

การวิเคราะห์สมรรถนะเครื่องบินวิทยุบังคับเพื่อใบประกาศความสมควรเดินอากาศ

RC Model Performance Analysis for Airworthiness Certification

^{1*} สุภาพ เพ็งมาก และ ^{2#} เทพวินทร์ ไรจนพิสิต

¹ภาควิชาวิศวกรรมอากาศยาน โรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช

^{1*} Supap Perngmak and ^{2#} Thepwintr Rojnpisit

^{1,2}Aeronautical Engineering Department, Navaminda Kasatriyadhiraj Royal Air Force Academy

*Supap_perng@rtaf.mi.th, #Thepwintr@gmail.com

Received : March 22, 2024

Revised : June 10, 2024

Accepted : June 17, 2024

บทคัดย่อ

ในปัจจุบัน อากาศยานไร้คนขับได้รับความนิยมแพร่หลายในอุตสาหกรรมหลากหลาย ทั้งทางทหารและพลเรือน จึงทำให้มีการออกแบบเพื่อสร้างและผลิตอากาศยานชนิดนี้ออกมาเป็นจำนวนมาก ในการออกแบบเพื่อสร้างและผลิตอากาศยานไร้คนขับนั้น ยังต้องคำนึงถึงและยึดถือกฎเกณฑ์ความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับเป็นสำคัญ อย่างไรก็ตามกองทัพอากาศไทยยังไม่ได้พิจารณากำหนดกฎเกณฑ์ความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับขนาดเล็กและมีน้ำหนักไม่เกิน 200 กิโลกรัม แต่มีแนวโน้มที่จะดัดแปลงกฎเกณฑ์ความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับของต่างประเทศที่เป็นที่ยอมรับและใช้งานกันโดยทั่วไป ด้วยเหตุนี้ การวิจัยนี้จึงเลือกใช้กฎเกณฑ์ความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับขององค์กรสนธิสัญญาแอตแลนติกเหนือที่เรียกกันโดยย่อว่า STANAG 4703 เพื่อใช้สำหรับการออกใบประกาศความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับขนาดเล็กที่มีน้ำหนักไม่เกิน 200 กิโลกรัม

สมรรถนะการบินวิงขึ้นของอากาศยานไร้คนขับเป็นส่วนสำคัญที่จะบ่งบอกถึงความสมควรเดินอากาศ กฎระเบียบ STANAG 4703 ยินยอมให้คำนวณหาสมรรถนะนี้ได้ทั้งจากการบินทดสอบและการวิเคราะห์ แต่ภายในงานวิจัยนี้จะใช้การวิเคราะห์เพียงเท่านั้น โดยทำการสร้างโปรแกรมเพื่อจำลองการบินวิงขึ้น แล้วจึงคำนวณสมรรถนะการบินวิงขึ้นของอากาศยานไร้คนขับ

เนื่องจากระบบสมการสมรรถนะของอากาศยานเป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งแบบไม่เชิงเส้นที่ซึ่งเป็นปัญหาค่าเริ่มต้น (Initial value problem) ดังนั้นคณะผู้วิจัยจึงเลือกใช้ทั้งวิธีรุงเง-คุตตา ชนิดอันดับที่สี่ (4th order Runge-Kutta method) ที่เป็นวิธีขั้นเดียว (Singe Step method) และวิธีแบบทำนายแล้วปรับแก้ค่า (Predictor-Corrector method) ที่เป็นวิธีพหุขั้น (Multi step method) เข้าทำการแก้ระบบสมการนี้เพื่อหาค่าตัวแปรด้านสมรรถนะ สำหรับการหาค่าตัวแปรจะใช้วิธีอาดัมส์-แบชฟอร์ธ ชนิดอันดับที่สี่ (4th order Adams-Bashforth method) แต่การปรับแก้ค่าตัวแปรจะใช้วิธีอาดัม-มัลตัน ชนิดอันดับที่สี่ (4th order Adams-Moulton method) นอกจากนั้นค่าเริ่มต้นสำหรับวิธีพหุขั้นที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้มาจากการคำนวณด้วยวิธีรุงเง-คุตตา

คณะผู้วิจัยสร้างโปรแกรมการจำลองการบินขึ้น โดยใช้ภาษาแมตเล็บ (MATLAB) เสร็จแล้วจึงทดสอบการทำงานของโปรแกรมด้วยข้อมูลของอากาศยานจำนวน 4 เครื่อง ประกอบด้วย เครื่องบินบังคับวิทยุ 1 เครื่อง อากาศยานไร้คนขับขนาดเล็ก 1 เครื่อง อากาศยานเพื่อการบินทั่วไปชนิดเครื่องยนต์เดียว 2 เครื่อง ข้อมูลที่ต้องใช้เพื่อการทำงานของโปรแกรม มีดังนี้ น้ำหนักวิ่งขึ้นสูงสุด น้ำหนักน้ำมัน ความเร็ววิ่งขึ้น ความเร็วร่อนหนึ่งในสภาพการบินขึ้น มุมปะทะขณะวิ่งขึ้น มุมปะทะร่อน และข้อมูลแรงขับหรือกำลังขับเคลื่อนเป็นต้น ผลลัพธ์สำคัญที่ได้จากการทำงานของโปรแกรมคือ ระยะวิ่งบนพื้น และ ระยะวิ่งขึ้น ผลการทดสอบการทำงานของโปรแกรมแสดงให้เห็นว่าโปรแกรมทำงานได้ถูกต้องและให้ความแม่นยำสูง โดยที่ค่าสมรรถนะการบินขึ้นที่โดยเฉพาะอย่างยิ่งในหัวข้อระยะวิ่งบนพื้น และในหัวข้อระยะวิ่งขึ้น มีค่าผิดพลาดสัมพัทธ์ที่เทียบกับค่าจากข้อมูลอ้างอิง น้อยกว่า 10% ด้วยเหตุนี้จึงกล่าวได้ว่า โปรแกรมที่สร้างขึ้นมานี้สามารถนำไปใช้เพื่อการวิเคราะห์สมรรถนะของอากาศยานทั้งสี่ชนิด รวมทั้งใช้ผลการวิเคราะห์เพื่อการขอใบประกาศความสมควรเดินอากาศ ให้แก่ อากาศยานไร้คนขับขนาดเล็กตามกฎหมายความสมควรเดินอากาศ STANAG 4703 ในหัวข้อสมรรถนะการบินขึ้นได้

