

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อศึกษารูปแบบอาคารขนาดเล็กทรงทางเรขาคณิตที่มีผลต่อการประหยัดพลังงานเพื่อใช้ในโรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช มวกเหล็ก

Development of Mathematical Models to Analyze the Impact of Geometric Small-Scale Building Designs on Energy Efficiency: A Case Study at Navaminda Kasatriyadhiraaj Royal Air Force Academy, Muak Lek

สิริญญา ถนอมพลกรัง^{1*}, สมภูมิ มีชานนา², วิศรุต คล้ายแจ้³ และ ศิริกุล ศิริธีระกุล⁴

^{1, 2, 3}กองการศึกษา โรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช

⁴ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

Sirunya Thanompolkrang^{1*}, Sompoom Meechowna², Witsarut Kraychang³
and Sirikul Siriteerakul⁴

^{1, 2, 3}Faculty of Academic Navaminda Kasatriyadhiraaj Royal Air Force Academy

⁴Department of Mathematics, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

Sirunya_th@rtaf.mi.th

Received 29 July 2025

Revised 18 September 2025

Accepted 27 September 2025

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้เสนอการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์วัดค่าอุณหภูมิความร้อนภายในอาคารที่มีพื้นที่หน้าตัดรูปเรขาคณิตแบบสมมาตร ได้แก่ รูปสี่เหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม และรูปแปดเหลี่ยม ในกรณีที่พื้นที่หน้าตัดมีพื้นที่เท่ากัน และในกรณีพื้นที่หน้าตัดมีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน เพื่อศึกษาการแพร่กระจายความร้อนจากภายนอกสู่ภายในอาคารโดยมีตัวกลางเป็นกำแพงและอากาศด้านในอาคาร โดยนำเสนอผลลัพธ์ในรูปแบบของ Contour ของภาพแสดงระดับของความร้อนที่แพร่กระจายเข้ามาภายในอาคาร เส้นกราฟแสดงค่าอุณหภูมิโดยพิจารณาจากจุดอ้างอิง พบว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อค่าอุณหภูมิความร้อนภายในอาคารขึ้นอยู่กับแนวการรับแสงจากดวงอาทิตย์มากกว่าชนิดของอาคาร

คำสำคัญ: แบบจำลองทางคณิตศาสตร์, วิถีไฟไนต์เอลิเมนต์, อาคารรูปทรงเรขาคณิต

Abstract

This research presents a mathematical model for evaluating the internal temperature of buildings with symmetrical geometric cross-sections, including rectangles, hexagons, and octagons. It examines scenarios where the cross-sectional areas or perimeters are equal. The study focuses on the transfer of heat from the outside to the inside, with walls and indoor air as the mediums. Results

are presented as contour plots that depict heat diffusion levels within the building, along with temperature distribution graphs values based on reference points. The results suggest that the internal temperature is more significantly affected by the direction of sunlight than by the type of building.

Keywords: Mathematical Model, Finite Element Method, Geometric Building

1. บทนำ

ปัญหาโลกร้อนในปัจจุบันส่งผลกระทบต่อการใช้พลังงานไฟฟ้าที่มากขึ้นจากการใช้เครื่องปรับอากาศภายในอาคารขนาดเล็กหรือขนาดใหญ่ภายในกองทัพอากาศ เนื่องมาจากความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ผนังด้านในอาคารโดยมีกำแพงเป็นตัวกลางในการถ่ายเทความร้อน โดยความร้อนนี้ได้รับผลจากดวงอาทิตย์ ซึ่งแต่ละปีมีแนวโน้มสูงขึ้นโดยอ้างอิงข้อมูลของกรมอุตุนิยมวิทยา ซึ่งมีงานวิจัยที่วิจัยเกี่ยวกับการออกแบบอาคาร วิจัยเรื่องวัสดุที่ใช้ในการสร้างกำแพงที่ช่วยลดความร้อนจากผนังด้านนอกอาคาร เพื่อช่วยลดการใช้พลังงานภายในอาคาร

การประเมินอุณหภูมิภายในอาคารโดยการวัดตรงมีข้อจำกัด เนื่องจากอากาศเป็นตัวกลางที่ทำให้ค่าที่ได้มีความคลาดเคลื่อนสูง การจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์จึงเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้สำหรับหาค่าความร้อนเพื่อเป็นข้อมูลในการวิเคราะห์ค่าพลังงานไฟฟ้า เนื่องจากใช้ข้อมูลภาคสนามบางส่วน ประหยัดทรัพยากรและต้นทุน โดยในงานวิจัยนี้ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนจากภายนอกผ่านตัวกลางที่เป็นกำแพงสู่บริเวณภายในอาคารที่มีตัวกลางเป็นอากาศของอาคารรูปทรงทางเรขาคณิต

โดยในงานวิจัยนี้เป็นการแสดงถึงการใช้คณิตศาสตร์เพื่อใช้เป็นเครื่องมือเชิงวิเคราะห์ในการตัดสินใจออกแบบอาคารขนาดเล็กที่มีลักษณะเป็นรูปทรงเรขาคณิตที่ใช้สร้างภายในโรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช มวกเหล็กและขยายสู่กองทัพอากาศ โดยการใช้องค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นสูง กระบวนการแก้สมการ การใช้ตัวแบบทางวิศวกรรม ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการยกตัวอย่างของปัญหาที่ถูกใช้แก้ปัญหาจริงให้กับนักเรียนนายเรืออากาศ

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาการจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการถ่ายเทความร้อนจากผนังภายนอกสู่ผนังภายในอาคารโดยใช้วัสดุคอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอญ และคอนกรีตบล็อก [1, 2] และมีงานวิจัยที่วิเคราะห์พฤติกรรมของการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังอาคาร [3, 7] ซึ่งส่วนใหญ่ในงานวิจัยเกี่ยวกับการจำลองแบบคณิตศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนนี้จะใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหา คือ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ [4 - 6]

2. ขอบเขตงานวิจัย

2.1 ในงานวิจัยนี้จะศึกษาแบบจำลองของอาคารขนาดเล็กที่มีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิตแบบสมมาตร ได้แก่ รูปสี่เหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม และรูปแปดเหลี่ยม

2.2 ในงานวิจัยนี้จะศึกษาการหาค่าความร้อนภายในอาคารรูปทรงทางเรขาคณิตทั้งสามแบบเฉพาะในกรณีพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน และในกรณีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน

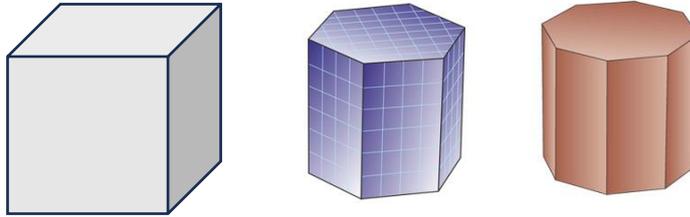
2.3 ตัวกลางการนำความร้อนที่ใช้ในการงานวิจัยนี้ประกอบด้วยกำแพงและอากาศ และจะใช้สมการความร้อนใน 2 มิติ ภายใต้สมมติฐานว่าอากาศภายในไม่มีการไหลเวียน

2.4 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้แก้ปัญหา คือ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

3. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 รูปทรงทางเรขาคณิตแบบสมมาตร

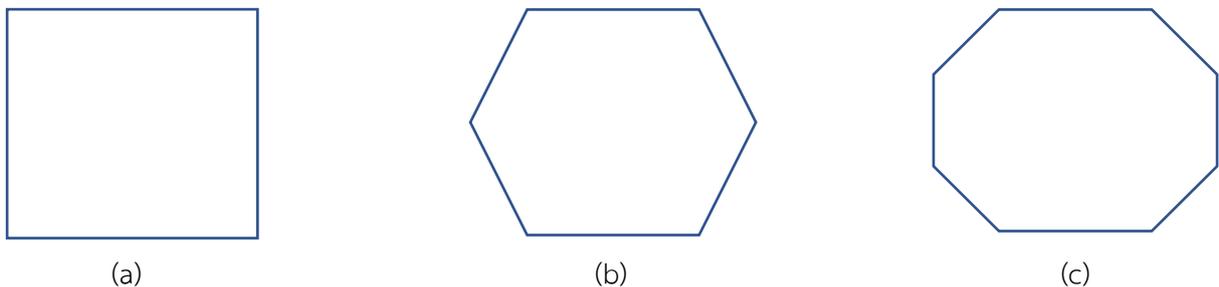
ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาอาคารหรือห้องที่มีลักษณะสมมาตรที่มีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า หกเหลี่ยมด้านเท่า และแปดเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งจะศึกษาในกรณีนี้อาคารรูปทรงทั้งสามนี้มีพื้นที่เท่ากันและกรณีที่อาคารรูปทรงทั้งสามนี้มีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน



