

การจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนจากผนังภายนอกสู่ผนังภายในอาคาร
โดยใช้วัสดุคอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอญและคอนกรีตบล็อก

**Mathematical Model of Heat Transfer from External Wall into Interior Wall by Using
Lightweight Concrete, Brick and Concrete Block**

¹วิสูตร คล้ายแจ้ง และ ²นพรัตน์ โพธิ์ชัย

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์ กองวิชาคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ โรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช

²สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

¹Witsarut_popmath@hotmail.com , ²Nop_math@gmail.com

Received: January 21, 2019

Revised: March 6, 2019

Accepted: March 26, 2019

บทคัดย่อ

ปัจจัยหนึ่งที่มีผลต่อการใช้พลังงานที่สูงขึ้นจากเครื่องปรับอากาศภายในอาคารมาจากค่าอุณหภูมิภายใน
กำแพงและผนังด้านในกำแพงซึ่งได้รับอิทธิพลจากการถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกอาคารเนื่องจากความร้อน
ของดวงอาทิตย์ งานวิจัยนี้จะใช้การจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับคำนวณค่าอุณหภูมิภายในกำแพงที่มีความ
หนา 40 เซนติเมตร 30 เซนติเมตร และ 20 เซนติเมตร โดยวัสดุที่ใช้สร้างกำแพงคือ คอนกรีตมวลเบา
คอนกรีตมอญและคอนกรีตบล็อก ที่มีค่าการนำความร้อนและค่าความหนาแน่นของวัสดุที่แตกต่างกัน ซึ่งตัวแบบ
เชิงคณิตศาสตร์นี้ถูกกำหนดด้วยสมการความร้อนใน 1 มิติ ไม่คิดปัจจัยภายนอกที่มีผลต่อค่าอุณหภูมินอกจาก
ความร้อนของดวงอาทิตย์ ที่ใช้อธิบายการถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในกำแพงและใช้ระเบียบวิธี
ผลต่างทางหลังในเวลาและผลต่างศูนย์กลางในปริภูมิสำหรับหาค่าผลเฉลย ผลลัพธ์ที่ได้นี้จะแสดงการเปรียบเทียบ
การถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงที่ใช้วัสดุต่างชนิดกันและเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิขอบผนังด้านในกำแพงเมื่อ
ความหนาของกำแพงต่างกัน จากการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์นี้พบว่าการถ่ายเทความร้อนมีค่าต่ำสุดเมื่อใช้วัสดุ
เป็นคอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอญและคอนกรีตบล็อก ตามลำดับ

คำสำคัญ: การถ่ายเทความร้อน, สมการความร้อนใน 1 มิติ, ระเบียบวิธีผลต่างจำกัด

Abstract

One of the crucial factors that affects significantly the highly energy consumption of air-conditioners in
building, is the temperature inner and outer of walls. The highly requirement of energy is typically due to the heat
transfer from Sun-heat through the outer surface into inner surface of the walls. In order to decrease the energy
consumption used by air- conditioners, the current study applied the mathematical model to calculate the
temperatures within the walls made of three different materials; concrete, bricks and concrete blocks. This study
evaluated the different thickness of each wall materials which were 20, 30, and 40 centimeters respectively with
different thermal conductivity as well as material density. By using one-dimensional heat equation as a governing

equation used to describe the heat transfer from outside to the inside of the wall and to the inner surface of the wall and using finite difference method to solve the governing equation. The results showed that the lightweight concrete wall has the lowest heat transfer that would be recommended to use as a wall material.

Keywords: Heat Transfer, One-Dimensional Heat Equation, Finite Difference Method

1. บทนำ

ปัญหาโลกร้อนในปัจจุบันส่งผลกระทบต่อการใช้พลังงานไฟฟ้าที่มากขึ้นจากการใช้เครื่องปรับอากาศภายในอาคารขนาดใหญ่ เนื่องมาจากอุณหภูมิจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในอาคาร โดยมีกำแพงเป็นตัวกลางในการถ่ายเทความร้อน ซึ่งอุณหภูมินี้ได้รับผลจากความร้อนของดวงอาทิตย์ ที่แต่ละปีมีแนวโน้มของค่าอุณหภูมิที่สูงขึ้น โดยอ้างอิงข้อมูลของกรมอุตุนิยมวิทยา จึงได้มีงานวิจัยที่เกี่ยวกับวัสดุที่ใช้ในการสร้างกำแพงที่ช่วยลดอุณหภูมิจากผนังด้านนอกอาคารและมีงานวิจัยที่ทำการพัฒนาคอนกรีตมวลเบาโดยให้มีรูกลม ซึ่งทำการทดสอบระหว่างคอนกรีตมวลเบาแบบปรกติกับแบบมีรูกลมในสภาวะแวดล้อมเดียวกันและใช้อุปกรณ์เครื่องมือวัดอุณหภูมิของคอนกรีตทั้งสอง พบว่าแบบมีรูกลมลดการนำความร้อนได้มากกว่าแบบปรกติ [1] และมีการพัฒนาคอนกรีตบล็อกโดยใช้ฝักตบชาเป็นส่วนผสม เพื่อลดการนำความร้อน [2] อีกทั้งยังมีการศึกษาการถ่ายเทความร้อนของผนังอาคารโดยใช้วัสดุเป็นไม้ประกอบพลาสติก ซึ่งทำการทดลองและวัดค่าอุณหภูมิและเปรียบเทียบการนำความร้อนของวัสดุ [3] และงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับผนังกระจกปล่องรังสีอาทิตย์แทนการใช้ผนังกระจกแบบชั้นเดียวเพื่อลดอุณหภูมิภายในบ้าน [7]

การหาอุณหภูมิภายในกำแพงสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือในการวัดทำให้ได้ค่าอุณหภูมิที่แม่นยำ ซึ่งต้องเสียค่าใช้จ่ายในการลงไปวัดภาคสนาม ค่าอุปกรณ์และยังต้องอาศัยผู้ที่มีความรู้ความเชี่ยวชาญอย่างมาก การจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์จึงเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้สำหรับหาอุณหภูมิเพื่อเป็นข้อมูลในการวิเคราะห์ค่าพลังงานไฟฟ้า เนื่องจากใช้ข้อมูลภาคสนามบางส่วน ประหยัดทรัพยากรและลดต้นทุน โดยมีงานวิจัยได้สร้าง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนของบ้านที่ใช้ผนังคอนกรีตมวลเบาและทำการเปรียบเทียบกับอุณหภูมิจริงที่ได้จากการทดลองเพื่อดูประสิทธิภาพของความเชื่อถือของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ [4]

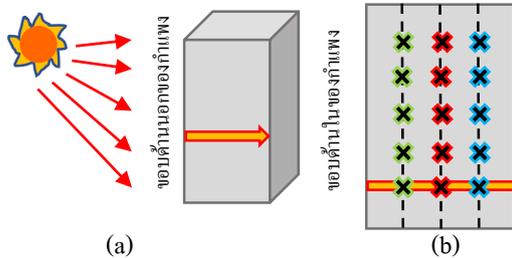
สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้จะเสนอการจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับหาอุณหภูมิภายในกำแพงและผนังด้านในกำแพงที่เวลาใด ๆ กับคอนกรีตที่ใช้ในการสร้างกำแพงต่างกัน ได้แก่ คอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอดู และคอนกรีตบล็อก โดยทราบอุณหภูมิจากผนังด้านนอกและทำการเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิของผนังด้านในกำแพง ที่มีความหนาของกำแพงต่างกัน

2. การจำลองแบบทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับการถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในกำแพง โดยใช้สมการความร้อน 1 มิติในรูปแบบ 1 มิติที่ใช้คำนวณหาอุณหภูมิภายในกำแพงโดยมีตัวกลางในการถ่ายเทความร้อนเป็นคอนกรีตแบบต่าง ๆ ที่มีคุณสมบัติการนำความร้อนและค่าความหนาแน่นของคอนกรีตที่ต่างกัน ซึ่งเป็นปัจจัยที่มีผลต่อค่าอุณหภูมิภายในกำแพง

ประสิทธิภาพการนำความร้อนของคอนกรีตต่างชนิดกันที่ใช้สร้างกำแพง มีผลต่อการใช้พลังงานไฟฟ้าภายในอาคารอย่างมากเมื่อเกิดการถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในอาคาร งานวิจัยนี้จะสมมติให้อุณหภูมิโดยเฉลี่ยของกำแพงในแนวตั้ง (แนวความสูง) มีการกระจายความร้อนเท่ากัน การจำลองแบบทางคณิตศาสตร์นี้จะอธิบายการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงใน 1 มิติที่ขึ้นกับความหนาของกำแพง (แนวลึก) ดังรูปที่ 1 กล่าวคือจุดกึ่งกลางทึบเขียวที่ได้จากการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์

ใน 1 มิติ จะเป็นตัวแทนของอุณหภูมิของเส้นประแนวตั้ง ในทำนองเดียวกันจุดกจากบาทสี่แฉงและสี่ฟ้าจะเป็นตัวแทนของค่าอุณหภูมิของเส้นประในแนวตั้งของชั้นความหนาของกำแพงถัดไป ดังรูปที่ 1(b)



รูปที่ 1 (a) การถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านใน (b) จุดแสดงอุณหภูมิเฉลี่ยตามชั้นความหนา

2.1 คุณสมบัติของคอนกรีต

คอนกรีตที่ใช้ศึกษาสำหรับในงานวิจัยนี้ได้แก่ คอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอญและคอนกรีตบล็อก ดังรูปที่ 2 โดยแต่ละชนิดจะมีค่าการนำความร้อนและค่าความหนาแน่นที่แตกต่างกัน แสดงค่าในตารางที่ 1



รูปที่ 2 คอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอญ คอนกรีตบล็อก

ตารางที่ 1 แสดงค่าการนำความร้อนและค่าความหนาแน่นของคอนกรีตที่ใช้ในงานวิจัยนี้ [10]

วัสดุ	ค่าการนำความร้อน	ค่าความหนาแน่น
คอนกรีต	w/(m/k)	kg/m ³
อิฐมวลเบา	0.13	2000
อิฐมอญ	0.47	1800
อิฐบล็อก	0.52	1800

2.2 สมการความร้อน 1 มิติ

สมการความร้อนในสภาวะไม่เสถียรที่ใช้สำหรับอธิบายการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงจะอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยใน 1 มิติ [9]

รูปแบบของสมการความร้อน 1 มิติ

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \text{ สำหรับทุก } (x,t) \in [0,l] \times [0,\tau] \quad (1)$$

เมื่อ l คือความหนาของกำแพง (m)

τ คือเวลาในการจำลองแบบ (Simulation Time)

$u = u(x,t)$ คือค่าอุณหภูมิของกำแพงที่ระดับความหนา x เมตร ที่เวลา t

กำหนด $\alpha = \frac{K}{c\rho} \quad (2)$

เมื่อ K คือค่าการนำความร้อน

(Thermal Conductivity) (วัตต์/(m/k))

c คือค่าอุณหภูมิห้อง (25 องศาเซลเซียส)

ρ คือค่าความหนาแน่นของวัสดุ (กำแพง)

(Material Density) (kg/m^3)