คำสำคัญ: สมรรถนะวิ่งขึ้น, ระยะทางวิ่งขึ้น, สมรรถนะการไต่, ความสมควรเดินอากาศ

Abstract

Nowadays, Unmanned Aerial Vehicles (UAV) are widely popular in many industries, Both military and civil. As a result, a large number of design and production of this type of the aircraft is occurring. It is consequently important to adhere to the rules for airworthiness of unmanned aircraft in designing and manufacturing the aircraft. However, Royal Thai Air Force has not yet determined the airworthiness for themselves. But there is a tendency that the Royal Thai Air Force want to adapt the international airworthiness rules for unmanned aircraft weight under 200 kilogram that worldwide accepted. Thus within this research, the aircraft airworthiness rules known as STANAG 4703 from North Atlantic Treaty Organization is used for issuing airworthiness certificates for unmanned aerial vehicles with a take-off weight under 50 kilograms.

The take-off performance of an unmanned aerial vehicle is an important part that indicates its airworthiness. STANAG 4703 regulations allow this performance to be calculate through both flight testing and analysis. But within this research, only the analysis method will be used: by creating a program to simulate take-off flight and then use it to calculate take-off performance of an unmanned aerial vehicle.

Since aircraft performance equations are nonlinear first order differential equations which are initial value problems, therefore the researchers chose to use both 4th order single step Runge-Kutta method and multistep Predictor-Corrector method to solve these equations for determining the values of performance variables. The 4th Adams-Bashforth method is used for predicting variable values. And the 4th Adam-Moulton method is used for

correcting the variable values. Besides, the Runge-Kutta method is used to provide initial values necessary for the multistep Predictor-Corrector method.

The researchers created a program which is written in MATLAB language to simulate take-off flight. The program was then tested using data from 4 aircrafts consist of 1 radio-controlled aircraft, 1 unmanned aircraft and 2 single-engine general aviation aircrafts. The data needed for the program are e.g. maximum take-off weight, fuel weight, take-off speed, stall speed, angle of stall angle, and thrust. The important results from this program are specifically ground roll and take-off distances. Testing this program by using data form from 4 aircrafts as mentioned above shows that it works correctly and high precisely: especially, takeoff performance in term of ground roll and take-off distances have their relative errors with respect to their values from reference data in less than 10%. Therefore it can be said that this already created program can be used for analyzing takeoff performance of the 4 aircraft types. And these analytical results can be then documented and reported for requiring the airworthiness certification for small unmanned aerial vehicle according to STANAG 4730 in the part of takeoff performance.

Keywords: Take-off performance, Take-off distance, Climb performance, Airworthiness

1. บทนำ

อากาศยานไร้คนขับได้รับการพัฒนาและสร้างขึ้นมาเป็นจำนวนมากเพื่อใช้ประโยชน์ทั้งในด้านการทหารและการพลเรือน ทั้งนี้เป็นผลมาจากการเจริญทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เครื่องบินวิทยุบังคับจัดเป็นอากาศยานไร้คนขับด้วยเช่นกัน โดยมีน้ำหนักวิ่งขึ้นไม่เกิน 200 กิโลกรัม (หรืออาจมากกว่าเล็กน้อย) เพียงแต่ไม่มีอุปกรณ์และเครื่องมือสำหรับการบินอัตโนมัติอยู่ในเครื่องบินวิทยุบังคับ นอกเหนือจากการบินเพื่อการศึกษา เราสามารถใช้เครื่องบินวิทยุบังคับเป็นต้นแบบสำหรับการพัฒนาต่อยอดให้กลายเป็นอากาศยานไร้คนขับที่แท้จริงได้ โดยมีสมมติฐานว่าคุณสมบัติส่วนมากของต้นแบบที่เป็นเครื่องบินวิทยุบังคับ เหมือนกับของอากาศยานไร้คนขับ ทั้งนี้เพราะความแตกต่างของอากาศยานอยู่ที่การมีหรือไม่มีอุปกรณ์และเครื่องมือสำหรับการบินอัตโนมัติเท่านั้น

การใช้งานอากาศยานไร้คนขับนั้น มีความเสี่ยงที่จะเกิดอุบัติเหตุทั้งในอากาศและบนพื้นดินซึ่งสามารถสร้างอันตรายและความเสียหายให้แก่เครื่องบินและแก่บุคคลที่สามได้ ด้วยเหตุนี้ หลายประเทศจึงได้สร้างมาตรฐานความสมควรเดินอากาศไว้ใช้กับอากาศยานไร้คนขับ โดยแต่ละประเทศจะมีข้อกำหนดและความต้องการที่ส่วนมากแล้วจะคล้ายคลึงกัน สำหรับการออกใบรับรองความสมควรเดินอากาศนั้น ทั้งการบินทดสอบและการวิเคราะห์เพื่อค้นหาสมรรถนะของอากาศยาน นอกเหนือจากนั้นการประเมินค่าสมรรถนะยังเป็นสิ่งที่ต้องดำเนินการในกระบวนการออกแบบ

สำหรับกองทัพอากาศไทยนั้น ข้อกำหนดและความต้องการของความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับ ยังไม่ได้มีการตั้งขึ้นมาอย่างเป็นทางการ จึงจำเป็นต้องพิจารณาตั้งข้อกำหนดและความต้องการของความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับให้สำเร็จ ทั้งนี้เพื่อป้องกันและหลีกเลี่ยงความเสียหายต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้น ซึ่งอาจจะนำไปสู่การสูญเสียทั้งในชีวิตและทรัพย์สิน

