศ. 2565) และ $\alpha = 0.437$

เมื่อแทนค่า $m=1$ ในสมการที่ (10) จะได้ค่าพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัด ปทุมธานี ณ ปี พ.ศ. 2561 ดังแสดงใน Figure 7

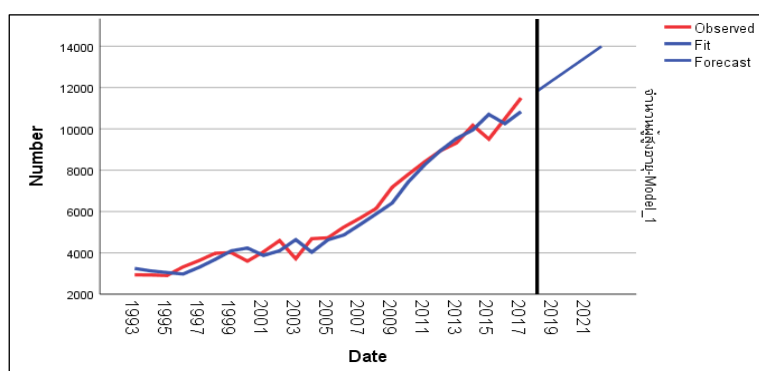


Figure 7 Forecast values of the number of aging societies in Pathum Thani province from the forecast model with Brown's exponential smoothing method

1.5 วิธียบอช-เจนกินส์

จากการสร้างตัวแบบการพยากรณ์โดยใช้วิธียบอช-เจนกินส์ เมื่อพิจารณากราฟ ACF และ PACF พบว่า อนุกรมเวลาของจำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุไม่คงที่ ยังมีส่วนประกอบของแนวโน้ม แต่ไม่มีส่วนประกอบของฤดูกาล ทำให้ค่าเฉลี่ยไม่คงที่ แสดงได้ดัง Figure 8 ดังนั้น จึงต้องแปลงข้อมูล ด้วยลอการิทึมธรรมชาติและหาผลต่าง ($d=2$) เมื่ออนุกรมเวลาจำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุมี ลักษณะคงที่แล้ว แสดงได้ดัง Figure 9 จึงสามารถกำหนดตัวแบบการพยากรณ์ที่เป็นไปได้

เมื่ออนุกรมเวลาจำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุมีลักษณะที่คงที่แล้ว จึงทำการประมาณค่า พารามิเตอร์พร้อมทั้งตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบการพยากรณ์ แสดงได้ดัง Table 2

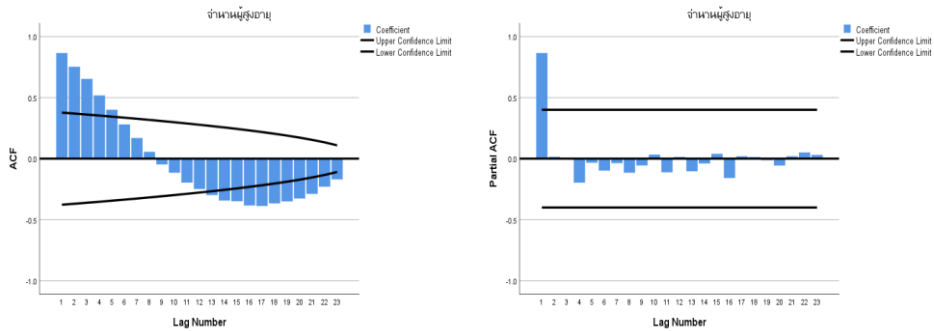


Figure 8 ACF and PACF graphs of the number of aging societies in Pathum Thani province from 1993 to 2017