2.3 การกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบ

เงื่อนไขเริ่มต้นกำหนดโดย $u(x,0) = u_0 \quad (3)$

เงื่อนไขที่ขอบ $u(0,t) = u_{max} \quad (4)$

และ $u_x(l,t) = u_l \quad (5)$

เมื่อ u_0 คืออุณหภูมิเฉลี่ยของกำแพงในช่วงกลางคืน

u_{max} คืออุณหภูมิสูงสุดเฉลี่ยของผนังด้านนอกกำแพง

u_l คืออัตราการถ่ายเทความร้อนระหว่างกำแพงกับผนังด้านในกำแพง

2.4 รูปไร้มิติของสมการความร้อนใน 1 มิติ

การแปลงสมการความร้อน 1 มิติให้อยู่ในรูปไร้มิติโดยกำหนดให้

$$X = \frac{x}{l} \quad (6)$$

$$T = \frac{\alpha t}{l^2} \quad (7)$$

$$U = \frac{u - u_{max}}{u_{max}} \quad (8)$$

จากสมการ (8) $u = u_{\max} U$

หาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ t ทั้งสองข้าง จะได้

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u_{\max} \left[\frac{\partial U}{\partial t} \right] = u_{\max} \left[\frac{\partial U}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \right] = u_{\max} \left[\frac{\partial U}{\partial T} \cdot \frac{\alpha}{l^2} \right]$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{\partial u}{\partial t} = \left(u_{\max} \frac{\alpha}{l^2} \right) \frac{\partial U}{\partial T} \quad (9)$$

จากสมการ (8) $u = u_{\max} U$

หาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ x ทั้งสองข้าง จะได้

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_{\max} \left[\frac{\partial U}{\partial x} \right] = u_{\max} \left[\frac{\partial U}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial x} \right] = u_{\max} \left[\frac{\partial U}{\partial X} \cdot \frac{1}{l} \right]$$

หาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ x ทั้งสองข้างอีกครั้ง จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{u_{\max}}{l} \cdot \frac{\partial U}{\partial X} \right] = \frac{u_{\max}}{l} \left[\frac{\partial}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial x} \right] \\ &= \frac{u_{\max}}{l} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \cdot \frac{1}{l} \right] \end{aligned}$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left(\frac{u_{\max}}{l^2} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad (10)$$

แทนสมการ (9) และ (10) ลงในสมการ (1) จะได้ สมการความร้อน 1 มิติในรูปแบบไร้มิติคือ

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2}, \text{ สำหรับทุก } (X, T) \in [0, 1] \times [0, T] \quad (11)$$

$$\text{เงื่อนไขเริ่มต้นคือ } U(X, 0) = \frac{u_0}{u_{\max}} \quad (12)$$

$$\text{เงื่อนไขที่ขอบ } U(0, T) = 1 \quad (13)$$

$$\text{และ } U_X(1, T) = \frac{u_l}{u_{\max}} \quad (14)$$

3. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

งานวิจัยนี้จะใช้ระเบียบวิธีผลต่างทางหลังในเวลาและผลต่างศูนย์กลางในปริภูมิ (Finite Different Method : Backward Time and Central Space) ใช้สำหรับแก้สมการความร้อน 1 มิติในรูปแบบไร้มิติ

3.1 ระเบียบวิธีผลต่างทางหลังในเวลาและผลต่างศูนย์กลางในปริภูมิ

ประมาณค่าเทอมอนุพันธ์ย่อยในสมการ (11) โดย

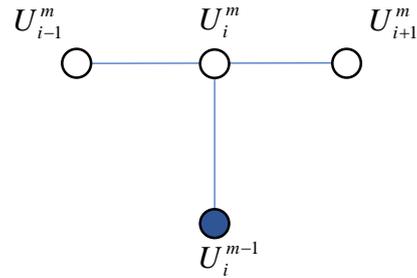
$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{U_i^m - U_i^{m-1}}{\Delta T} + O(\Delta T) \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \frac{U_{i-1}^m - 2U_i^m + U_{i+1}^m}{\Delta X^2} + O(\Delta x^2) \quad (16)$$

แทนสมการ (15) และ (16) ลงในสมการ (11) โดยทำการละพจน์เศษเหลือ (Remainder Terms) จะได้

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\Delta X^2} U_{i-1}^m + \left(\frac{1}{\Delta T} + \frac{2}{\Delta X^2} \right) U_i^m \\ - \frac{1}{\Delta X^2} U_{i+1}^m = \frac{1}{\Delta T} U_i^{m-1} \end{aligned} \quad (17)$$

มีรูปแบบการประมาณค่าของสมการที่ (17) ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 รูปแบบการเดินจุดสำหรับระเบียบวิธีผลต่างจำกัด (Stencil Diagram)

ที่ $U_i^m = U(i\Delta X, m\Delta T)$ สำหรับทุก $i = 2, 3, \dots, N$ โดยที่ $N\Delta X = 1$ และ ΔX คือความกว้างของช่วงย่อยแนวแกน X และ $m = 1, 2, \dots, M$ โดยที่ $M\Delta T = T$ และ ΔT คือช่วงย่อยแนวแกน T

3.2 การประมาณค่าที่เงื่อนไขขอบ

เนื่องจากเงื่อนไขขอบกำหนดโดยสมการ (14) งานวิจัยนี้จะเลือกใช้วิธีการประมาณค่าอนุพันธ์ย่อยโดยระเบียบวิธีผลต่างทางหน้า (Forward Difference Method)

$$\left. \frac{\partial U}{\partial X} \right|_{X=1} = \frac{U_{N+1}^n - U_N^n}{\Delta X} + O(\Delta X) \quad (18)$$

$$\text{จะได้ } U_{N+1}^n = U_N^n + \Delta X \left(\frac{u_l}{u_{\max}} \right) \quad (19)$$