เนื่องจากข้อกำหนดและความต้องการของความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับมีอยู่เป็นจำนวนมาก ในหลายประเทศ ที่ได้ประกาศใช้ไปแล้ว ข้อกำหนด STANAG 4703 ที่ถูกกำหนดขึ้นโดยองค์การสนธิสัญญาแอตแลนติกเหนือ นั้น มีความเป็นสากลและถูกใช้อ้างอิงในการกำหนดความต้องการของความสมควรเดินอากาศของอากาศยานหลากหลาย

ประเภททั่วโลก จึงเป็นตัวเลือกที่เหมาะสมในการเป็นแหล่งอ้างอิงให้กองทัพอากาศใช้กำหนดความสมควรเดินอากาศของอากาศยานไร้คนขับในอนาคต

เนื่องจาก STANAG 4703 ยินยอมให้มีการใช้ค่าสมรรถนะของอากาศยานไร้คนขับที่ได้จากทั้งการวิเคราะห์และจากการบินทดสอบ เพื่อใช้ร่วมกันในการขอใบอนุญาตความสมควรเดินอากาศ [14] รวมทั้งจากการศึกษาค้นคว้าเอกสารวิจัยพบว่า ยังมีการวิเคราะห์อย่างละเอียดในเรื่องสมรรถนะการบินวิ่งขึ้นของอากาศยานไร้คนขับขนาดเล็กอยู่น้อยมาก คณะผู้วิจัยจึงมีความคิดที่จะทำการวิเคราะห์อย่างละเอียดและสร้างโปรแกรมเพื่อการคำนวณสมรรถนะอากาศยานที่สามารถใช้ได้กับเครื่องบินลูกสูบใบพัดชนิดต่าง ๆ ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วการวิเคราะห์นั้นจะกระทำโดยใช้สมการเชิงประพจน์ที่ใช้กันทั่วไป และผลที่ได้จะเป็นค่าตัวเลขโดยไม่ขึ้นอยู่กับเวลา [9],[10],[11],[12] แต่เป็นที่ทราบกันดีแล้วว่า การบินวิ่งขึ้นเป็นการเคลื่อนที่ชนิดหนึ่ง ดังนั้น การบินวิ่งขึ้นจึงจะต้องมีสมการการเคลื่อนที่ที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์และจะส่งผลทำให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่ได้ขึ้นอยู่กับเวลาซึ่งก็คือประวัติศาสตร์เวลา (Time History) นั่นเอง สิ่งนี้แสดงว่าสามารถสร้างโปรแกรมทำการจำลองการบินวิ่งขึ้นได้ รวมทั้งจะทราบค่าสมรรถนะการบินวิ่งขึ้นอีกด้วย

2. ขอบเขตงานวิจัย

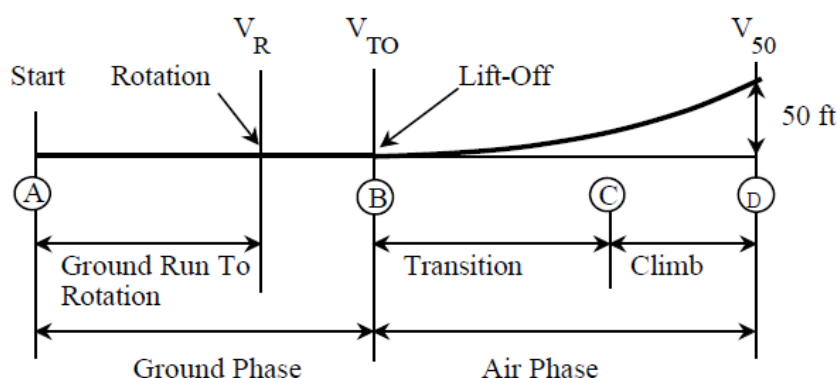
2.1 สำหรับการตรวจสอบความถูกต้องและแม่นยำของผลจากการใช้โปรแกรมการจำลองการบินวิ่งขึ้นที่เขียน โดยใช้ภาษาแมตเลบนั้น ข้อมูลป้อนเข้าเป็นข้อมูลอ้างอิงจากอากาศยานจำนวนทั้งหมด 4 เครื่อง คือ อากาศยานบังคับวิทยุ 1 เครื่อง อากาศยานไร้คนขับขนาดเล็ก 1 เครื่อง และ อากาศยานเพื่อการบินทั่วไปชนิดเครื่องยนต์เดี่ยว 2 เครื่อง

2.2 เครื่องยนต์ของอากาศยานทั้ง 4 เครื่อง เป็นเครื่องยนต์ลูกสูบใบพัด

3. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 วัฏภาคการวิ่งขึ้น (Takeoff phases)

วัฏภาคหรือช่วงการวิ่งขึ้นประกอบด้วย 3 วัฏภาค ดังแสดงในรูปที่ 1 กล่าวคือ 1) ช่วงล้อหมุนบนพื้น 2) ช่วงหมุนยกหัว การยกตัวพ้นพื้นและการเปลี่ยนผ่าน และ 3) ช่วงการไต่สูงที่ขึ้นไปถึงความสูงสิ่งกีดขวาง



รูปที่ 1 วัฏภาคหรือช่วงการวิ่งขึ้น

นอกจากนั้น ระยะทางที่ใช้เป็นสิ่งบ่งบอกสมรรถนะการบินวิ่งขึ้น มีอยู่ 2 ระยะ คือ 1) ระยะวิ่งบนพื้น (ground roll distance) ที่วัดจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดที่อากาศยานเริ่มยกตัวลอยพ้นพื้นทางวิ่ง (Lift-Off) และ 2) ระยะวิ่งขึ้น (take-off distance) ที่วัดจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดที่อากาศยานอยู่เหนือสิ่งกีดขวางที่สูง 50 ft. (หรือ 35 ft.)