รูปที่ 1 อาคารรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านเท่า หกเหลี่ยมด้านเท่า แปดเหลี่ยมด้านเท่า

3.1.1 พื้นที่หน้าตัดของอาคารเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า หกเหลี่ยมด้านเท่า และแปดเหลี่ยมด้านเท่า

การพิจารณาการหาอุณหภูมิความร้อนในอาคารจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 2 มิติ โดยพิจารณาที่พื้นที่หน้าตัดของอาคารประกอบไปด้วย รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า รูปหกเหลี่ยมด้านเท่า และรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีเส้นรอบรูปและพื้นที่ดังต่อไปนี้



รูปที่ 2 รูปหน้าตัดของ (a) อาคารรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านเท่า (b) อาคารรูปทรงหกเหลี่ยมด้านเท่า (c) อาคารรูปทรงแปดเหลี่ยมด้านเท่า

ตารางที่ 1 ความยาวเส้นรอบรูปและพื้นที่ของรูปทรงทางเรขาคณิต

	รูปสี่เหลี่ยม (a)	รูปหกเหลี่ยม (b)	รูปทรงแปดเหลี่ยม (c)
ความยาวเส้นรอบรูป	$4L$ หน่วย	$6L$ หน่วย	$8L$ หน่วย
พื้นที่	L^2 ตารางหน่วย	$2.598L^2$ ตารางหน่วย	$4.284L^2$ ตารางหน่วย

3.2 สมการความร้อนใน 2 มิติ

ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการอธิบายและหาค่าอุณหภูมิความร้อนภายในอาคารรูปทรงทางเรขาคณิตแบบสมมาตรจะใช้สมการความร้อนใน 2 มิติ เป็นสมการควบคุมของปัญหานี้ โดยมีกระบวนการดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ : หาค่าอุณหภูมิความร้อนภายในอาคารรูปทรงทางเรขาคณิต

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดสมการควบคุมของปัญหา : สมการความร้อนใน 2 มิติ เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบ

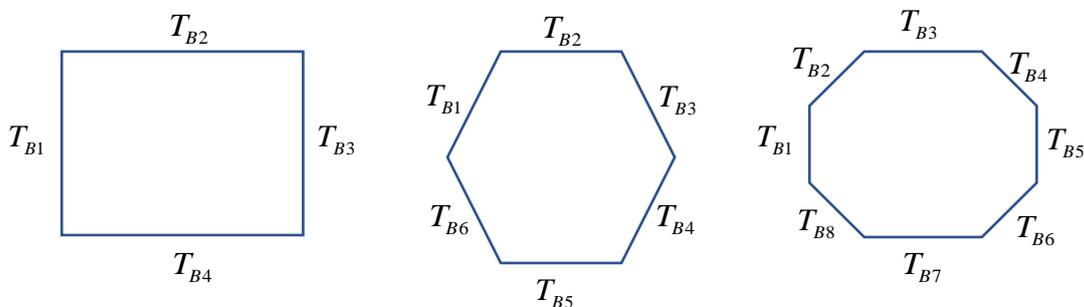
ขั้นตอนที่ 3 กำหนดระเบียบวิธีในการแก้สมการควบคุม : ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ขั้นตอนที่ 4 ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้สมการ : ค่าอุณหภูมิความร้อนใช้สำหรับอธิบายปัญหา

สมการความร้อนใน 2 มิติ เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับสองที่เป็นปัญหาที่มีเงื่อนไขขอบและเงื่อนไขเริ่มต้นที่ใช้หาค่าอุณหภูมิความร้อนที่มีตัวกลางในการนำความร้อนดังสมการที่ (1)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

เมื่อ $T(x, y, t)$ คือ ค่าอุณหภูมิความร้อนที่ตำแหน่ง $(x, y) \in \Omega$ เมื่อเวลา t และ Ω เป็นขอบเขตใน 2 มิติ และ α เป็นค่าคงที่ที่เกี่ยวข้องกับการนำความร้อนของวัสดุ โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้น (อุณหภูมิเริ่มต้น) $T(x, y, 0) = T_0$ และเงื่อนไขขอบ (อุณหภูมิความร้อนเฉลี่ยที่ขอบ) เป็นค่าคงที่เป็นไปตามรูปแบบของพื้นที่หน้าตัดของอาคารรูปทรงทางเรขาคณิตแบบสมมาตร ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 เงื่อนไขขอบของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า รูปหกเหลี่ยมด้านเท่า และรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่า

3.3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

ในการหาผลเฉลยที่เป็นค่าอุณหภูมิความร้อนของสมการความร้อนใน 2 มิติ (1) มีหลายวิธี เช่น Finite Different Method, Finite Element Method, Finite Volume Method ในเลือกใช้ระเบียบวิธีในการแก้ปัญหาจะพิจารณาจากโดเมนและจำนวนมิติของงานวิจัยที่จะศึกษา เนื่องจากในงานวิจัยนี้ทำการศึกษาการหาค่าอุณหภูมิความร้อน 2 มิติ โดยจะพิจารณานำพื้นที่หน้าตัดของอาคารรูปทรงทางเรขาคณิตแบบสมมาตร ที่ได้จากอาคารรูปทรง 3 มิติ จะได้รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าที่มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม จากการพิจารณานี้ระเบียบวิธีการที่เหมาะสมต่อการแก้หาค่าผลเฉลยจะใช้ระเบียบวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เหมาะสมที่สุด [3, 5] ขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบ่งออกเป็น 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างแบบจำลองของระบบแล้วแบ่งแบบจำลองเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ โดยแต่ละเอลิเมนต์อาจมีลักษณะและขนาดที่แตกต่างกันไป

ขั้นตอนที่ 2 เลือกฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ (Shape Function) โดยที่แต่ละจุดจะมีฟังก์ชันที่ใช้ในการประมาณค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กับพิกัดแต่ละจุดต่อ โดยลักษณะการกระจายของตัวแปรไม่รู้ค่าบนเอลิเมนต์สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์และตัวแปรที่จุดต่อโดยมีรูปแบบ ดังนี้

$$\phi(x, y, z) = N_1(x, y, z)\phi_1 + N_2(x, y, z)\phi_2 + N_3(x, y, z)\phi_3 + N_4(x, y, z)\phi_4 \quad (2)$$

โดยที่ $\phi(x, y, z)$ เป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า $N_i(x, y, z)$, $i = 1, 2, 3, 4$ เป็นฟังก์ชันประมาณค่าภายใน
 เอลิเมนต์หรือสามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\phi(x, y, z) = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ขั้นตอนที่ 3 สร้างสมการของเอลิเมนต์ (Element Equations) ที่ต้องการทราบคำตอบ โดยมีรูปแบบสมการ
 ดังนี้

$$[k]_e \{\phi\}_e = \{f\}_e \quad (4)$$

โดยที่ $[k]_e$ คือ เอลิเมนต์เมทริกซ์ที่ขึ้นอยู่กับชนิดของปัญหานั้น (Element Matrix)

$\{\phi\}_e$ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรไม่รู้ค่าที่จุดต่อ (Vector of Nodal Unknowns)

$\{f\}_e$ คือ เวกเตอร์ของโหลดที่จุดต่อ (Vector of Nodal Loads)

สำหรับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วย 4 จุดต่อ สมการของเอลิเมนต์จะมีรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ขั้นตอนที่ 4 เนื่องจากการเรียงตัวของชิ้นส่วนย่อยในแบบจำลอง จะไม่ขนานหรือตั้งฉากกับระบบแกนรวม
 ใหญ่ XY แต่จะบิดเอียงไปตามรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยหรือที่เรียกว่าระบบแกนย่อย $\xi\eta$ ดังนั้น การเลือกวิธีการเชิง
 ตัวเลขขึ้นอยู่กับลักษณะโดเมนและมิติของปัญหา ในกรณีนี้จึงเลือกใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งเหมาะสมที่สุด บนพื้นที่
 ของชิ้นส่วนย่อยที่เอียงไปมาในพิภค XY ต้องเปลี่ยนชิ้นส่วนย่อยที่เอียงไปมาให้อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในพิภค $\xi\eta$
 โดยมีฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ (Shape Function) ดังนี้

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \end{aligned} \quad (6)$$

ขั้นตอนที่ 5 นำสมการของแต่ละเอลิเมนต์มารวมกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยมีรูปแบบ ดังนี้

$$[K]_{sys} \{\phi\}_{sys} = \{F\}_{sys} \quad (7)$$

ขั้นตอนที่ 6 แทนเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ลงในสมการผลรวมของระบบ