3.3 เมทริกซ์ของผลเฉลย

การประมาณค่าผลเฉลยของสมการ (17) และ (19) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ได้เป็น $AX=B$ เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} b & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & b+c \left(\frac{u_l}{u_{max}} \right) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$X = [U_1^m \ U_2^m \ U_3^m \ \dots \ U_{N-1}^m \ U_N^m]^T \quad (21)$$

$$B = [d - aU_0^m \ d \ d \ \dots \ d \ d]^T \quad (22)$$

$$\text{เมื่อ } a = -\frac{\alpha}{\Delta X^2} \quad (23)$$

$$b = \frac{1}{\Delta T} + \frac{2\alpha}{\Delta X^2} \quad (24)$$

$$c = -\frac{\alpha}{\Delta X^2} \quad (25)$$

$$d = \frac{1}{\Delta T} \quad (26)$$

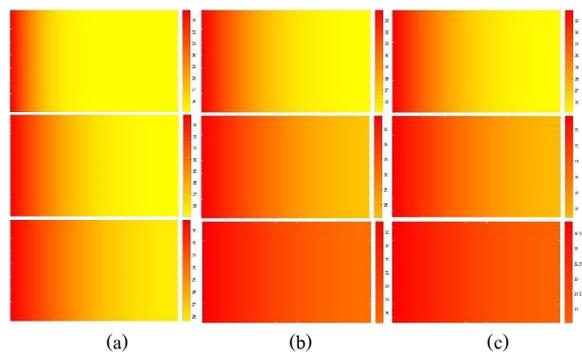
4. ผลลัพธ์จากการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์คำนวณค่าอุณหภูมิภายในกำแพงเมื่อมีการถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในกำแพง ซึ่งได้รับอิทธิพลจากความร้อนของดวงอาทิตย์ โดยมีอุณหภูมิเฉลี่ย 33.93 องศาเซลเซียส กำแพงที่ใช้ศึกษาในงานวิจัยนี้มีความหนา 20 เซนติเมตร 30 เซนติเมตร และ 40 เซนติเมตร ภายในกำแพงมีค่าอุณหภูมิเริ่มต้นเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส กำแพงด้านในหุ้มด้วยฉนวนกันความร้อน คอนกรีตที่ใช้เป็นวัสดุในการสร้างกำแพงคือ คอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอญและคอนกรีตบล็อก โดยกำหนดระยะห่างระหว่างจุดที่จะพิจารณาค่าอุณหภูมิภายในกำแพงเท่ากับ 2.5 เซนติเมตร ผลลัพธ์ที่ได้นำเสนอในหัวข้อนี้จะแสดงกราฟการเปรียบเทียบค่าของอุณหภูมิภายในกำแพงที่ใช้คอนกรีตต่างชนิดกันและความหนาของกำแพงต่างกัน ที่เวลาแตกต่างกัน พร้อมกับแสดงค่าของอุณหภูมิของผนังด้านในสุดของกำแพง

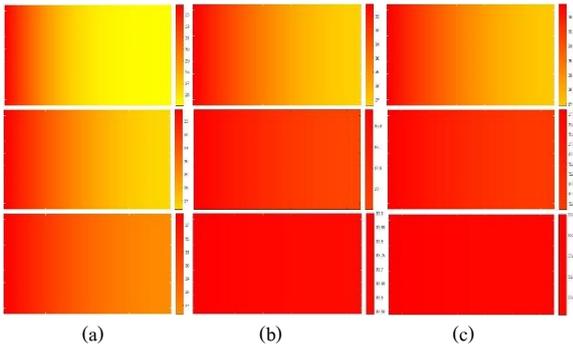


รูปที่ 4 ค่าอุณหภูมิเริ่มต้นภายในกำแพงและค่าอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านนอก

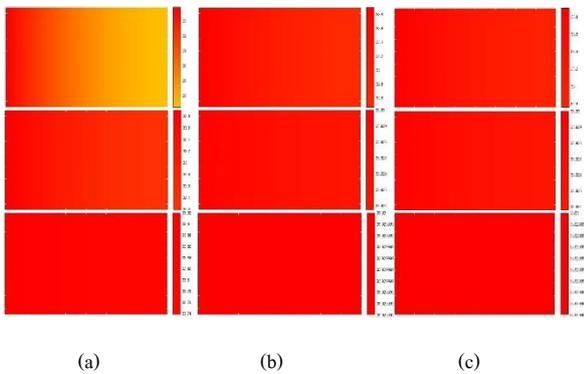
กำหนดเงื่อนไขขอบนอกกำแพง $u(0,t) = 33.93^\circ$ และเงื่อนไขที่ขอบด้านในกำแพง $u_x(l,t) = 0$ อุณหภูมิเริ่มต้นภายในกำแพง $u(x,0) = 25^\circ$ เมื่อ $0 \leq x \leq l$ โดยงานวิจัยนี้จะจำลองแบบกำแพงที่มีความหนา $l = 0.4, 0.3, 0.2$ เมตร ดังรูปที่ (5) - (7) แสดงแถบสีการถ่ายเทความร้อนจากภายนอกสู่ภายในอาคาร โดยความร้อนถูกถ่ายเทจากผนังด้านนอกของกำแพงผ่านวัสดุที่เป็น (a) คอนกรีตมวลเบา (b) คอนกรีตมอญ และ (c) คอนกรีตบล็อก ไปสู่ผนังด้านในของอาคาร (ขอบด้านขวา) ซึ่งแถบสีจะแสดงระดับอุณหภูมิจากสูงสุด (สีแดงเข้ม 33.93 องศาเซลเซียส) ไปยังระดับอุณหภูมิต่ำสุด (สีเหลือง 25 องศาเซลเซียส) เมื่อเวลาเวลา 15 นาทีและเมื่อเวลา 2 ชั่วโมง ตามลำดับ



