

การประยุกต์การแจกแจงอค์สองพารามิเตอร์สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่าง
เพื่อการยอมรับ
Application of Two-Parameter Akash distribution for Acceptance
Sampling Plan

กิตติพงษ์ กลิ่นจันทร์^{1,*} กนิษฐา ยี่มณฑล¹ รุ่งสฤษฎ์ อินทรโม²
Kittipong Klinjan^{1*}, Kanittha Yimnak², Rungsarit Intaramo²

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี จังหวัดปทุมธานี

²สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ จังหวัดพัทลุง

^{1,*}Department of Applied Statistics, Faculty of Science and Technology,
Rajamangala University of Technology Thanyaburi, Pathum Thani, Thailand

²Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, Thaksin University, Phatthalung, Thailand

Corresponding Author: Tel: 0 2549 4137-8, E-mail: kittipong_k@rmutt.ac.th

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้นำเสนอการพัฒนาแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับภายใต้การแจกแจงอค์สองพารามิเตอร์และการทดสอบอายุการใช้งานที่กำหนด โดยนำเสนอการคำนวณขนาดตัวอย่างต่ำสุดสำหรับการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้า ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการ ค่าความเสี่ยงของผู้ผลิตสำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนาขึ้น การประยุกต์กับข้อมูลจริง พร้อมเปรียบเทียบแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับที่พัฒนาขึ้นกับแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับภายใต้การแจกแจงอค์พารามิเตอร์เดียว ผลการศึกษาพบว่าแผนการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนาขึ้นมานั้นมีประสิทธิภาพในการตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธล็อตสินค้า

คำหลัก : แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ การแจกแจงอค์สองพารามิเตอร์ ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการ

ABSTRACT

In this study, an acceptance sampling plan (ASP) is proposed under a two-parameter Akash distribution and truncated life test. The research represents the minimum sample sizes for the lifetime testing, operating characteristic function, producer's risk for the developed sampling plan and the application for a real data set. In addition, the developed method is

compared with an ASP based on one-parameter Akash distribution. The results showed that the proposed ASP is effective in deciding whether to accept or reject the product lot.

Keywords : Acceptance sampling plan, Two-parameters Akash distribution, Operating characteristic function

1. บทนำ

แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ (Acceptance sampling plan หรือ ASP) เป็นกระบวนการทางสถิติในการตรวจสอบคุณภาพของผลิตภัณฑ์หรือสินค้า เพื่อเป็นข้อมูลในการตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธของผลิตภัณฑ์หรือสินค้าก่อนส่งมอบสินค้าให้กับลูกค้าหรือผู้บริโภค แผนการสุ่มตัวอย่างเป็นการตรวจสอบคุณภาพสินค้าโดยการสุ่มตัวอย่างของสินค้าเพียงบางส่วนเพื่อเป็นตัวแทนของสินค้าทั้งหมด เนื่องจากสินค้าบางชนิดไม่สามารถตรวจสอบคุณภาพของสินค้าทุก ๆ ชิ้นได้ ขนาดตัวอย่างของสินค้าที่สุ่มมาควรมีขนาดตัวอย่างที่เหมาะสม กล่าวคือ ไม่มากหรือน้อยเกินไป สินค้าบางชิ้นที่เป็นสินค้าที่ไม่มีมาตรฐานหรือไม่มีคุณภาพอาจจะปะปนไปในล็อตสินค้าเมื่อลูกค้าทำการตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธสินค้านั้น ๆ ซึ่งสามารถแบ่งความเสี่ยงออกได้เป็นสองชนิดได้แก่ ความเสี่ยงของผู้บริโภค คือ ความเสี่ยงที่ลูกค้าจะยอมรับสินค้าทั้งที่ควรจะปฏิเสธสินค้า และ ความเสี่ยงของผู้ผลิต คือ ความเสี่ยงที่ควรจะถูกปฏิเสธสินค้าจากลูกค้าทั้งที่ควรจะยอมรับสินค้า [1] การยอมรับล็อตสินค้า คือ การยอมรับจำนวนของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ในล็อตนั้นที่จะเสื่อมสภาพหรือหมดอายุการใช้งานก่อนเวลาที่กำหนดไว้ โดยกระบวนการดังกล่าวจึงเริ่มจากการคำนวณหาขนาดตัวอย่างน้อยที่สุดสำหรับการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้า ที่จะหมดอายุภายในเวลาที่กำหนดหรือ

