



การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับตัวแบบปัวซองที่มีศูนย์เพื่อสำหรับ การถดถอยในตัวอันดับที่ 1

A performance comparison of control charts for ZIPINAR(1) model

ชรินทร์ บุญภิละ¹ ยูปากรณ์ อารีพงษ์^{2*} และ เสาวณิต สุขภารังษี³

ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ กรุงเทพมหานคร 10800

Charindhorn Boonpila¹ Yupaporn Areepong^{2*} and Saowanit Sukparungsee³

Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science,

King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok 10800

Received: 15 August 2018/ Revised: 7 December 2018/ Accepted: 20 December 2018

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average control chart: MA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (Double Moving Average control chart: DMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA) ของตัวแบบปัวซองที่มีศูนย์เพื่อสำหรับการถดถอยในตัวอันดับที่ 1 (ZIPINAR(1)) ที่การเปลี่ยนแปลงระดับต่าง ๆ โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) ด้วยวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุม DMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA และแผนภูมิควบคุม EWMA ก็ต่อเมื่อสัดส่วนความเป็นศูนย์มีค่าเท่ากับ 0.5 และอยู่ในช่วงของระดับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก ($\delta \leq 1.0$) ในกรณีสัดส่วนความเป็นศูนย์มีค่ามากขึ้นเท่ากับ 0.7 และ 0.9 แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุม DMA และแผนภูมิควบคุม EWMA และอยู่ในช่วงของระดับการเปลี่ยนแปลงขนาดปานกลาง ($0.3 \leq \delta \leq 1.5$)

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุม ตัวแบบปัวซองที่มีศูนย์เพื่อสำหรับการถดถอยในตัวอันดับที่ 1 ค่าความยาวรันเฉลี่ย วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล



Abstract

The objective of this research is to compare the performance of Moving Average control chart (MA), Double Moving Average control chart (DMA) and Exponentially Weighted Moving Average control chart (EWMA) for Zero Inflated Poisson counts with First-order Autoregressive (ZIPINAR(1)). The performance of the control charts was evaluated by using Average Run Length (ARL) and ARL results were evaluated via Monte Carlo simulation (MC). The results showed that DMA control chart was more efficient to detecting shifts of the process mean than MA and EWMA control charts when the proportion of zeros equals 0.5 for small shifts ($\delta \leq 1.0$). If the proportion of zeros was up to 0.7 and 0.9, MA Chart was more efficient to detecting shifts than DMA and EWMA charts for moderate shifts ($0.3 \leq \delta \leq 1.5$).

Keywords: Control chart, Zero Inflated Poisson Integer value with First-order Autoregressive (ZIPINAR(1)), Average Run Length (ARL), Monte Carlo simulation (MC)

บทนำ

การควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ (Statistical Process Control: SPC) เป็นวิธีการทางสถิติที่มีบทบาทสำคัญในการตรวจสอบและควบคุมคุณภาพสินค้าหรือผลิตภัณฑ์สำหรับอุตสาหกรรมการผลิต ทำให้การผลิตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์มีคุณภาพตรงตามความต้องการทั้งของผู้ผลิตและผู้บริโภค ซึ่งเครื่องมือตรวจสอบที่นิยมใช้อย่างหนึ่งในการควบคุมกระบวนการผลิตเชิงสถิติ คือ แผนภูมิควบคุม (control chart) โดยเมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้น แผนภูมิควบคุมจะตรวจจับการเปลี่ยนแปลงเพื่อหาสาเหตุของการผันแปรต่อไป [1]

แผนภูมิควบคุมถูกนำเสนอเป็นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1931 Shewhart [2] ได้เสนอแผนภูมิควบคุม 3σ หรือแผนภูมิควบคุมมาตรฐาน ซึ่งกระบวนการอยู่ภายใต้การแจกแจงปกติ (normal distribution) แผนภูมิชนิดนี้จะมีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตได้ดี โดยการเปลี่ยนแปลงเกิดจากค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่เปลี่ยนไปจากเดิม แทนด้วย $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ เมื่อ δ คือขนาดการเปลี่ยนแปลง และ σ คือค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน เนื่องจากแผนภูมิควบคุมมาตรฐานไม่ได้ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต จึงทำให้กระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ ($\delta > 1.5$) ต่อมาจึงมีผู้คิดค้นแผนภูมิ