รูปที่ 5 การถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในกำแพงหนา 0.4 เมตร ที่เวลา 15 นาที 55 นาทีและ 2 ชั่วโมง ตามลำดับ (a) คอนกรีตมวลเบา (b) คอนกรีตมอญ (c) คอนกรีตบล็อก



รูปที่ 6 การถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านใน กำแพงหนา 0.3 เมตร ที่เวลา 15 นาที 55 นาที และ 2 ชั่วโมง ตามลำดับ (a) คอนกรีตมวลเบา (b) คอนกรีตมอญ (c) คอนกรีตบล็อก



รูปที่ 7 การถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านใน กำแพงหนา 0.2 เมตร ที่เวลา 15 นาที 55 นาที และ 2 ชั่วโมง ตามลำดับ (a) คอนกรีตมวลเบา (b) คอนกรีตมอญ (c) คอนกรีตบล็อก

รูปที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิที่ผนังด้านใน กำแพงที่หนา 20 เซนติเมตร 30 เซนติเมตร และ 40 เซนติเมตร ตามลำดับ เมื่อเวลา 1, 5, 15, 25, 35, 45, 55 นาที และ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ชั่วโมง ตามลำดับ แกนแนวดิ่งแสดงค่าอุณหภูมิเมื่อใช้วัสดุทั้งสามประเภท โดยเส้นประสีแดงบอกถึงอุณหภูมิเมื่อเวลา 1 ชั่วโมง จากการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์จะเห็นว่าความหนาของกำแพงส่งผลต่ออุณหภูมิของผนังด้านในกำแพงและจากรูป 8 (b) – (c) เมื่อเวลา 3 ชั่วโมง จะเห็นว่ากำแพงหนา 20 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตรให้อุณหภูมิที่ผนังด้านในกำแพงใกล้เคียงกัน

รูปที่ 9 แสดงการเปรียบเทียบของอุณหภูมิจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านใน กำแพงที่เวลาแตกต่างกัน 25 นาที

1 ชั่วโมง 3 ชั่วโมง และ 5 ชั่วโมง แกนตั้งแสดงอุณหภูมิโดยเส้นกราฟ (เส้นทึบและเส้นประ) แสดงการถ่ายเทอุณหภูมิจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในกำแพงของคอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอญ และคอนกรีตบล็อกตามลำดับ โดยคอนกรีตบล็อกจะเป็นเส้นที่มีอุณหภูมิสูงที่สุดของเส้นกราฟทั้งหมดและใกล้เคียงกับเส้นที่แสดงอุณหภูมิของอิฐมอญ

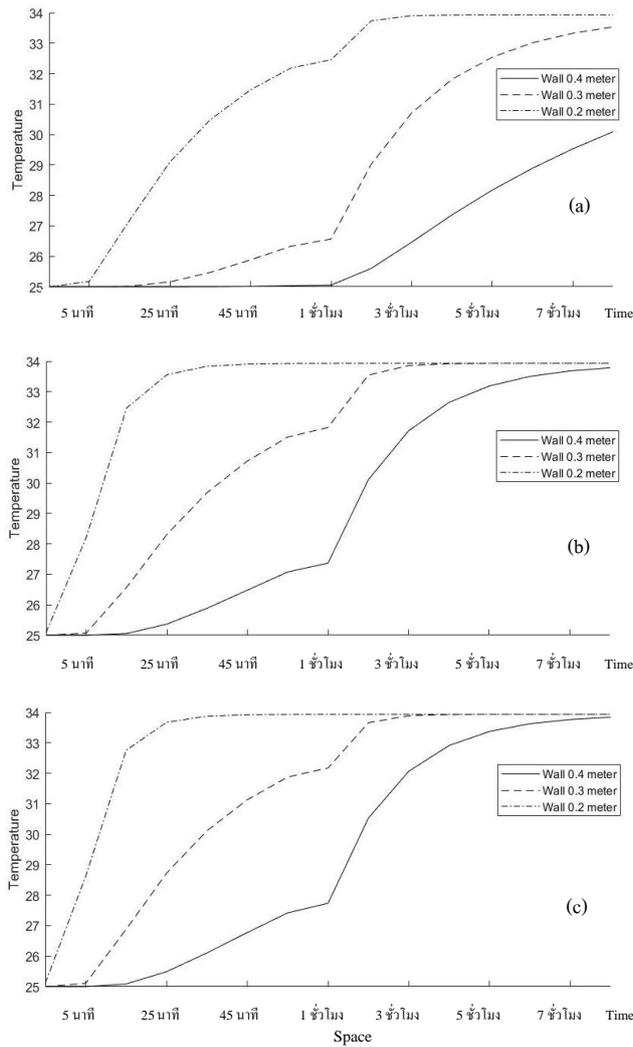
รูปที่ 10 - 12 แสดงการเปรียบเทียบการถ่ายเทความร้อนของอุณหภูมิจากผนังด้านนอก 33.93 องศาเซลเซียส ผ่านตัวกลางที่เป็นกำแพงที่สร้างจากคอนกรีตทั้งสามชนิดมายังขอบผนังด้านในของกำแพง ซึ่งมีความหนาของกำแพงต่างกัน แกนตั้งแสดงอุณหภูมิที่ต่ำสุด 25 องศาเซลเซียส และสูงสุด 33.93 องศาเซลเซียส โดยแต่ละกราฟเปรียบเทียบอุณหภูมิในช่วงการเปลี่ยนแปลงของเวลาระยะสั้น เริ่มที่ 15 นาที จนถึง 55 นาที โดยเว้นช่วงทุก 10 นาที