ขั้นตอนที่ 7 แก้สมการของระบบเพื่อหาค่าโดยประมาณของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

4. การดำเนินการวิจัย

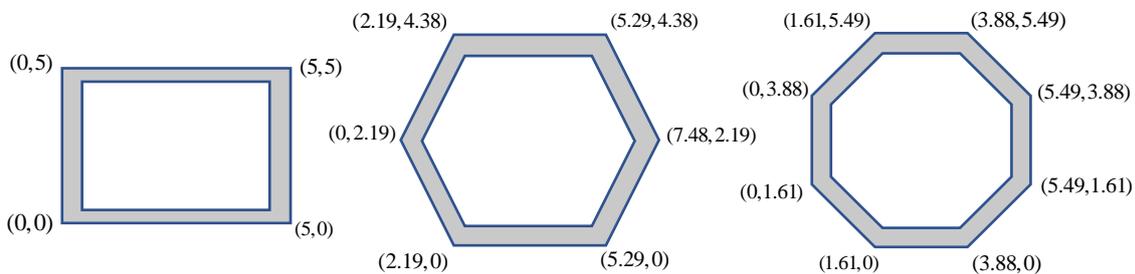
4.1 กำหนดปัญหา

เพื่อศึกษาการนำความร้อนจากภายนอกสู่ภายในอาคารรูปทรงทางเรขาคณิตแบบสมมาตรทั้งสามรูปจะมีผลต่ออุณหภูมิภายในอาคารอย่างไร การวิเคราะห์ดำเนินการใน 2 กรณี ได้แก่ พื้นที่หน้าตัดเท่ากัน และความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน กำหนดความหนาของกำแพงของอาคาร ในหัวข้อนี้จะกำหนดค่าของขนาดพื้นที่เท่ากัน ความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน และหาค่าจุดพิกัดของอาคารในระบบพิกัดฉากเพื่อง่ายต่อการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

4.1.1 กำหนดขนาดของอาคาร

กรณีพื้นที่หน้าตัดของอาคารเท่ากัน

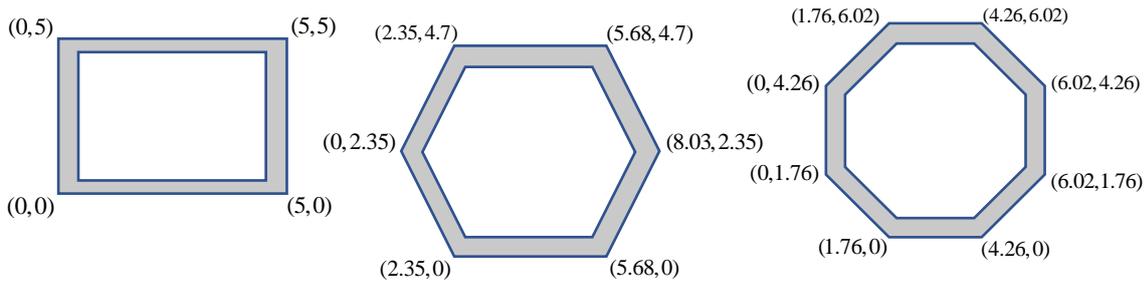
ในกรณีนี้จะศึกษาการนำค่าความร้อนจากภายนอกอาคารสู่ภายในอาคารโดยผ่านตัวกลาง คือ กำแพงหนา 0.1 เมตรและสมมติให้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของกำแพงเท่ากับ 1 เพื่อศึกษาหาค่าอุณหภูมิภายในอาคารรูปทรงทางเรขาคณิตที่มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม ที่มีพื้นที่หน้าตัดของอาคารเท่ากัน ในกรณีศึกษานี้จะกำหนดให้มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 25 ตารางเมตร โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์



รูปที่ 4 ค่าพิกัด (x, y) ของอาคารพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม กรณีพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน

กรณีความยาวเส้นรอบรูปหน้าตัดของอาคารเท่ากัน

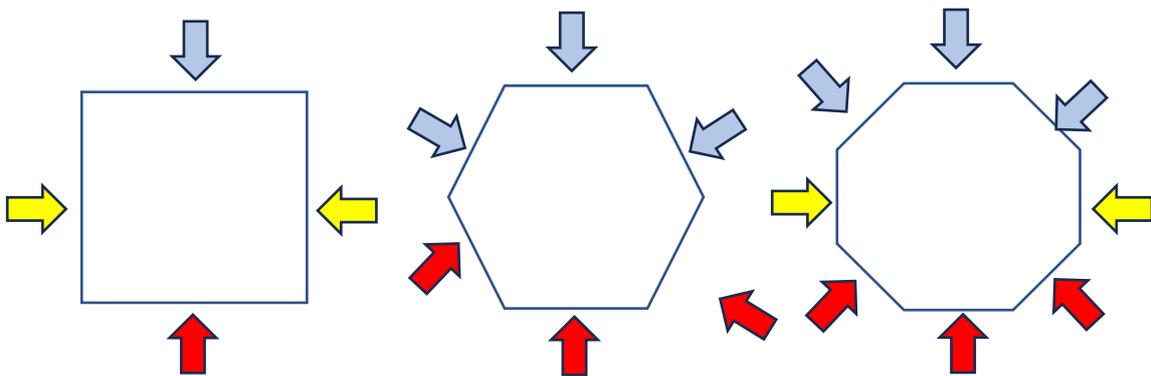
ในกรณีนี้จะศึกษาการนำค่าความร้อนจากภายนอกอาคารสู่ภายในอาคารโดยผ่านตัวกลาง คือ กำแพงหนา 0.1 เมตรและสมมติให้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของกำแพงเท่ากับ 1 เพื่อศึกษาหาค่าอุณหภูมิภายในอาคารรูปทรงทางเรขาคณิตที่มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม ที่มีความยาวเส้นรอบรูปของพื้นที่หน้าตัดของอาคารเท่ากัน โดยในกรณีศึกษานี้จะกำหนดให้มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 20 เมตร โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์



รูปที่ 5 ค่าพิกัด (x, y) ของอาคารพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม กรณีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน

4.1.2 กำหนดค่าเงื่อนไขขอบและเงื่อนไขเริ่มต้น

อุณหภูมิความร้อนจากดวงอาทิตย์ส่งผลให้ผนังของอาคารมีค่าอุณหภูมิความร้อนทำให้เกิดการนำความร้อนจากผนังด้านนอกสู่ภายในอาคารส่งผลต่ออุณหภูมิภายในอาคารที่สูงขึ้นจากอุณหภูมิเริ่มต้นเฉลี่ยของอาคาร และแต่ละผนังของอาคารจะมีค่าอุณหภูมิไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับช่วงเวลาและทิศทางของตำแหน่งของดวงอาทิตย์



รูปที่ 6 ทิศทางอุณหภูมิความร้อนที่ได้รับจากดวงอาทิตย์ของแต่ละด้านของอาคารรูปทรงทางเรขาคณิต

ผลของทิศทางแสงอาทิตย์ถูกกำหนดเป็นค่าอุณหภูมิขอบเขตแตกต่างกันตามแต่ละด้านของอาคาร ดังรูปที่ 6 โดยกำหนดให้ลูกศรสีแดงแสดงค่าความร้อนที่ได้จากดวงอาทิตย์มากที่สุดโดยกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 45 องศาเซลเซียส สำหรับรูปสี่เหลี่ยม 1 ด้าน รูปหกเหลี่ยม และรูปแปดเหลี่ยม 3 ด้าน ลูกศรสีเหลืองดวงอาทิตย์ส่องแสงเข้าผนังอาคารได้ไม่เต็มที่เท่ากับด้านหน้าทำให้อุณหภูมิผนังด้านลูกศรสีเหลืองมีอุณหภูมิต่ำกว่าโดยกำหนดให้มีค่าอุณหภูมิเท่ากับ 33 องศาเซลเซียส และด้านหลังของอาคารแสงส่องได้น้อยที่ผนังด้านลูกศรสีฟ้าโดยกำหนดอุณหภูมิผนังนี้มีค่าเท่ากับ 28 องศาเซลเซียส ค่าอุณหภูมิความร้อนที่ผนังของอาคาร เรียกว่า ค่าเงื่อนไขขอบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Boundary Conditions) เมื่อเริ่มต้นการคำนวณการหาค่าอุณหภูมิความร้อนกำหนดให้ภายในอาคารมีอุณหภูมิเริ่มต้นเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส เรียกว่า เงื่อนไขเริ่มต้นของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Initial Condition)