ควบคุมซึ่งให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตด้วย เช่น แผนภูมิควบคุมรวมสะสม (Cumulative Sum control chart: CUSUM) ซึ่งเสนอโดย Page [3] ต่อมาในปี ค.ศ. 1959 Robert [4] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA) แผนภูมิดังกล่าวมีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการที่มีขนาดเล็กได้ดี ($\delta \leq 1.5$) จากนั้น Khoo [5] ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average control chart: MA) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่คำนวณหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ด้วยคาบเวลาการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (w) ที่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดี และใช้ได้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง ต่อมาในปี ค.ศ. 2008 Khoo และ Wong [6] ได้ร่วมกันพัฒนาแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (Double Moving Average control chart: DMA) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่นำค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม MA มาหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำอีกครั้ง และแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม DMA เมื่อเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุม MA แผนภูมิควบคุม CUSUM และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล พบว่าเมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก ($\delta \leq 0.1$) แผนภูมิควบคุม EWMA

และแผนภูมิควบคุม CUSUM จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ดีที่สุด และเมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดปานกลาง ($0.2 \leq \delta \leq 1.5$) พบว่าแผนภูมิควบคุม DMA จะมีประสิทธิภาพดีที่สุด

เกณฑ์การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้กัน คือ พิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) โดยค่าความยาวรันเฉลี่ยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in-control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยแทนด้วยสัญลักษณ์ ARL_0 และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (out-of-control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยแทนด้วยสัญลักษณ์ ARL_1 โดยปกติเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่า ARL_0 ควรมีค่าสูง แต่ถ้ากระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม ค่า ARL_1 ควรจะมีค่าต่ำ ซึ่งเกณฑ์ในการเลือกแผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมที่สุด คือ พิจารณาจากค่า ARL_1 ที่มีค่าต่ำสุด ในแต่ละแผนภูมิควบคุม สำหรับวิธีที่ใช้ในการหาค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ วิธีการจำลองแบบ มอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation: MC) ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าความยาวรันเฉลี่ยที่จำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ที่กำหนด วิธีนี้ง่ายและสะดวกในการคำนวณผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีนี้ใช้เป็นค่าในการตรวจสอบความถูกต้องและใช้ในการเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ เนื่องจากค่า ARL ที่ได้จากวิธีการจำลองมีความแม่นยำสูง

ปัจจุบันแผนภูมิควบคุมกระบวนการเชิงสถิติมักนิยมนำไปใช้ในด้านกระบวนการผลิตของโรงงานอุตสาหกรรม ซึ่งกระบวนการผลิตได้มีการใช้เครื่องจักรมาก

ขึ้นเพื่อตอบสนองความต้องการต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว ทำให้กระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมเจริญก้าวหน้าขึ้น จึงทำให้จำนวนข้อบกพร่องของกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมนั้นแทบจะไม่เกิดขึ้น หรือเรียกว่า การแจกแจงปัวซองที่มีศูนย์เพื่อ (Zero-Inflated Poisson: ZIP) [7] และถ้าหากสัดส่วนของค่าศูนย์ในข้อมูลดังกล่าวมีค่ามากจะส่งผลให้ตัวแปรสุ่ม ZIP ไม่เป็นอิสระต่อกัน หรืออาจกล่าวว่าข้อมูลเกิดความสัมพันธ์ในตัวเอง ดังนั้นในปี ค.ศ. 2017 Rakitzis และคณะ [8] ได้เสนอตัวแบบปัวซองที่มีศูนย์เพื่อสำหรับการถดถอยในตัวอันดับที่ 1 (Zero Inflated Poisson Integer value with First-order Autoregressive: ZIPINAR(1)) และได้นำไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลเกี่ยวกับสัตว์เสียชีวิตอย่างกะทันหันรายเดือนที่ส่งให้กับห้องทดลองสุขภาพสัตว์จากพื้นที่ในประเทศนิวซีแลนด์ โดยใช้แผนภูมิควบคุม CUSUM ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของข้อมูลดังกล่าว