3.2 ระบบสมการสมรรถนะ

สัญลักษณ์ต่าง ๆ

g	Gravity	h	Height
a, b, c	Polynomial Coefficients	t	Time
e	Oswald's efficiency factor	n	Revolution per Minute
V	Velocity	S	Wing Area
S	Wing Area	T	Thrust
M	Mach number	D_{prop}	Propeller Diameter
C_L	Lift coefficient	$C_{L,0}$	Zero Lift coefficient
$C_{L,\alpha}$	Lift Curve slope	K_{IGE}	Induced drag factor in-ground-effect
C_D	Drag coefficient	N_e	Number of Engine
C_T	Thrust coefficient	D_{prop}	Propeller Diameter
φ	In-ground-effect factor	t/c	Thickness to Chord Ratio
ρ	Air density	λ	Taper Ratio

ระบบสมการสมรรถนะสำหรับการวิเคราะห์สมรรถนะการบินว้างขึ้นที่ใช้เป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งแบบไม่เชิงเส้นมี 5 สมการ [1-3] แสดงดังสมการที่ (1) - (5) ดังนี้

$$\dot{x} = \cos \gamma \quad (1)$$

$$\dot{W} = hsf\dot{c} \times T \times V \quad (2)$$

$$\dot{h} = \dot{V} \times \sin \gamma \quad (3)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{0.5gC_L\rho VS}{W} - \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (4)$$

$$\dot{V} = T \times V \times \frac{1}{(VW)} - \frac{0.5gC_D\rho V^2 S}{W} - g \sin \gamma \quad (5)$$

โดยที่การคำนวณสัมประสิทธิ์แรงยกและสัมประสิทธิ์แรงต้าน กระทำโดยใช้สมการที่ (6) และสมการที่ (7) ตามลำดับ

$$C_L = C_{L,0} + C_{L,\alpha} \times \alpha \quad (6)$$

$$C_D = C_{D,0} + KC_L^2 \quad (7)$$

รวมทั้งการประมาณค่าความดันอากาศจะเป็นไปตามสมการที่ (8)

$$\rho = \rho_0(1.0 - 6.86 \times 10^{-6}h)^{4.26} \quad (8)$$

ทั้งนี้ ระบบสมการสมรรถนะสามารถใช้ได้กับช่วงการว้างขึ้นทั้งสามช่วง

3.3 แรงต้าน

ภายในช่วงล้อย่อนบนพื้นนั้น นอกจากแรงยก แรงต้าน น้ำหนักอากาศยาน และแรงขับแล้ว ยังมีแรงเสียดทานระหว่างล้อยกับพื้นผิวทางวิ่ง มากระทำต่ออากาศยานอีกด้วย แรงเสียดทานนี้หาค่าโดยใช้สมการที่ (9) และส่งผลต่อความเร่งดังสมการที่ (10)

$$F_R = \mu(W - L \cos \gamma) = \mu(W - 0.5gC_L\rho V^2 S \cos \gamma) \quad (9)$$

$$\dot{V} = T \times V \times \frac{1}{(VW)} - \frac{0.5gC_D\rho V^2 S}{W} - g \sin \gamma - \frac{F_R \cos \gamma}{m} \quad (10)$$

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านยังต้องคำนึงถึงผลกระทบจากพื้น (Ground effect) การกางหรือไม่กางแฟลป และการเก็บหรือไม่เก็บล้อ ดังนั้นสมการที่ (7) จึงเป็น

$$C_D = C_{D,0} + K_{IGE}C_{L,IGE}^2 + \Delta C_{D,flap} + \Delta C_{D,gear} \quad (11)$$

โดยที่ K_{IGE} คือ ตัวประกอบแรงต้านเหนี่ยวนำ (Induced Drag Factor) ที่หาได้จากสมการที่ (12)

$$K_{IGE} = \frac{\varphi}{\pi A Re} \quad (12)$$

ซึ่งตัวแปร e คือ ตัวประกอบประสิทธิภาพของออสวอลด์ (Oswald's efficiency factor) [13] และ φ คือตัวประกอบของผลกระทบจากพื้น [8] ตามลำดับ โดยหาค่าได้จากสมการที่ (13) และสมการที่ (15)

$$e = \frac{1}{(1+0.12M^6)\{1+\frac{0.142+f(\lambda)A(\frac{10t}{c})^{0.33}}{(\cos \varphi_{25})^2}+\frac{0.1(3Ne+1)}{(4+A)^{0.8}}\}} \quad (13)$$

ซึ่งใช้ได้เฉพาะเมื่ออัตราส่วนส้นปีกของปีก (Wing Aspect Ratio) มีค่ามากกว่า 5 และเป็นไปตามสมการที่ (14) และ (15)

$$f(\lambda) = 0.005(1 + 1.5(\lambda - 0.6)^2) \quad (14)$$

ในระหว่างที่

$$\varphi = \left(\frac{16h_w}{b}\right)^2 / (1 + (16h_w/b)^2) \quad (15)$$

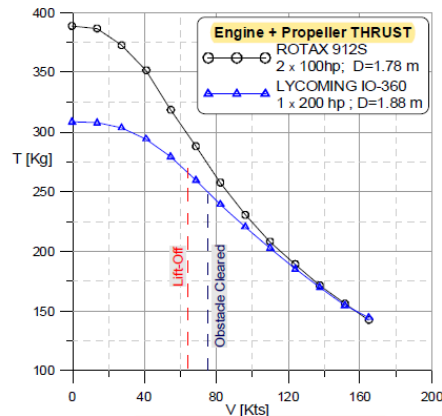
3.4 แรงขับ

เป็นที่ทราบกันดีว่า แรงขับของเครื่องยนต์ถูกสูบใบพัดเป็นฟังก์ชันของทั้งความสูงและความเร็ว เมื่อพิจารณาที่ความสูงหนึ่ง แรงขับมีค่าสูงสุดเมื่อความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ (อากาศยานอยู่นิ่ง) และแรงขับจะลดต่ำลงเมื่อความเร็วเพิ่มมากขึ้นภายในการวิจัยนี้ การประมาณค่าแรงขับ กระทำโดยใช้สมการที่ (16) [3,8,10]

$$T = C_T \rho n^2 D_{Prop}^4 \quad (16)$$

โดยที่สัมประสิทธิ์แรงขับเป็นฟังก์ชันของความเร็ว ($C_T = f(V)$)