ตารางที่ 3 แสดงค่าอุณหภูมิของผนังด้านใน กำแพงหนา 0.3 เมตร ที่เวลา 15, 35, 60, 120 และ 180 นาที

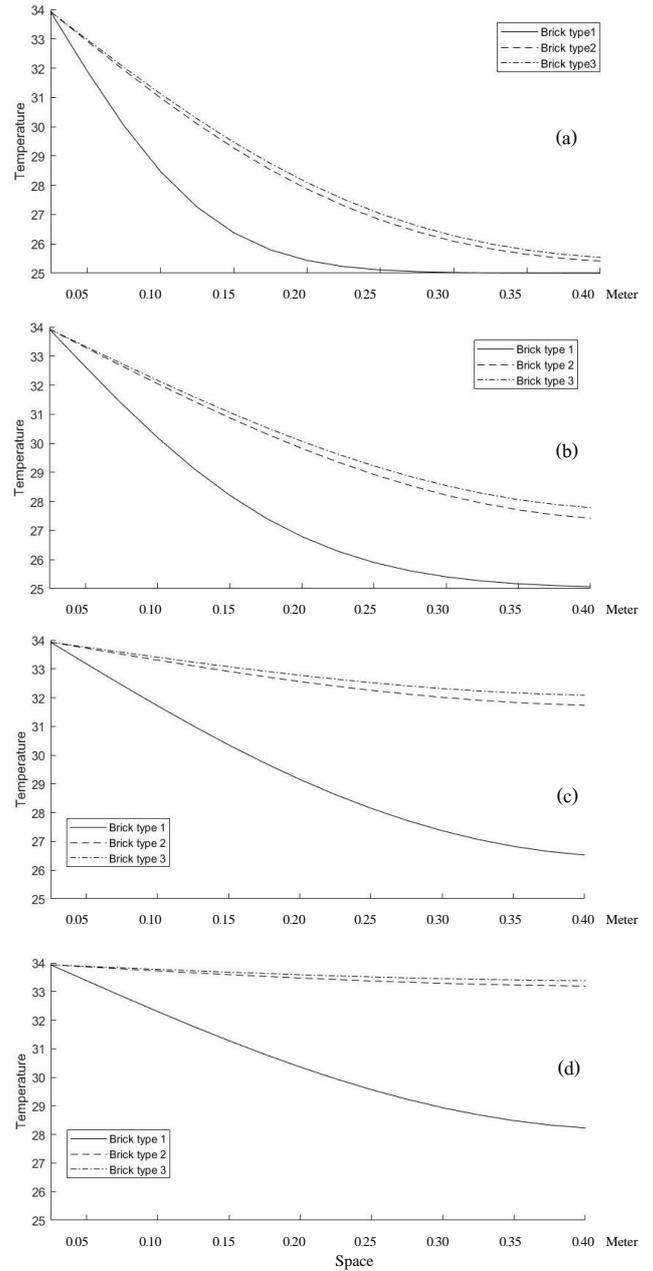
เวลา (นาที)	ค่าอุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)		
	คอนกรีตมวลเบา	คอนกรีตมอญ	คอนกรีตบล็อก
15	25.02	26.57	26.87
35	25.47	29.68	30.10
60	26.57	31.82	32.17
120	29.03	33.54	33.65
180	30.71	33.85	33.88

ตารางที่ 4 แสดงค่าอุณหภูมิของผนังด้านใน กำแพงหนา 0.2 เมตร ที่เวลา 15, 35, 60, 120 และ 180 นาที

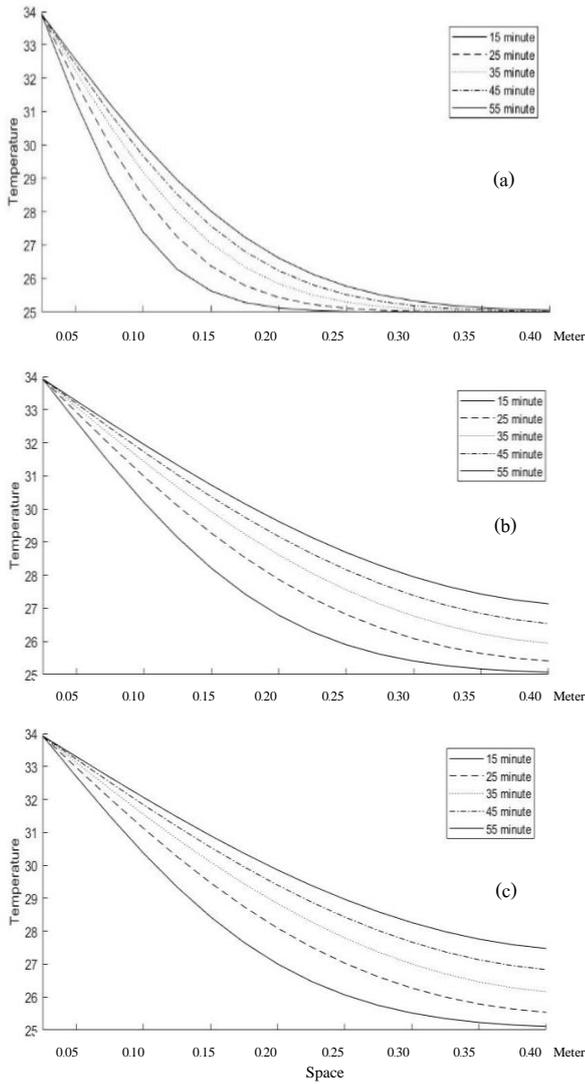
เวลา (นาที)	ค่าอุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)		
	คอนกรีตมวลเบา	คอนกรีตมอญ	คอนกรีตบล็อก
15	27.18	32.46	32.75
35	30.48	33.83	33.87
60	32.45	33.92	33.92
120	33.73	33.93	33.93
180	33.90	33.93	33.93