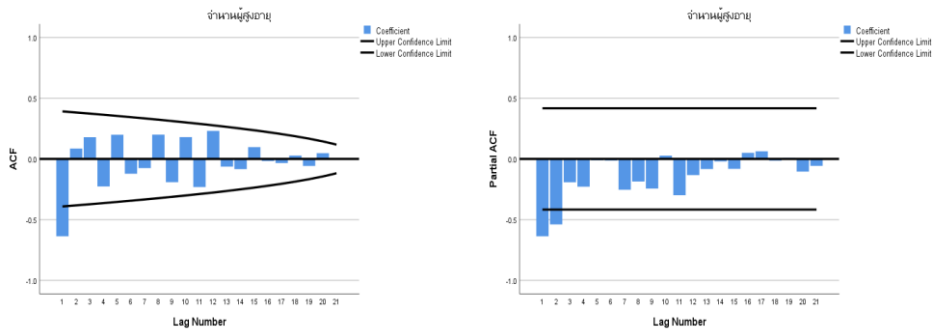


Figure 9 ACF and PACF graphs of the number of aging societies by transformed data

Table 2. Parameters of the autoregressive operator of order 1 (ϕ_1), the moving average operator of order 1 (θ_1), and the checking the accuracy of the forecasting models

ARIMA(p,d,q)	Parameters				
	BIC	Ljung-Box Q (Q 18) (p-value)	constant (p-value)	ϕ_1 (p-value)	θ_1 (p-value)
ARIMA(0,2,1)	13.010	15.943 (0.528)	0.584 (0.760)	-	0.967 (0.324)
ARIMA(0,2,1) without constant	13.024	13.942 (0.671)	-	-	1.000 (0.997)
ARIMA(1,2,1)	13.073	13.022 (0.671)	0.583 (0.677)	-0.354 (0.134)	0.985 (0.586)
ARIMA(1,2,1) without constant	12.936	12.800 (0.687)	-	-0.354 (0.133)	0.987 (0.885)

ARIMA(p,d,q)	Parameters				
	BIC	Ljung-Box Q (Q 18) (p-value)	constant (p-value)	ϕ_1 (p-value)	θ_1 (p-value)
ARIMA(1,2,0)	13.432	17.476 (0.423)	0.610 (0.907)	-0.613 (0.002)	-
ARIMA(1,2,0) without constant	13.246	17.172 (0.443)	-	-0.612 (0.002)	-

จาก Table 2 จะได้ตัวแบบการพยากรณ์ที่มีพารามิเตอร์ทุกตัวมีนัยสำคัญ 0.05 แสดงว่ามีค่าพารามิเตอร์ไม่เท่ากับศูนย์ BIC = 13.246 และค่าสถิติของบ็อกซ์และจังก์ ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 แสดงว่าตัวแบบที่มีความเหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้ คือ ตัวแบบ ARIMA(1,2,0) ไม่มีพจน์ค่าคงที่ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 11

$$Y^*_{t+m} = -0.612Y^*_{t-1} + 2Y^*_{t-1} + 1.224Y^*_{t-2} - Y^*_{t-2} - 0.612Y^*_{t-3} + \varepsilon_t \quad (11)$$

เมื่อ Y^*_{t+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t+m$ โดยที่ $m=1,2,\dots,5$ (ปี พ.ศ. 2561 – พ.ศ. 2565)
 $\phi_1 = -0.612$ และ $Y^* = \ln Y_t$

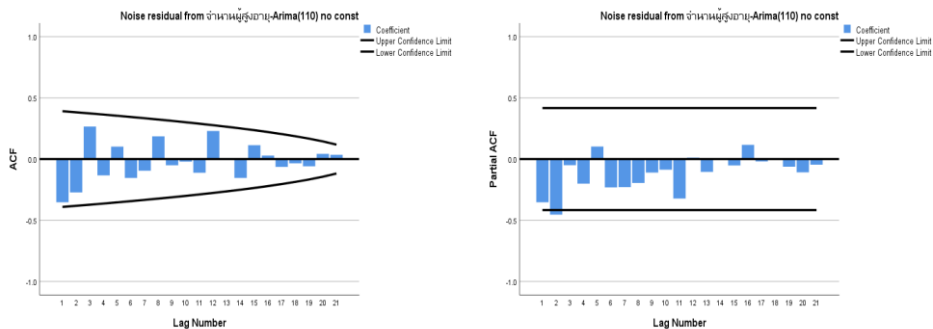


Figure 10 ACF and PACF graphs of the forecast error with Box-Jenkins method

หลังจากนั้นจึงตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Shapiro-Wilk = 0.953, p-value = 0.336) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ (t-test = -0.013, p-value = 0.990) จาก Figure 10 พบว่า มีค่า ACF และ PACF อยู่เกินขอบเขตความเชื่อมั่นร้อยละ 95 ณ ช่วงเวลาที่ 2 (lag 2) แสดงว่ามีการเคลื่อนไหวแบบไม่อิสระ ดังนั้นตัวแบบการพยากรณ์นี้ไม่เหมาะสม จึงไม่มีการนำตัวแบบไปพยากรณ์ข้อมูลชุดที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบค่า MAPE และ RMSE