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของตัวแบบปัวซองที่มีศูนย์เพื่อสำหรับการถดถอยในตัวอันดับที่ 1 ในกรณีที่กระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก ($\delta \leq 1.5$) โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) ดังนั้นแผนภูมิควบคุมใดให้ค่า ARL_1 ต่ำสุด แสดงว่าแผนภูมินั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจจับเหมาะสมที่สุด



วิธีดำเนินการวิจัย

1. ตัวแบบ ZIPINAR(1)

กระบวนการ INAR(1) เป็นห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเอกพันธ์ โดยเริ่มต้นที่เวลา t จนกระทั่งกระบวนการอยู่ในสภาวะคงที่ เมื่อพิจารณา N_t เป็นค่าสังเกตที่เก็บในช่วงเวลา t ซึ่งรูปแบบแสดงดังนี้

$$N_t = \alpha \circ N_{t-1} + \varepsilon_t ; t \geq 1 \quad (1)$$

เมื่อ N_t คือ จำนวนนับ ณ เวลา t

ε_t คือ จำนวนนับที่เป็นอิสระและมีการแจกแจงเดียวกัน

N_{t-1} คือ จำนวนนับ ณ เวลา $t-1$; $\alpha \in [0,1)$ และ $\circ$ คือ thinning operator ที่มีการแจกแจงทวินาม

ดังนั้น $\alpha \circ N_{t-1} = \sum_{i=1}^{N_{t-1}} Y_i$ โดยที่ Y_i คือ ตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบแบนูลลีที่มีพารามิเตอร์ α ตัวแบบ INAR(1) จะขึ้นอยู่กับค่าการแจกแจงของ ε_t ซึ่งถ้าในกรณีที่ ε_t เป็นการแจกแจงแบบ ZIP โดยมีพารามิเตอร์ $\phi \in [0,1)$ และ $\theta > 0$ คือ $\varepsilon_t \sim ZIP(\phi, \theta)$ ดังนั้นเรียกตัวแบบนี้ว่า ZIPINAR(1) โดยมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน คือ

$$E(N_t) = \frac{\lambda(1-\phi)}{1-\alpha} \quad (2)$$

$$V(N_t) = \frac{\lambda(1-\phi)(1+\alpha+\phi\lambda)}{1-\alpha^2} \quad (3)$$

2. แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง

2.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average control chart: MA)

แผนภูมิควบคุม MA นำเสนอโดย Khoo [5] เป็นแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ที่มีค่าความกว้างการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (w) และมีค่าเฉลี่ยของตัวอย่างย่อย คือ $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$ โดยที่ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง $\bar{X}_i$ สามารถหาได้ดังนี้

$$\bar{X}_i = (X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in}) / n \quad (4)$$

เมื่อ $\bar{X}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

n คือ จำนวนกลุ่มตัวอย่างย่อย

ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม MA ณ คาบเวลาที่ i คำนวณได้จากการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ทีละ w คาบเวลา โดยคำนวณจากค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างย่อย $\bar{X}_i, \bar{X}_{i-1}, \dots$ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

$$MA_i = \begin{cases} \frac{\bar{X}_i + \bar{X}_{i-1} + \bar{X}_{i-2} + \dots}{i} & ; i < w \\ \frac{\bar{X}_i + \bar{X}_{i-1} + \dots + \bar{X}_{i-w+1}}{w} & ; i \geq w \end{cases} \quad (5)$$

สำหรับขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม MA คำนวณได้ดังนี้

$$UCL / LCL = \begin{cases} \mu_0 \pm \frac{H_1 \sigma}{\sqrt{ni}} & ; i < w \\ \mu_0 \pm \frac{H_1 \sigma}{\sqrt{nw}} & ; i \geq w \end{cases} \quad (6)$$

เมื่อ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแบบ ZIPINAR(1)

H_1 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม MA

2.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (Double Moving Average control chart: DMA)

แผนภูมิควบคุม DMA ได้พัฒนามาจากแผนภูมิควบคุม MA โดยการนำค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม MA_i มาหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำอีกครั้ง ครั้งละ w คาบเวลา ซึ่งค่าสถิติ DMA_i สามารถหาได้ดังนี้

$$DMA_i = \begin{cases} \frac{MA_i + MA_{i-1} + MA_{i-2} + \dots}{i} & ; i \leq w \\ \frac{MA_i + MA_{i-1} + MA_{i-2} + \dots + MA_{i-w+1}}{w} & ; w < i < 2w-1 \\ \frac{MA_i + MA_{i-1} + MA_{i-2} + \dots + MA_{i-w+1}}{w} & ; i \geq 2w-1 \end{cases} \quad (7)$$

สำหรับขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม DMA คำนวณได้ดังนี้

$$UCL / LCL = \begin{cases} \mu_0 \pm \frac{H_2 \sigma}{\sqrt{ni^2}} \sqrt{\sum_{j=1}^i \frac{1}{j}} & ; i \leq w \\ \mu_0 \pm \frac{H_2 \sigma}{\sqrt{ni^2}} \sqrt{\sum_{j=i-w+1}^{w-1} \frac{1}{j} + (j-w+1) \left(\frac{1}{w} \right)} & ; w < i < 2w-1 \\ \mu_0 \pm \frac{H_2 \sigma}{\sqrt{nw^2}} & ; i \geq 2w-1 \end{cases} \quad (8)$$

เมื่อ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

H_2 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม DMA



2.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA)

แผนภูมิควบคุม EWMA เสนอโดย Robert [4] ซึ่งเป็นแผนภูมิที่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ของกระบวนการได้อย่างรวดเร็ว โดยมีค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA ดังต่อไปนี้

$$Z_t = \lambda X_t + (1 - \lambda) Z_{t-1} \quad (9)$$

เมื่อ Z_t คือ ค่าตัวสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA ณ เวลา t

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของข้อมูลในอดีต ($0 < \lambda < 1$)

$\bar{X}_t$ คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ณ เวลา t

สำหรับขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม EWMA คำนวณได้ดังนี้

$$UCL / LCL = \mu_0 \pm k\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda}\right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}]} \quad (10)$$

เมื่อ $t \rightarrow \infty$ ทำให้ $(1 - \lambda)^{2t} \rightarrow 0$ จะได้ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA ดังนี้

$$UCL / LCL = \mu_0 \pm k\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda}\right)} \quad (11)$$

เมื่อ k คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA

3. เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) คือ จำนวนตัวอย่างเฉลี่ยของจุดหรือค่าสังเกตที่ตกนอกขีดจำกัดควบคุมก่อนกระบวนการจะส่งสัญญาณการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) โดยมีสูตรคำนวณดังนี้

$$ARL_0 = \frac{1}{P_I} \quad (12)$$

เมื่อ P_I คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่พบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง โดยแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพ คือ แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL_0 สูง

กรณีที่ 2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) โดยมีสูตรคำนวณดังนี้

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - P_{II}} \quad (13)$$

เมื่อ P_{II} คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่พบว่ากระบวนการอยู่ในขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง โดยแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพ คือ แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำ

ดังนั้นวิธีการหาค่า ARL โดยเทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$ARL = \frac{\sum_{i=1}^M RL_i}{M} \quad (14)$$

เมื่อ RL_i คือ จำนวนตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบก่อนจะพบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกของการจำลองข้อมูลรอบที่ t

M คือ จำนวนครั้งของการทำซ้ำของการทดลอง

4. ขั้นตอนการหาค่าความยาวรันเฉลี่ยสำหรับตัวแบบ ZIPINAR(1)

4.1 กำหนดพารามิเตอร์ของตัวแบบ ZIPINAR(1)

1) กำหนดให้พารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง (θ) เท่ากับ 2

2) กำหนดให้สัดส่วนความเป็นศูนย์ (ϕ) เท่ากับ 0.5, 0.7 และ 0.9

3) กำหนดค่าพารามิเตอร์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปร (α) เท่ากับ 0.8

4.2 กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยภายใต้ขอบเขตการควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 200

4.3 กำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ (δ) คือ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1 และ 1.5

4.4 กำหนดให้ค่าถ่วงน้ำหนัก (λ) ของแผนภูมิควบคุม EWMA เท่ากับ 0.05

4.5 กำหนดคาบเวลาการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (w) ของแผนภูมิควบคุม MA และ DMA เท่ากับ 2, 5, 10 และ 15

