

การเปรียบเทียบวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด ด้วยโซลเวอร์ของ Excel 2019
และขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบวาฬ
Comparing Methods of Optimization in Solver of Excel 2019
and Whale Optimization Algorithm

วฐา มินเสน^{1*}, นุสบา แสงงามเมือง², พิมพกา ธาณินพงศ์³, สาลินี อารังเลาหะพันธุ์⁴
Watha Minsan^{1*}, Nutsaba Saengngammuang², Phimpaka Taninpong³,
Salinee Thumronglaohapun⁴

^{1*,2,3,4} กลุ่มวิทยาการข้อมูล ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

^{1*,2,3,4} Data Science Research Center, Department of Statistics, Faculty of Science,
Chiang Mai University, Thailand

*Corresponding author. Tel.: 05 394 3381, Email: wathaminsan@gmail.com

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด วิธีเกรเดียนต์ลดรูปแบบวายนัยทั่วไป (Generalized reduced gradient: GRG) และเชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary algorithm: EV) ด้วยโซลเวอร์ของโปรแกรม Excel เวอร์ชัน 2019 และการหาค่าเหมาะที่สุดแบบวาฬ (Whale optimization algorithm: WOA) ที่พัฒนาใน Visual basic for application (VBA) โดยใช้ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะจำนวน 16 ฟังก์ชันสำหรับหาค่าเหมาะที่สุด และใช้เกณฑ์การตัดสินใจ 4 เกณฑ์ คือ 1) อัตราความสำเร็จ (Success rate: SR) 2) ค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean absolute error: MAE) 3) อัตราความสำเร็จและค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SR and SAE) และ 4) เวลาเฉลี่ย (Average time: AT) เป็นตัวกำหนดวิธีการค้นหาค่าตอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยในแต่ละฟังก์ชันมีการทำซ้ำ 100 รอบ ผลการวิจัยพบว่า เกณฑ์การตัดสินใจลำดับที่ 1) ถึง 3) วิธีการ WOA เป็นวิธีการหาค่าตอบที่ดีที่สุด ส่วนเกณฑ์การตัดสินใจลำดับที่ 4) วิธีการ GRG เป็นวิธีการที่ใช้เวลาในการหาค่าตอบได้เร็วที่สุด

คำสำคัญ: วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบวาฬ วิธีเชิงวิวัฒนาการ วิธีเกรเดียนต์ลดรูปแบบวายนัยทั่วไป

Abstract

This research aims to compare the optimization method between generalized reduced gradient (GRG) and evolutionary algorithm (EV) in solver of Excel 2019 and whale optimization algorithm (WOA) which was developed in visual basic for application (VBA). The criteria to test optimization for 16 benchmark functions including: 1) success rate (SR), 2) mean absolute error

Received 14-06-2021

Revised 03-08-2021

Accepted 04-08-2021

(MAE), 3) success rate and standard deviation absolute (SR and SAE) and 4) average time (AT), were used to compare the efficiency of the methods. Each method was applied to solve 16 benchmark functions and repeated 100 iterations for each function. The numerical result indicated that WOA provided the best solutions for criteria 1) - 3). However, for the fourth criterion GRG gave the shortest running time.

Keywords: Whale Optimization, Evolutionary, Generalized reduced gradient

1. บทนำ

โปรแกรม Microsoft Excel เป็นโปรแกรมที่พัฒนาโดยบริษัท Microsoft และเป็นโปรแกรมหนึ่งในชุด Microsoft Office เป็นโปรแกรมที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย สามารถนำมาใช้งานได้ง่าย เหมาะกับลักษณะงานในหลากหลายด้าน เช่น ด้านบัญชี ด้านสถิติ ด้านวิศวกรรมศาสตร์ ด้านงบประมาณ และด้านการวางแผน ฯลฯ มีความสามารถในการสร้างตาราง การคำนวณ การวิเคราะห์ การออกรายงานในรูปแบบตารางและกราฟ และยังสามารถป้องกันการป้อนข้อมูล แก้ไขข้อมูล สะดวกต่อการคำนวณ และการนำข้อมูลไปประยุกต์ใช้ และยังสามารถจัดข้อมูลต่าง ๆ ได้อย่างเป็นหมวดหมู่และเป็นระเบียบมากยิ่งขึ้น และนอกจากนี้ใน Excel ยังมีชุดสำหรับการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) ที่เรียกว่า โซลเวอร์ (Solver)

โซลเวอร์เป็นโปรแกรมย่อย (Add-in) ของ Excel ที่สามารถใช้เพื่อช่วยในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) จากข้อจำกัดหรือเงื่อนไขที่มีอยู่ เช่น บางครั้งจะให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดในการขอบเขตหรือเงื่อนไขที่กำหนด บางครั้งอาจให้เพียงผลลัพธ์ที่ดีที่สุดเท่าที่หาได้ภายในเวลาที่กำหนด เป็นต้น โดยในโซลเวอร์จะมีวิธีให้เลือกใช้ทั้งหมด 5 วิธี ได้แก่ 1) วิธีกำหนดการเชิงเส้นซิมเพล็กซ์ (Simplex linear programming: LP) 2) วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-

raphson: NR) 3) เกรเดียนต์สังยุค (Conjugate gradient: CG) 4) วิธีเกรเดียนต์ลดรูปแบบวางนัยทั่วไป (Generalized reduced gradient: GRG) และ 5) วิธีเชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary algorithm: EV) โดยแต่ละวิธีจะมีเงื่อนไขการใช้งานที่แตกต่างกัน วิธี LP เหมาะสำหรับใช้แก้ปัญหาแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น (Linear) สำหรับปัญหาแบบจำลองที่ไม่เชิงเส้น (Non-linear) เมื่อเซลล์วัตถุประสงค์ (เซลล์ที่แสดงค่าวัตถุประสงค์) และเงื่อนไขบังคับ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและเปลี่ยนแปลงอย่างค่อยเป็นค่อยไปของเซลล์ตัดสินใจ วิธี NR CG และ GRG เหมาะสมที่จะใช้ในการหาคำตอบ และวิธี EV เหมาะสำหรับใช้แก้ปัญหาที่มีความซับซ้อน ที่ต้องการผลลัพธ์ใกล้เคียงผลลัพธ์ที่ดีที่สุด รวมทั้งปัญหาที่เซลล์วัตถุประสงค์ และ/หรือเงื่อนไขบังคับเป็นฟังก์ชันที่มีค่าไม่ต่อเนื่องหรือไม่เปลี่ยนแปลงอย่างค่อยเป็นค่อยไปของเซลล์ตัดสินใจ [1, 2]

วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยโซลเวอร์วิธี LP NR และ CG ของ Excel จะถูกติดตั้งอยู่บนโซลเวอร์ของ Excel เวอร์ชัน 2007 และ วิธี LP GRG และ EV ของ Excel จะถูกติดตั้งอยู่บนโซลเวอร์ของ Excel เวอร์ชัน 2010 ขึ้นไป ในงานวิจัยของ Minsan และ Minsan [2] ในปี ค.ศ. 2019 ได้ทดลองเปรียบเทียบวิธี NR CG GRG และ EV ในฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ (Benchmark function)

13 ฟังก์ชัน พบว่า วิธี EV เป็นวิธีการที่ค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดทั้งอัตราความสำเร็จ (Success rate: *SR*) ที่สูงในการหาค่าต่ำสุดวงกว้าง (Global minimum) และค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean absolute error: *MAE*) และค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation absolute error: *SAE*) ที่ต่ำ และวิธี GRG เป็นวิธีที่ค้นหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วโดยมีเวลาเฉลี่ย (Average time: *AT*) ในการค้นหาคำตอบที่มากกว่าวิธี NR และ CG อยู่เล็กน้อยแต่ประสิทธิภาพของคำตอบที่ได้จะดีกว่ามาก และในปี ค.ศ. 2021 Minsan [3] ได้ทำการศึกษาเพิ่มเติมเปรียบเทียบวิธี NR CG GRG และ EV ในตัวแบบทางด้านสถิติศาสตร์ ซึ่งผลที่ได้ก็เป็นในทิศทางเดียวกันกับ [2] คือการใช้ Excel เวอร์ชัน 2019 ที่มีวิธี GRG และ EV ในการหาคำตอบจะทำให้ผลลัพธ์ของงานวิจัยออกมามีคุณภาพ

อย่างไรก็ตามมีขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดอีกหลายวิธีที่ถูกคิดค้นและพัฒนาขึ้นมาเรื่อย ๆ และเริ่มถูกนำมาใช้โดยทั่วไปแต่ยังไม่มีผลการทดลองหรือพัฒนาวิธีการเหล่านั้นบน Excel หนึ่งในวิธีการใหม่ที่ถูกพัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 2016 และถูกนำไปอ้างอิงงานวิจัยแล้วกว่า 3,000 รายการ คือขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบวาฬ (Whale optimization algorithm: WOA) ซึ่งเป็นหนึ่งในขั้นตอนวิธีเมตาฮีริสติก (Meta-heuristic algorithm) ที่มีแนวคิดมาจากการเลียนแบบปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ ในลักษณะของการเลียนแบบพฤติกรรมของสัตว์ โดยขั้นตอนวิธีแบบ WOA ได้รับการพัฒนาขึ้นโดย Mirjalili และ Lewis [4] ได้รับแรงบันดาลใจมาจากพฤติกรรมการหาอาหารของวาฬหลังค่อม ซึ่งมีลักษณะการล่าเหยื่อที่

พิเศษ คือ วาฬหลังค่อมจะระบุตำแหน่งของเหยื่อได้เมื่อทราบตำแหน่งของเหยื่อ วาฬหลังค่อมจะสร้างฟองอากาศในรูปเกลียวล้อมรอบเหยื่อไว้ (Bubble-net feeding) และบีบวงล้อมเข้าไปเรื่อย ๆ พร้อมกับเคลื่อนที่เป็นรูปเกลียว และว่ายน้ำขึ้นมานับวินาทีเพื่อกินเหยื่อ

ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำ WOA มาพัฒนาด้วยโปรแกรม Visual basic for application (VBA) บน Excel เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพการหาค่าเหมาะที่สุดของวิธี WOA กับโซลเวอร์ ของ Excel เวอร์ชัน 2019 ด้วยวิธี GRG และวิธี EV จากการแก้ปัญหาของฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ โดยจะใช้เกณฑ์การตัดสินใจทั้งหมด 4 แบบ คือ *SR* *MAE* *SAE* และ *AT* [2]

2. วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้จะใช้วิธี WOA และโซลเวอร์ โดยวิธี GRG และ วิธี EV ในการทดสอบผลการหาค่าเหมาะที่สุด โดยใช้ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะเป็นเกณฑ์เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดภายใต้ 16 ฟังก์ชัน แต่ละฟังก์ชันทดสอบซ้ำ 100 รอบ โดยมีเกณฑ์การตัดสินใจสำหรับวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดด้วยกันทั้งหมด 4 เกณฑ์ ซึ่งมีรายละเอียดตามลำดับดังนี้

2.1 ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบวาฬ [4, 5]

วิธี WOA ได้รับแรงบันดาลใจมาจากพฤติกรรมการล่าเหยื่อของวาฬหลังค่อม ด้วยเทคนิคการปล่อยฟองอากาศออกมาเพื่อดันให้ฝูงปลารวมกลุ่ม เรียกว่า การสร้างฟองอากาศในรูปเกลียวล้อมรอบเหยื่อไว้ หรือ Bubble-net feeding วิธีนี้

วาทหลังค่อมจะดำน้ำลงไปและเริ่มสร้างฟองอากาศในรูปเกลียวรอบตัวเหยื่อและว่ายน้ำขึ้นไปบนผิวน้ำเพื่อกินเหยื่อ วิธี WOA จะนำหลักการหาอาหารของวาฬมาใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งมีทั้งหมด 3 ขั้นตอน

2.1.1 การล้อมเหยื่อ (Encircling prey)

วาทหลังค่อมทราบตำแหน่งของเหยื่อและล้อมพวกมันไว้ โดยกำหนดว่าค่าตอบที่ดีที่สุด เป็นตำแหน่งของเหยื่อที่เป็นเป้าหมายหรือจุดที่ใกล้เคียงกับค่าเหมาะที่สุดจากนั้นตัวแทนของคำตอบอื่น ๆ จะปรับปรุงตำแหน่งของตัวเองโดยอ้างอิงกับตำแหน่งของเหยื่อ เปรียบได้กับวาทหลังค่อมที่พุ่งเข้าไปล้อมเหยื่อ ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าว ดังสมการที่ (1) และ (2)

$$\bar{D} = |\bar{C} \cdot \bar{X}^*(t) - \bar{X}(t)| \quad (1)$$

$$\bar{X}(t+1) = \bar{X}^*(t) - \bar{A} \cdot \bar{D} \quad (2)$$

เมื่อ t คือ จำนวนรอบการทำซ้ำในปัจจุบัน (Current iteration) $\bar{A}$ และ $\bar{C}$ คือ สัมประสิทธิ์ค่าเวกเตอร์ค่า $\bar{X}^*$ คือ เวกเตอร์แสดงตำแหน่งของคำตอบที่ดีที่สุด $\bar{X}$ คือ เวกเตอร์แสดงตำแหน่งของคำตอบ $||$ คือ ค่าสัมบูรณ์ $\cdot$ คือ การคูณแบบจุดต่อจุด (Element-by-element multiplication) โดย $\bar{A}$ และ $\bar{C}$ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3) และ (4)

$$\bar{A} = 2\bar{a} \cdot \bar{r} - \bar{a} \quad (3)$$

$$\bar{C} = 2 \cdot \bar{r} \quad (4)$$

เมื่อ $\bar{a}$ ลดลงแบบเชิงเส้นจาก 2 ถึง 0 ระหว่างรอบของการทำซ้ำ และ $\bar{r}$ คือเวกเตอร์แบบสุ่มในช่วง $[0,1]$ ดังนั้นเมื่อกวาทหลังค่อมดำเนินการ