2. ผลการเปรียบเทียบความแม่นยำของแบบจำลอง

จากการเปรียบเทียบระหว่างค่าจริงและค่าพยากรณ์จากทั้ง 2 วิธี พบว่า ตัวแบบการพยากรณ์ด้วยวิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ ให้ค่าพยากรณ์ใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด และเมื่อพิจารณาค่า MAPE และ RMSE พบว่า ตัวแบบการพยากรณ์ด้วยวิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ ($MAPE = 7.933$, $RMSE = 1,318.880$) ให้ค่าน้อยที่สุด แสดงได้ดัง Table 3 และ Figure 11 แสดงว่าวิธีการพยากรณ์ด้วยวิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ให้ความแม่นยำมากที่สุดในการพยากรณ์ข้อมูลชุดนี้

Table 3 Comparison of the actual values and forecast values of the number of aging societies in Pathum Thani province

Year	Actual values	Forecast values	
		Holt's exponential smoothing method	Brown's exponential smoothing method
2018	11,959	11,784.07	11,826.11
2019	13,563	12,313.38	12,367.68
2020	14,552	12,842.69	12,909.24
2021	14,359	13,372	13,450.81
2022	15,923	13,901.31	13,992.38
MAPE		8.399	7.933
RMSE		1,383.856	1,318.879

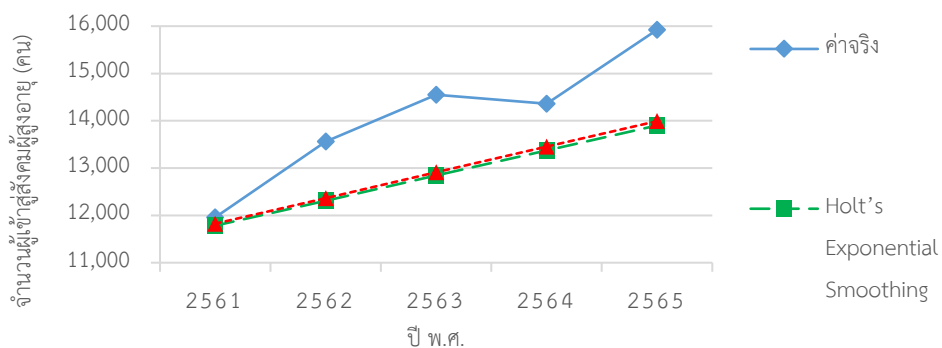


Figure 11 Comparison of the actual values and forecast values of the number of aging societies in Pathum Thani province

สรุปผลการวิจัย

จากข้อมูลจำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในจังหวัดปทุมธานี ซึ่งหมายถึง จำนวนผู้ที่มีอายุ 60 ปี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึงปี พ.ศ. 2565 เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในปีถัดไป ด้วยวิธีการพยากรณ์ 5 วิธี ได้แก่ วิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของโฮลท์ วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ และวิธีบอซซ์-เจนกินส์ ซึ่งพบว่าวิธีการพยากรณ์ที่เหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้มี 2 วิธี คือ วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของโฮลท์ และวิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ เมื่อพิจารณาค่า MAPE และ RMSE พบว่า วิธีที่ให้ผลการพยากรณ์ที่มีความแม่นยำมากที่สุด คือ วิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีของบราวน์ ($MAPE = 7.932562$ และ $RMSE = 1,318.879$) และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการพยากรณ์นี้ คือ $Y_{25+m} = 10,586.826 + 541.504[(m-1) + \frac{1}{0.437}]$ เมื่อนำแบบจำลองนี้ไปพยากรณ์ล่วงหน้า ดัง Figure 12 พบว่า จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ Thanaprach (2011) Palee and Wongprachan (2020) และ Liu Yingshuo and Li Yingshuo (2021)