โดยปกติแล้ว แรงขับจะมีความสัมพันธ์กับความเร็วแบบไม่เชิงเส้น ตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 ตัวอย่างกราฟแรงขับเทียบกับความเร็ว [9]

นอกจากนั้น จากการทบทวนวรรณกรรม [1-3] และเอกสารวิจัย [10] จะพบว่าสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างแรงขับของเครื่องยนต์ลูกสูบใบพัดกับความเร็วได้ดังสมการที่ (17) ต่อไปนี้

$$T = aV^2 + bV + c \quad (17)$$

ซึ่งแสดงว่ารูปกราฟแสดงความสัมพันธ์เป็นแบบพาราโบลา สิ่งที่มาคือ ถ้ามีกลุ่มข้อมูลที่บ่งบอกถึงคู่พิกัดระหว่างแรงขับกับความเร็วแล้ว ก็จะสามารถใช้วิธีถดถอยตามพหุนาม (Polynomial Regression) เข้าดำเนินการเพื่อหาความสัมพันธ์และทำการประมาณค่าแรงขับที่คิดที่ความเร็วค่าต่าง ๆ ได้

3.5 การแก้ระบบสมการ

เนื่องจากว่าระบบสมการเป็นปัญหาค่าเริ่มต้น (Initial Value Problem) ที่เขียนในรูปของเวกเตอร์ได้ดังสมการที่ (18) คือ

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad t_0 \leq t \leq b, \quad (18)$$

โดยที่

$$y(t_0) = y_0$$

ดังนั้น วิธีแก้ปัญหานี้วิธีแรก คือ วิธีรุงเง-คุตตา ชนิดอันดับที่สี่ ซึ่งเป็นวิธีขั้นเดียวและมีสมการที่ต้องดำเนินการดังสมการที่ (19)

$$\begin{aligned} z_1 &= y_n, \\ z_2 &= y_n + \frac{1}{2}hf(t_n, z_1), \\ z_3 &= y_n + \frac{1}{2}hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, z_2\right), \\ z_4 &= y_n + hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, z_3\right) \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{6}h[f(t_n, z_1) + 2f\left(t_n + \frac{1}{2}h, z_2\right) + \\ &\quad 2f\left(t_n + \frac{1}{2}h, z_3\right) + f(t_n + h, z_4)] \end{aligned} \quad (19)$$

และวิธีแก้ปัญหาวีธีที่สอง คือ วิธีแบบทำนายแล้วปรับแก้ค่าที่เป็นวิธีพหุขั้น สำหรับการทำนายค่าตัวแปรภายในวิธีแบบทำนายแล้วปรับแก้ค่า จะใช้วิธีออดัมส์-แบซฟอร์ดรชชนิดอันดับที่สี่ ซึ่งสมการที่ใช้แสดงดังสมการที่ (20)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{24}h[55y'_n - 59y'_{n-1} + 37y'_{n-2} - 9y'_{n-3}] \quad (20)$$

โดยต้องใช้ค่าเริ่มต้นจำนวนสี่ค่าคือค่าที่ดัชนี $n, n-1, n-2$ และ $n-3$ ค่าเริ่มต้นนี้สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธีรุงเง-คุตตา ชนิดอันดับที่สี่ เมื่อทำนายค่า y_{n+1} ได้ก็จะหาค่า y'_{n+1} ได้ หลังจากนั้นจะใช้วิธีออดัม-แม็คดันชนิดอันดับที่สี่เข้าทำการปรับแก้ค่า ดังสมการที่ (21)

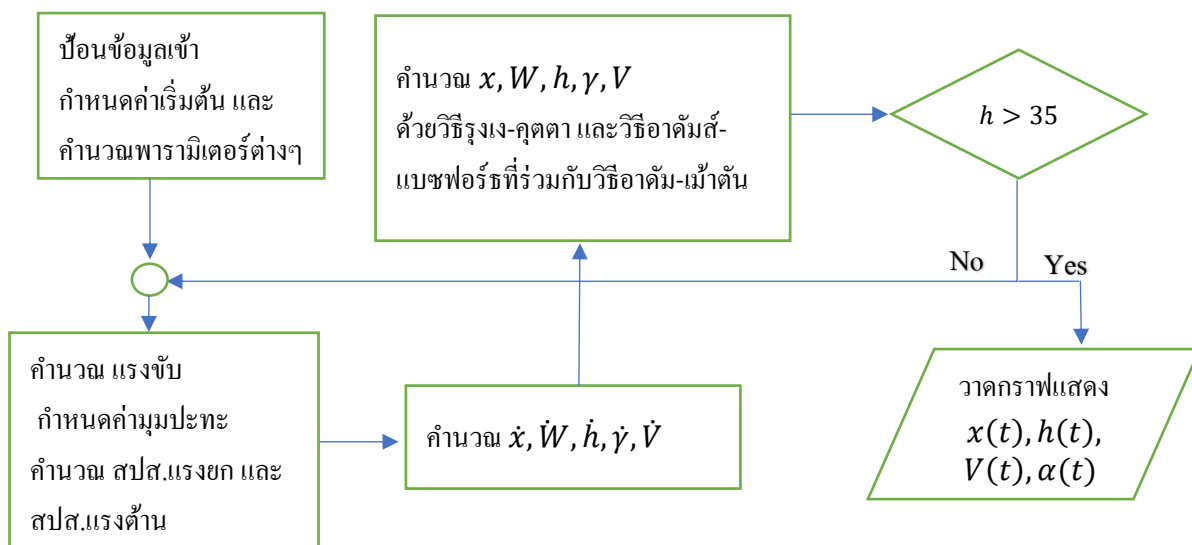
$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{24}h[9y'_{n+1} + 19y'_n - 5y'_{n-1} + y'_{n-2}] \quad (21)$$