ขาดการณ้ไว้ (Truncated lifetime test) ซึ่งแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับจะต้องทำการศึกษาในประเด็นของ จำนวนตัวอย่าง (n) ที่น้อยที่สุดสำหรับ ASP จำนวนสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่เสื่อมคุณภาพก่อนระยะเวลาที่กำหนด (c) ระยะเวลามากที่สุดในการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้า (t) อัตราส่วนของค่า t/μ_0 เมื่อ μ_0 คืออายุการใช้งานเฉลี่ยของผลิตภัณฑ์ที่กำหนดไว้ ASP ภายใต้ การตัดปลายของอายุการใช้งานของสินค้ามีการพัฒนาอย่างแพร่หลาย เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของกระบวนการในการตรวจสอบคุณภาพสินค้า ตัวอย่างเช่น Sobel และ Tischendorf [2] พัฒนา ASP ภายใต้การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential distribution) Kantam และคณะ[3] พัฒนา ASP ภายใต้การแจกแจงล็อก-โลจิสติก (Log-logistic model) Al-Omari และคณะ [4] พัฒนา ASP ภายใต้การแจกแจงอค์ซพารามิเตอร์เดียว (One-parameter Akash distribution หรือ OAD) สำหรับการแจกแจงอค์ซพารามิเตอร์เดี่ยวนำเสนอครั้งแรกโดย Shanker [5] ต่อมา Shanker และ Shukla [6] ได้พัฒนาการแจกแจง อค์ซสองพารามิเตอร์ (Two-parameters Akash distribution; TAD) ซึ่งการแจกแจงดังกล่าวมีลักษณะยืดหยุ่นและมีรูปร่างที่หลากหลายใกล้เคียงกับข้อมูลจริงเพิ่มขึ้นเนื่องจากการเพิ่มจำนวนพารามิเตอร์ งานวิจัยในครั้งนี้จึงนำเสนอ ASP ภายใต้การแจกแจง TAD และสมบัติทางสถิติบางประการ การดำเนินการศึกษาจะ

ทำการคำนวณขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด สำหรับ ASP ภายใต้ TAD ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการ (Operating characteristic function : OCF) ความเสี่ยงของผู้ผลิต (Producer's risk) การประยุกต์ ASP ที่พัฒนาขึ้นกับข้อมูลจริง และการสรุปผลการศึกษา

2. ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

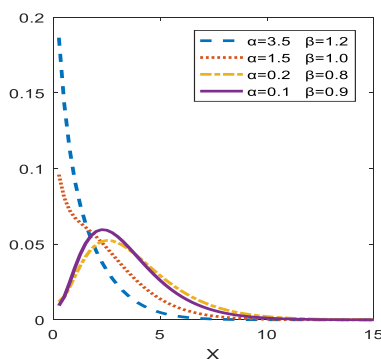
2.1 การแจกแจงอค์สองพารามิเตอร์

(Two-parameters Akash distribution : TAD)

Shanker และ Shukla [6] เสนอ TAD โดยกำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มและมีการแจกแจงแบบ TAD ด้วยค่าพารามิเตอร์ α และ β ($X \sim TAD(\alpha, \beta)$) ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (Probability density function: PDF) และฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสม (Cumulative distribution function: CDF) แสดงดังสมการที่ (1) และ (2) ตามลำดับ

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^3}{\alpha\beta^2 + 2} (\alpha + x^2) e^{-\beta x} \quad (1)$$

$$F(x; \alpha, \beta) = 1 - \left[1 + \frac{\beta x(\beta x + 2)}{\alpha\beta^2 + 2} \right] e^{-\beta x} \quad (2)$$



เมื่อ $x > 0$ และ $\alpha, \beta > 0$ ฟังก์ชันการรอดชีพ (Survival function : $S(x)$) และฟังก์ชันพิบัติ (Hazard function : $H(x)$) ของ TAD แสดงดังสมการที่ (3) และ (4) ตามลำดับ

$$S(x) = \left[1 + \frac{\beta x(\beta x + 2)}{\alpha\beta^2 + 2} \right] e^{-\beta x} \quad (3)$$

$$H(x) = \frac{\beta^3(\alpha + x^2)}{\beta x(\beta x + 2) + (\alpha\beta^2 + 2)} \quad (4)$$

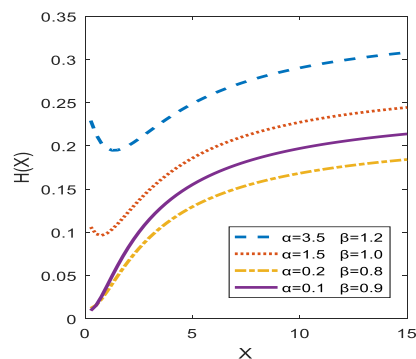
เมื่อ $x > 0$ และ $\alpha, \beta > 0$ กราฟแสดงลักษณะของ PDF และ $H(x)$ แสดงดังภาพที่ 1 โมเมนต์รอบที่ r ของ TAD แสดงดังสมการที่ (5)

$$E(x^r) = \int_0^\infty x^r \frac{\beta^3}{\alpha\beta^2 + 2} (\alpha + x^2) e^{-\beta x} dx$$

$$E(x^r) = \frac{r! \{ \alpha\beta^2 + (r+1)(r+2) \}}{\beta^r (\alpha\beta^2 + 2)} ; r = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

ค่าเฉลี่ย (Mean) ของการแจกแจงดังกล่าวแสดงดังสมการที่ (6)

$$E(x) = \frac{\{ \alpha\beta^2 + 6 \}}{\beta (\alpha\beta^2 + 2)} \quad (6)$$



ภาพที่ 1 PDF และ $H(x)$ ของ TAD เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ α และ β ที่แตกต่างกัน

2.2 แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับภายใต้การแจกแจงอค์สองพารามิเตอร์