ตามสมการที่ (1) ที่ใช้เหยื่อเป็นเป้าหมายการเคลื่อนที่จะได้ค่า $\bar{D}$ เพื่อนำไปใช้ในการกำหนดการเคลื่อนที่ในรอบต่อไปของวาทหลังค่อมในสมการที่ (2) แล้ววาทหลังค่อมก็จะเข้าใกล้เหยื่อมากขึ้น

2.1.2 การโจมตีด้วยฟองอากาศแบบเกลียว (Bubble-net attacking method)

จำลองพฤติกรรมโจมตีด้วยฟองอากาศของวาทหลังค่อมด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้เป็น 2 วิธีดังนี้

1) การบีบวงล้อม (Shrinking encircling mechanism)

พฤติกรรมนี้เป็นตามสมการที่ (2) และสามารถแสดงได้ด้วยการลดลงของค่า $\bar{a}$ ในสมการที่ (3) เนื่องจากช่วงการเปลี่ยนแปลงของค่า $\bar{A}$ นั้นขึ้นอยู่กับค่าลดลงของค่า $\bar{a}$ โดย $\bar{A}$ นั้นจะมีค่าสุ่มอยู่ในช่วง $[-a, a]$ ซึ่งจะส่งผลต่อขอบเขตการค้นหาคำตอบรอบบริเวณคำตอบที่ดีที่สุดในรอบการคำนวณปัจจุบัน หาก $\bar{A}$ มีค่าลดลงขอบเขตการค้นหาคำตอบก็จะยิ่งแคบลง

2) การเคลื่อนที่แบบเกลียว (Spiral updating position)

พฤติกรรมนี้จะจำลองการเคลื่อนที่แบบเกลียวของวาทหลังค่อมที่พุ่งเข้าหาเหยื่อในสมการที่ (5) ดังนี้

$$\bar{X}(t+1) = \bar{D}' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + \bar{X}^*(t) \quad (5)$$

ที่ $\bar{D}' = |\bar{X}^*(t) - \bar{X}(t)|$ b คือ ค่าคงที่สำหรับการกำหนดรูปร่างของเกลียว l คือ ค่าสุ่มระหว่าง $[-1,1]$

วาทหลังค่อมจะแสดงพฤติกรรมการว่ายน้ำรอบเหยื่อโดยค่อย ๆ บีบวงล้อมหรือการเคลื่อนที่แบบเกลียวเข้าไปอย่างใดอย่างหนึ่งใน

จำลองพฤติกรรมนี้ วิธี WOA จะกำหนดความน่าจะเป็น 50% ระหว่างการเกิดพฤติกรรมการบินวงล้อมและการเคลื่อนที่แบบเกลียว แสดงดังสมการที่ (6)

$$\bar{X}(t+1) = \begin{cases} \bar{X}^*(t) - \bar{A} \cdot \bar{D} & \text{if } p < 0.5 \\ \bar{D}' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + \bar{X}^*(t) & \text{if } p \geq 0.5 \end{cases} \quad (6)$$

เมื่อ p คือ เลขสุ่มในช่วง $[0,1]$
นอกเหนือจากการโจมตีด้วย
พองอากาศแล้ว วาฬหลังค่อมจะค้นหาเหยื่อ (Search
for prey) ต่อไปด้วยวิธีการสุ่ม

2.1.3 การค้นหาเหยื่อ

ในการกำหนดการเคลื่อนที่ของ
วาฬหลังค่อมอาจดำเนินการตามสมการที่ (1) ที่ใช้

เหยื่อเป็นเป้าหมายในการเคลื่อนที่หรืออาจให้วาฬ
หลังค่อมจะค้นหาเหยื่อด้วยการสุ่ม โดยมีเกณฑ์ที่ใช้
กำหนดจาก $\bar{A}$ ในสมการที่ (3) ถ้า โดยถ้าสมาชิกใน
 $|A| < 1$ จะดำเนินการตามสมการที่ (1) แต่ถ้าสมาชิกใน
 $|A| \geq 1$ จะดำเนินการค้นหาเหยื่อแบบสุ่มตามสมการที่
(7) และ (8)

$$\bar{D} = |\bar{C} \cdot \bar{X}_{rand} - \bar{X}| \quad (7)$$

$$\bar{X}(t+1) = \bar{X}_{rand} - \bar{A} \cdot \bar{D} \quad (8)$$

ที่ $\bar{X}_{rand}$ คือ เวกเตอร์สุ่มซึ่งคัดเลือกจาก
ประชากรคำตอบในรอบการคำนวณปัจจุบัน
รหัสเทียมของ WOA แสดงได้ดังภาพที่ 1

```

Initialize the whales population  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )
Calculate the fitness of each search agent
 $X^*$  = the best search agent
while ( $t < \text{maximum number of iterations}$ )
  for each search agent
    Update  $a$ ,  $A$ ,  $C$ ,  $l$ , and  $p$ 
    if1 ( $p < 0.5$ )
      if2 ( $|A| < 1$ )
        Update the position of the current search agent by the Eq. (2.1) 1
      else if2 ( $|A| \geq 1$ )
        Select a random search agent ( $X_{rand}$ )
        Update the position of the current search agent by the Eq. (2.8) 8
      end if2
    else if1 ( $p \geq 0.5$ )
      Update the position of the current search by the Eq. (2.5)
    end if1
  end for
  Check if any search agent goes beyond the search space and amend it
  Calculate the fitness of each search agent
  Update  $X^*$  if there is a better solution
   $t = t + 1$ 
end while
return  $X^*$ 

```

ภาพที่ 1 รหัสเทียมของขั้นตอนวิธี WOA กำหนด Search agent = 50 และ Max iteration = 5,000 [4]