4.6 คำนวณค่าสถิติแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA

4.7 คำนวณหาค่า ARL จากวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล

4.8 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA

ผลการวิจัย

สำหรับผลงานวิจัยนี้ได้ศึกษาผลลัพธ์ของค่าความยาววิ่งเฉลี่ยของตัวแบบปัวซองที่มีศูนย์เพื่อสำหรับการถดถอยในตัวอันดับที่ 1 (ZIPINAR(1)) และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA เมื่อกำหนด $ARL_0 = 200$, $\theta = 2$, $\phi = 0.5, 0.7, 0.9$ และ $\rho = 0.8$ โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ได้ผลการวิจัยดังนี้

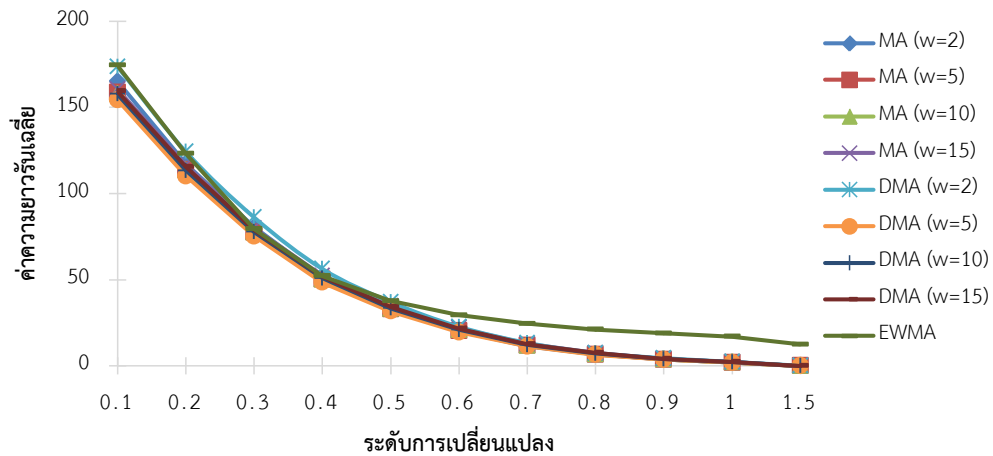


ตารางที่ 1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA สำหรับตัวแบบ ZIPINAR(1)

เมื่อกำหนดให้ $\theta = 2$, $\phi = 0.5$, $\rho = 0.8$ และ $ARL_0 = 200$

δ	MA				DMA				EWMA $\lambda = 0.05$
	w = 2	w = 5	w = 10	w = 15	w = 2	w = 5	w = 10	w = 15	
0.1	165.138 (1.340)	158.658 (1.366)	157.746 (1.371)	160.431 (1.378)	173.469 (1.356)	154.213* (1.360)	157.605 (1.372)	159.363 (1.376)	174.261 (0.776)
0.2	117.197 (1.235)	113.784 (1.258)	113.431 (1.263)	116.252 (1.276)	124.214 (1.263)	110.016* (1.247)	113.236 (1.264)	115.420 (1.273)	123.041 (0.593)
0.3	80.458 (1.083)	77.464 (1.100)	77.548 (1.106)	79.680 (1.121)	86.115 (1.119)	75.133* (1.089)	77.598 (1.108)	78.842 (1.117)	79.332 (0.395)
0.4	51.234 (0.895)	50.118 (0.919)	50.290 (0.927)	52.306 (0.946)	56.207 (0.939)	48.300* (0.906)	50.768 (0.932)	51.916 (0.943)	52.171 (0.250)
0.5	33.658 (0.740)	32.970 (0.761)	33.122 (0.769)	34.544 (0.787)	37.007 (0.780)	31.681* (0.749)	33.390 (0.773)	34.307 (0.784)	37.604 (0.168)
0.6	20.082 (0.577)	20.154 (0.604)	20.742 (0.619)	21.949 (0.638)	22.714 (0.619)	19.423* (0.594)	20.982 (0.623)	21.694 (0.635)	29.437 (0.122)
0.7	11.463 (0.434)	11.763 (0.464)	11.890 (0.471)	12.704 (0.489)	13.352 (0.475)	11.252* (0.456)	12.189 (0.479)	12.643 (0.489)	24.508 (0.095)
0.8	6.546 (0.325)	6.655 (0.350)	6.940 (0.361)	7.470 (0.378)	7.503 (0.356)	6.486* (0.346)	7.175 (0.369)	7.571 (0.381)	21.037 (0.077)
0.9	3.845 (0.250)	3.722 (0.263)	3.750 (0.266)	4.054 (0.279)	4.485 (0.277)	3.612* (0.260)	3.962 (0.275)	4.119 (0.281)	18.845 (0.065)
1.0	1.896 (0.168)	1.936 (0.189)	2.060 (0.197)	2.234 (0.207)	2.331 (0.194)	1.836* (0.182)	2.152 (0.202)	2.263 (0.209)	16.974 (0.056)
1.5	0.058 (0.023)	0.062 (0.034)	0.057* (0.032)	0.063 (0.034)	0.084 (0.033)	0.062 (0.034)	0.063 (0.034)	0.063 (0.034)	12.455 (0.033)