กำหนดให้อายุการใช้งาน (Lifetime) ของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์มีการแจกแจงแบบ TAD ดังสมการที่ (1) และกำหนดตัวแปรและสัญลักษณ์ดังนี้

t คือ ระยะเวลามากที่สุดในการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้า

t_0 คือ ระยะเวลาในการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้าที่คาดการณ์ไว้

c คือ จำนวนสินค้าที่เสื่อมสภาพการใช้งานก่อนกำหนด

μ คือ อายุการใช้งานเฉลี่ยของสินค้าที่แท้จริง

μ_0 คือ อายุการใช้งานเฉลี่ยของสินค้าที่คาดการณ์ไว้

ให้การทดสอบอายุการใช้งานของสินค้าและผลิตภัณฑ์จะหมดอายุการใช้งาน ณ เวลา t_0 เมื่ออายุการใช้งานของผลิตภัณฑ์มีค่าอยู่ในช่วง $[0, t]$ ลอทสินค้าที่จะนำมาทดสอบจะได้รับการยอมรับหากจำนวนสินค้าที่เสื่อมสภาพการใช้งานก่อน

กำหนดมีจำนวนไม่เกินไปกว่าจำนวนที่กำหนด (c) ภายใต้สมมติฐานว่า ลอทสินค้ามีขนาดใหญ่ กำหนดให้ ASP จะใช้ภายใต้การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบทวินาม หากกำหนดให้ $1 - P^*$ เป็นความเสี่ยงที่ลูกค้าหรือผู้ซื้อจะได้รับลอทสินค้าที่เป็นของเสียภายใต้สมมติฐาน $\mu < \mu_0$ กล่าวคืออายุเฉลี่ยของสินค้าที่แท้จริง (μ) มีค่าไม่เกินอายุการใช้งานที่กำหนด (μ_0) ซึ่งความน่าจะเป็นดังกล่าวจะน้อยกว่า $1 - P^*$ การทดสอบสมมติฐานดังกล่าว จำเป็นต้องคำนวณหาขนาดตัวอย่าง (n) ที่น้อยที่สุด ที่เหมาะสม ซึ่งการคำนวณหาขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมดังสมการที่ (7)

$$\sum_{i=0}^c \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \leq 1 - P^* \quad (7)$$

เมื่อ c คือ จำนวนผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดก่อนกำหนด โดยที่ $P^* \in (0,1)$ และ $p = F(t; \mu_0)$ คือ ความน่าจะเป็นที่สินค้าหรือผลิตภัณฑ์จะชำรุดภายในเวลา t ซึ่งจะสัมพันธ์กับอัตราส่วน t / μ_0 ค่าของ p แสดงดังสมการที่ (8)

$$p = 1 - \left[1 + \frac{\beta \left(\frac{\alpha\beta^2 + 6}{\beta(\alpha\beta^2 + 2)} \right) \left(\frac{d}{\mu / \mu_0} \right) \left(\beta \left(\frac{\alpha\beta^2 + 6}{\beta(\alpha\beta^2 + 2)} \right) \left(\frac{d}{\mu / \mu_0} \right) + 2 \right)}{\alpha\beta^2 + 2} \right] e^{-\beta \left(\frac{\alpha\beta^2 + 6}{\beta(\alpha\beta^2 + 2)} \right) \left(\frac{d}{\mu / \mu_0} \right)} \quad (8)$$

เมื่อกำหนดให้ $\mu_0 = \frac{\{\alpha_0\beta_0^2 + 6\}}{\beta_0(\alpha_0\beta_0^2 + 2)}$ หากผลิตภัณฑ์ชำรุด ภายในเวลา t มีจำนวนไม่เกิน c หรืออาจกล่าวได้ว่า $F(t; \mu) < F(t; \mu_0)$

การคำนวณหาขนาดตัวอย่างที่มีขนาดน้อยที่สุดเพื่อการยอมรับภายใต้สมการที่ (7) คำนวณโดยกำหนด $t / \mu_0 = 0.628, 0.942, 1.257, 1.571, 2.356, 3.141, 3.927, 4.712$ และ $P^* = 0.75, 0.90, 0.95$

และ 0.99 ตามลำดับ ค่าของ t/μ_0 และ P^* กำหนดโดยการอ้างอิงจาก Al-Nasser และ Al-Omari [7] Baklizi และ Masri [8] แล Kantam, Rosaiah และ Rao [3] สำหรับฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการ (Operating characteristic function) ของ ASP $(n, c, t/\mu_0)$ หรือความน่าจะเป็นในการยอมรับล็อตสินค้า เมื่อ μ/μ_0 ดังสมการที่ (9)

$$OC(p) = P(\text{Accepting a lot} | \mu < \mu_0) = \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (9)$$

เมื่อ $p = F(t_0; \mu)$ ส่วนความเสี่ยงของผู้ผลิต หรือ ความเสี่ยงที่ควรจะถูกปฏิเสธสินค้าจากลูกค้าทั้งที่ควรจะยอมรับสินค้า $\mu > \mu_0$ ดังสมการที่ (10)

$$p = 1 - \left[1 + \frac{\beta \left(\frac{\alpha\beta^2 + 6}{\beta(\alpha\beta^2 + 2)} \left(\frac{d}{\mu/\mu_0} \right) \right) \left(\beta \left(\frac{\alpha\beta^2 + 6}{\beta(\alpha\beta^2 + 2)} \left(\frac{d}{\mu/\mu_0} \right) \right) + 2 \right)}{\alpha\beta^2 + 2} \right] e^{-\beta \left(\frac{\alpha\beta^2 + 6}{\beta(\alpha\beta^2 + 2)} \left(\frac{d}{\mu/\mu_0} \right) \right)} \quad (12)$$