2.2 กำหนดค่าปริยาย (Default) ของ วิธีการค้นหาคำตอบของ GRG และ EV [2]

การใช้วิธี GRG และ EV ในการประมาณ
ค่าพารามิเตอร์ กำหนดค่าปริยายในตัวเลือก
(Options) ของโซลเวอร์ไว้ดังนี้

- 1) Constraint precision: 0.000001
- 2) Use automatic scaling: true
- 3) Solving limits มี Max time เท่ากับ
5,000 วินาที
- 4) Convergence: 0.0001

- 5) Population size: 100
- 6) Random seed: 0
- 7) Require bounds on variables: true
- 8) Maximum time without improvement: 30
- 9) สำหรับวิธี GRG กำหนด Derivatives: forward and use multistart: true
- 10) สำหรับวิธีการ EV กำหนด Mutation rate: 0.075

หมายเหตุ: ในงานวิจัยนี้ เงื่อนไขบังคับ (Constraint) คือ ขอบเขตบน (Upper bound) และขอบเขตล่าง (Lower bound)

วิธี GRG และ EV จะกำหนดคำตอบเริ่มต้นจากค่าสุ่ม (Random) ตามการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (Continuous uniform distribution) จากขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง ของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

2.3 ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

ในการศึกษาวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดนั้น จะใช้การศึกษาแบบจำลอง (Simulation study) โดยการนำวิธีการที่ต้องการศึกษาไปค้นหาคำตอบกับฟังก์ชันที่เป็นที่รู้จักและทราบค่าต่ำสุดวงกว้างดังเช่นงานวิจัยของ Karaboga [6] ที่เป็นผู้เสนอแนวคิดการหาค่าเหมาะที่สุดแบบฝูงผึ้ง (Honey bee swarm) ซึ่งใช้ ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ 3 ฟังก์ชันที่เป็นที่รู้จักโดยทั่วไปคือ Sphere, Rosenbrock และ Rastrigin เดชา และ สุภาภรณ์ [7] ศึกษาขั้นตอนวิธีการผสมเกสรดอกไม้เพื่อแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดไม่เชิงเส้นแบบฟันสุ่มเปรียบกับวิธีขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic algorithm) และ การหาค่าเหมาะที่สุดแบบฝูงอนุภาค (Particle swarm optimization) โดยใช้

ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะแบบ 2 ตัวแปร จำนวน 8 ฟังก์ชัน ในงานวิจัยนี้จึงกำหนดปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเป็นฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะจำนวน 16 ฟังก์ชันจากการสุ่มจากแหล่งข้อมูลฟังก์ชันที่เป็นที่รู้จักและใช้เป็นแหล่งอ้างอิงจำนวน 3 แหล่ง [8-10] ทุกปัญหาเป็นแบบ 2 ตัวแปร ($d=2$) มีรายละเอียดต่อไปนี้

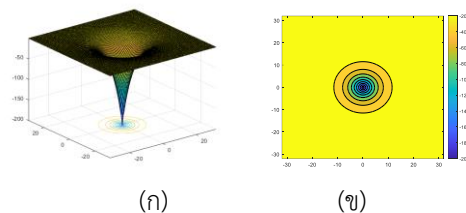
2.3.1 Ackley N.2 function ดังสมการที่ (9) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = -200e^{-0.2\sqrt{\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)}} \quad (9)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-32, 32] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว (Surface) และ เส้นชั้นความสูง (Contour) ของ Ackley N.2 function แสดงดังภาพที่ 2 (ก) และ 2 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 2 Ackley function

2.3.2 Adjiman function ดังสมการที่ (10) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

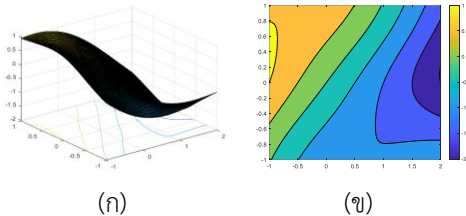
$$f(x_1, x_2) = \cos(x_1) \sin(x_2) - \frac{x_1}{x_2^2 + 1} \quad (10)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = -2.02181, \text{ at } x_i^* = (0, 0)$$

$$\text{for } i = 1, 2$$

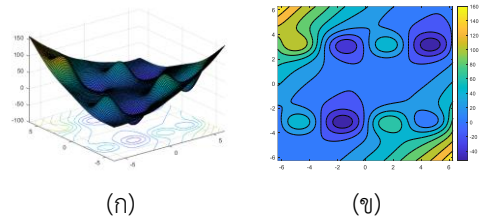
$$x_1 \in [-1, 2], x_2 \in [-1, 1]$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Adjiman function แสดงดังภาพที่ 3 (ก) และ 3 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 3 Adjiman function

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Bird function แสดงดังภาพที่ 5 (ก) และ 5 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 5 Bird function

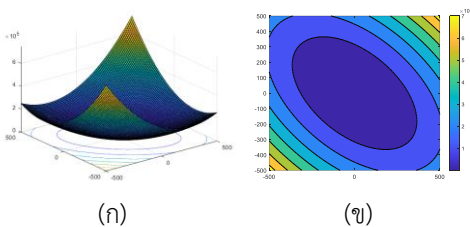
2.3.3 Bartels conn function ดังสมการที่ (11) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = |x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 x_2^2| + |\sin(x_1)| + |\cos(x_2)| \quad (11)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 1, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-500, 500] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Bartels conn function แสดงดังภาพที่ 4 (ก) และ 4 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 4 Bartels conn function

2.3.4 Bird function ดังสมการที่ (12) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = \sin(x_1)e^{(1-\cos(x_2))^2} + \cos(x_2)e^{1-\sin(x_1)^2} + (x_1 - x_2)^2 \quad (12)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = -106.764537, \text{ at } x_i^* = (-1.58214, -3.13024)$$

$$\text{or } x_i^* = (4.70104, 3.15294) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-2\pi, 2\pi] \text{ for } i = 1, 2$$

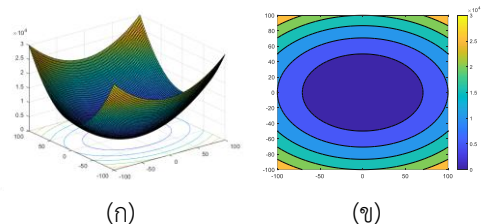
2.3.5 Bohachevsky N.2 function ดังสมการที่ (13) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3\cos(3\pi x_1)\cos(4\pi x_2) + 0.3 \quad (13)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-100, 100] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Bohachevsky N.2 function แสดงดังภาพที่ 6 (ก) และ 6 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 6 Bohachevsky N.2 function