4. การดำเนินการวิจัย

4.1 เกี่ยวกับโปรแกรม

การแก้ระบบสมการสมรรถนะ (สมการ (1)-(5) หรือ สมการ (18)) จำเป็นต้องใช้วิธีเชิงตัวเลข สมการที่ (19) หรือ สมการที่ (20) และสมการที่ (21)) ด้วยเหตุนี้จึงได้พัฒนาโปรแกรมการจำลองการบินวิ่งขึ้น โดยใช้ภาษาแมคเล็โปรแกรมที่เขียนขึ้นมานี้ใช้วิธีการสร้างแบบมุ่งเน้นการดำเนินงานจากบนลงล่าง (Top-down processing oriented)

แผนผังขั้นตอนการวิเคราะห์โดยภาพรวมเป็นดังนี้



ประกอบด้วยส่วนหลัก 3 ส่วน คือ

4.1.1 ส่วนเตรียมการ (ก่อนกระบวนการ) ประกอบด้วย ส่วนประกาศประเภทของพารามิเตอร์และของตัวแปรส่วนและส่วนการ

4.1.2 ส่วนกระบวนการ (ส่วนการแก้ระบบสมการ) ประกอบด้วย ส่วนการใช้วิธีรุงเง-คุตตา และส่วนวิธีแบบทำนายแล้วปรับแก้ค่า (วิธีออดัมส์-แบซฟอร์ด และวิธีออดัม-แม็คดัน) ผลที่ได้จากส่วนนี้ คือ ค่าตัวแปรที่อยู่ด้านซ้ายมือของสมการที่ (1) ถึง (5) โดยแต่ละส่วนย่อยภายในส่วนกระบวนการจะประกอบด้วย ส่วนคำนวณแรงขับ แรงยกและแรงต้าน ส่วนกำหนดค่ามุมปะทะ และส่วนการสร้างค่าให้แก้ระบบสมการ (ค่าตัวเลขที่อยู่ด้านขวาของระบบสมการ) การทำงานของส่วนย่อยทุกส่วนนี้จะกระทำกับช่วงวิ่งขึ้นทั้งสามช่วงดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 1

4.1.3 ส่วนหลังกระบวนการ เป็นการนำผลที่ได้จากการแก้ระบบสมการแสดงเป็นรูปกราฟ

4.2 ตารางเวลาการเปิดมุมปะทะ

เนื่องจากโปรแกรมต้องจำลองการบินวิ่งขึ้น ดังนั้นจึงต้องจำลองการเปิดมุมปะทะด้วย ตารางเวลาการเปิดมุมปะทะเป็นดังนี้

4.2.1 ช่วงล้อหมุนบนพื้น: มุมปะทะมีค่าเป็นค่าที่กำหนดและมีค่าคงที่

4.2.2 ช่วงหมุนยกหัว: เมื่อความเร็วสูงขึ้นจนเท่ากับความเร็วสำหรับการหมุนยกหัว นักบินจะทำการดึงคันบังคับเข้าหาตัวเพื่อเพิ่มมุมปะทะ จากนั้นนักบินยังคงทำการดึงคันบังคับเข้าหาตัว แสดงว่ามุมปะทะจะเพิ่มสูงขึ้นโดยขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงที่มีชื่อเรียกว่า “อัตราการหมุน (rate of rotation)” โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดให้อัตราการหมุนมีค่าเท่ากับ 3 องศาต่อวินาที หรือให้มีค่าเป็นค่าที่กำหนด นอกจากนั้นค่ามุมปะทะภายในช่วงหมุนยกหัวจะต้องมีค่าสูงไม่เกินค่ามุมปะทะที่จุดวิ่งขึ้น

4.2.3 ที่จุดยกตัวพ้นพื้น: เมื่อความเร็วสูงขึ้นจนเท่ากับความเร็ววิ่งขึ้น อากาศยานจะเริ่มยกตัวลอยพ้นพื้น มุมปะทะตรงจุดนี้คือมุมปะทะที่จุดวิ่งขึ้น

4.2.4 ช่วงการเปลี่ยนผ่าน: ในขั้นต้นจะทำการบินด้วยมุมปะทะที่จุดวิ่งขึ้นและรักษาให้คงที่ อากาศยานจะได้เพิ่มความสูงขึ้นเรื่อย ๆ โดยที่มุมไต่ในช่วงการเปลี่ยนผ่านนี้ ต้องมีค่าน้อยกว่ามุมไต่ที่กำหนด (ตัวอย่างเช่น มุมไต่ที่ความสูง 50 ฟุต)

4.2.5 ช่วงการไต่คงที่ขึ้นไปถึงความสูงสิ่งกีดขวาง: ถ้ามุมไต่มีค่ามากกว่ามุมไต่ที่กำหนด ให้ลดมุมปะทะลงเพื่อรักษาให้อากาศยานทำการไต่ต่อไปด้วยมุมไต่ที่กำหนด

4.2.6 ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วมีค่าเป็นลบซึ่งแสดงว่าความเร็วลดลงจากเดิม (เกิดการหน่วงความเร็ว) และอาจเกิดขึ้นได้ทั้งภายในช่วงการเปลี่ยนผ่านและช่วงการไต่คงที่ขึ้นไปถึงความสูงสิ่งกีดขวาง แล้วนั้น ให้ค่อย ๆ ลดมุมปะทะลงไปจนกระทั่งความเร็วเริ่มกลับมามีค่าสูงขึ้นกว่าค่าก่อนหน้า และรักษาให้คงที่

5. ผลการวิจัย

5.1 ข้อมูลอากาศยานจากเอกสารอ้างอิง

เมื่อพัฒนาโปรแกรมสำเร็จแล้ว จำเป็นต้องทำการตรวจสอบความถูกต้องและแม่นยำของผลที่ได้ โดยใช้ค่าข้อมูลอ้างอิงของเครื่องบินแต่ละเครื่อง ดังนี้