หากกำหนดให้ λ คือ ค่าความเสี่ยงของผู้ผลิตภายใต้แผนการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนาขึ้น ค่าของ μ/μ_0 คือ อัตราส่วนน้อยที่สุดที่จะยืนยันได้ว่าค่าเสี่ยงของผู้ผลิตมีค่าไม่เกิน λ เมื่อ λ คือ จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่ทำให้ค่า

$$p = F\left(\frac{t}{\mu_0} \frac{\mu_0}{\mu}\right) \text{ สอดคล้องกับสมการที่ (13)}$$

$$PR = P(\text{Reject a lot}) = \sum_{i=c+1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (10)$$

เนื่องจาก $p = F\left(\frac{t}{\mu_0} \frac{\mu_0}{\mu}\right)$ คือ ฟังก์ชันของ μ/μ_0 ซึ่ง μ/μ_0 คือ จำนวนบวกน้อยที่สุดที่จะทำให้ p มีความสัมพันธ์ตามสมการที่ (11)

$$\sum_{i=c+1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \leq \mathfrak{R} \quad (11)$$

เมื่อ \mathfrak{R} คือ ค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต และ p แสดงดังสมการที่ (12)

$$\sum_{i=c+1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \leq \lambda \quad (13)$$

3. วิธีการดำเนินการวิจัย

3.1 ศึกษาประสิทธิภาพของแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับโดยการกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงเป็นแบบ TAD เมื่อกำหนดพารามิเตอร์ในการศึกษาครั้งนี้ คือ $\alpha = 3.5$ และ $\beta = 1.2$

3.1.1) คำนวณค่าขนาดตัวอย่างที่เหมาะสม
เมื่อกำหนด $t/\mu_0 = 0.628, 0.942, 1.257, 1.571,$
 $2.356, 3.141, 3.927, 4.712$ และ $P^* = 0.75, 0.90,$
 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ

3.1.2) คำนวณค่าฟังก์ชันลักษณะเฉพาะ
ปฏิบัติการ ของ ASP $(n, c, t/\mu_0)$ ดังสมการที่ (9)

3.1.3) คำนวณ μ/μ_0 ที่มีค่าน้อยที่สุด
สำหรับการยอมรับลอตสินค้าเมื่อกำหนดค่าความ
เสี่ยงของผู้ผลิต 0.05

3.2) นำแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับที่
พัฒนาได้มาประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

ตารางที่ 1 ขนาดตัวอย่างน้อยที่สุดสำหรับการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้า เมื่อกำหนดค่าความน่าจะเป็น
 P^* จำนวนสินค้าที่เสื่อมสภาพก่อนกำหนด (c) ซึ่งอยู่ภายใต้สมมติฐาน $\mu \geq \mu_0$ และ กำหนด $\alpha = 3.5$ และ
 $\beta = 1.2$ สำหรับ TAD

P^*	c	t/μ_0							
		0.628	0.942	1.257	1.571	2.356	3.141	3.927	4.712
0.75	0	3	2	2	2	1	1	1	1
0.75	1	6	5	4	3	2	2	2	2
0.75	2	9	7	5	5	4	3	3	3
0.75	3	12	9	7	6	5	4	4	4
0.75	4	15	11	9	8	6	6	5	5
0.75	5	17	13	11	9	7	7	6	6
0.9	0	5	3	3	2	2	1	1	1
0.9	1	8	6	5	4	3	3	2	2
0.9	2	12	8	7	6	4	4	3	3
0.9	3	15	11	9	7	6	5	4	4
0.9	4	19	13	11	9	7	6	6	5
0.9	5	21	15	12	11	8	7	7	6
0.95	0	6	4	3	3	2	2	1	1
0.95	1	10	7	6	5	3	3	2	2
0.95	2	14	10	8	6	5	4	4	3
0.95	3	17	12	10	8	6	5	5	4
0.95	4	20	15	12	10	7	6	6	5
0.95	5	23	17	14	11	9	8	7	7
0.99	0	9	6	5	4	3	2	2	1
0.99	1	14	10	7	6	4	3	3	3
0.99	2	18	12	10	8	6	5	4	4
0.99	3	21	15	12	10	7	6	5	5
0.99	4	25	18	15	12	10	7	6	6
0.99	5	28	20	16	13	10	8	8	7

ตารางที่ 2 ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการ (OCF) สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่าง $(n, c = 2, t / \mu_0)$ เมื่อกำหนด $\alpha = 3.5$ และ $\beta = 1.2$ สำหรับ TAD และค่าความน่าจะเป็น P^* ที่แตกต่างกัน