หมายเหตุ ตัวอักษรเข้ม* คือ ค่า ARL_1 ต่ำสุด และตัวเลขใน () คือ ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน



ภาพที่ 1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA สำหรับตัวแบบ ZIPINAR(1) เมื่อกำหนดให้ $\theta = 2$, $\phi = 0.5$, $\rho = 0.8$ และ $ARL_0 = 200$

จากตารางที่ 1 และภาพที่ 1 พบว่าเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงมีค่า $\delta \leq 1.0$ แผนภูมิควบคุม DMA ที่ $w = 5$ จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA และแผนภูมิ

ควบคุม EWMA และเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงมีค่า $\delta = 1.5$ แผนภูมิควบคุม MA ที่ $w = 10$ จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม DMA และแผนภูมิควบคุม EWMA

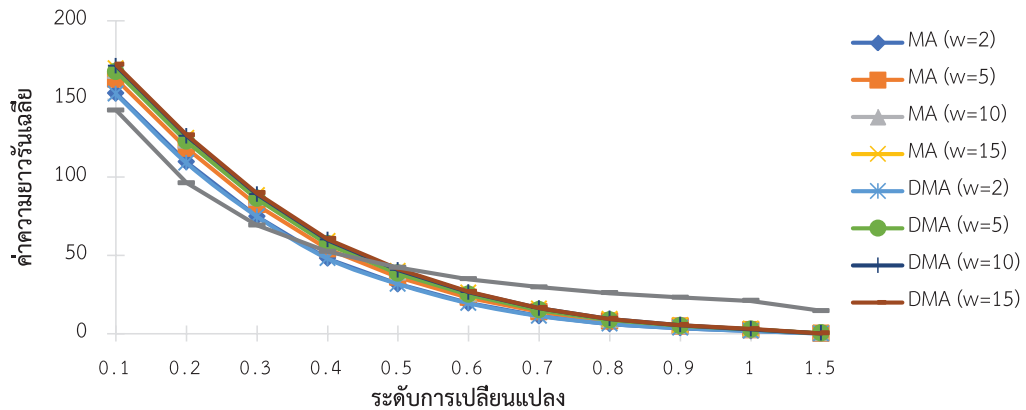


ตารางที่ 2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA สำหรับตัวแบบ ZIPINAR(1)

