

## การเปรียบเทียบวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด ด้วยโซลเวอร์ของโปรแกรม

ไมโครซอฟท์เอกเซล 2007 และ 2019

Comparing methods of optimization in solver of

Microsoft Excel 2007 and 2019

ปรารถนา มินเสน<sup>1</sup>, วฐา มินเสน<sup>2\*</sup>,

Pradthana Minsan<sup>1</sup>, Watha Minsan<sup>2\*</sup>,

<sup>1</sup>ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ เชียงใหม่

<sup>2</sup>กลุ่มวิทยาการข้อมูล ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เชียงใหม่

<sup>1</sup>Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat  
University, Chiang Mai

<sup>2</sup>Data Science Research Center, Department of Statistics, Faculty of Science, Chiang Mai University,  
Chiang Mai

\*Corresponding author. Tel.: 0 5394 3381, Email: wathaminsan@gmail.com

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดในฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ 13 ฟังก์ชัน ด้วยโซลเวอร์วิธีนิวตัน-ราฟสัน (NR) และเกรเดียนต์สังยุค (CG) ของโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2007 และ วิธีเกรเดียนต์ลดรูปแบบวางนัยทั่วไป (GRG) และเชิงวิวัฒน์ (EV) ของโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2019 จากเกณฑ์การตัดสินใจ 4 วิธี คือ 1. อัตราความสำเร็จมากที่สุด ( $SR_{max}$ ) 2. ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยต่ำที่สุด ( $MAE_{min}$ ) 3. อัตราความสำเร็จมากที่สุดและความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำที่สุด ( $SR_{max}$  และ  $SAE_{min}$ ) และ 4. เวลาเฉลี่ยต่ำที่สุด ( $AT_{min}$ ) เป็นตัวกำหนดวิธีการค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยในแต่ละสถานการณ์มีจำนวนครั้งการทำซ้ำ 100 รอบ ผลการวิจัยพบว่าเกณฑ์การตัดสินใจลำดับที่ 1. ถึง 3. วิธี EV เป็นวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุด ส่วนเกณฑ์ที่ 4. วิธี NR ใช้เวลาในการหาคำตอบได้เร็วที่สุด

**คำสำคัญ:** โซลเวอร์ นิวตัน-ราฟสัน เกรเดียนต์สังยุค เกรเดียนต์ลดรูปแบบวางนัยทั่วไป เชิงวิวัฒน์

### Abstract

The purposes of this research were to compare the optimization for 13 benchmark functions by solving add-ins between Newton-Raphson (NR) and conjugate gradient (CG) methods in Microsoft Excel 2007 and generalized reduced gradient (GRG) and evolutionary (EV)

Received 24-07-2019

Revised 24-09-2019

Accepted 02-10-2019

methods in Microsoft Excel 2019. The criteria to test optimization for 13 benchmark functions are including: 1. The most success rate ( $SR_{max}$ ) 2. The lowest mean absolute error ( $MAE_{min}$ ) 3. The most success rate and the lowest standard deviation absolute error ( $SR_{max}$  and  $SAE_{min}$ ) and 4. The lowest mean time ( $AT_{min}$ ). For each scenario that was repeated 100 times, the result indicated that EV method is the best solution for the 1-3 criteria. However, the result of the fourth criteria, the NR method provided the lowest time for solving solution.

**Keywords:** Solver, Newton-Raphson, Conjugate gradient, Generalized reduced gradient, Evolutionary

## 1. บทนำ

โปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล (Microsoft Excel) เป็นโปรแกรมหนึ่งบนชุดโปรแกรมไมโครซอฟท์ออฟฟิศ (Microsoft Office) ที่เป็นที่นิยมใช้ในการทำงานสำนักงาน โดยมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ได้ซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรมไมโครซอฟท์ออฟฟิศตั้งแต่เวอร์ชัน 2007 จนถึงเวอร์ชัน 2019 ซึ่งเป็นเวอร์ชันปัจจุบัน ให้บุคลากรและนักศึกษาของมหาวิทยาลัยได้ดาวน์โหลดไปใช้กับเครื่องตนเองได้ทั้งในเครื่องประจำโต๊ะทำงานที่อยู่ในมหาวิทยาลัย หรือเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนตัวที่สามารถทำให้โปรแกรมผ่านลิขสิทธิ์ (Activate) โดยผ่านระบบ VPN (Virtual private network) ดังนั้นบุคลากรของทางมหาวิทยาลัยจึงมีโปรแกรมไมโครซอฟท์ออฟฟิศเวอร์ชันใดเวอร์ชันหนึ่งประจำเครื่องเสมอ ในภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ มีจำนวนเครื่องคอมพิวเตอร์ในภาควิชาจำนวนกว่า 200 เครื่อง ทุกเครื่องติดตั้งโปรแกรมไมโครซอฟท์ออฟฟิศทั้งหมด โดยเครื่องคอมพิวเตอร์รุ่นเก่าในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ (Lab computer) จะติดตั้งไมโครซอฟท์ออฟฟิศ 2007 แต่ในเครื่องรุ่นใหม่ก็จะติดตั้งไมโครซอฟท์ออฟฟิศ 2010 2013 2016 หรือ 2019 อย่างใดอย่าง

หนึ่ง แต่ในเครื่องของบุคลากรจะติดตั้งเวอร์ชันใดก็ได้แล้วแต่ความสะดวกในการใช้งานของผู้ใช้ประจำเครื่อง

ในโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซลมีแอดอินส์ (Add-ins) เพื่อเพิ่มเครื่องมือในการทำงานต่าง ๆ เข้ามาได้ โซลเวอร์ก็เป็นหนึ่งในแอดอินส์ของไมโครซอฟท์เอกเซลที่มีตั้งแต่เวอร์ชัน 97 จนถึงเวอร์ชัน 2019 ที่มหาวิทยาลัยเชียงใหม่มีลิขสิทธิ์ใช้งานในปัจจุบัน โปรแกรมแอดอินส์ของเอกเซลเวอร์ชัน 2007 มีวิธีการในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) 2 วิธีการหลักคือ ตัวแบบเชิงเส้น (Linear model) และตัวแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear model) ตัวแบบไม่เชิงเส้นยังแบ่งเป็นวิธีการค้นหาคำตอบ 2 วิธี คือ นิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson: NR) และเกรเดียนต์สังยุค (Conjugate gradient: CG) ส่วนในเวอร์ชัน 2010 2013 2016 และ 2019 โซลเวอร์มีวิธีการในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเหมือนกัน คือ มีวิธีการในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด 2 วิธีการหลักคือ ตัวแบบเชิงเส้น และ ตัวแบบไม่เชิงเส้น ตัวแบบไม่เชิงเส้นแบ่งเป็นวิธีการค้นหาคำตอบ 2 วิธี คือ วิธีเกรเดียนต์ลดรูปแบบวางนัยทั่วไป (Generalized reduced gradient: GRG) และวิธีเชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary: EV) ในส่วนตัวแบบเชิงเส้นทั้ง 4 เวอร์ชันนั้นจะใช้

การค้นหาคำตอบโดยขั้นตอนวิธีการซิมเพล็กซ์ (Simplex algorithm) เป็นหลักและการค้นหาคำตอบก็จะได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดกว้าง (Global optimization) เสมอ ดังนั้นในการค้นหาคำตอบในตัวแบบไม่เชิงเส้นจึงเป็นประเด็นที่น่าสนใจในการศึกษาว่าการหาค่าเหมาะที่สุดแต่ละวิธีการได้ผลลัพธ์เป็นอย่างไร