P^*	n	t / μ_0	μ / μ_0					
			2	4	6	8	10	12
0.75	9	0.628	0.6286	0.8945	0.9577	0.9791	0.9882	0.9927
0.75	7	0.942	0.5772	0.8707	0.9462	0.9729	0.9845	0.9903
0.75	5	1.257	0.6671	0.9066	0.9621	0.9811	0.9893	0.9933
0.75	5	1.571	0.5416	0.8535	0.9370	0.9675	0.9811	0.9881
0.75	4	2.356	0.49	0.8319	0.9257	0.9608	0.9769	0.9852
0.75	3	3.141	0.6126	0.891	0.9542	0.9763	0.9862	0.9912
0.75	3	3.927	0.4661	0.8303	0.9255	0.9604	0.9763	0.9847
0.75	3	4.712	0.3384	0.7617	0.8910	0.9406	0.9639	0.9763
0.9	12	0.628	0.4222	0.7944	0.9098	0.9532	0.9728	0.9829
0.9	8	0.942	0.4753	0.8211	0.9222	0.9598	0.9767	0.9853
0.9	7	1.257	0.4007	0.7765	0.8984	0.9461	0.9682	0.9797
0.9	6	1.571	0.3863	0.7677	0.8930	0.9427	0.9659	0.9781
0.9	4	2.356	0.4900	0.8319	0.9257	0.9608	0.9769	0.9852
0.9	4	3.141	0.2976	0.7202	0.8659	0.9257	0.9546	0.9703
0.9	3	3.927	0.4661	0.8303	0.9255	0.9604	0.9763	0.9847
0.9	3	4.712	0.3384	0.7617	0.8910	0.9406	0.9639	0.9763
0.95	14	0.628	0.3108	0.7194	0.8695	0.9303	0.9587	0.9736
0.95	10	0.942	0.3059	0.7114	0.8635	0.9262	0.9559	0.9717
0.95	8	1.257	0.2971	0.7028	0.8574	0.9221	0.9531	0.9697
0.95	6	1.571	0.3863	0.7677	0.8535	0.9427	0.9659	0.9781
0.95	5	2.356	0.2835	0.6994	0.893	0.9186	0.9503	0.9675
0.95	4	3.141	0.2976	0.7202	0.8659	0.9257	0.9546	0.9703
0.95	4	3.927	0.1638	0.6031	0.7959	0.8820	0.9257	0.9502
0.95	3	4.712	0.3384	0.7617	0.891	0.9406	0.9639	0.9763
0.99	18	0.628	0.1569	0.5668	0.7756	0.8726	0.9216	0.9486
0.99	12	0.942	0.1866	0.5983	0.7944	0.8838	0.9286	0.9532
0.99	10	1.257	0.1534	0.5553	0.7638	0.8633	0.9147	0.9435
0.99	8	1.571	0.1757	0.5844	0.7824	0.8749	0.9221	0.9485
0.99	6	2.356	0.1527	0.5647	0.7678	0.8642	0.9143	0.9427
0.99	5	3.141	0.1269	0.5418	0.7526	0.8536	0.9067	0.9370
0.99	4	3.927	0.1638	0.6031	0.7959	0.8820	0.9257	0.9502
0.99	4	4.712	0.0831	0.4900	0.7202	0.8319	0.8913	0.9257

ตารางที่ 3 ค่า μ / μ_0 น้อยที่สุด สำหรับการยอมรับลอคสินค้า เมื่อกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต 0.05 และค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3.5$ และ $\beta = 1.2$ สำหรับ TAD

P^*	c	t / μ_0							
		0.628	0.942	1.257	1.571	2.356	3.141	3.927	4.712
0.75	0	34.5486	34.4529	45.9738	57.4581	42.732	56.97	71.2261	85.4641
0.75	1	8.9621	10.9238	11.2058	9.7671	8.1786	10.9036	13.6321	16.3571
0.75	2	5.5900	6.1929	5.3220	6.6514	7.1863	5.7681	7.2115	8.6531
0.75	3	4.35	4.5577	4.3234	4.2974	4.7694	4.0598	5.0757	6.0903
0.75	4	3.7093	3.7463	3.7821	3.9637	3.6321	4.8423	4.0495	4.859
0.75	5	3.0888	3.2639	3.4399	3.1515	2.9854	3.9801	3.4528	4.1431
0.9	0	57.7096	51.8229	69.1522	57.4581	86.1689	56.97	71.2261	85.4641
0.9	1	12.3149	13.4432	14.5767	14.005	14.6475	19.528	13.6321	16.3571
0.9	2	7.7764	7.2899	8.2638	8.4939	7.1863	9.5807	7.2115	8.6531
0.9	3	5.6584	5.8699	6.0817	5.4034	6.4448	6.3586	5.0757	6.0903
0.9	4	4.9185	4.6558	4.999	4.7269	4.7941	4.8423	6.0541	4.859
0.9	5	4.0003	3.9488	3.8978	4.2992	3.8608	3.9801	4.9761	4.1431
0.95	0	69.2902	69.1935	69.1522	86.4265	86.1689	114.88	71.2261	85.4641
0.95	1	15.6636	15.9589	17.9385	18.218	14.6475	19.528	13.6321	16.3571
0.95	2	9.2322	9.479	9.7276	8.4939	9.975	9.5807	11.9782	8.6531
0.95	3	6.5298	6.5249	6.9578	6.5038	6.4448	6.3586	7.9497	6.0903
0.95	4	5.2206	5.5639	5.6061	5.4881	4.7941	4.8423	6.0541	4.859
0.95	5	4.4558	4.6331	4.8124	4.2992	4.7263	5.1472	4.9761	5.9708
0.99	0	104.032	103.935	115.511	115.396	129.612	114.88	143.627	85.4641
0.99	1	22.3562	23.4955	21.2954	22.4196	21.003	19.528	24.4147	29.2951
0.99	2	12.1418	11.6646	12.6487	12.1575	12.7382	13.2986	11.9782	14.3726
0.99	3	8.2715	8.4876	8.7068	8.6959	8.1034	8.5921	7.9497	9.5389
0.99	4	6.7304	6.9245	7.4244	7.0065	8.2303	6.3915	6.0541	7.2643
0.99	5	5.594	5.6587	5.726	5.4433	5.5878	5.1472	6.4353	5.9708