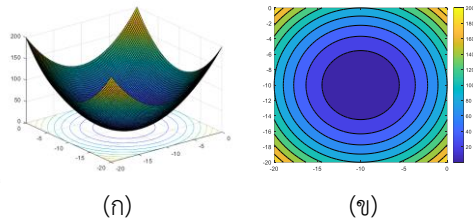
2.3.6 Brent function ดังสมการที่ (14) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = (x_1 + 10)^2 + (x_2 + 10)^2 + e^{-x_1^2 - x_2^2} \quad (14)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = e^{-200}, \text{ at } x_i^* = (-10, -10) \text{ for } i = 1, 2$$

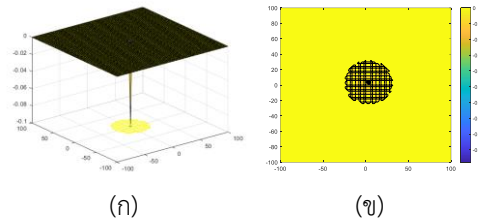
$$x_i \in [-20, 0] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Brent function แสดงดังภาพที่ 7 (ก) และ 7 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 7 Brent function

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Easom function แสดงดังภาพที่ 9 (ก) และ 9 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 9 Easom function

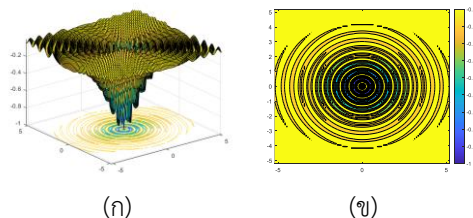
2.3.7 Drop-wave function ดังสมการที่ (15)
(15) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = -\frac{1 + \cos(12\sqrt{x_1^2 + x_2^2})}{0.5(x_1^2 + x_2^2) + 2} \quad (15)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = -1, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-5.2, 5.2] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Drop-wave function แสดงดังภาพที่ 8 (ก) และ 8 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 8 Drop-wave function

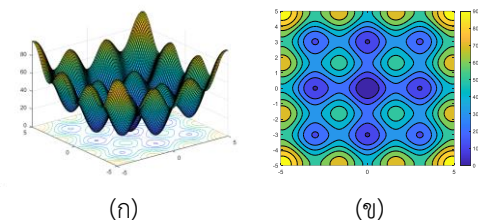
2.3.9 Egg crate function ดังสมการที่ (17)
ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 25(\sin^2(x_1) + \sin^2(x_2)) \quad (17)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-5, 5] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Egg crate function แสดงดังภาพที่ 10 (ก) และ 10 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 10 Egg crate function

2.3.8 Easom function ดังสมการที่ (16)
ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = -\cos(x_1)\cos(x_2)e^{-(x_1-\pi)^2-(x_2-\pi)^2} \quad (16)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = -1, \text{ at } x_i^* = (\pi, \pi) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-100, 100] \text{ for } i = 1, 2$$

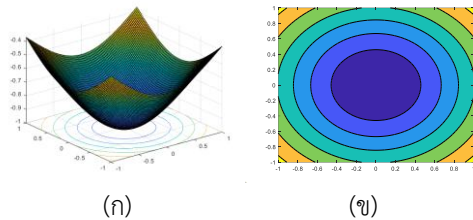
2.3.10 Exponential function ดังสมการที่ (18)
(18) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = -e^{-0.5 \sum_{i=1}^2 x_i^2} \quad (18)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 1, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-1, 1] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Exponential function แสดงดังภาพที่ 11 (ก) และ 11 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 11 Exponential function

2.3.11 Himmelblau function ดังสมการที่ (19) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 \quad (19)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (3, 2)$$

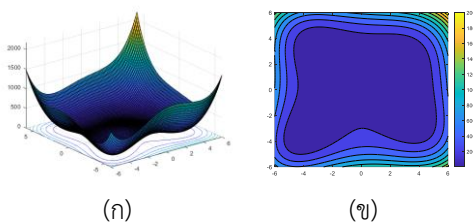
$$\text{or } x_i^* = (-2.805118, 3.283186)$$

$$\text{or } x_i^* = (-3.779310, -3.283186)$$

$$\text{or } x_i^* = (3.584458, -1.848126) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-6, 6] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Himmelblau function แสดงดังภาพที่ 12 (ก) และ 12 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 12 Himmelblau function

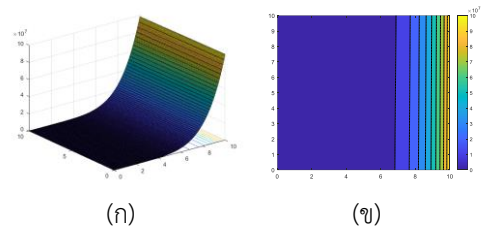
2.3.12 Leon function ดังสมการที่ (20) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^3)^2 + (1 - x_1)^2 \quad (20)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (1, 1) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-0, 10] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Leon function แสดงดังภาพที่ 13 (ก) และ 13 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 13 Leon function

2.3.13 Levy No.13 function ดังสมการที่ (21) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

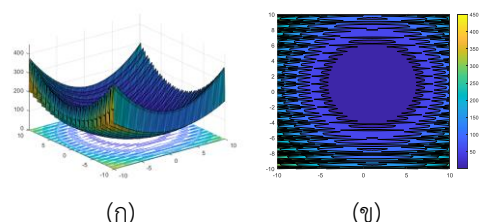
$$f(x_1, x_2) = \sin^2(3\pi x_1) + (x_1 - 1)^2 \quad (21)$$

$$(1 + \sin^2(3\pi x_2)) + (x_2 - 1)^2 (1 + \sin^2(2\pi x_1))$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (1, 1) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-10, 10] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Levy No.13 function แสดงดังภาพที่ 14 (ก) และ 14 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 14 Levy No.13 function

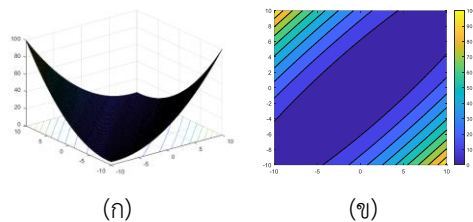
2.3.14 Matyas function ดังสมการที่ (22) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = 0.26(x_1^2 + x_2^2) - 0.48x_1x_2 \quad (22)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (0, 0) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-10, 10] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Matyas function แสดงดังภาพที่ 15 (ก) และ 15 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 15 Matyas function