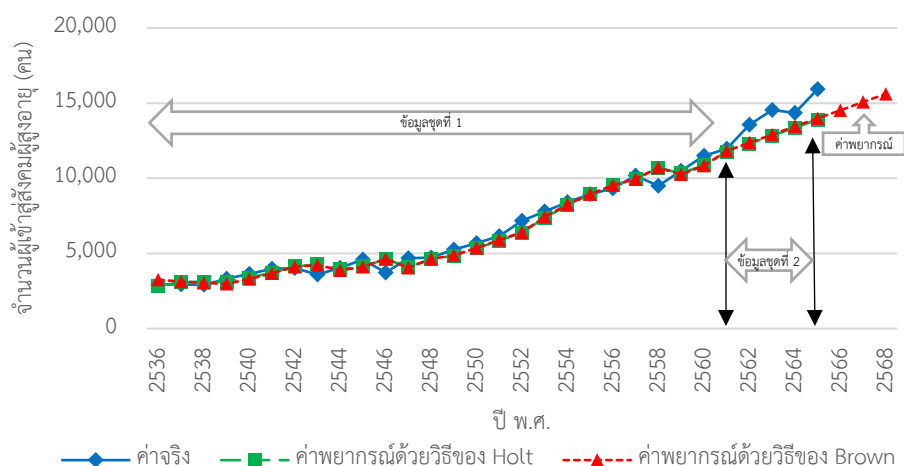


Figure 12 Relationship between the actual values and forecast values of the number of aging societies in Pathum Thani province

ข้อเสนอแนะ

การพยากรณ์นี้อาศัยข้อมูลในอดีตที่มีลักษณะแบบอนุกรมเวลา (Time series) มาพยากรณ์ค่าในอนาคตเท่านั้น เพื่อเป็นการปรับปรุงค่าความแม่นยำในการพยากรณ์ อาจจะต้องมีการใช้ตัวแบบในการพยากรณ์ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เช่น โครงข่ายประสาทเทียม (Artificial neural networks) การวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ (Multiple regression analysis) โดยทฤษฎีนี้ต้องอาศัยปัจจัยนำเข้าหรือตัวแปรอื่น ๆ ที่มีผลต่อจำนวนผู้สูงอายุในประเทศไทยเข้ามามีส่วนในการพยากรณ์จำนวนผู้เข้าสู่สังคมผู้สูงอายุในประเทศไทยซึ่งจะทำให้ค่าความแม่นยำในการพยากรณ์เพิ่มมากขึ้นและเกิดประสิทธิภาพสูงสุดต่อไป

References

- Li, Y. & Liu, Y. (2021). Number regression and prediction of Chinese seniors based on the ARIMA model. *The Frontiers of Society, Science and Technology*, 3(6), (68-71).
- Manmin, M. (2006). *Time series and forecasting*. Bangkok: Fourprinting. (in Thai)
- National statistical office. (2022). *Life expectancy of population*. https://data.go.th/dataset/os_01_00011
- Palee, T., & Wongprachan, R. (2020). Forecasting the number of elder in Lamphun. In C. Pakpum (Ed.), *Proceeding of the 1st Science technology and innovation conference* (pp. 225-232). Chiang Mai: Maejo University. (in Thai)
- Suwanwongse, S. (2013). *Quantitative forecasting techniques: Time series analysis*. Nakhon Pathom: Mahidol University. (in Thai)
- Taesombat, S. (2006). *Quantitative forecasting*. Bangkok: Kasetsart University. (in Thai)
- Thanaprach, W. (2011). *Forecasting models of number of elder populations in Bangkok metropolitan in the year 2010-2015*. Bangkok: Dhurakij Pundit University. (in Thai)
- The Bureau of registration administration. (2022). *Official statistics registration systems*. <https://stat.bora.dopa.go.th/stat/statnew/statMenu/newStat/stat/>