4. ผลการดำเนินการวิจัยและอภิปรายผล

จากตารางที่ 1 แสดงขนาดตัวอย่างน้อยที่สุด สำหรับการทดสอบ ค่าเฉลี่ยอายุการใช้งาน (μ_0)

ภายใต้การกำหนดความน่าจะเป็นมากกว่าหรือเท่ากับ P^* เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ของ TAD เป็น $\alpha = 3.5$ และ $\beta = 1.2$ ผลการศึกษาสามารถ

อธิบายได้ว่า หากกำหนดอายุการใช้งานของสินค้า หรือผลิตภัณฑ์มากกว่าหรือเท่ากับ 1,000 ชั่วโมง (μ_0) และกำหนดให้การทดสอบอายุการใช้งานของผลิตภัณฑ์จะสิ้นสุดลงที่เวลา $t_0 = 942$ ชั่วโมง

ดังนั้นขนาดตัวอย่างน้อยที่สุดสำหรับการทดสอบดังกล่าว เมื่อกำหนด $P^* = 0.95$ $d = t_0 / \mu_0 = 0.942$ และ $c = 2$ จะเท่ากับ 10 หน่วย หรืออาจกล่าวได้ว่าขนาดตัวอย่าง 10 หน่วยที่สุ่มมาควรจะมีสินค้าที่จะเสื่อมสภาพหรือหมดอายุก่อนกำหนดก่อน 942 ชั่วโมงควรจะไม่เกิน 2 หน่วย ASP ที่พัฒนาขึ้นมาสามารถแสดงให้เห็น

ว่าอายุการใช้งานเฉลี่ยของสินค้าที่แท้จริง (μ) ซึ่งควรจะใช้งานได้อย่างน้อย 1,000 ชั่วโมง เมื่อกำหนดความเชื่อมั่นในการทดสอบ 95% ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการสำหรับ ASP ภายใต้ TAD เมื่อกำหนดค่าความน่าจะเป็น P^* ที่แตกต่างกัน แสดงดังตารางที่ 2 ซึ่งจากตารางที่ 2 อธิบายได้ว่า หากพิจารณาจากค่า $P^* = 0.95$ $c = 2$ $t_0 / \mu_0 = 0.942$ $\mu / \mu_0 = 4$ พบว่ามีค่าฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการเป็น 0.7114

ตารางที่ 4 ค่าฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการ (OCF) ค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต เมื่อกำหนด μ / μ_0 แตกต่างกัน

μ / μ_0	2	4	6	8	10	12
OCF	0.3059	0.7114	0.8635	0.9262	0.9559	0.9717
Producer's risk	0.6941	0.2886	0.1365	0.0738	0.0441	0.0283

หากพิจารณาตารางที่ 4 จะเห็นว่าค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต (Procedure's risk) จะมีค่าลดลงเมื่อ μ / μ_0 มีค่ามากขึ้น ส่วนตารางที่ 3 แสดงค่า μ / μ_0 น้อยที่สุด เมื่อกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต $\alpha = 0.05$ ซึ่งอธิบายได้ว่าหากพิจารณาที่ $P^* = 0.95$ (หรือกำหนดให้ความเสี่ยงของผู้ผลิตเท่ากับ 0.05) $n = 10$ $c = 2$ $d = t / \mu_0 = 0.942$ $\mu / \mu_0 = 9.479$ อธิบายได้ว่า หาก $\mu \geq 9.479 \times (t_0 / 0.942) = 10.063t_0 = 9,479$ ชั่วโมง ลอทสินค้าจะถูกปฏิเสธด้วยความน่าจะเป็นน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.05 หรือสินค้าจะได้รับการยอมรับเมื่อค่าความน่าจะเป็นมากกว่าหรือเท่ากับ 0.7114

ผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับงานวิจัยของ Al-Omari และคณะ [4] ซึ่งพัฒนา ASP ภายใต้การแจกแจง อคัสพาราเมเตอร์เดียว (OAD) กล่าวคือ ถ้า c เพิ่มขึ้นขนาดตัวอย่างน้อยที่สุดสำหรับการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้าก็จะมากขึ้นและถ้าอัตราส่วน t / μ_0 เพิ่มขึ้นก็จะใช้ขนาดตัวอย่างน้อยที่สุดสำหรับการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้าจะลดลงตามลำดับ แต่อย่างไรก็ตาม ขนาดตัวอย่างน้อยที่สุดสำหรับการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้าของ ASP ภายใต้ TAD มีค่าน้อยกว่า ASP ภายใต้ OAD โดยกำหนดเงื่อนไขเดียวกัน (เมื่อค่า c และ t / μ_0 เท่ากัน) แต่หากพิจารณาค่า OCF จะเห็นว่าเมื่อ μ / μ_0 มีค่าเพิ่มขึ้น OCF ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้น

อย่างไรก็ตาม OCF สำหรับ ASP ภายใต้ TAD มีค่าน้อยกว่า ASP ภายใต้ OAD เล็กน้อย

5. การประยุกต์กับข้อมูลจริง

แผนการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนานี้ นำมาประยุกต์กับข้อมูลจริงซึ่งเป็นข้อมูลอายุการใช้งาน (หน่วย: เดือน) ของรถเข็นไฟฟ้าที่ใช้สำหรับการขนส่งสินค้าในโรงงานขนาดใหญ่ จำนวน 20 คัน ดังนี้ 0.9, 1.5, 2.3, 3.2, 3.9, 5, 6.2, 7.5, 8.3, 10.4, 11.1, 12.6, 15, 16.3, 19.3, 22.6, 24.8, 31.5, 38.1, 53 (ข้อมูลอ้างอิงมาจาก [9],[10],[11]) โดยนำข้อมูลดังกล่าวมาประมาณค่าพารามิเตอร์ดังนี้