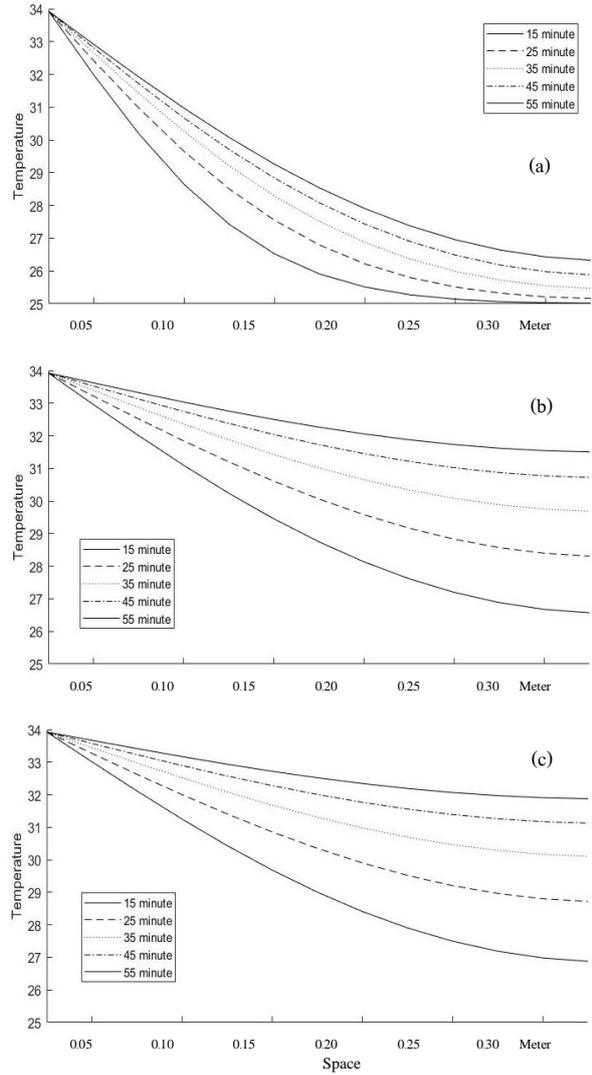
รูปที่ 8 กราฟเปรียบเทียบของค่าอุณหภูมิของผนังด้านใน
ของกำแพงที่เวลาและความหนาของกำแพงต่างกัน
(a) คอนกรีตมวลเบา (b) คอนกรีตมอดู (c) คอนกรีตบล็อก



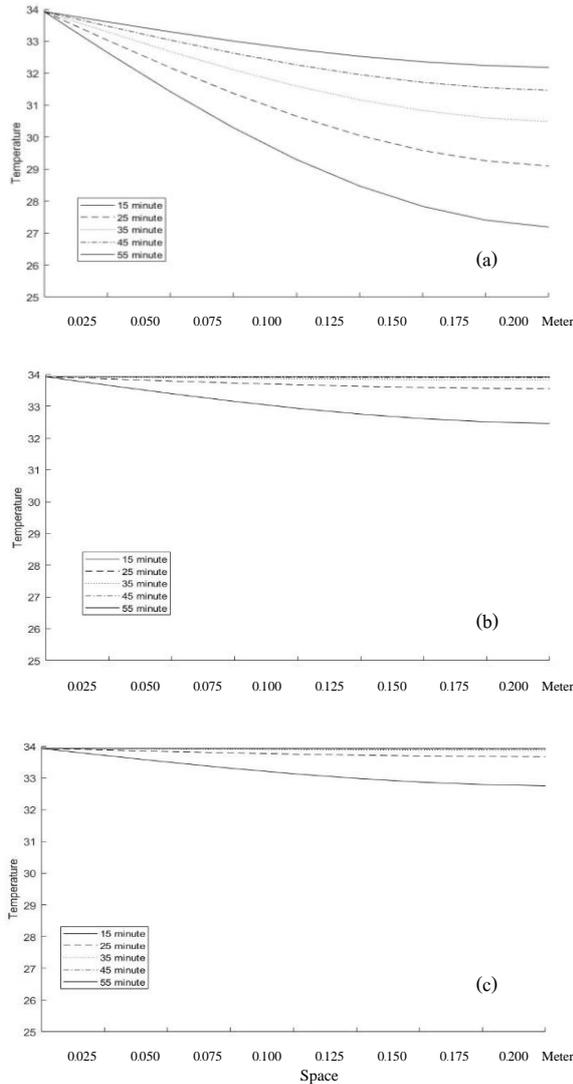
รูปที่ 9 กราฟเปรียบเทียบของค่าอุณหภูมิจากผนังด้านนอก
สู่ผนังด้านในกำแพงของคอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอดู
และคอนกรีตบล็อก (a) ที่เวลา 25 นาที (b) 1 ชั่วโมง
(c) 3 ชั่วโมง (d) 5 ชั่วโมง



รูปที่ 10 กราฟเปรียบเทียบของค่าอุณหภูมิจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในกำแพงหนา 0.4 เมตร ที่เวลา 15 นาที 25 นาที 35 นาที 45 นาที 55 นาที 1 ชั่วโมง 2 ชั่วโมง 3 ชั่วโมง 4 ชั่วโมง 5 ชั่วโมง 6 ชั่วโมง (a) คอนกรีตมวลเบา (b) คอนกรีตมอญ (c) คอนกรีตบล็อก