4.2 โปรแกรมสำหรับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

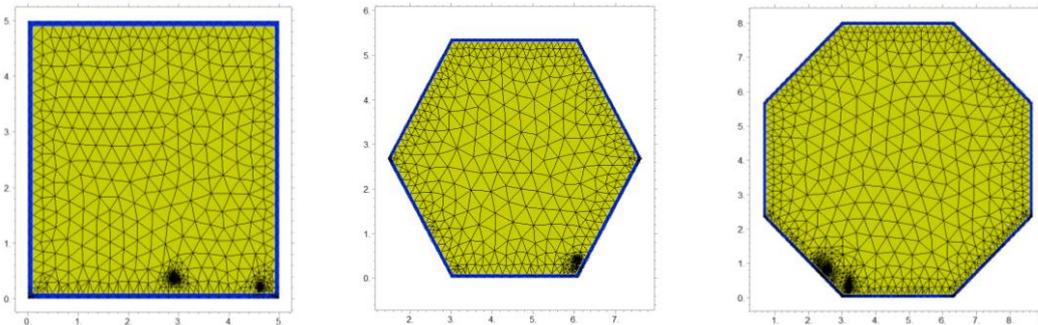
จากหัวข้อที่ 4.1.1 และ 4.1.2 ได้เสนอการกำหนดพื้นที่และความยาวเส้นรอบรูปของพื้นที่หน้าตัดของอาคารรูปทรงต่าง ๆ โดยการกำหนดค่าจุดศูนย์กลางบนระบบพิกัดฉาก การกำหนดความหนาของผนังของอาคาร ค่าการนำความร้อน ทิศทางของดวงอาทิตย์ที่มีผลต่อค่าอุณหภูมิความร้อนต่อผนังของอาคาร การกำหนดค่าอุณหภูมิเริ่มต้น

ภายในอาคาร เพื่อนำข้อมูลนี้ไปเป็นค่านำเข้าสำหรับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ในรูปแบบของกราฟแสดงค่าอุณหภูมิความร้อนของอาคารที่เสนอในรูปแบบ 2 มิติ ที่เป็นรูปพื้นที่หน้าตัดของอาคารของแต่ละกรณี โดยโปรแกรม FlexPDE

5. ผลการวิจัย

5.1 เอลิเมนต์ของพื้นที่หน้าตัดของอาคาร

ขั้นตอนแรกของการหาผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะทำการสร้างเอลิเมนต์บนพื้นที่หน้าตัดของอาคารที่เป็นรูปสี่เหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม และรูปแปดเหลี่ยม โดยจะใช้เอลิเมนต์เป็นรูปสามเหลี่ยมดังรูปที่ 7



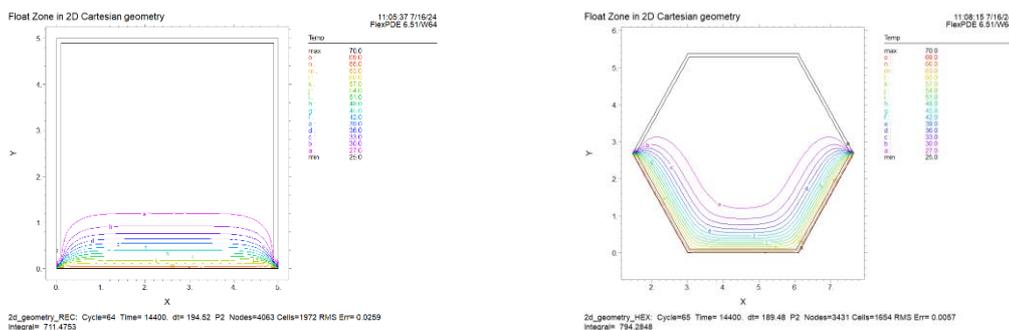
รูปที่ 7 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมบนพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม

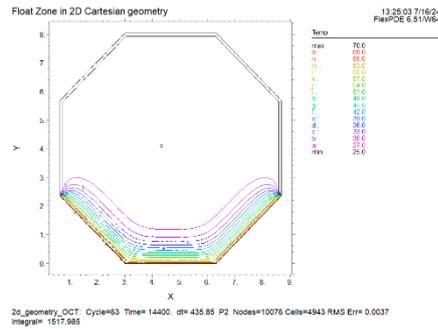
5.2 ผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในงานวิจัยนี้จะแสดงผลลัพธ์ในรูปแบบของกราฟ Contour ของค่าอุณหภูมิความร้อนของพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม และรูปแปดเหลี่ยม กราฟแสดงค่าอุณหภูมิความร้อนที่ตำแหน่งของจุดอ้างอิงบนพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม และรูปแปดเหลี่ยมในแนวต่าง ๆ ในกรณีที่พื้นที่หน้าตัดของอาคารมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากันและกรณีที่พื้นที่หน้าตัดมีเส้นรอบรูปเท่ากัน โดยจะแสดงผลลัพธ์ดังต่อไปนี้

5.2.1 กรณีพื้นที่หน้าตัดของอาคารมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน

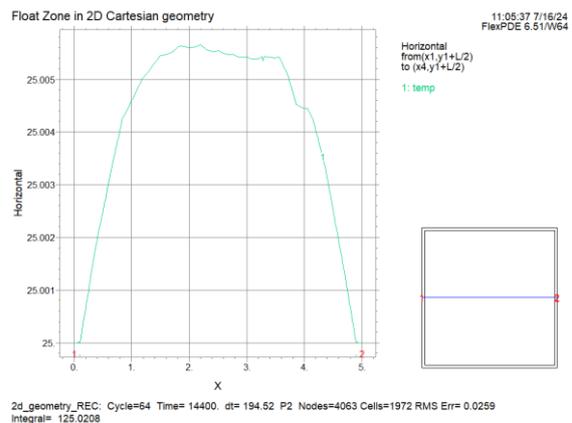
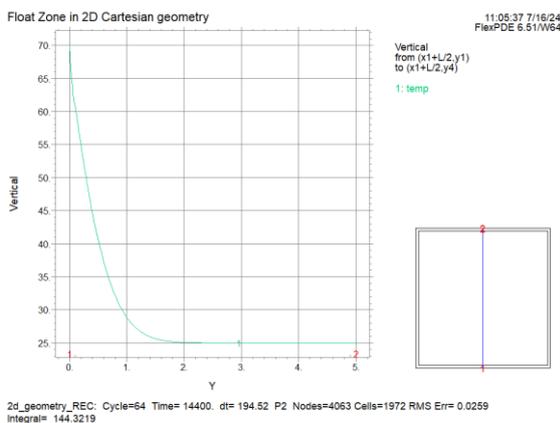
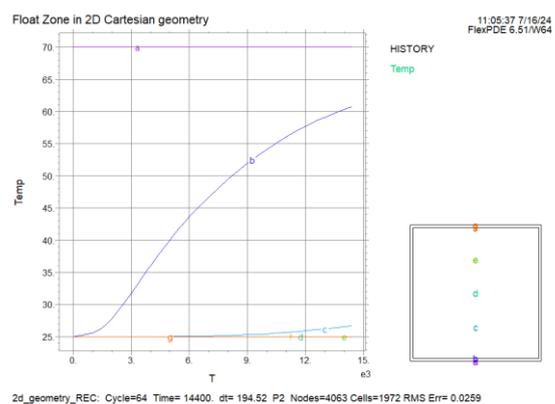
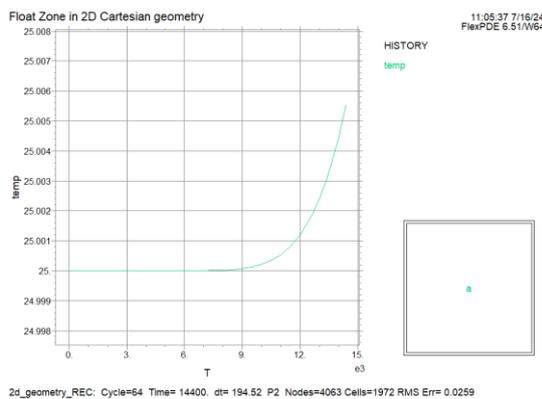
หัวข้อนี้จะแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยจะนำเสนอรูปแบบของกราฟ contour จะแสดงเส้นระดับของค่าอุณหภูมิความร้อนเมื่อมีความร้อนจากภายนอกผ่านกำแพงเข้ามาภายในอาคารรูปทรงสมมาตรทั้งสาม และกราฟเส้นที่แสดงค่าอุณหภูมิความร้อนที่จุดอ้างอิงในแนวต่าง ๆ บนพื้นที่หน้าตัด ดังนี้