วิธี NR เป็นวิธีที่เก่าแก่ใช้งานทั่วไปจนถึงปัจจุบัน คิดค้นโดย Newton ในปี ค.ศ. 1669 ถูกเผยแพร่โดย William Jones ในปี ค.ศ. 1711 และพัฒนาอย่างต่อเนื่องจนได้รูปแบบที่ใช้ในปัจจุบันโดย Simpson ในปี ค.ศ. 1740 [1] ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ในการแก้สมการที่มีหลายมิติหรือตัวแปร  $n$  ตัว วิธี NR ถึงแม้ว่าจะเป็นวิธีที่เก่า แต่ในปัจจุบันก็ยังมีการวิจัยนำมาใช้ในงานวิจัยของตนเอง เช่น เดชาชัย [2] ได้นำวิธี NR ไปใช้แบบจำลองของโหนดแบบสถิตชนิดกำลังคงที่โดยถูกนำไปใช้ร่วมกับการคำนวณโหนดโพลีผลลัพธ์ที่ได้จากการวิจัยสามารถปรับปรุงขั้นตอนวิธี (Algorithm) โหนดโพลีด้วยวิธี NR เป็นต้น

วิธี CG เป็นวิธีการที่เก่าแก่ใช้งานทั่วไปเช่นเดียวกับวิธี NR คิดค้นและพัฒนาโดย Hestenes และ Stiefel [3] ซึ่งวิธี CG นี้ ก็ยังมีการวิจัยสนใจศึกษาเช่นกัน เช่น ไพชนนต์ [4] ได้นำวิธี CG และ กึ่งนิวตัน (Quasi Newton) ไปใช้ในการแก้ปัญหาค่าต่ำสุดแบบไม่มีเงื่อนไข โดยใช้เทคนิคการถอยกลับเงื่อนไขของวูล์ฟ เงื่อนไขที่แรงกว่าของวูล์ฟ และกฎของอาร์มีโย สำหรับการเลือกระยะความยาวขั้นในทิศทางที่ใช้หาจุดต่ำสุด ผลลัพธ์ของงานวิจัยสามารถลดรอบจำนวนการทำซ้ำและจำนวนครั้งของการคำนวณฟังก์ชันในกระบวนการค้นหาตามเส้นได้ เป็นต้น

วิธี GRG ที่คิดค้นและพัฒนาโดย Wilde and Beightler [5] โดยใช้ชื่อว่า The name constrained derivatives ต่อมา Abadie and Carpenter [6] ได้พัฒนาวิธีนี้และใช้ชื่อว่า Generalized reduced gradient โดยชื่อนี้ได้ใช้ต่อมาจนถึงปัจจุบัน รหัสคำสั่ง (Code) ถูกพัฒนาโดย Lasdon et al. [7] Lasdon [8] และ Fylstra et al. [9] มีหลักการคือการคำนวณเกรเดียนต์ ของค่าต่างๆ จนกว่าจะเข้าใกล้ค่าวัตถุประสงค์ ซึ่ง วฐา [10] ได้นำวิธี GRG นี้ไปประมาณค่าดัชนีฤดูกาลในวิธีการแยกส่วนประกอบของข้อมูลอนุกรมเวลาจำนวน 4 ชุด พบว่าวิธีการประมาณค่าดัชนีฤดูกาลในการพยากรณ์วิธีแยกส่วนประกอบด้วย GRG ได้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุดทุกตัวอย่าง นั้นหมายความว่าวิธี GRG เป็นวิธีการที่ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการประมาณค่าดัชนีฤดูกาลด้วยสัดส่วนต่อค่าแนวโน้มและการคำนวณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป Minitab

วิธี EV เริ่มต้นพัฒนาโปรแกรมโดย Fogel ในปี ค.ศ. 1960 [11] เป็นวิธีการที่เลียนแบบการวิวัฒนาการของสิ่งมีชีวิต และเป็นวิธีในการหาผลเฉลยจากสายของตัวเลข (Strings of numbers) โดยใช้ตัวดำเนินการเช่น การผสมพันธุ์และการกลายพันธุ์ เป็นต้น ขั้นตอนวิธี EV นี้มักใช้ในปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ซับซ้อนมาก เช่น อรณิข [12] ได้ศึกษาการหารูปร่างที่เหมาะสมที่สุดของแพนอากาศด้วยวิธี EV เพราะวิธี EV เป็นวิธีที่ลดเวลาของขั้นตอนการหารูปร่างที่เหมาะสมที่สุดของแพนอากาศและการเพิ่มประสิทธิภาพของปีกในอากาศยานได้ นอกจากนี้วิธี EV เป็นการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบไม่ใช่อนุพันธ์ ทำให้ลดขั้นตอนการคำนวณเชิงอนุพันธ์ที่ซับซ้อนลงได้ เป็นต้น ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จึงสนใจเปรียบเทียบวิธี NR CG GRG และ EV กับปัญหาเกณฑ์เปรียบเทียบ

สมรรถนะ (Benchmark problems) จำนวน 13 ปัญหา เพื่อหาข้อสรุปว่า วิธีการใดหาค่าเหมาะที่สุด จากวิธีการตัดสินใจ (Decision method) 4 วิธี ดังนั้นวัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้จึงเป็นการเปรียบเทียบวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดในปัญหาเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ 13 ปัญหา ด้วยซอฟต์แวร์วิธี NR และ CG ของโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2007 และ วิธี GRG และ EV ของโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2019

## 2. วิธีดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยนี้สนใจวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด 4 วิธี โดยใช้ ปัญหาเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ หรือในทางคณิตศาสตร์เรียกว่า ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ (Benchmark functions) 13 ฟังก์ชัน โดยในแต่ละสถานการณ์มีจำนวนครั้งการทำซ้ำ 100 รอบ และใช้อัตราความสำเร็จมากที่สุด (Maximum success rate:  $SR_{\max}$ ) ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยต่ำที่สุด (Minimum mean absolute error:  $MAE_{\min}$ ) อัตราความสำเร็จมากที่สุดและความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำที่สุด ( $SR_{\max}$  and minimum standard deviation absolute error:  $SR_{\max}$  และ  $SAE_{\min}$ ) และ เวลาเฉลี่ยต่ำที่สุด (Minimum average time:  $AT_{\min}$ ) เป็นวิธีการตัดสินใจ มีรายละเอียดตามลำดับดังนี้

### 2.1 กำหนดค่าปริยาย (Default) ของวิธีการค้นหาคำตอบของ GRG, EV, NR และ CG

2.1.1 การใช้วิธี GRG และ EV ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กำหนดค่าปริยายในตัวเลือก (Options) ของซอฟต์แวร์ไว้ดังนี้

- 1) Constraint precision: 0.000001

**หมายเหตุ:** ในงานวิจัยนี้ เงื่อนไขบังคับ (Constraint) คือ ขอบเขตบน (Upper bound) และ ขอบเขตล่าง (Lower bound)

- 2) Use automatic scaling: true
- 3) Solving limits มี Max time เท่ากับ 5,000 วินาที
- 4) Convergence: 0.0001
- 5) Population size: 100
- 6) Random seed: 0
- 7) Require bounds on variables: true
- 8) Maximum time without improvement: 30
- 9) สำหรับวิธี GRG กำหนด Derivatives: forward and use multistart: true
- 10) สำหรับวิธีการ EV กำหนด Mutation rate: 0.075