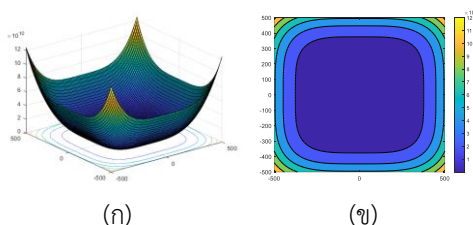
2.3.15 Qing function ดังสมการที่ (23)
ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^2 (x_i^2 - i)^2 \quad (23)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = 0, \text{ at } x_i^* = (\sqrt{\pm i}, \sqrt{\pm i}) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-500, 500] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Qing function แสดงดังภาพที่ 16 (ก) และ 16 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 16 Qing function

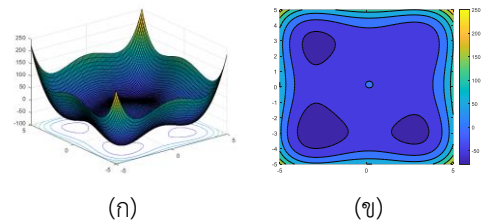
2.3.16 Styblinski-tank function ดังสมการที่ (24) ค่าต่ำสุดวงกว้าง ขอบเขตบน และ ขอบเขตล่าง คือ

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i) \quad (24)$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = -39.16559(2), \text{ at } x_i^* = (-2.903534, 2.903534) \text{ for } i = 1, 2$$

$$x_i \in [-5, 5] \text{ for } i = 1, 2$$

ผิว และ เส้นชั้นความสูง ของ Styblinski-tank function แสดงดังภาพที่ 17 (ก) และ 17 (ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 17 Styblinski-tank function

2.4 จำนวนรอบในการทำซ้ำ (Replication) [2]

ในงานวิจัยนี้กำหนดจำนวนรอบในการทำซ้ำแต่ละสถานการณ์ (R) 100 รอบ โดยในแต่ละรอบกำหนดค่าปริยายของเวลาสูงสุด (Max time) ในแต่ละวิธีการค้นหาคำตอบเท่ากับ 5,000 วินาที หรือประมาณ 83.33 นาที ดังที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.2

2.5 วิธีการตัดสินใจ (Decision method) [2]

2.5.1 อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบ (Success rate: SR) ที่มีค่ามากที่สุดเป็นตัวกำหนดวิธีการค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพมาก

ที่สุด โดยมีสูตรดังสมการที่ (25) และ (26) อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบ คือ

$$SR_k = \frac{S}{R} \times 100, \quad k = \text{GRG, EV, WOA} \quad (25)$$

เมื่อ S คือ จำนวนครั้งที่หาค่าต่ำสุดวงกว้าง โดย ถ้าค่า $e = |f(x_1^*, x_2^*) - f(x_1, x_2)|$ ที่ $e \leq 10^{-5}$ ถือว่าการหาค่าเหมาะที่สุดครั้งนั้น มีค่าต่ำที่สุดโดยรวม R คือ จำนวนรอบของการทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์ กำหนด $R = 100$

$$SR_{\max} = \text{Max}(SR_{\text{GRG}}, SR_{\text{EV}}, SR_{\text{WOA}}) \quad (26)$$

เมื่อ $SR_{\max}$ คือ วิธีการที่ดีที่สุดในการหาคำตอบ
2.5.2 ค่าความคาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean absolute error: MAE) โดยมีสูตรดังสมการที่ (27) และ วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะเป็นค่าต่ำสุดของ MAE ของแต่ละวิธี ดังสมการที่ (28)

$$MAE_k = \sum_{i=1}^R \frac{|f(x_1, x_2)_i - f(x_1^*, x_2^*)|}{R}, \quad k = \text{GRG, EV, WOA} \quad (27)$$

เมื่อ $f(x_1, x_2)_i$ คือ ค่าที่ต่ำที่สุดรอบที่ i , $i = 1, 2, 3, \dots, R$
 $f(x_1^*, x_2^*)$ คือ ค่าต่ำสุดวงกว้าง

$$MAE_{\min} = \text{Min}(MAE_{\text{GRG}}, MAE_{\text{EV}}, MAE_{\text{WOA}}) \quad (28)$$

เมื่อ $MAE_{\min}$ คือ วิธีการที่ดีที่สุดในการหาคำตอบ

2.5.3 ค่าความคาดเคลื่อนสัมบูรณ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation absolute error: SAE) โดยมีสูตรดังสมการที่ (29)

$$SAE_k = \sqrt{\sum_{i=1}^R \frac{(f(x_1, x_2)_i - MAE_k)^2}{R}}, \quad k = \text{GRG, EV, WOA} \quad (29)$$

เมื่อ $f(x_1, x_2)_i$ คือ ค่าที่ต่ำที่สุดรอบที่ i , $i = 1, 2, 3, \dots, R$

MAE_k คือ ค่าความคาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย $k = \text{GRG, EV, WOA}$ และ วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะพิจารณาจากวิธีที่ให้ $SR_{\max}$ มากที่สุดและมีค่า $SAE_{\min}$ ต่ำสุด เนื่องจากการมีอัตราความสำเร็จที่สูงและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานน้อยนั้นแสดงว่าวิธีการหาคำตอบวิธีการนั้นเป็นวิธีการที่แกร่ง (Robust) หรืออาจจะกล่าวได้ว่าเป็นวิธีการที่ทั้งแม่นยำ (Accuracy) และ เทียงตรง (Precision) ต่อคำตอบค่า $SAE_{\min}$ ต่ำสุด ดังสมการที่ (30)

$$SAE_{\min} = \text{Min}(SAE_{\text{GRG}}, SAE_{\text{EV}}, SAE_{\text{WOA}}) \quad (30)$$

เมื่อ $SR_{\max}$ และ $SAE_{\min}$ คือ วิธีการที่ดีที่สุดในการหาคำตอบ

2.5.4 เวลาเฉลี่ย (Average time: AT) คือเวลาเฉลี่ยในการหาคำตอบแต่ละรอบ โดยมีสูตรดังสมการที่ (31)

$$AT_k = \frac{\sum_{i=1}^R T_i}{R}, \quad k = \text{GRG, EV, WOA} \quad (31)$$

วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะเป็นค่าต่ำสุดของ AT ดังสมการที่ (32)

$$AT_{\min} = \text{Min}(AT_{\text{GRG}}, AT_{\text{EV}}, AT_{\text{WOA}}) \quad (32)$$

เมื่อ $AT_{\min}$ คือ วิธีการที่ดีที่สุดในการหาคำตอบ

2.6 เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการประมวลผล

CPU and mainboard: Corei5-9400
2.9 GHz
RAM: DDR4 (2400) 8 GB
Hard disk: NVMe SSD 240 GB

3. ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ในการวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบผลการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้ฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ จำนวน 16 ฟังก์ชัน ด้วยวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด WOA และโซลเวอร์วิธีการ GRG และ EV ได้ผลการวิจัยดังนี้

3.1 อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบที่มีค่ามากที่สุด

จากตารางที่ 1 วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด WOA เป็นวิธีที่ให้ค่า SR ที่ดีที่สุด โดย SR มากที่สุดจำนวน 16 ฟังก์ชัน อันดับสองเป็นวิธี EV ให้ค่า SR จำนวน 12 ฟังก์ชัน และอันดับสุดท้ายเป็นวิธี GRG ให้ค่า SR จำนวน 7 ฟังก์ชันต่ำสุดของ MAE ของแต่ละวิธี จากตารางที่ 2 วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ให้ค่า MAE ที่ดีที่สุด คือ วิธี WOA ค่า MAE ต่ำที่สุดจำนวน 10 ฟังก์ชัน อันดับสองเป็นวิธี GRG ให้ค่า MAE ต่ำที่สุดจำนวน 3 ฟังก์ชัน คือ Adjiman, Bird และ Brent และวิธี EV ให้ค่า MAE ต่ำที่สุดจำนวน 3 ฟังก์ชัน คือ Himmelblau, Levi N. 13 และ Styblinski-Tank

3.2 ค่าความคาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยที่มีค่าต่ำที่สุด

ใช้ค่าความคาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยที่มีค่าต่ำที่สุด โดยวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะเป็นค่า

3.3 อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบที่มีค่ามากที่สุดและค่าความคาดเคลื่อนสัมบูรณ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่มีค่าต่ำที่สุด

วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะพิจารณาจากวิธีที่ให้ SR มากที่สุดและมีค่า SAE ค่าต่ำสุดจากตารางที่ 3 วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ให้ค่า SAE ที่ดีที่สุด คือ วิธี WOA โดยที่ วิธี WOA ให้ค่า SAE ต่ำที่สุดจำนวน 11 ฟังก์ชัน วิธี EV ให้ค่า SAE ต่ำที่สุดจำนวน 4 ฟังก์ชัน และวิธี GRG ให้ค่า SAE ต่ำที่สุดจำนวน 1 ฟังก์ชัน เมื่อพิจารณาร่วมกับค่า SR พบว่าวิธีที่ให้ค่า SR มากที่สุดและมีค่า SAE ต่ำที่สุด คือ วิธี WOA จำนวน 11 ฟังก์ชัน วิธี EV จำนวน 4 ฟังก์ชัน และ วิธี GRG มีเพียง 1 ฟังก์ชันที่ให้ค่า SR มากที่สุดและมีค่า SAE ต่ำที่สุด คือฟังก์ชัน Brent

ตารางที่ 1 ค่า SR ของวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

No	Function	GRG	EV	WOA
1	Ackley N. 2	7	53	100
2	Adjiman	100	100	100
3	Bartels conn	38	100	100
4	Bird	100	100	100
5	Bohachevsky	52	100	100
6	Brent	100	100	100
7	Drop-wave	2	100	100
8	Easom	15	2	100
9	Egg crate	98	100	100
10	Exponential	100	100	100
11	Himmelblau	100	100	100
12	Leon	97	43	100
13	Levi N. 13	15	100	100
14	Matyas	100	100	100
15	Qing	19	97	100
16	Styblinski-	100	100	100

หมายเหตุ: 100 เป็นวิธีที่ดีที่สุด

ตารางที่ 2 ค่า *MAE* ของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

No	Function	GRG	EV	WOA
1	Ackley N.	7.0351E-	2.0509E-	0
2	Adjiman	2.2754E-	1.5983E-	3.216
3	Bartels	7.5882E-	1.6316E-	0
4	Bird	1.2252E-	1.4481E-	2.510
5	Bohache	0.11304	6.5871E-	0
6	Brent	4.7416E-	1.1262E-	5.294
7	Drop-	0.17524	3.4105E-	0
8	Easom	0.84999	0.97999	3.223
9	Egg crate	0.18976	2.2423E-	0
1	Exponent	1.0864E-	3.5295E-	0
1	Himmelb	6.6298E-	3.989E-	1.267
1	Leon	2.9248E-	0.18280	7.323
1	Levi N.	1.08154	7.2043E-	1.537
1	Matyas	3.3083E-	1.8879E-	0
1	Qing	0.42248	0.00985	1.186
1	Styblinski	1.2824E-	1.2427E-	9.138

หมายเหตุ: เป็นวิธีที่ดีที่สุด

ตารางที่ 3 ค่า *SAE* ของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

No	Function	GRG	EV	WOA
1	Ackley	4.4816E	2.9309E	0
2	Adjiman	7.6222E	9.6623E	1.971
3	Bartels	0.00028	3.0991E	0
4	Bird	4.5282E	2.9678E	5.972
5	Bohache	0.12419	8.7998E	0
6	Brent	1.8176E	1.8887E	9.115
7	Drop-	0.12454	4.9925E	0
8	Easom	0.35706	0.13999	7.695
9	Egg crate	1.32834	3.3594E	0
1	Exponen	1.3235E	6.0538E	0
1	Himmel	9.4189E	5.6176E	6.885
1	Leon	1.8766E	0.36314	1.969
1	Levi N.	1.48022	9.0444E	2.753
1	Matyas	5.6585E	2.4816E	0
1	Qing	0.85966	0.09800	3.830
1	Styblinsk	9.4589E	2.0452E	2.011

หมายเหตุ: เป็นวิธีให้ค่า *SAE* ต่ำสุด

ตารางที่ 4 ค่า *AT* (หน่วย: วินาที) ของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเกณฑ์เปรียบเทียบสมรรถนะ

No	Function	GRG	EV	WOA
1	Ackley N. 2	0.42	57.51	6.95
2	Adjiman	0.17	12.56	7.03
3	Bartels conn	0.23	51.35	6.98
4	Bird	0.43	48.74	7.01
5	Bohachevsky	0.27	48.14	7.48
6	Brent	0.25	48.70	7.11
7	Drop-wave	0.44	40.37	7.06
8	Easom	1.22	1.54	7.57
9	Egg crate	1.63	47.66	7.03
10	Exponential	0.34	38.77	7.01
11	Himmelblau	0.37	48.13	7.10
12	Leon	0.76	16.88	7.05
13	Levi N. 13	0.42	38.83	7.87
14	Matyas	0.40	38.90	7.00
15	Qing	0.37	38.43	7.12
16	Styblinski-	0.59	39.09	7.16