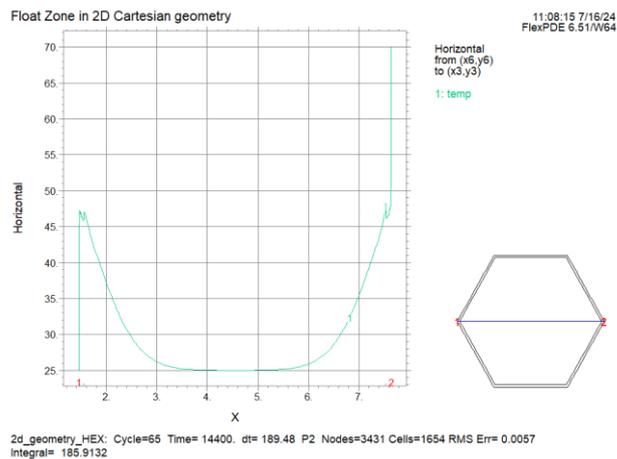
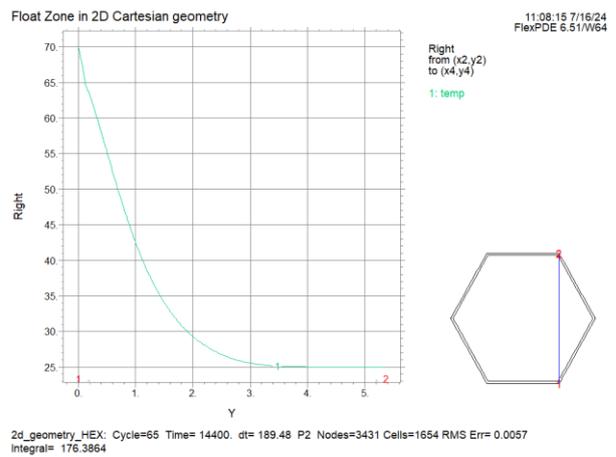
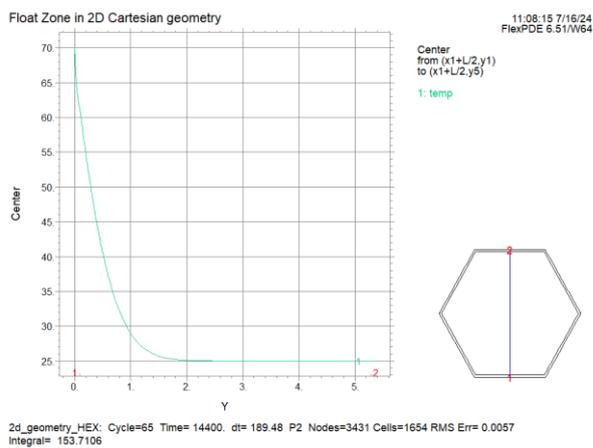
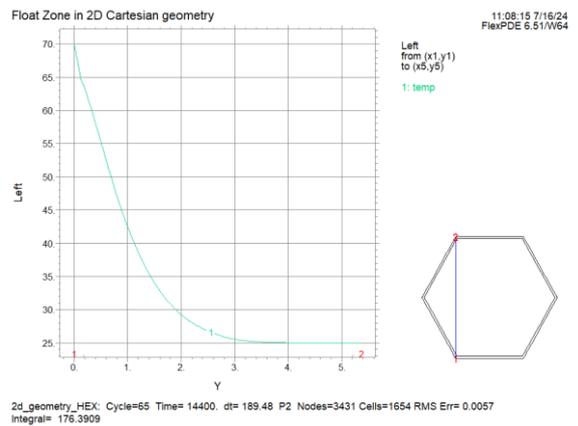
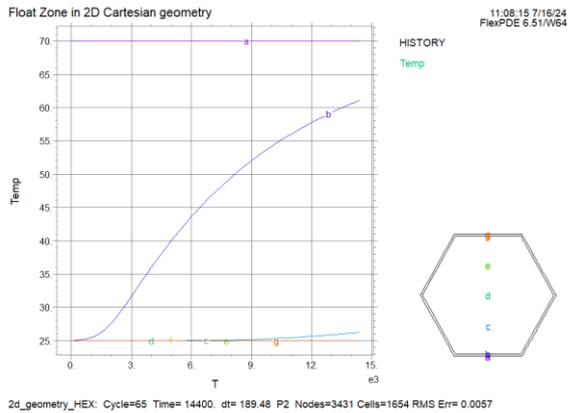


รูปที่ 8 กราฟ Contour กรณีสถานที่หน้าตัดเท่ากันของพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม

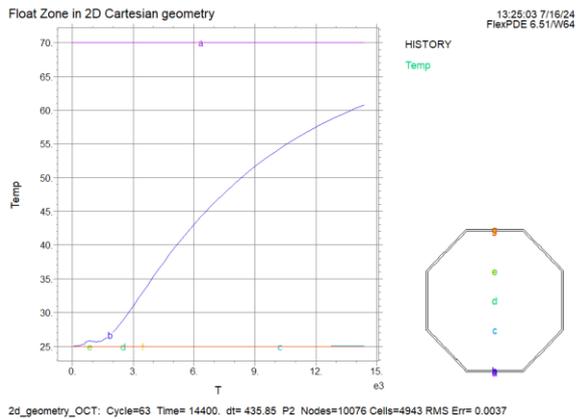
รูปที่ 8 แสดงเส้นระดับของค่าอุณหภูมิความร้อนที่แพร่กระจายเข้ามาจากผนังด้านนอกของกำแพงมาถึงภายในอาคารรูปทรงสมมาตรทั้งสาม โดยพิจารณาหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมใน 2 มิติ ในกรณีที่พื้นที่เท่ากัน พบว่า ผลการคำนวณแสดงว่า ณ เวลา 14,400 วินาที การแพร่กระจายความร้อนยังไม่ถึงจุดศูนย์กลางพื้นที่หน้าตัด อาคารทรงหกเหลี่ยมและแปดเหลี่ยมมีพื้นที่ผนังที่รับรังสีดวงอาทิตย์โดยตรงมากกว่าทรงสี่เหลี่ยม ส่งผลให้เกิดการแพร่กระจายความร้อนจากหลายทิศทาง



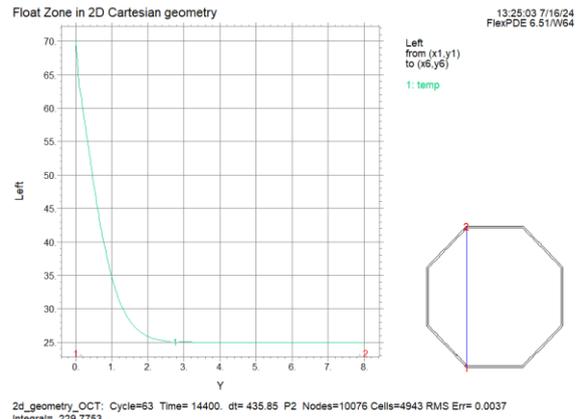
รูปที่ 9 กราฟเส้นแสดงค่าอุณหภูมิความร้อนของรูปสี่เหลี่ยม (1) ที่จุด a ที่เวลา 0 ถึง 14,400 วินาที (2) ที่จุด a b c d e และ g ที่เวลา 0 ถึง 14,400 วินาที (3) เส้นแนวดิ่งที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที (4) เส้นตามขวางที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที



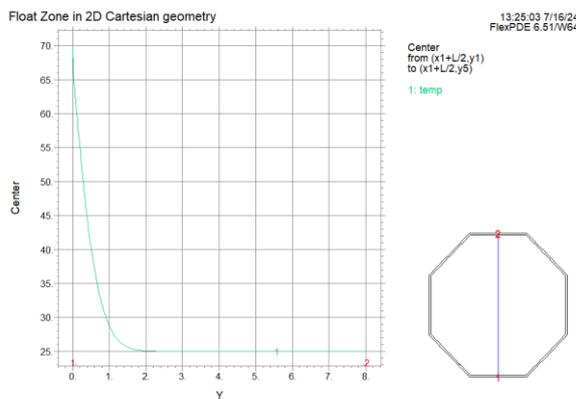
รูปที่ 10 กราฟเส้นแสดงค่าอุณหภูมิความร้อนของรูปหกเหลี่ยม (1) ที่จุด a b c d e และ g ที่เวลา 0 ถึง 14,400 วินาที (2) เส้นแนวตั้งด้านซ้ายที่เวลา 14,400 วินาที (3) เส้นแนวตั้งที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที (4) เส้นแนวตั้งด้านขวาที่เวลา 14,400 วินาที (5) เส้นตามขวางที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที



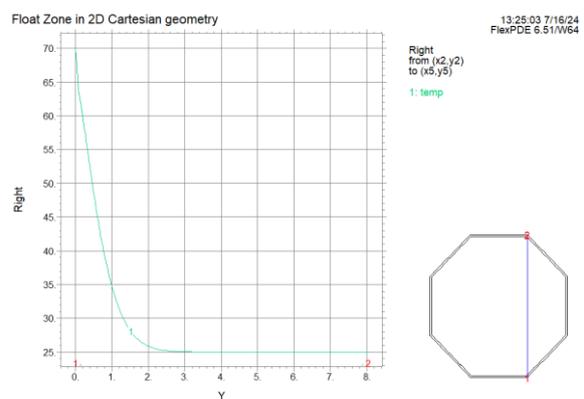
2d_geometry_OCT: Cycle=63 Time= 14400. dt= 435.85 P2 Nodes=10076 Cells=4943 RMS Err= 0.0037



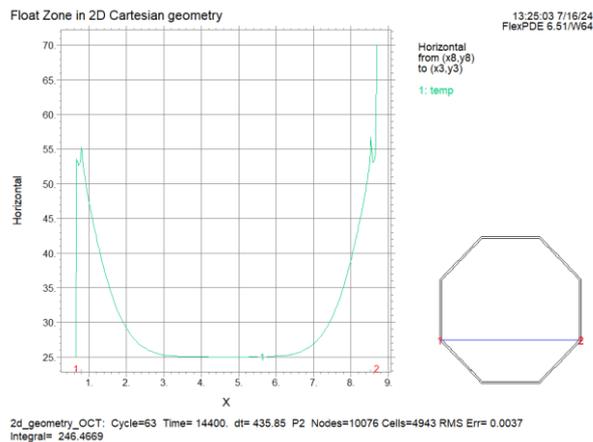
2d_geometry_OCT: Cycle=63 Time= 14400. dt= 435.85 P2 Nodes=10076 Cells=4943 RMS Err= 0.0037 Integral= 229.7753



2d_geometry_OCT: Cycle=63 Time= 14400. dt= 435.85 P2 Nodes=10076 Cells=4943 RMS Err= 0.0037 Integral= 220.0623



2d_geometry_OCT: Cycle=63 Time= 14400. dt= 435.85 P2 Nodes=10076 Cells=4943 RMS Err= 0.0037 Integral= 229.7284



2d_geometry_OCT: Cycle=63 Time= 14400. dt= 435.85 P2 Nodes=10076 Cells=4943 RMS Err= 0.0037 Integral= 246.4669

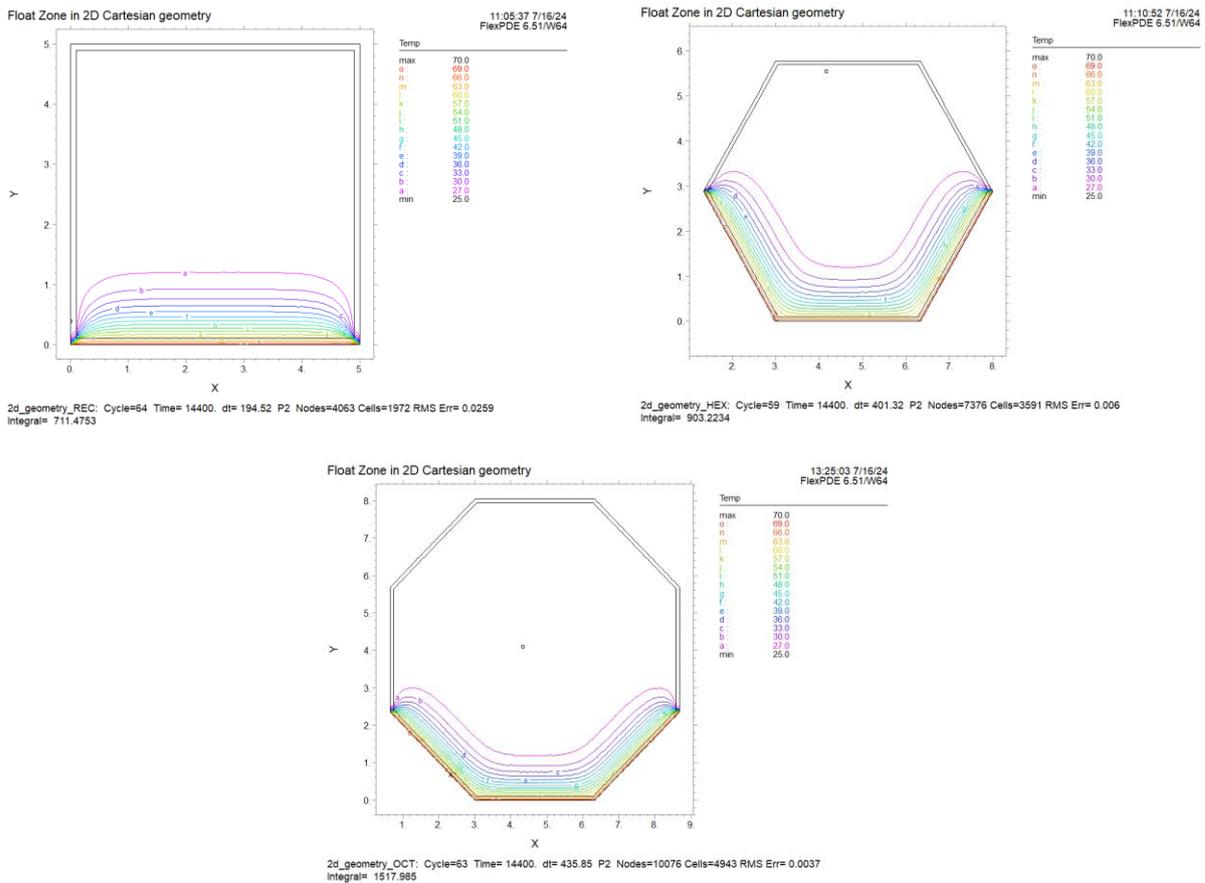
รูปที่ 11 กราฟเส้นแสดงค่าอุณหภูมิความร้อนของรูปแปดเหลี่ยม (1) ที่จุด a b c d e และ g ที่เวลา 0 ถึง 14,400 วินาที (2) เส้นแนวตั้งด้านซ้ายที่เวลา 14,400 วินาที (3) เส้นแนวตั้งที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที (4) เส้นแนวตั้งด้านขวาที่เวลา 14,400 วินาที (5) เส้นตามขวางด้านล่างที่เวลา 14,400 วินาที

สำหรับรูปที่ 9-11 ใช้เพื่อติดตามการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่จุดอ้างอิง (a-g) ตลอดช่วงเวลา 0-14,400 วินาที และแนววิเคราะห์ในแต่ละทิศทางเมื่อครบเวลา 14,400 วินาที ตามลำดับ

จากกรณีพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน พบว่า อาคารรูปทรงหกเหลี่ยมและแปดเหลี่ยมมีการแพร่กระจายความร้อนเข้าสู่ภายในมากกว่ารูปทรงสี่เหลี่ยม เนื่องจากจำนวนด้านที่รับรังสีจากดวงอาทิตย์มีมากกว่า แม้ว่าความร้อนยังไม่ถึงจุดกึ่งกลางพื้นที่หน้าตัดภายในช่วงเวลาศึกษา (14,400 วินาที)

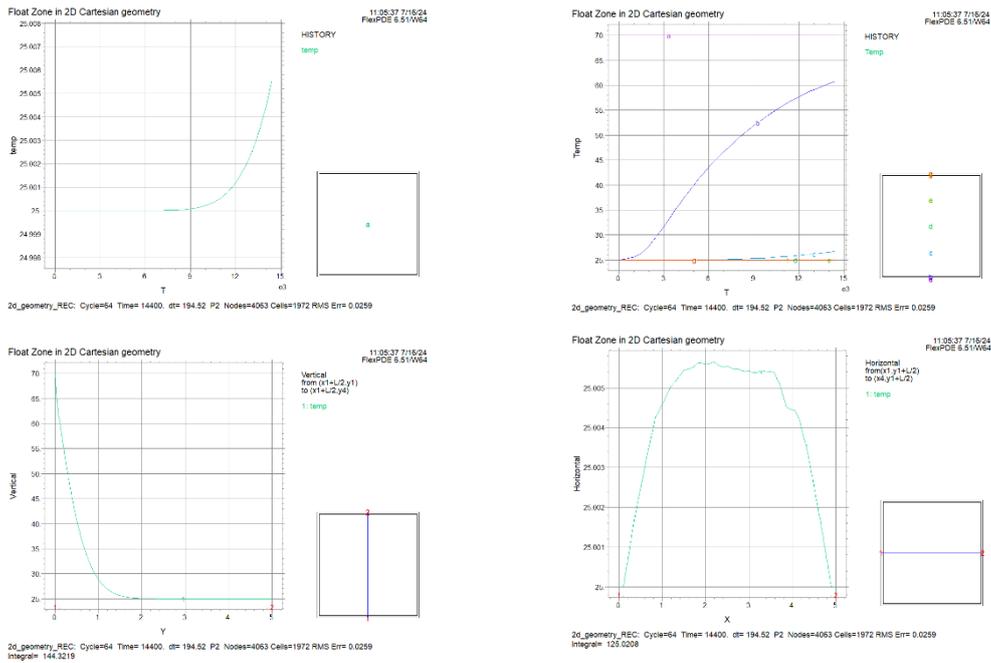
5.2.2 กรณีพื้นที่หน้าตัดของอาคารมีเส้นรอบรูปเท่ากัน