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation)

ให้ x_1, x_2, \dots, x_n เป็นค่าสังเกตตัวอย่างสุ่มขนาด n จาก TAD ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood function) ของ TAD แสดงดังสมการ (14)

$$L(x|\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{\beta^3}{\alpha\beta^2 + 2} (\alpha + x_i^2) e^{-\beta x_i} \right], \quad (14)$$

ฟังก์ชันล็อกภาวะน่าจะเป็น (Log-likelihood function: $\log(L)$ หรือ LL) ของ TAD เขียนดังสมการที่ (15)

$$LL(x|\alpha, \beta) = n \log \left(\frac{\beta^3}{\alpha\beta^2 + 2} \right) + \sum_{i=1}^n \log(\alpha + x_i^2) - \beta \sum_{i=1}^n x_i \quad (15)$$

ค่าพารามิเตอร์ α และ β สามารถคำนวณได้จาก $\frac{\partial LL}{\partial \alpha} = 0$ และ $\frac{\partial LL}{\partial \beta} = 0$ การหาคำตอบของ

สมการดังกล่าวโดยใช้ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) [12]

การทดสอบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ TAD พิจารณาจากค่า $-Log(L)$, เกณฑ์ข้อสนเทศของอาไคเคะ (Akaike information criterion: AIC) เกณฑ์ข้อมูลของเบย์ (Bayesian information criterion : BIC) และการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สไมร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov :K-S) สูตรการคำนวณแสดงดังสมการ (16), (17) และ (18)

$$AIC = -2 \log(L) + 2p \quad (16)$$

$$BIC = -2 \log(L) + p \log(n) \quad (17)$$

$$K - S = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)| \quad (18)$$

เมื่อ n คือจำนวนตัวอย่าง p คือจำนวนพารามิเตอร์ $F_n(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่าง และ $F_0(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของประชากรที่คาดไว้ ตารางที่ 5 แสดงค่าพารามิเตอร์ของ TAD ที่สอดคล้องกับข้อมูลจริงคือ $\alpha = 235.3651$ และ $\beta = 0.1193$ ด้วยค่า $AIC = 151.3931$ และ $BIC = 153.3845$ ตามลำดับ ค่าสถิติทดสอบ $K-S = 0.0638$ และมีค่า $p\text{-value} = 0.9997$ แสดงว่า TAD มีความสอดคล้องกับข้อมูลจริงเมื่อคำนวณค่าเฉลี่ยของอายุการใช้งานของรถไฟฟ้าขนาดเล็กดังกล่าวมีค่าเท่ากับ

$$\mu = \frac{\{\alpha\beta^2 + 6\}}{\beta(\alpha\beta^2 + 2)} = \frac{(235.3651 \times 0.1193^2 + 6)}{0.1193(235.3651 \times 0.1193^2 + 2)} = 14.6503$$

ตารางที่ 6 แสดง การเปรียบเทียบขนาดตัวอย่างน้อยสุด สำหรับการทดสอบ เมื่อกำหนด $d = t / \mu_0 = 0.628$ และ $P^* = 0.75$ ของ OAD

และ TAD สำหรับอายุการใช้งานของรถไฟฟ้
ขนาดเล็ก พบว่าขนาดตัวอย่างน้อยที่สุดสำหรับ ASP
ภายใต้ TAD คือ เท่ากับ 18 เมื่อ $c = 4$ ซึ่งน้อยกว่า
ASP ภายใต้ OAD ซึ่งใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 เมื่อ
 $c = 4$ กล่าวคือ หากกำหนดค่า $\mu_0 = 14.6503$
จะได้ค่า $t = 9.2004$ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับงานวิจัยของ
Al-Omari และคณะ [4] ที่พัฒนา ASP ภายใต้ OAD
สามารถอธิบายได้ว่า หากค่าของ c หรือ จำนวน
สินค้าที่จะเสื่อมสภาพหรือหมดอายุก่อนเวลา
 $t = 9.2004$ เดือนมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 จะ

สามารถยอมรับลอสสินค้านั้นได้ และอายุการใช้งาน
เฉลี่ยของสินค้าดังกล่าวมีค่าประมาณ 14.65 เดือน
ตารางที่ 7 แสดงค่าฟังก์ชัน OC สำหรับ ASP ภายใต้
OAD และ TAD ส่วนตารางที่ 8 แสดงค่า μ / μ_0
น้อยที่สุด สำหรับการยอมรับลอสสินค้า เมื่อ
กำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต 0.05 $P^* = 0.75$
และ $c = 4$ ของแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ
ภายใต้ OAD และ TAD

ตารางที่ 5 การประมาณค่าพารามิเตอร์ AIC BIC และการทดสอบ K-S ของข้อมูลรถเข็นไฟฟ้า

ค่าพารามิเตอร์	ค่าประมาณพารามิเตอร์	AIC	BIC	K-S (P-value)
α	235.3651	151.3931	153.3845	0.0638 (0.99997)
β	0.1193			