2.1.2 การใช้วิธี NR และ CG ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กำหนดค่าปริยายในตัวเลือกของซอฟต์แวร์ไว้ดังนี้

- 1) Precision: 0.000001
- หมายเหตุ:** ความหมายเดียวกับ Constraint precision ใน GRG และ EV
- 2) Use automatic scaling: true
  - 3) Max time เท่ากับ 5,000 วินาที
- หมายเหตุ:** ความหมายเดียวกับ Solving limits ใน GRG และ EV
- 4) Convergence: 0.0001
  - 5) Derivatives: forward
  - 6) Estimates: tangent

วิธี GRG, EV, NR และ CG จะกำหนดคำตอบเริ่มต้นจากค่าสุ่ม (Random) ตามการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (Continuous uniform distribution) จาก

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง ของแต่ละฟังก์ชัน  
เกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-32.768, 32.768] \text{ for } i = 1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d x_i^2} \right) - \exp \left( \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + \exp(1) \quad (1)$$

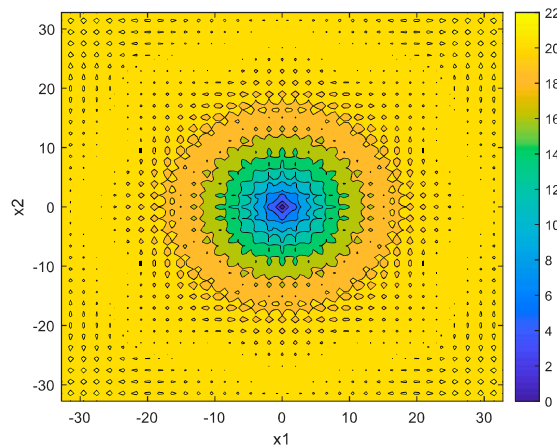
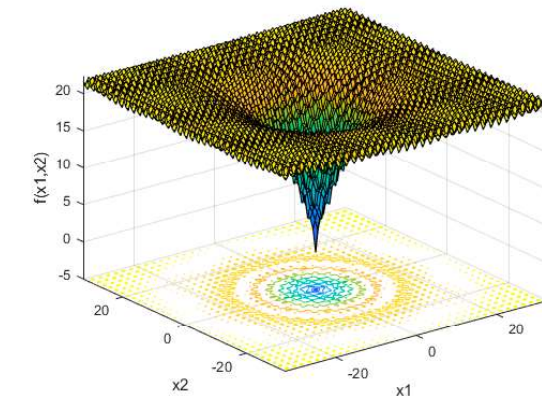
## 2.2 ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ (Benchmark functions)

ในงานวิจัยนี้ได้กำหนดปัญหาการหาค่า  
เหมาะที่สุดเป็นฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ  
จำนวน 13 ฟังก์ชัน [13-15] ทุกปัญหาเป็นแบบ 2  
มิติ นั่นคือ  $d=2$  มีรายละเอียดต่อไปนี้

### 2.2.1 Ackley function (AF) ดังสมการ

ที่ (1) ค่าต่ำสุดวงกว้าง (Global minimum) คือ

ผิว (Surface) และ เส้นชั้นความสูง  
(Contour) ของ AF แสดงดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 Ackley function (AF)

### 2.2.2 Beale function (BeF) ตั้งสมการ

ที่ (2) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

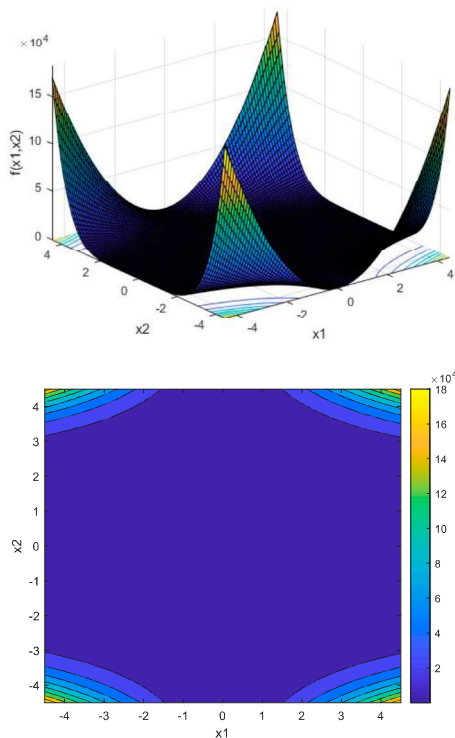
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (3, 0.5) \text{ for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-4.5, 4.5] \text{ for } i = 1, 2$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) = & (1.5 - x_1 + x_1 x_2)^2 \\ & + (2.25 - x_1 + x_1 x_2^2)^2 \\ & + (2.625 - x_1 + x_1 x_2^3)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ BeF แสดงดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 Beale function (BeF)

### 2.2.3 Booth function (BoF) ตั้งสมการ

ที่ (3) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

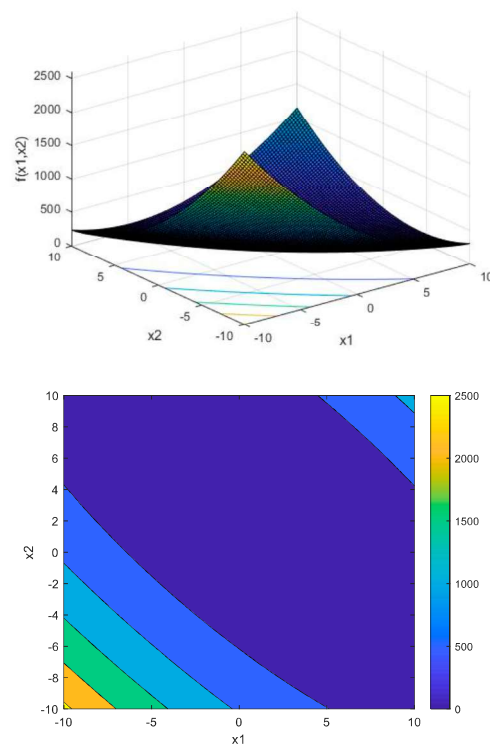
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (1, 3) \text{ for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-10, 10] \text{ for } i = 1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = (x_1 + 2x_2 - 7)^2 + (2x_1 + x_2 - 5)^2 \quad (3)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ BoF แสดงดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 Booth function (BoF)

2.2.4 Bukin No.6 function (BuF) ตั้ง  
สมการที่ (4) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

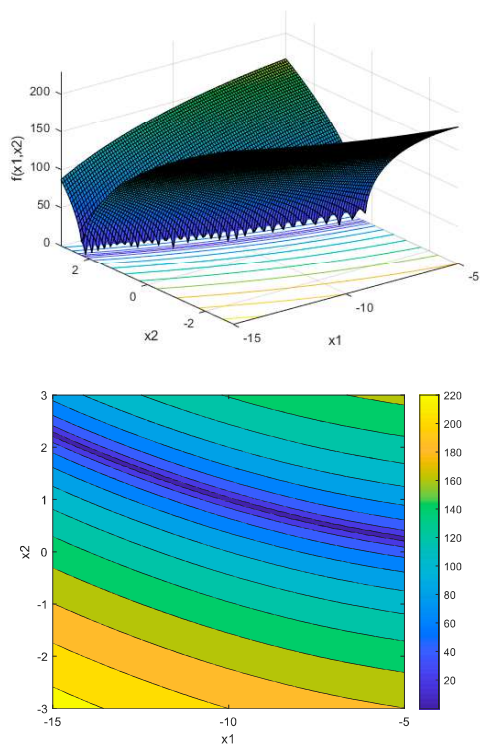
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (-10, 1) \text{ for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_1 \in [-15, -5], x_2 \in [-3, 3]$$

$$f(x_1, x_2) = 100\sqrt{|x_2 - 0.01x_1^2|} + 0.01|x_1 + 10| \quad (4)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ BuF แสดงดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 Bukin No.6 function (BuF)