5.1.1 อากาศยานเพื่อการบินทั่วไปชนิดเครื่องยนต์เดี่ยว Cessna 172S Skyhawk: กางปีก 36 ft 1 in, พื้นที่ปีก 174 sq. ft. น้ำหนักวิ่งขึ้น (ประเภทปกติ) 2550 lbs [4, 5]

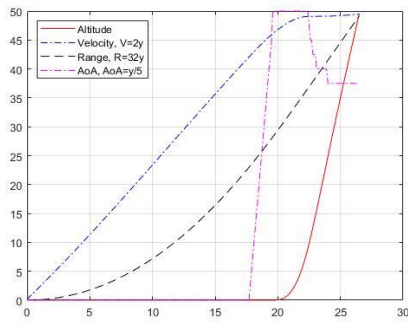
5.1.2 อากาศยานเพื่อการบินทั่วไปชนิดเครื่องยนต์เดี่ยว Piper PA-28-161 Warrior III: น้ำหนักวิ่งขึ้น 2316 lbs., กางปีก 35 ft [6, 7]

5.1.3 อากาศยานบังคับวิทยุ: น้ำหนักวิ่งขึ้น 6.5 lbs., พื้นที่ปีก 504 sq. in. [11]

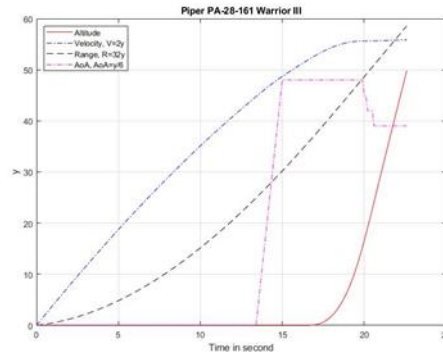
5.1.4 อากาศยานไร้คนขับขนาดเล็ก: น้ำหนักวิ่งขึ้น 71.0244 N, พื้นที่ปีก 0.65 sq. m. [10]

5.2 ผลการทำงานของโปรแกรม

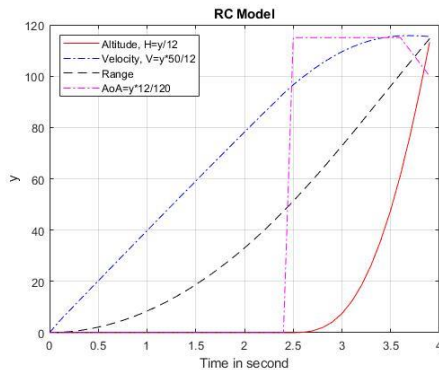
5.2.1 กราฟแสดงผล แสดงดังรูปที่ 3 - 6



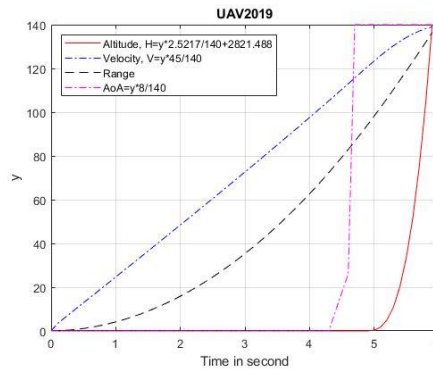
รูปที่ 3 พารามิเตอร์การบินวี่ขึ้นของ Skyhawk



รูปที่ 4 พารามิเตอร์การบินวี่ขึ้นของ Warrior III



รูปที่ 5 พารามิเตอร์การบินวี่ขึ้นของ RC Model



รูปที่ 6 พารามิเตอร์การบินวี่ขึ้นของ UAV2019

5.2.2 สมรรถนะการบินวี่ขึ้น แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 สมรรถนะการบินวี่ขึ้น

อากาศยาน	วิธีร้ง-คุตา		วิธีอาดัมส์-แบชฟอร์ด ร่วมกับ วิธีอาดัม-เม้าตัน	
	ระยะวี่บนพื้น	ระยะวี่ขึ้น	ระยะวี่บนพื้น	ระยะวี่ขึ้น
Cessna 172S Skyhawk	912.6858 ft	1573.5084ft	912.5836 ft	1573.4536 ft
Piper PA-28-161 Warrior III	1176.82 ft	1916.37 ft	1176.91 ft	1916.51 ft
อากาศยานบังคับวิทยุ	55.36 ft.	-	55.346 ft	-
อากาศยานไร้คนขับขนาดเล็ก	118.365 ft.	-	118.339 ft.	-

5.2.3 ค่าผิดพลาดสัมพัทธ์

ในเอกสารวิจัยนี้ ค่าผิดพลาดสัมพัทธ์ คือ ค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าจากข้อมูลอ้างอิงกับผลการวิเคราะห์จากโปรแกรม หาค่าด้วยค่าจากข้อมูลอ้างอิง แล้วจึงคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ ผลที่ได้แสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ค่าผิดพลาดสัมพัทธ์

อากาศยาน	วิธีร้ง-คุตา		วิธีอาดัมส์-แบชฟอร์ด และ วิธีอาดัม-เม้าตัน	
	ระยะวี่บนพื้น	ระยะวี่ขึ้น	ระยะวี่บนพื้น	ระยะวี่ขึ้น
Cessna 172S Skyhawk	4.9286%	3.4659%	4.9392%	3.4691%
Piper PA-28-161 Warrior III	2.3%	8.74%	2.3%	8.74%
อากาศยานบังคับวิทยุ	0.775%	-	0.75%	-
อากาศยานไร้คนขับขนาดเล็ก	9.805%	-	9.825%	-