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบขนาดตัวอย่างน้อยที่สุด เมื่อกำหนด $t / \mu_0 = 0.628$ และ $P^* = 0.75$ ของ ASP
ภายใต้ OAD และ TAD ของข้อมูลรถเข็นไฟฟ้า

c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n (OAD, $\beta = 0.2017$) [4]	4	9	13	13	20	24	28	32	35	39	43
n(TAD)	4	8	11	15	18	22	25	29	32	35	39

$\alpha = 235.3651$ $\beta = 0.1193$

ตารางที่ 7 การเปรียบเทียบ OCF ค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต สำหรับ ASP ภายใต้ OAD
($n = 20, c = 4, t / \mu_0 = 0.628$) และ ASP ภายใต้ TAD ($n = 18, c = 4, t / \mu_0 = 0.628$) เมื่อกำหนด
 $P^* = 0.75$ ของข้อมูลรถเข็นไฟฟ้า

μ / μ_0		2	4	6	8	10	12
OAD $\beta = 0.2017$ [4]	OC	0.9828	0.9999	0.99999	0.9999	1.0000	1.0000
	Producer's risk	0.0172	0.0001	0.0001	0.0001	0	0
TAD $\alpha = 235.3651$ $\beta = 0.1193$	OC	0.7845	0.9735	0.9942	0.9982	0.9993	0.9997
	Producer's risk	0.2155	0.0265	0.0058	0.0018	0.0007	0.0003

ตารางที่ 8 การเปรียบเทียบค่า μ / μ_0 น้อยที่สุด สำหรับการยอมรับลอทสินค้า เมื่อกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต 0.05 $P^* = 0.75$ และ $c=4$ ของแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับภายใต้ OAD และ TAD ของข้อมูลรถเข็นไฟฟ้า

t / μ_0	0.628	0.942	1.257	1.571	2.356	3.141	3.927	4.712
OAD , $\beta = 0.2017$ [4]	1.746	1.877	2.032	2.008	2.452	3.269	4.087	4.903
TAD	3.3141	4.9709	6.6335	8.2906	12.4333	16.5758	20.7237	24.8666

$\alpha = 235.3651$ $\beta = 0.1193$

6. สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้พัฒนาแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับภายใต้การแจกแจงอค์ชองพารามิเตอร์และการทดสอบอายุการใช้งานที่กำหนด โดยการนำเสนอขนาดตัวอย่างน้อยที่สุดสำหรับการทดสอบ ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะปฏิบัติการค่า μ / μ_0 ที่มีค่าน้อยที่สุดสำหรับการยอมรับลอทสินค้ากับค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต และการประยุกต์แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับที่พัฒนาขึ้นกับข้อมูลจริงพร้อมเปรียบเทียบผลการทดสอบที่ได้กับการแจกแจงอค์ชองพารามิเตอร์เดียว ซึ่งผลการศึกษาพบว่า แผนการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธลอทสินค้า และจะให้ขนาดตัวอย่างเพื่อการทดสอบน้อยกว่า แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับภายใต้การแจกแจงอค์ชองพารามิเตอร์เดียว แต่จะให้ค่า μ / μ_0 มากกว่าแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับภายใต้การแจกแจงอค์ชองพารามิเตอร์เดียว

เอกสารอ้างอิง

[1] Aslam M, Azam M, Jun C-H. A mixed repetitive sampling plan based on

process capability index. Appl Math Model. 2013 ;37(24) : 10027–35.

- [2] Sobel M, Tischendorf JA. Acceptance Sampling with new life test objectives. Proceedings of fifth National Symposium on Reliability and Quality Control. Philadelphia Pennsylvania.1959; 108-18.
- [3] Kantam RRL, Rosaiah K. Rao GS. Acceptance sampling based on life tests: log- logistic model. J. Appl. Statist. 2001; 28:121-8.
- [4] Al-Omari AIF, Koyuncu N, Alanzi ARA. New acceptance sampling plans based on truncated life tests for Akash distribution with an application to electric carts data. IEE Access. 2020: 201393-403.
- [5] Shanker R. Akash distribution and its applications. Int j probab stat. 2015; 4(3): 65–75.

- [6] Shanker R, Shukla KK. On two-parameter akash distribution. *Biom. biostat. Int j.* 2017; 6(5):416-25.
- [7] Al-Nasser AD, Al-Omari AI. Acceptance sampling plan based on truncated life tests for exponentiated Frechet distribution. *J Statist Manage Syst.* 2013; 16(1):13-24.
- [8] Baklizi A, El Masri AEQ. Acceptance sampling based on truncated life tests in the Birnbaum Saunders model. *Risk Anal.* 2004; 24(6):1453-7.
- [9] Zimmer WJ, Keats JB, Wang FK. The burr XII distribution in reliability analysis. *J Qual Technol.* 1998; 30(4): 386-94.
- [10] Gui W, Aslam M. Acceptance sampling plans based on truncated life tests for weighted exponential distribution. *Commun Statist Simul Comput.* 2017; 46(3): 2138-51.
- [11] Lio YL, Tsai T.-R., Wu S.-J. Acceptance sampling plans from truncated life tests based on the burr type XII percentiles. *J Chin Inst Ind Engineers.* 2010; 27(4): 270-80.
- [12] Pushpa Gupta L, Gupta RC, Lvin SJ. Numerical methods for the maximum likelihood estimation of Weibull parameters. *J Stat Comput Simul.* 1998; 62(1-2):1-7.