หมายเหตุ: เป็นวิธีที่ดีที่สุด

3.4 เวลาเฉลี่ยที่มีค่าต่ำที่สุด

วิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดที่จะพิจารณาเวลาเฉลี่ยในการคำนวณหาค่าตอบที่ต่ำสุด จากตารางที่ 4 แสดงให้เห็นว่าวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดที่ให้ค่า *AT* ที่ดีที่สุด (หน่วย: วินาที) คือ วิธี GRG โดยที่ วิธี GRG ให้ค่า *AT* ต่ำที่สุดทุกฟังก์ชัน มีเวลาเฉลี่ยในการหาค่าตอบเพียง 0.52 วินาที อันดับสองคือวิธี WOA เวลาเฉลี่ยในการหาค่าตอบเพียง 7.16 วินาที และอันดับสุดท้ายเป็นวิธี EV เวลาเฉลี่ยในการหาค่าตอบเพียง 38.48 วินาที ซึ่งผลสรุปนี้สอดคล้องกับงานวิจัย Minsan และ Minsan [2] และ Min [3] ที่กล่าวว่าวิธี GRG เป็นวิธีที่สามารถหาค่าตอบได้อย่างรวดเร็ว

4. สรุปผลการวิจัย

วิธีการหาค่าเหมาะที่สุด WOA เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในงานวิจัยนี้ โดยเอาชนะวิธี GRG และ EV ที่มีอยู่ในโซลเวอร์ ของ Excel เวอร์ชัน 2019 คือ WOA เป็นวิธีที่มีอัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบมากที่สุดและยังเป็นวิธีการที่แข็งแกร่งเนื่องจากการมีอัตราความสำเร็จที่สูงและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่น้อยกว่า และยังให้ค่าความคาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยที่ต่ำที่สุด เนื่องจากวิธี WOA เป็นวิธีการค้นหาแบบความฉลาดแบบกลุ่ม (Swarm intelligence) ที่จำนวนตัวแทน (Agent) ที่กำหนดโดยในที่นี้คือจำนวนวานั้นจะช่วยกันค้นหาคำตอบทั้งในพื้นที่กว้างของคำตอบที่เป็นไปได้และค่อย ๆ รวมตัวกันค้นหาในพื้นที่วงแคบเมื่อกลุ่มตัดสินใจแล้วว่าพื้นที่แถวนั้นเป็นเป้าหมาย ทำให้การค้นหาคำตอบมีประสิทธิภาพและเป็นวิธีการที่นิยมศึกษาและนำมาใช้ประโยชน์ในปัจจุบัน จึงสรุปจากผลการวิจัยได้ว่าการนำ WOA มาพัฒนามาเป็น VBA เพื่อใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเป็นวิธีการที่ดี เป็นทางเลือกหนึ่งที่เหมาะสมสำหรับผู้ใช้งาน Excel อย่างไรก็ตาม WOA ยังมีเวลาในการค้นหาคำตอบมากกว่า GRG ทั้งนี้เวลาในการค้นหาคำตอบนั้นมีปัจจัยที่เกี่ยวข้อง 2 ปัจจัยคือ ขั้นตอนวิธีของ WOA เองที่ทำให้การค้นหาคำตอบใช้เวลามาก เช่นการกำหนดจำนวนตัวแทน (หรือจำนวนวาท) ที่อาจจะยังปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมเพิ่มขึ้นได้ เป็นต้น หรือ การเขียนคำสั่ง (Code) ใน VBA เองยังมีจุดที่สามารถลดเวลาลงได้อีก นั่นหมายถึงผู้ที่สนใจวิธี WOA ไปพัฒนาต่อบน VBA อาจจะต้องศึกษาการเขียนโปรแกรม VBA เชิงลึกเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพ WOA ต่อไป

5. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

6. อ้างอิง

- [1] พิศาล สีนวล. การใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์สำหรับแก้ปัญหาจัดสรรทรัพยากรเพื่อลดเวลาในการวางแผนการผลิต [วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต]. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์; 2559.
- [2] Minsan P, Minsan W. Comparing methods of optimization in solver of Microsoft Excel 2007 and 2019. UTK Research Journal. 2019;13(2):144-61.
- [3] Minsan P. Comparing Methods of Optimization in Solver of Microsoft Excel 2007 and 2019: A Case Study of Statistical Models. The Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok. 2021;31(2):496-511.
- [4] Mirjalili S, Lewis A. The Whale Optimization Algorithm. Adv Eng Software. 2016;95:51-67.
- [5] ดร.ณภพ ยอดเพชร. อภิรัฐ ศิริธราธิวัตร, รองฤทธิ์ ฉัตรถาวร และคณะ. การจัดเรียงรูปแบบโครงข่ายไฟฟ้าที่เหมาะสมเพื่อลดกำลังไฟฟ้าสูญเสียด้วยวิธีจำลองการล่าเหยื่อของวาฬ. งานประชุมวิชาการ และนวัตกรรม กฟภ. ปี 2561; วันที่ 24-25 กันยายน 2561; ณ ศูนย์ประชุมวายุภักษ์ ศูนย์ราชการเฉลิมพระเกียรติ แจ้งวัฒนะ; 2561. น. 75-80.

- [6] Karaboga D. An Idea Based on Honey Bee Swarm for Numerical Optimization. Technical Report-TR06, Engineering Faculty Computer Engineering Department Kayseri/Türkiye, Erciyes University. 2005.
- [7] เดชา พงดาวเรือง, สุภาภรณ์ สุวรรณรังษี. การประยุกต์ขั้นตอนวิธีการผสมเกสรดอกไม้เพื่อแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดไม่เชิงเส้นแบบเฟ้นสุ่ม. การประชุมวิชาการข่ายงานวิศวกรรมอุตสาหกรรม ประจำปี พ.ศ. 2560; วันที่ 12-15 กรกฎาคม 2560; ณ โรงแรมดิเอ็มเพรส เชียงใหม่; 2560. น. 1077-83.
- [8] Indusmic Private Limited [Internet] . Benchmark function; 2021 [cited 2021 July 1]. Available form: <https://www.indusmic.com/blog/categories/benchmark-function>.
- [9] Global Optimization Benchmarks and AMPGO [Internet]. Test functions index; 2021 [cited 2021 July 1]. Available form: http://infinity77.net/global_optimization/test_functions.html#test-functions-index.
- [10] Mazhar Ansari Ardeh [Internet] . BenchmarkFcns; 2021 [cited 2021 July 1] . Available form: <https://github.com/mazhar-ansari-ardeh/BenchmarkFcns/tree/master/benchmarks>.