หัวข้อนี้จะแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยจะนำเสนอรูปแบบของกราฟ contour จะแสดงเส้นระดับของค่าอุณหภูมิความร้อนเมื่อมีความร้อนจากภายนอกผ่านกำแพงเข้ามาภายในอาคาร รูปทรงสมมาตรทั้งสามและกราฟเส้นที่แสดงค่าอุณหภูมิความร้อนที่จุดอ้างอิงในแนวต่าง ๆ บนพื้นที่หน้าตัด ดังนี้



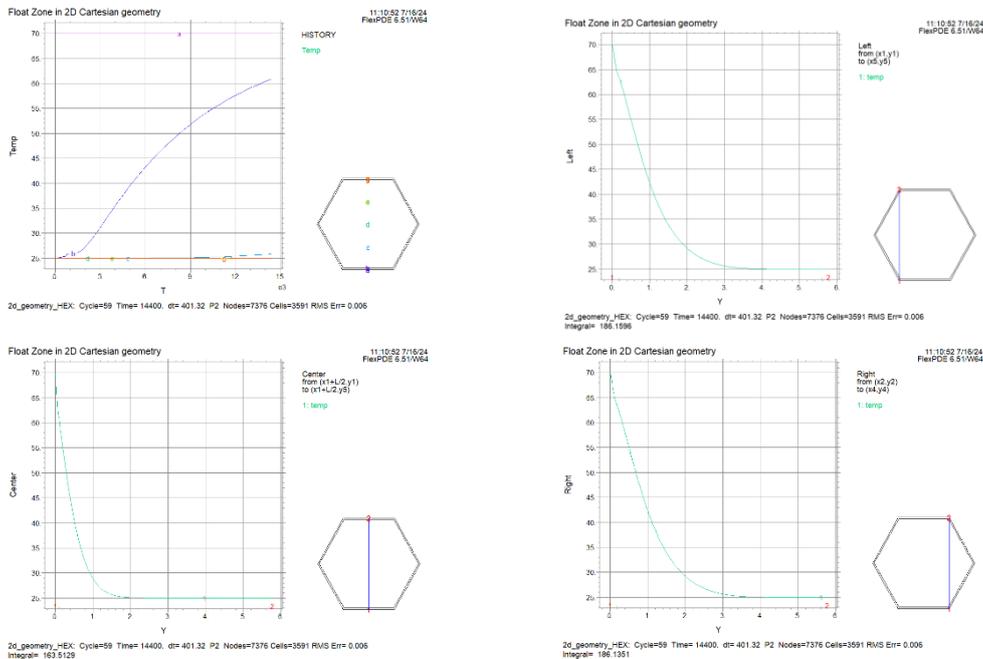
รูปที่ 12 กราฟ Contour กรณีเส้นรอบรูปเท่ากันของพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม

รูปที่ 12 แสดงเส้นระดับของค่าอุณหภูมิความร้อนที่แพร่กระจายเข้ามาจากผนังด้านนอกของกำแพงมาถึงภายในอาคารรูปทรงสมมาตรทั้งสาม โดยพิจารณาหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมใน 2 มิติ ในกรณีที่เส้นรอบรูปเท่ากัน พบว่า เมื่อเวลาผ่านไป 14,400 วินาที อาคารรูปทรงสี่เหลี่ยม ความร้อนยังไม่แพร่กระจายเข้ามาใกล้จุดศูนย์กลางของอาคาร อาคารรูปทรงหกเหลี่ยม ความร้อนยังไม่แพร่กระจายเข้ามาใกล้จุดศูนย์กลางของอาคาร แต่มีการแพร่กระจายเข้ามาทั้ง 3 ด้านเนื่องจากอาคารรูปทรงหกเหลี่ยมนี้มีแนวรับความร้อนจากทิศทางของดวงอาทิตย์มากกว่ารูปทรงสี่เหลี่ยม อาคารรูปทรงแปดเหลี่ยม ความร้อนยังไม่แพร่กระจายเข้ามาใกล้จุดศูนย์กลางของอาคาร แต่มีการแพร่กระจายเข้ามาทั้ง 3 ด้าน เนื่องจากอาคารรูปทรงแปดเหลี่ยมนี้มีแนวรับความร้อนจากทิศทางของดวงอาทิตย์มากกว่ารูปทรงสี่เหลี่ยมแต่ด้านที่ได้รับความร้อนของรูปทรงสี่เหลี่ยมจะน้อยกว่ารูปทรงหกเหลี่ยม

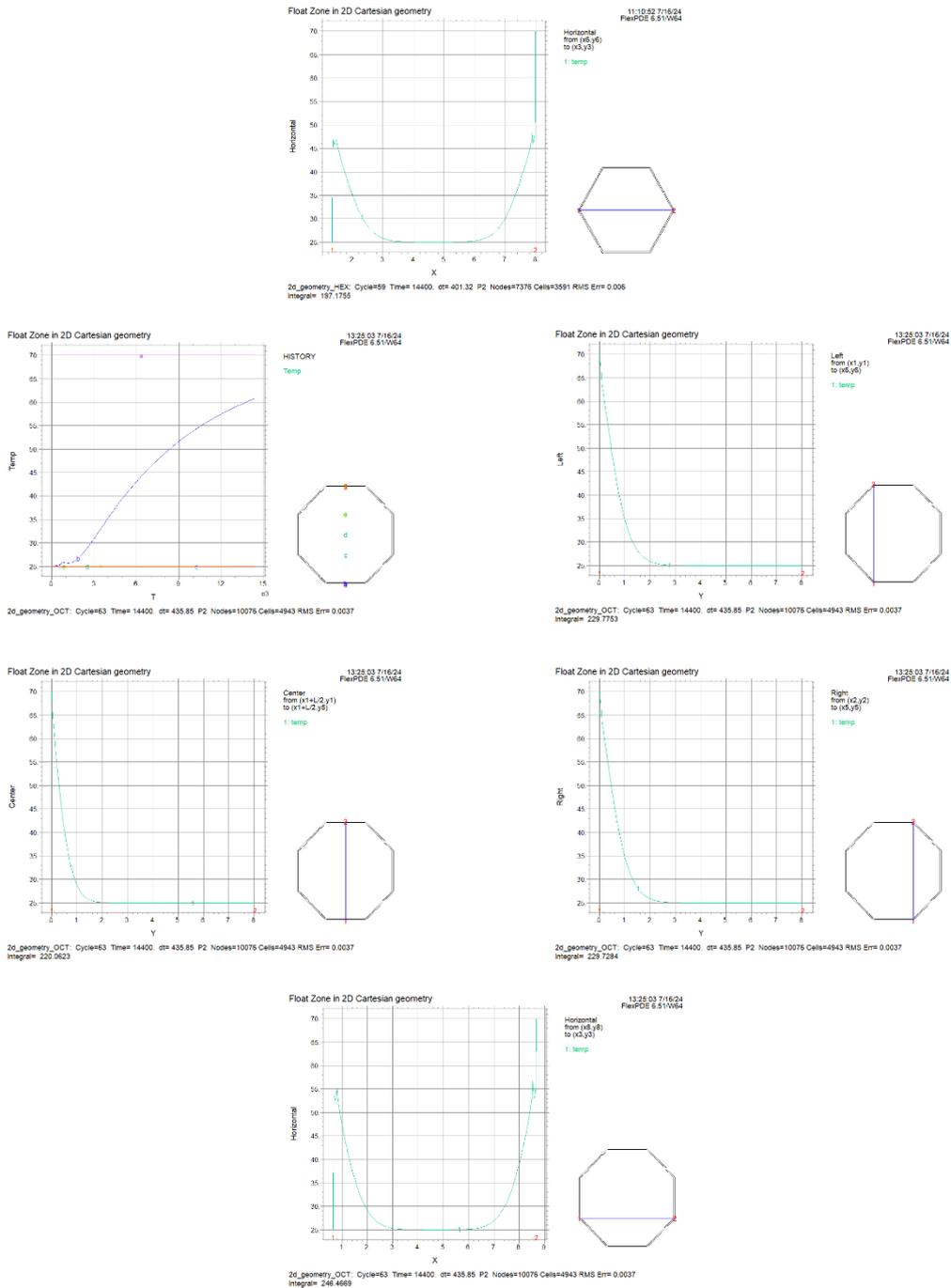


รูปที่ 13 กราฟเส้นแสดงค่าอุณหภูมิความร้อนของรูปสี่เหลี่ยม (1) ที่จุด a ที่เวลา 0 ถึง 14,400 วินาที (2) ที่จุด a b c d e และ g ที่เวลา 0 ถึง 14,400 วินาที (3) เส้นแนวตั้งที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที (4) เส้นตามขวางที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที

สำหรับรูปที่ 13 (1-2 ส่วนบน) ดูพฤติกรรมการแพร่กระจายของความร้อนที่จุดอ้างอิง a b c d e และ g ตั้งแต่เริ่มต้นเวลา 0 วินาที จนถึง 14,400 วินาที รูปที่ 13 (3-4 ส่วนล่าง) ดูพฤติกรรมการแพร่กระจายของความร้อนที่แนวตั้งและแนวนอนที่ผ่านจุดกึ่งกลางของอาคารตามลำดับ เมื่อเวลา 14,400 วินาที ของรูปสี่เหลี่ยม



รูปที่ 14 กราฟเส้นแสดงค่าอุณหภูมิความร้อนของรูปหกเหลี่ยม (1) ที่จุด a b c d e และ g ที่เวลา 0 ถึง 14,400 วินาที (2) เส้นแนวตั้งด้านซ้ายที่เวลา 14,400 วินาที (3) เส้นแนวตั้งที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที (4) เส้นแนวตั้งด้านขวาที่เวลา 14,400 วินาที (5) เส้นตามขวางที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที



รูปที่ 15 กราฟเส้นแสดงค่าอุณหภูมิความร้อนของรูปแปดเหลี่ยม (1) ที่จุด a b c d e และ g ที่เวลา 0 ถึง 14,400 วินาที (2) เส้นแนวตั้งด้านซ้ายที่เวลา 14,400 วินาที (3) เส้นแนวตั้งที่ผ่านจุดกึ่งกลางที่เวลา 14,400 วินาที (4) เส้นแนวตั้งด้านขวาที่เวลา 14,400 วินาที (5) เส้นตามขวางด้านล่างที่เวลา 14,400 วินาที

สำหรับรูปที่ 14-15 (1) ศึกษาพฤติกรรมการแพร่กระจายของความร้อนที่จุดอ้างอิง a b c d e และ g ตั้งแต่เริ่มต้นเวลา 0 วินาที จนถึง 14,400 วินาที และรูปที่ 14-15 (2-5) ดูพฤติกรรมการแพร่กระจายของความร้อน 4 แนว โดยพิจารณาจากจุดมุมไปยังจุดมุมอื่นประกอบด้วยแนวตั้ง (Vertical) 3 แนวและแนวนอน (Horizontal) 1 แนว เมื่อเวลา 14,400 วินาที ของรูปหกเหลี่ยมและแปดเหลี่ยม ตามลำดับ

6. สรุป

งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีที่สะดวกและประหยัดในการศึกษาการแพร่ความร้อนต่อการศึกษาค่าอุณหภูมิความร้อนภายในอาคารโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยนำเสนอการใช้รูปทรงทางเรขาคณิตมาเป็นแนวคิดในการสร้างอาคารเพื่อศึกษาว่ารูปทรงของอาคารมีผลต่อการแพร่กระจายความร้อนภายในอาคารอย่างไร ภายในเงื่อนไขของการมีพื้นที่ที่จำกัดสำหรับการสร้างอาคาร ในงานวิจัยนี้เสนอในรูปแบบของอาคารรูปทรงสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม ในกรณีของพื้นที่หน้าตัดเท่ากันและกรณีความยาวเส้นรอบรูปของพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน อุณหภูมิจากภายนอกแพร่เข้ามาภายในอาคารโดยมีกำแพงเป็นตัวกลางและอากาศเป็นตัวกลางของการแพร่ความร้อนเนื่องจากไม่มีการไหลเวียนของอากาศภายในอาคาร พบว่า ความร้อนยังไม่แพร่ถึงจุดกึ่งกลางหรือมีค่าน้อยมาก แต่ค่าอุณหภูมิความร้อนจะอยู่ขอบกำแพงของอาคารตรงบริเวณที่ได้รับแสง จากผลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ รูปหกเหลี่ยมมีพื้นที่การรับความร้อนจากดวงอาทิตย์มากกว่ารูปทรงอื่นทำให้ความร้อนแพร่กระจายเข้ามาได้มากกว่า ทำให้สามารถสรุปได้ว่าการสร้างอาคารรูปทรงเรขาคณิตในรูปแบบสี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม และแปดเหลี่ยม ไม่ส่งผลต่อการแพร่ความร้อนจากภายนอกสู่ภายในอาคารโดยมีกำแพงและอากาศเป็นตัวกลางโดยที่ไม่มีการไหลของอากาศ กล่าวคือปัจจัยที่ทำให้อุณหภูมิภายในอาคารสูงขึ้น คือ ด้านของอาคารที่มีพื้นที่รับแสงจากดวงอาทิตย์

7. ข้อเสนอแนะ

อุณหภูมิความร้อนสามารถมาจากแหล่งภายนอกอาคาร ได้แก่ อุณหภูมิความร้อนจากแสงอาทิตย์ และแหล่งในอาคาร ได้แก่ อุณหภูมิจากสิ่งของภายในห้องรวมถึงจากการปลดปล่อยความร้อนจากสิ่งมีชีวิตที่อยู่ในห้อง ซึ่งในงานวิจัยนี้พิจารณาค่าอุณหภูมิความร้อนที่มาจากภายนอกอาคาร ดังนั้น สำหรับการพิจารณาค่าอุณหภูมิภายในห้องหรืออาคารสามารถเป็นแนวคิดงานวิจัยต่อไปได้

8. กิตติกรรมประกาศ

การดำเนินการวิจัยนี้สามารถดำเนินการจนประสบความสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ขอขอบคุณกองทัพอากาศที่สนับสนุนทุนการศึกษาแก่ผู้ดำเนินการวิจัย ขอขอบคุณโรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราชที่อนุญาตให้ใช้สถานที่เพื่อการวิจัย ขอขอบคุณคณะกรรมการติดตามงานวิจัยและให้ข้อเสนอแนะ ขอขอบคุณที่มิวิจัยทุกท่าน

9. เอกสารอ้างอิง

- [1] วิศรุต คล้ายแจ้ และ นพรัตน์ โพธิ์ชัย, “การจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนจากผนังภายนอกสู่ผนังภายในอาคารโดยใช้วัสดุคอนกรีตมวลเบาคอนกรีตมอดูและคอนกรีตบล็อก,” *วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนายเรืออากาศ*, ฉบับที่ 15, หน้า 9-18, 2562.
- [2] วิศรุต คล้ายแจ้, นพรัตน์ โพธิ์ชัย และ สมภูมิ มีชานา, “การจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนจากผนังภายนอกสู่ผนังภายในอาคารโดยใช้วัสดุคอนกรีตมวลเบาคอนกรีตมอดูและคอนกรีตบล็อก,” *วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนายเรืออากาศ*, ฉบับที่ 18, 2563.
- [3] วรากรณ์ พูลจันทร์, เทียนสิริ เหลืองวิไล, วีระพล วิลามาศ, สมภูมิ มีชานา, สุภาวดี สีสายุทธ และ สามารถ หมุดและ, “การวิเคราะห์พฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังอาคารเมื่อใช้วัสดุปิดผิวที่ต่างกันโดยใช้ระเบียบวิธีของแถว,” *วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนายเรืออากาศ*, ฉบับที่ 17, หน้า 1-10, 2564.

- [4] S. T. Tulus, S. Suwaluddin, and T.J. Marpaung, "Optimization temperature in the Room using air conditioner with finite element methods," in *The 3rd Annual Applied Science and Engineering Conference (AASEC 2018)*, 2018.
- [5] Z. Hongxia, F. Ake, and O. Thomas, *An Explicit Finite Element Method for Thermal Simulations Buildings with Phase Change Materials*, Energies. 2021.
- [6] ปราโมทย์ เตชะอำไพ, *ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.
- [7] K. Kant, A Shukla and Sharma, "Heat transfer studies of building brick containing phase change materials," *Solar Energy*, vol. 155, pp. 1233-1242, October 2017.