6. สรุป

ภายในเอกสารวิจัยนี้ มีการอธิบายเกี่ยวกับระบบสมการสมรรถนะที่ประกอบด้วยสมการจำนวน 5 สมการ พร้อมทั้งแสดงสมการและ/หรือความสัมพันธ์ที่ใช้ในการประมาณค่าแรงต้านและแรงขับ การแก้ระบบสมการเพื่อหาค่าตัวแปรของระบบกระทำโดยใช้ทั้งขั้นเดียว (วิธีรุงง-กุดตา) และ วิธีพหุขั้น (วิธีแบบทำนายแล้วปรับแก้ค่า) โดยที่วิธีทำนายเป็นวิธีออดัมส์-แบซฟอร์ธ ส่วนวิธีปรับแก้ค่าเป็นวิธีออดัมส์-แม็คดัน ต่อจากนั้นจึงได้พัฒนาและสร้างโปรแกรมที่เขียนขึ้นด้วยภาษาแมตแล็บ การทดสอบการทำงานของโปรแกรม กระทำโดยใช้ข้อมูลจากเครื่องบินจำนวน 4 ลำ พบว่า โปรแกรมทำงานได้ถูกต้อง มีความแม่นยำโดยให้ค่าสมรรถนะในการบินวิ่งขึ้นที่ยอมรับได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในหัวข้อระยะวิ่งบนพื้นและในหัวข้อระยะวิ่งขึ้น มีค่าผิดพลาดสัมพัทธ์น้อยกว่า 10%

7. ข้อเสนอแนะ

จากการทำงานของโปรแกรมที่สร้างขึ้นมานี้ พบว่าผลการแก้ระบบสมการสมรรถนะการบินวิ่งขึ้นด้วยทั้งวิธีขั้นเดียว (วิธีรุงง-กุดตา) และวิธีพหุขั้น (วิธีออดัมส์-แบซฟอร์ธ ร่วมกับ วิธีออดัมส์-แม็คดัน นั้น ทั้งสองวิธีดังกล่าวให้ผลลัพธ์ (คือค่าของตัวแปรของระบบสมการ) ที่มีค่าความแตกต่างกันน้อยมาก ดังนั้นเพื่อเป็นการประหยัดและเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ภายในเวลาที่น้อย จึงควรใช้แต่วิธีรุงง-กุดตา ทั้งนี้เพราะวิธีรุงง-กุดตาใช้กระบวนการทำงานที่มีขั้นตอนน้อยกว่านั่นเอง

ผลการทดสอบโปรแกรมทำให้ทราบว่าโปรแกรมทำงานได้อย่างถูกต้อง และมีระดับความแม่นยำที่ยอมรับได้ ทั้งนี้แรงขับ แรงยกและแรงต้าน เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลเป็นอย่างมากต่อการประมาณค่าสมรรถนะการบินวิ่งขึ้น ทั้งแรงขับ แรงยกและแรงต้านที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการ ซึ่งถือว่าเป็นค่าประมาณที่มีความผิดพลาดอยู่แล้ว ด้วยเหตุนี้เมื่อต้องการให้มีความแม่นยำสูงจึงควรทำการทดสอบและ/หรือทดสอบเพื่อให้ได้ค่าข้อมูลที่ต้องการของแรงขับ แรงยกและแรงต้านก่อนการใช้โปรแกรม

8. กิตติกรรมประกาศ

การดำเนินการวิจัยนี้ ได้รับทุนสนับสนุน โครงการวิจัยจากกรมยุทธการทหารอากาศ โดยกองการศึกษาโรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช ได้คัดเลือกและอนุมัติโครงการวิจัยนี้ รวมทั้ง ภาควิชาวิศวกรรมอากาศยานและเทคโนโลยีการบินที่ได้ช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกต่างๆ ที่ทำให้เอกสารวิจัยนี้สามารถดำเนินการจนประสบความสำเร็จ ลุล่วงไปได้ด้วยดี

9. เอกสารอ้างอิง

- [1] Jr. Anderson, D. John. (2001). **Fundamentals of aerodynamics**. 3rd Edition. New York:McGraw-Hill Inc.
- [2] Mario A. (1997). **An Introduction to Aircraft Performance**. AIAA Education Series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- [3] S.K. Ojha. (1995). **Flight Performance of Aircraft**. AIAA Education Series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- [4] Cessna Aircraft Company. (2012). **Specification and Description Exhibit "A"**. Beginning with serial # 172S11284. Cessna Single Engine Piston Aircraft. Wichita, Kansas.
- [5] McIver J. (2003). Cessna Skyhawk II / 100 Performance Assessment. from <http://www.temporal.com.au>.
- [6] Bitto A. & P. D' Amore. **Flight Test 2 Report**. State College, PA, USA.

- [7] FAA Approved Airplane Flight Manual and Pilot's Operating Handbook (1994). **Warrior III PA-28-161**. Publications Department. Piper Aircraft Corporation.
- [8] Sóbester A. (2021). **Flight-Test Validation of a Takeoff Performance Uncertainty Model**. University of Southampton, Southampton, Hampshire, England, United Kingdom.
- [9] Pellogrini C. et al., (2022). **New analytical results on the study of aircraft performance with velocity dependent forces**. Universidade Federal de São João del-Rei, Departamento de Ciências Térmicas e dos Fluidos, Brasil.
- [10] Pascale L. & Nicolosi F. (2008). **Design and Aerodynamic Analysis of a Light Twin-Engine Propeller Aircraft**. Tecnam Aircraft Industries, Casoria (Naples), ITALY. Dep. Of Aerospace Eng., University of Naples.
- [11] Vural M. (2009). Estimating R/C Model Aerodynamics and Performance. Illinois Institute of Technology. from <https://saeaerodesign.com>
- [12] Butera J. (2012) Flight Performance of a Novel Fixed Wing UAS. Mississippi State University, USA. from <https://www.researchgate.net>
- [13] Scholz. Drag Prediction. (2023). from http://www.fzt.haw-hamburg.de/pers/Scholz/HOOU/AircraftDesign_13_Drag.pdf
- [14] Nato standardization Agency (2014). NATO Standard AEP-83 Light Unmanned Aircraft Systems Airworthiness Requirements. Edition A Version 1, Ratification Draft.