2.2.5 Cross-in-tray function (CF) ตั้ง  
สมการที่ (5) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

$$f(x_1^*, x_2^*) = -2.06261218,$$

$$\text{at } x_i^* = (\pm 1.34940668535334, \pm 1.349406608602084) \text{ for } i = 1, 2$$

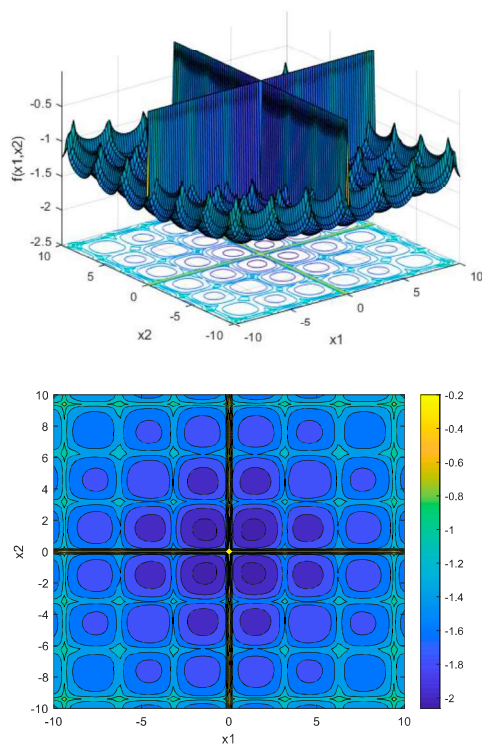
ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-10, 10] \text{ for } i = 1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = -0.0001(|\sin(x_1)\sin(x_2)| \exp(|100 - \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{\pi}}| + 1)^{0.1}) \quad (5)$$

$$\exp(|100 - \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{\pi}}| + 1)^{0.1}$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ CF แสดงดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 Cross-in-tray function (CF)



2.2.6 Holder table function (HF) ตั้ง  
สมการที่ (6) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

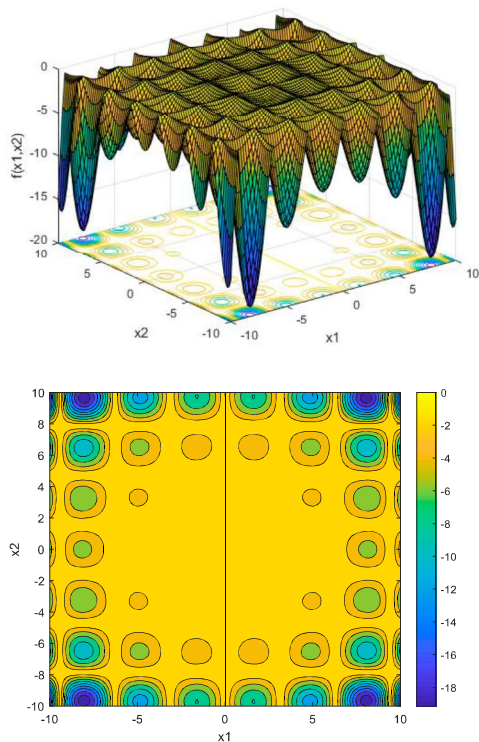
$$f(x_1^*, x_2^*) = -19.2085, \text{ at } x_i^* = (\pm 8.05502, \pm 9.66459) \\ \text{for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-10, 10] \text{ for } i = 1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = -|\sin(x_1)\cos(x_2)| \\ \exp\left(\left|1 - \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{\pi}\right|\right) \quad (6)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ HF แสดงดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 Holder table function (HF)

2.2.7 Levy No.13 function (LF) ตั้ง  
สมการที่ (7) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

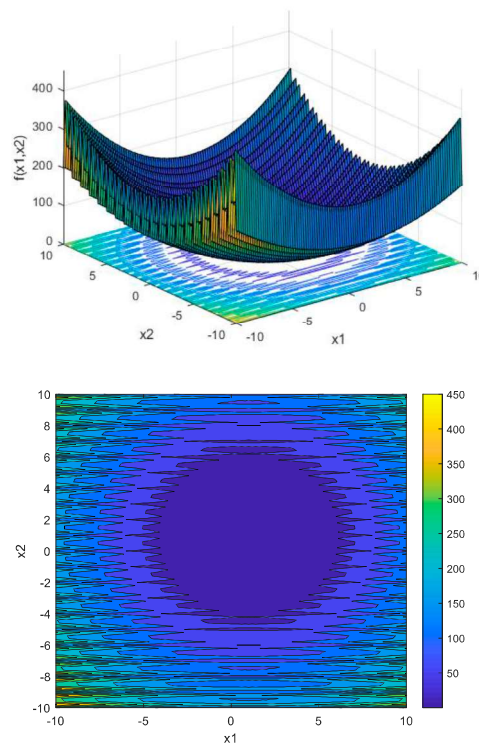
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (1, 1) \text{ for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-10, 10] \text{ for } i = 1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = \sin^2(3\pi x_1) + (x_1 - 1)^2 \\ (1 + \sin^2(3\pi x_2)) + (x_2 - 1)^2 (1 + \sin^2(2\pi x_2)) \quad (7)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ LF แสดงดังภาพที่ 7



ภาพที่ 7 Levy No.13 function (LF)



2.2.8 Rastrigin function (RaF) ตั้ง  
สมการที่ (8) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

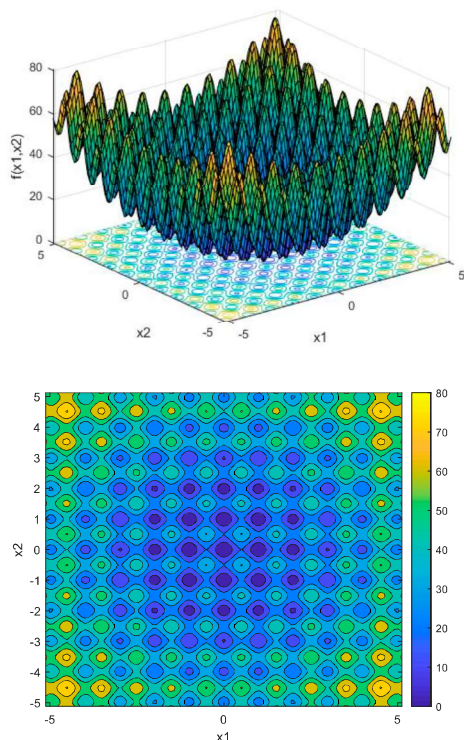
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-5.12, 5.12] \text{ for } i = 1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = 10d + \sum_{i=1}^d (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)) \quad (8)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ RaF แสดงดังภาพที่ 8