รูปที่ 11 กราฟเปรียบเทียบของค่าอุณหภูมิจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในกำแพงหนา 0.3 เมตร ที่เวลา 15 นาที 25 นาที 35 นาที 45 นาที 55 นาที 1 ชั่วโมง 2 ชั่วโมง 3 ชั่วโมง 4 ชั่วโมง 5 ชั่วโมง 6 ชั่วโมง (a) คอนกรีตมวลเบา (b) คอนกรีตมอญ (c) คอนกรีตบล็อก



รูปที่ 12 กราฟเปรียบเทียบของค่าอุณหภูมิจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในกำแพงหนา 0.2 เมตร ที่เวลา 15 นาที 25 นาที 35 นาที 45 นาที 55 นาที 1 ชั่วโมง 2 ชั่วโมง 3 ชั่วโมง 4 ชั่วโมง 5 ชั่วโมง 6 ชั่วโมง (a) คอนกรีตมวลเบา (b) คอนกรีตมอญ (c) คอนกรีตบล็อก

เมื่อทำการจำลองแบบ โดยให้เวลามากขึ้นพบว่า กำแพงที่ใช้คอนกรีตมอญและคอนกรีตบล็อกมีความหนา 0.3 เมตร อุณหภูมิของผนังภายในกำแพงเริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ (Steady State) เมื่อเวลาผ่านไป 2 ชั่วโมง และเมื่อกำหนดกำแพงที่ใช้คอนกรีตมอญและคอนกรีตบล็อกมีความหนา 0.2 เมตร อุณหภูมิของผนังภายในกำแพงจะเข้าสู่สภาวะเมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง

5. สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้ประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในการสร้างแบบจำลองเพื่อคำนวณหาค่าอุณหภูมิภายในและขอบด้านในของกำแพงที่ใช้วัสดุและความหนาของกำแพงแตกต่างกัน โดยการจำลองแบบนี้จะใช้สมการความร้อนใน 1 มิติโดยใช้เทคนิคการแปลงสมการควบคุมให้อยู่ในรูปแบบไร้มิติเพื่อความสะดวกและลดความซับซ้อนในการคำนวณเชิงตัวเลข ซึ่งการจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้สามารถคำนวณอุณหภูมิภายในกำแพงในแต่ละระดับความหนา ในแต่ละช่วงเวลาโดยสามารถจำลองแบบวัสดุได้อย่างหลากหลาย จากการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์พบว่าวัสดุที่กันความร้อนได้ดีคือคอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอญและคอนกรีตบล็อก ตามลำดับ

6. ข้อเสนอแนะ

การเพิ่มประสิทธิภาพของการคำนวณหาค่าอุณหภูมิภายในและขอบด้านในของกำแพง โดยวิธีการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์ควรที่จะเพิ่มตัวแปรหรือปัจจัยที่มีผลต่อการเพิ่มหรือลดลงของอุณหภูมิที่ผนังด้านนอกของกำแพง เพื่อให้การจำลองแบบทางคณิตศาสตร์นี้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] จรัส รัตนโชตินันท์และพิชาน ไพโรจน์. (2016). การเปรียบเทียบประสิทธิภาพการใช้งานคอนกรีตมวลเบาแบบมีรูกลวงกับคอนกรีตมวลเบาแบบปรกติ. *EAU HERITAGE JOURNAL Science and Technology*, 10(3).
- [2] สุวัฒน์ชัย ปลื้มฤทัยและโยธิน อึ้งกุล. (2554). การพัฒนาคอนกรีตบล็อกจากผักตบชวา. การประชุมวิชาการบัณฑิตศึกษาศิลปากรระดับชาติ/นานาชาติ ครั้งที่ 2. นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- [3] อมลวรรณ แสนนวล, ศุภธา ศรีเผด็จและชนินทร์ ทิพย์ภาส. (2559). การศึกษาการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังอาคารกรณีศึกษาวัสดุไม้ประกอบพลาสติก. *วารสารวิชาการ คณะสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*, 15(2).

- [4] โยธิน อึ้งกุล, พิชัย นามประกาย, นริศ ประทีนทอง และรังสิต ศรีจิตติ. (2006). แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การถ่ายเทความร้อนและความชื้นในบ้านที่ใช้ผนังคอนกรีตมวลเบาภายใต้สภาวะอากาศของประเทศไทย. *KKU Engineering Journal*, 33(4): 375-390.
- [5] Gerald W. Recktenwald. (2000). **Numerical Methods with MATLAB: Implementations and Application**. United States of America (USA).
- [6] Mitchell A. R. (1969). **Computational Methods in Partial Differential Equations**. United Kingdom, John-Wiley and Sons.
- [7] Rattanachotinun, J. and Pairojn, P. (2016). The assessment of effectiveness and practical feasibility of glass solar chimney walls for tropical area, case study. Bangkok, Thailand. *International Energy Journal*, 14(1): 95-106.
- [8] Louise Olsen-Kettle. (2011). **Numerical solution of partial differential equations**. Australia.
- [9] Matthew J. Hancock. (2006). **The 1 D Heat Equation**. United States of America (USA).
- [10] ข้อมูลคุณสมบัติของผนังคอนกรีตสำหรับธุรกิจการผลิต บริษัทไซมิส อีโคไลท์ จำกัด. สืบค้น 7 พฤศจิกายน 2560, จาก <http://www.ecolite.co.th>
- [11] ข้อมูลอิฐบล็อก อิฐมวลเบา และอิฐมอญ บริษัทผลิตภัณฑ์ตราเพชร สืบค้นเมื่อวันที่ 9 เมษายน 2562, จาก <http://blog.dbp.co.th/>