ภาพที่ 8 Rastrigin function (RaF)

2.2.9 Rosenbrock function (RoF) ตั้ง  
สมการที่ (9) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

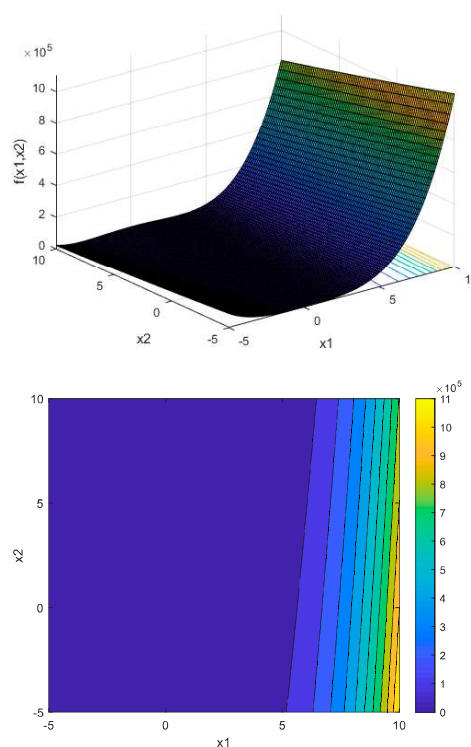
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (1, 1) \text{ for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-5, 10] \text{ for } i = 1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2] \quad (9)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ RoF แสดงดังภาพที่ 9



ภาพที่ 9 Rosenbrock function (RoF)

2.2.10 Salomon function (SaF) ตั้ง  
สมการที่ (10) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

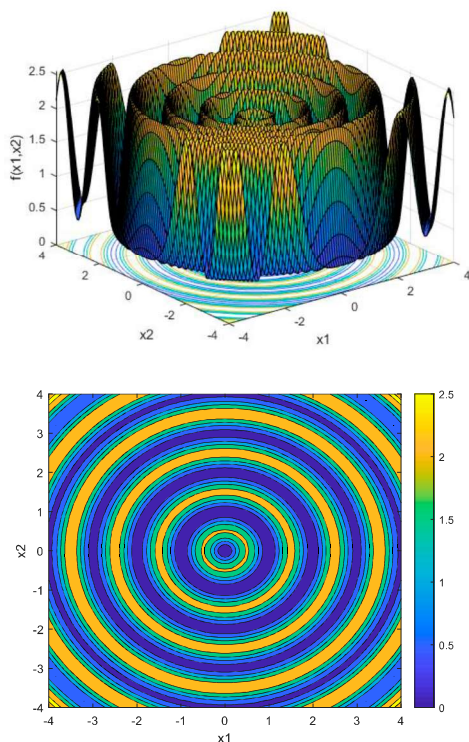
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-4, 4] \text{ for } i=1,2$$

$$f(x_1, x_2) = 1 - \cos(2\pi \sqrt{\sum_{i=1}^d x_i^2}) + 0.1 \sqrt{\sum_{i=1}^d x_i^2} \quad (10)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ SaF แสดงดังภาพที่ 10



ภาพที่ 10 Salomon function (SaF)

#### 2.2.11 Schwefel function (ScF) ตั้ง

สมการที่ (11) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

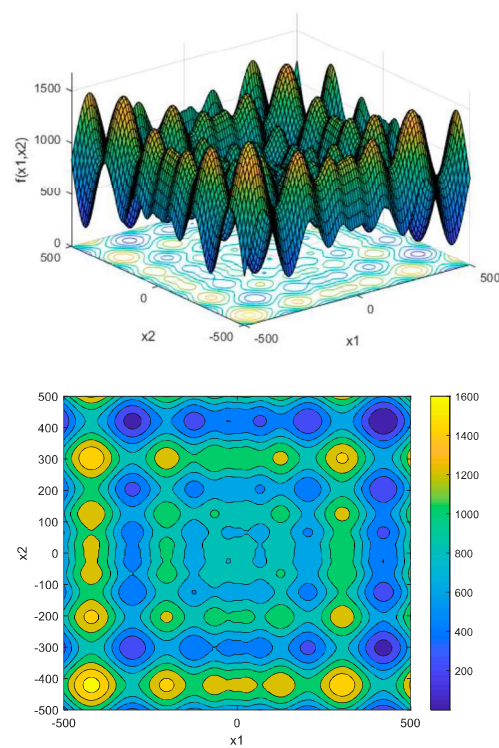
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (420.9687, 420.9687) \text{ for } i=1,2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-500, 500] \text{ for } i=1,2$$

$$f(x_1, x_2) = 418.9829d - \sum_{i=1}^d x_i \sin(\sqrt{|x_i|}) \quad (11)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ ScF แสดงดังภาพที่ 11



ภาพที่ 11 Schwefel function (ScF)

#### 2.2.12 Shubert function (ShF) ตั้ง

สมการที่ (12) ค่าต่ำสุดวงกว้าง คือ

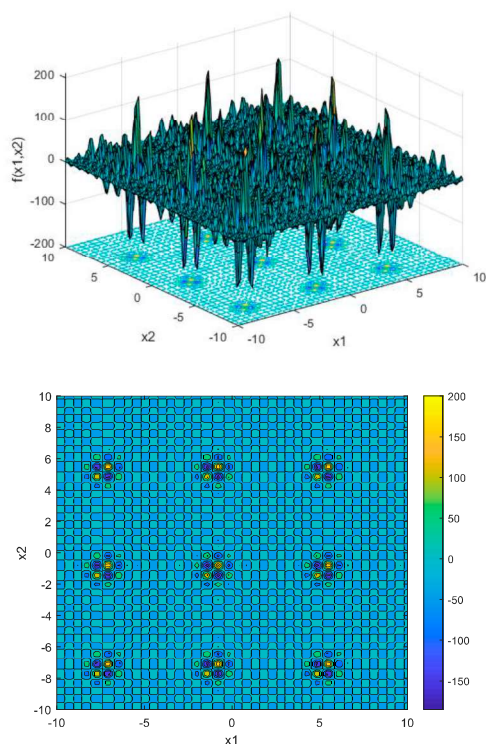
$$f(x_1^*, x_2^*) \approx -186.7309 \text{ มี } x_i^* \text{ จำนวน 18 คู่อันดับ} \\ \text{ที่เป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยรวม for } i=1,2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-10, 10] \text{ for } i=1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = \left( \sum_{i=1}^5 i \cos((i+1)x_1 + i) \right) \left( \sum_{i=1}^5 i \cos((i+1)x_2 + i) \right) \quad (12)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ ShF แสดงดังภาพที่ 12



ภาพที่ 12 Shubert function (ShF)

2.2.13 Yang No.2 function (YF) ดังสมการที่ (13) ค่าต่ำสุดกว้าง คือ

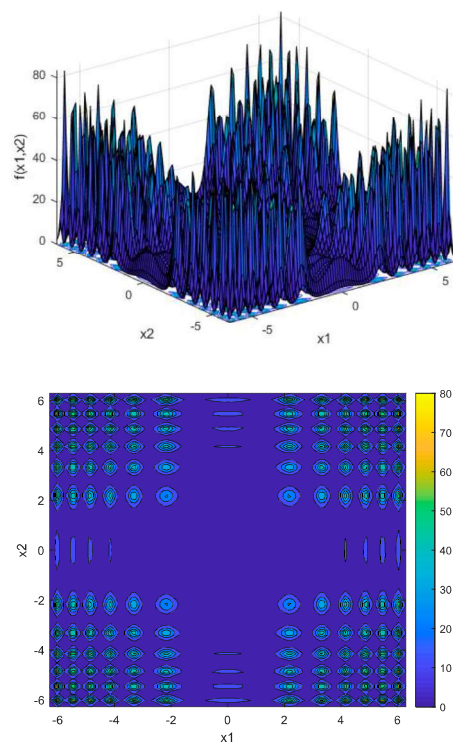
$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i=1, 2$$

ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง

$$x_i \in [-2\pi, 2\pi] \text{ for } i=1, 2$$

$$f(x_1, x_2) = \left( \sqrt{\sum_{i=1}^d |x_i|} \right) \exp(-\sum_{i=1}^d \sin(x_i^2)) \quad (13)$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ YF แสดงดังภาพที่ 13



ภาพที่ 13 Yang No.2 function (YF)

## 2.3 จำนวนรอบในการทำซ้ำ (Replication)

ในงานวิจัยนี้กำหนดจำนวนรอบในการทำซ้ำแต่ละสถานการณ์ ( $R$ ) 100 รอบ โดยในแต่ละรอบกำหนดค่าปริยายของเวลาสูงสุด (Max time) ในแต่ละวิธีการค้นหาคำตอบเท่ากับ 5,000 วินาที หรือประมาณ 83.33 นาที ดังที่กล่าวไว้ใน 3.1

## 2.4 วิธีการตัดสินใจ (Decision method)

2.4.1 ใช้อัตราความสำเร็จในการค้นหา  
คำตอบ (Success rate:  $SR$ ) ที่มีค่ามากที่สุดเป็น  
ตัวกำหนดวิธีการค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพมาก  
ที่สุด โดยมีสูตรดังสมการที่ (14) และ (15) อัตรา  
ความสำเร็จในการค้นหาคำตอบ คือ

$$SR_k = \frac{s}{R} \times 100, \quad k = \text{NR, CG, GRG, EV} \quad (14)$$

เมื่อ  $s$  คือ จำนวนครั้งที่หาค่าต่ำสุดวงกว้าง โดย ถ้า  
ค่า  $e = |f(x_1^*, x_2^*) - f(x_1, x_2)|$  ที่  $e \leq 10^{-5}$  ถือว่า  
การหาค่าเหมาะที่สุดในครั้งนั้น มีค่าต่ำที่สุดโดยรวม  
 $R$  คือ จำนวนรอบของการทำซ้ำในแต่ละ  
สถานการณ์ กำหนด  $R=100$

$$SR_{\max} = \text{Max}(SR_{\text{NR}}, SR_{\text{CG}}, SR_{\text{GRG}}, SR_{\text{EV}}) \quad (15)$$

เมื่อ  $SR_{\max}$  คือ วิธีการที่ดีที่สุดในการหาคำตอบ

2.4.2 ค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย  
(Mean absolute error:  $MAE$ ) โดยมีสูตรดังสมการ  
ที่ (16) และ วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะเป็น  
ค่าต่ำสุดของ  $MAE$  ของแต่ละวิธี ดังสมการที่ (17)

$$MAE_k = \sum_{i=1}^{100} \frac{|f(x_1, x_2)_i - f(x_1^*, x_2^*)|}{100}, \quad k = \text{NR, CG, GRG, EV} \quad (16)$$

เมื่อ  $f(x_1, x_2)_i$  คือ ค่าที่ต่ำที่สุดรอบที่  $i$ ,  
 $i=1,2,3,\dots,100$   
 $f(x_1^*, x_2^*)$  คือ ค่าต่ำสุดวงกว้าง

$$MAE_{\min} = \text{Min}(MAE_{\text{NR}}, MAE_{\text{CG}}, MAE_{\text{GRG}}, MAE_{\text{EV}}) \quad (17)$$

เมื่อ  $MAE_{\min}$  คือ วิธีการที่ดีที่สุดในการหาคำตอบ

2.4.3 ค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ส่วน  
เบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation absolute  
error:  $SAE$ ) โดยมีสูตรดังสมการที่ (18)

$$SAE_k = \sqrt{\sum_{i=1}^{100} \frac{(f(x_1, x_2)_i - MAE_k)^2}{100}}, \quad k = \text{NR, CG, GRG, EV} \quad (18)$$

เมื่อ  $f(x_1, x_2)_i$  คือ ค่าที่ต่ำที่สุดรอบที่  $i$ ,  
 $i=1,2,3,\dots,100$

$MAE_k$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย  
,  $k = \text{NR, CG, GRG, EV}$

และ วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะพิจารณาจากวิธี  
ที่ให้  $SR_{\max}$  มากที่สุดและมีค่า  $SAE_{\min}$  ต่ำสุด เนื่องจาก  
การมีอัตราความสำเร็จที่สูงและมีส่วนเบี่ยงเบน  
มาตรฐานน้อยนั้นแสดงว่าวิธีการหาคำตอบวิธีการนั้น  
เป็นวิธีการที่แกร่ง (Robust) หรืออาจจะกล่าวได้ว่า  
เป็นวิธีการที่ทั้งแม่นยำ (Accuracy) และ เที่ยงตรง  
(Precision) ต่อคำตอบ ค่า  $SAE_{\min}$  ต่ำสุด ดังสมการ  
ที่ (19)

$$SAE_{\min} = \text{Min}(SAE_{\text{NR}}, SAE_{\text{CG}}, SAE_{\text{GRG}}, SAE_{\text{EV}}) \quad (19)$$

เมื่อ  $SR_{\max}$  และ  $SAE_{\min}$  คือ วิธีการที่ดีที่สุดในการ  
หาคำตอบ

2.4.4 เวลาเฉลี่ย (Average time:  $AT$ )  
คือเวลาเฉลี่ยในการหาคำตอบแต่ละรอบ โดยมีสูตร  
ดังสมการที่ (20)

$$AT_k = \frac{\sum_{i=1}^{100} T_i}{100}, \quad k = NG, CG, GRG, EV \quad (20)$$

วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะเป็นค่าต่ำสุดของ  $AT$  ดังสมการที่ (21)

$$AT_{\min} = \text{Min}(AT_{NR}, AT_{CG}, AT_{GRG}, AT_{EV}) \quad (21)$$

เมื่อ  $AT_{\min}$  คือ วิธีการที่ดีที่สุดในการหาคำตอบ

### 2.5 เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการประมวลผล

CPU and mainboard: AMD AM4 Ryzen3 2200G

3.5GHz and ASUS Prime A320M-K

RAM: DDR4 (2400) 8 GB

Hard disk: SSD 240 GB

## 3. ผลการวิจัยและอภิปรายผล

การเปรียบเทียบวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ 13 ฟังก์ชัน ด้วยโซลเวอร์วิธี NR และ CG ของโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2007 และ วิธีการ GRG และ EV ของโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2019 ได้ผลการวิจัยดังนี้

**3.1 SR** ที่มีค่ามากที่สุดเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากตารางที่ 1 พบว่า ค่า  $SR$  ที่ดีที่สุดเป็นวิธี EV โดยจำนวนฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบ

สมรรถนะ ที่วิธี EV ได้ค่า  $SR$  มากที่สุดมีจำนวน 10 ฟังก์ชัน GRG ดีที่สุด 5 ฟังก์ชัน โดยทั้งหมดเป็นวิธีการที่อยู่บนโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2010 2013 2016 และ 2019 วิธี NR และ CG ดีที่สุด 1 ฟังก์ชัน แต่ไม่สามารถเอาชนะทั้ง 2 วิธีคือ GRG และ EV ได้ทุกฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ อย่างไรก็ตามมี 1 ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ ที่ทั้ง 4 วิธีไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ นั่นคือปัญหา BuF

**3.2 MAE** วิธีที่ค่าต่ำสุดเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากตารางที่ 2 พบว่า ค่า  $MAE$  ที่ดีที่สุดเป็นวิธี EV โดยจำนวนฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ ที่วิธี EV ได้ค่า  $MAE$  ต่ำที่สุดมีจำนวน 9 ฟังก์ชัน GRG ดีที่สุด 3 ฟังก์ชัน และ วิธี CG ดีที่สุด 1 ฟังก์ชัน คือ ฟังก์ชัน BoF

**3.3 SR** มากที่สุดและมีค่า  $SAE$  ค่าต่ำสุดเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากตารางที่ 3 พบว่า ค่า  $SAE$  ต่ำที่สุดเป็นวิธี EV โดยจำนวนฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ ที่วิธี EV ได้ค่า  $SAE$  ต่ำที่สุดมีจำนวน 9 ฟังก์ชัน GRG ดีที่สุด 3 ฟังก์ชัน และ วิธี NR ดีที่สุด 1 ฟังก์ชัน คือ ฟังก์ชัน BoF เมื่อพิจารณาร่วมกับ  $SR$  พบว่า วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด คือ วิธี EV มีจำนวนฟังก์ชัน 8 ฟังก์ชัน วิธี GRG 3 ฟังก์ชัน และสุดท้ายวิธี NR 1 ฟังก์ชัน ไม่พบว่า CG เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพ

ตารางที่ 1 ค่า *SR* ของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

| Function | NR   | CG   | GRG  | EV   |
|----------|------|------|------|------|
| AF       | 0    | 1    | 12   | 43*  |
| BeF      | 51   | 29   | 100* | 96   |
| BoF      | 100* | 100* | 100* | 100* |
| BuF      | 0    | 0    | 0    | 0    |
| CF       | 11   | 17   | 100* | 100* |
| HF       | 8    | 6    | 100* | 100* |
| LF       | 2    | 5    | 17   | 100* |
| RaF      | 0    | 1    | 16   | 100* |
| RoF      | 14   | 8    | 100* | 98   |
| SaF      | 0    | 2    | 43   | 100* |
| ScF      | 6    | 5    | 96   | 98*  |
| ShF      | 1    | 2    | 94   | 100* |
| YF       | 8    | 11   | 78   | 100* |

หมายเหตุ: 1)  Max Min

2) \* เป็นวิธีที่ดีที่สุด

ตารางที่ 2 ค่า *MAE* ของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

| Function | NR        | CG        | GRG       | EV        |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| AF       | 17.72715  | 17.62522  | 5.92782   | 0.00001*  |
| BeF      | 0.44868   | 0.46218   | 0.00000*  | 0.03048   |
| BoF      | 1.341E-11 | 4.93E-12* | 1.21E-11  | 4.97E-12  |
| BuF      | 0.05758   | 0.05697   | 0.02922   | 0.01447*  |
| CF       | 0.29936   | 0.28498   | 6.51E-13  | 4.51E-13* |
| HF       | 13.11363  | 13.31175  | 7.66E-11* | 2.96E-10  |
| LF       | 33.08004  | 31.28148  | 1.07336   | 0.00000*  |
| RaF      | 18.67526  | 14.17808  | 2.03966   | 0.00000*  |
| RoF      | 0.24693   | 0.68916   | 0.00000*  | 0.00483   |
| SaF      | 0.28887   | 0.29688   | 0.05993   | 0.00000*  |
| ScF      | 411.33137 | 375.15197 | 4.73753   | 2.36877*  |
| ShF      | 158.17261 | 159.01208 | 5.55588   | 0.00000*  |
| YF       | 2.97483   | 2.40890   | 0.10785   | 0.00000*  |

หมายเหตุ: 1)  Max Min

2) \* เป็นวิธีที่ดีที่สุด



ตารางที่ 3 ค่า *SAE* ของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

| Function | NR        | CG        | GRG       | EV        |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| AF       | 3.93858   | 4.19389   | 3.79961   | 0.00001*  |
| BeF      | 0.99449   | 0.98746   | 0.00000*  | 0.14933   |
| BoF      | 5.35E-12* | 1.48E-11  | 1.95E-11  | 7.98E-12  |
| BuF      | 0.02465   | 0.02273   | 0.01631   | 0.01083*  |
| CF       | 0.17169   | 0.19049   | 1.38E-12  | 6.31E-13* |
| HF       | 4.89729   | 4.83640   | 2.10E-10* | 1.31E-09  |
| LF       | 27.56965  | 29.31534  | 1.20896   | 0.00000*  |
| RaF      | 11.22209  | 9.15178   | 1.75392   | 0.00000*  |
| RoF      | 0.44750   | 1.31931   | 0.00000*  | 0.03431   |
| SaF      | 0.09989   | 0.11785   | 0.05471   | 0.00000*  |
| ScF      | 182.38158 | 175.97635 | 23.20908  | 16.58137* |
| ShF      | 25.87790  | 31.06219  | 22.57442  | 0.00000*  |
| YF       | 2.13718   | 2.18399   | 0.28085   | 0.00000*  |

หมายเหตุ: 1)  Max Min

2) \* เป็นวิธีให้ค่า *SAE* ต่ำสุด

ตารางที่ 4 ค่า *AT* (หน่วย: วินาที) ของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

| Function | NR    | CG    | GRG   | EV    |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| AF       | 0.57* | 0.60  | 1.18  | 47.37 |
| BeF      | 0.27* | 0.28  | 0.81  | 44.23 |
| BoF      | 0.43* | 0.58  | 0.64  | 47.61 |
| BuF      | 0.51* | 0.58  | 0.82  | 46.85 |
| CF       | 0.68  | 0.72  | 0.59* | 45.53 |
| HF       | 0.75* | 0.79  | 4.49  | 35.49 |
| LF       | 0.88  | 0.86* | 0.92  | 45.46 |
| RaF      | 0.49* | 0.52  | 1.29  | 46.72 |
| RoF      | 0.27* | 0.49  | 1.37  | 44.55 |
| SaF      | 0.56  | 0.49* | 4.01  | 47.67 |
| ScF      | 0.59  | 0.55* | 3.97  | 46.92 |
| ShF      | 0.48  | 0.45* | 4.79  | 45.70 |
| YF       | 0.47* | 0.49  | 0.84  | 46.21 |

หมายเหตุ: 1)  Max Min

2) \* เป็นวิธีดีที่สุด

### 3.4 AT ต่ำสุดเป็นวิธีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากตารางที่ 4 พบว่า ค่า AT ต่ำที่สุดเป็นวิธี NR โดยจำนวนฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ ที่วิธี NR ได้ค่า AT ต่ำที่สุดมีจำนวน 8 ฟังก์ชัน รองลงมาเป็นวิธี CG ดีที่สุด 4 ฟังก์ชัน และวิธี GRG ดีที่สุด 1 ฟังก์ชัน โดยทั้งสามวิธี NR, CG และ GRG นั้นใช้เวลาในการคำนวณหาคำตอบไม่เกิน 5 วินาที ส่วนวิธี EV นั้นใช้เวลาในการหาคำตอบนานที่สุดแตกต่างจากวิธีการอื่น ๆ โดยเฉลี่ยแล้วใช้เวลาประมาณ 40 วินาที

ผลสรุปนี้สอดคล้องกับงานวิจัย อ้นชานนท์ และคณะ [16] ที่ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบการพยากรณ์ด้วยเทคนิคการปรับให้เรียบ จากวิธีการประมาณค่าด้วย 4 วิธี คือ NR CG GRG และ EV ผลการศึกษาพบว่า วิธี GRG มีประสิทธิภาพสูงที่สุดสำหรับข้อมูลมีแนวโน้มและมีฤดูกาล และข้อมูลไม่มีแนวโน้มและไม่มีฤดูกาล วิธี EV มีประสิทธิภาพสูงที่สุดสำหรับข้อมูลไม่มีแนวโน้มแต่มีฤดูกาล และวิธี EV, NR และ CG มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันสำหรับข้อมูลมีแนวโน้มแต่ไม่มีฤดูกาล ซึ่งจะเห็นว่าโดยส่วนใหญ่แล้ววิธี GRG และ EV ใช้ได้ดีมากกว่า NR และ CG ที่ใช้ได้เพียงข้อมูลมีแนวโน้มแต่ไม่มีฤดูกาลเท่านั้น

## 4. สรุปผลการวิจัย

วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดด้วยโซลเวอร์วิธี NR และ CG ของโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2007 และ วิธี GRG และ EV ของโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2019 ในปัญหามาตรฐาน 13 ปัญหา พบว่าวิธี EV เป็นวิธีการที่ค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดทั้งอัตราความสำเร็จที่สูงในการค่าต่ำสุดวงกว้าง และค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยและ

ค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ต่ำ

จึงสรุปได้ว่าถ้าผู้ใช้งานต้องการจะหาคำตอบที่ใกล้เคียงค่าต่ำสุดวงกว้างควรใช้โปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2010 เป็นต้นไปในการค้นหาคำตอบ และควรเลือกวิธี EV ถ้าผู้ใช้งานต้องการคำตอบที่เร็วจากผลงานวิจัยนี้แนะนำว่าผู้ใช้งานควรใช้โปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2010 เป็นต้นไปเช่นกัน เนื่องจาก ผู้ใช้สามารถเลือกใช้วิธี GRG ในการหาคำตอบได้ โดยใช้เวลาเฉลี่ยในการค้นหาคำตอบ 1.98 วินาที ซึ่งแตกต่างจากวิธี NR ที่ใช้เวลา 0.54 วินาที และวิธี GRG 0.57 วินาที อยู่เล็กน้อยเท่านั้น แต่ประสิทธิภาพของคำตอบที่ได้จะดีกว่ามาก

จากผลการวิจัยนี้จะเห็นว่าโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซลเวอร์ชันเก่า คือ 2007 ต้องให้ความระมัดระวังในการนำไปใช้งานทั้งงานสำนักงานวิจัย หรือ ใช้ในการสอนนักศึกษา เมื่อต้องการหาค่าเหมาะที่สุดด้วยด้วยโซลเวอร์ เนื่องจากการนำโปรแกรมดังกล่าวนี้ไปใช้งานอาจจะได้ผลลัพธ์ที่ไม่เป็นผลดีต่องานต่างๆ ที่กล่าวถึงได้

## 5. อ้างอิง

- [1] Deuflhard P. A short history of newton's method. Documenta Mathematica. 2012; Suppl ISMP: 25-30.
- [2] เดชาชัย งามประเสริฐ. โหลดโพลีอัลกอริทึมด้วยวิธีนิวตันราฟสันร่วมกับแบบจำลองของโหลดชนิดดัชนี่แรงดันไม่เป็นเชิงเส้น [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ]. ปทุมธานี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์; 2551.

- [3] Hestenes M, Stiefel E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. J Res Nat Bur Stand. 1952; 49(6): 409-436.
- [4] ไพชยนต์ สิริเสถียรวัฒนา. กระบวนการค้นหาตามเส้นในทิศทางกึ่งนิวตันและเกรเดียนท์สังยุค [วิทยานิพนธ์ปริญญาโท]. นครราชสีมา: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี; 2545.
- [5] Wilde DJ, Beightler CS. Foundations of optimization. 2nd ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall; 1967.
- [6] Abadie J, Carpenter J. Generalization of the Wolfe reduced gradient method to the case of nonlinear constraints. In: Fletcher R, editors. Optimization. New York: Academic Press; 1969; 37-47.
- [7] Lasdon LS, Waren AD, Jain A, et al. Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming, AcM T Math Software. 1978; 4(1): 34-50.
- [8] Lasdon LS. Nonlinear programming algorithms applications, software, and comparisons, Numerical Optimization [Internet]. SIAM Conference on Numerical Optimization 1984. 1984 June 12-14; Colorado, USA. 1984 [cited 2019 June 19]. p. 41-70. Available form: <http://goo.gl/iDCpnW>.
- [9] Fylstra D, Lasdon L, Watson J, et al. Design and use of the Microsoft Excel Solver, Interfaces. 1998; 28(5): 29-55.
- [10] วรฐา มินเสน. การประมาณค่าดัชนีฤดูกาลในวิธีแยกส่วนประกอบด้วย GRG2. วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมหาวิทยาลัยมหาสารคาม. 2557; Suppl: 243-249.
- [11] Jong DK, Fogel DB, Schwefel HP. A history of evolutionary computation. In: Bäck TH, Fogel DB, Michalewicz Z, editors. Handbook of Evolutionary Computation. IOP Publishing Ltd and Oxford University Press 1997; 1997.
- [12] อรนิช ไตรศักดิ์. การศึกษาการหารูปร่างที่เหมาะสมที่สุดของแพนอากาศด้วยวิธีวิวัฒนาการ [วิทยานิพนธ์ปริญญาโท]. นครราชสีมา: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี; 2559.
- [13] Surjanovic S, Bingham D [Internet]. Virtual library of simulation experiments: test functions and datasets; 2017. [cited 2019 June 19]. Available form: <https://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html>.
- [14] Global Optimization Benchmarks and AMPGO [Internet]. Test functions index; 2019. [cited 2019 June 19]. Available form: [http://infinity77.net/global\\_optimization/test\\_functions.html#test-functions-index](http://infinity77.net/global_optimization/test_functions.html#test-functions-index).

- [15] BenchmarkFcns [Internet]. All Functions; 2019 [cited 2019 June 19]. Available form: <http://benchmarkfcns.xyz/fcns>.
- [16] อัมชานนท์ ทศนันทพรม, วฐา มินเสน และ กุณทลี ไชยสี. การพยากรณ์ด้วยเทคนิคการปรับให้เรียบโดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยโซลเวอร์ในโปรแกรมไมโครซอฟท์เอกเซล 2007 และ 2016. ใน: วฐา มินเสน, ภัทรี ไตรสถิต, มานะชัย รอดชื่น และ คณะ, บรรณาธิการ. การประชุมวิชาการระดับปริญญาตรีสาขาสถิติ ระดับชาติประจำปี 2562; 14 พฤษภาคม 2562; ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่; 2562. หน้า 205 – 215.