เมื่อกำหนดให้ $\theta = 2$, $\phi = 0.7$, $\rho = 0.8$ และ $ARL_0 = 200$

δ	MA				DMA				EWMA $\lambda = 0.05$
	w = 2	w = 5	w = 10	w = 15	w = 2	w = 5	w = 10	w = 15	
0.1	153.668 (1.347)	162.559 (1.375)	168.148 (1.389)	169.451 (1.392)	153.117 (1.347)	167.442 (1.385)	171.143 (1.394)	171.964 (1.395)	142.744* (0.498)
0.2	109.686 (1.233)	118.421 (1.278)	123.622 (1.300)	124.942 (1.306)	109.083 (1.231)	122.766 (1.295)	126.333 (1.310)	126.848 (1.312)	96.329* (0.339)
0.3	74.857 (1.076)	82.254 (1.130)	86.957 (1.160)	88.132 (1.168)	74.903 (1.077)	86.160 (1.153)	89.082 (1.172)	89.863 (1.176)	69.316* (0.293)
0.4	47.920* (0.891)	54.023 (0.954)	57.741 (0.988)	58.883 (0.998)	48.002 (0.893)	57.255 (0.982)	59.815 (1.000)	60.450 (1.009)	52.490 (0.175)
0.5	31.738* (0.740)	35.947 (0.796)	39.090 (0.834)	39.880 (0.843)	31.742 (0.742)	38.474 (0.825)	40.596 (0.850)	41.167 (0.856)	42.149 (0.135)
0.6	19.445* (0.585)	22.907 (0.646)	25.296 (0.684)	25.857 (0.692)	19.453 (0.586)	25.000 (0.677)	26.397 (0.698)	26.756 (0.704)	34.841 (0.108)
0.7	11.215* (0.446)	13.904 (0.508)	15.399 (0.539)	15.830 (0.548)	11.319 (0.449)	15.101 (0.532)	16.192 (0.554)	16.399 (0.558)	29.650 (0.089)
0.8	6.157* (0.329)	7.784 (0.380)	8.847 (0.412)	9.088 (0.418)	6.264 (0.333)	8.645 (0.405)	9.400 (0.425)	9.516 (0.428)	25.916 (0.075)
0.9	3.488* (0.249)	4.436 (0.289)	5.004 (0.311)	5.213 (0.319)	3.550 (0.253)	4.996 (0.309)	5.418 (0.325)	5.515 (0.328)	23.120 (0.065)
1.0	1.618* (0.165)	2.380 (0.211)	2.652 (0.226)	2.796 (0.234)	1.715 (0.171)	2.613 (0.224)	2.914 (0.238)	2.963 (0.241)	20.937 (0.058)
1.5	0.042* (0.019)	0.126 (0.047)	0.201 (0.063)	0.219 (0.066)	0.084 (0.037)	0.204 (0.063)	0.219 (0.066)	0.219 (0.066)	14.606 (0.036)

หมายเหตุ ตัวอักษรเข้ม* คือ ค่า ARL_1 ต่ำสุด และตัวเลขใน () คือ ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน



ภาพที่ 2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA สำหรับตัวแบบ ZIPINAR(1) เมื่อกำหนดให้ $\theta = 2$, $\phi = 0.7$, $\rho = 0.8$ และ $ARL_0 = 200$

จากตารางที่ 2 และภาพที่ 2 พบว่าเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงมีค่า $\delta \leq 0.3$ แผนภูมิควบคุม EWMA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA และแผนภูมิ

ควบคุม DMA และเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงมีค่า $\delta \geq 0.4$ แผนภูมิควบคุม MA ที่ $w = 2$ จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม DMA และแผนภูมิควบคุม EWMA

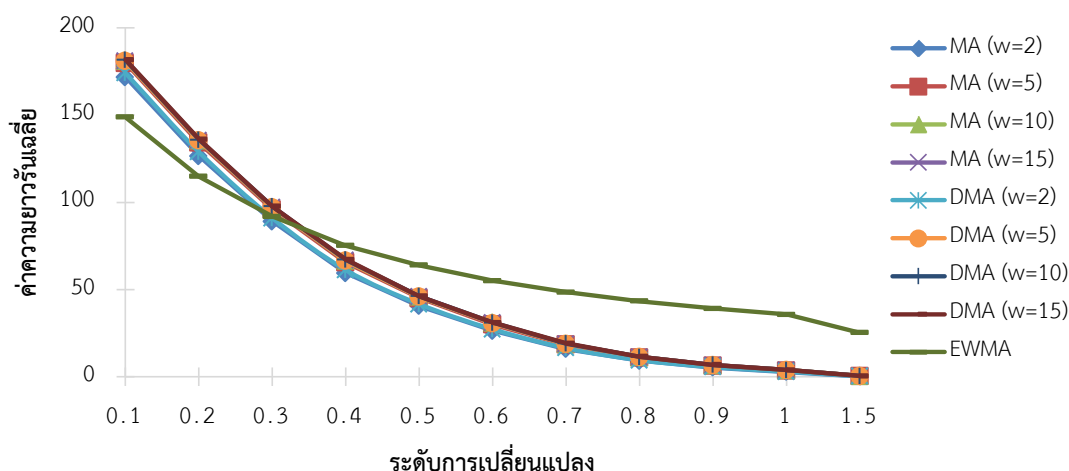


ตารางที่ 3 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA สำหรับตัวแบบ ZIPINAR(1)

เมื่อกำหนดให้ $\theta = 2$, $\phi = 0.9$, $\rho = 0.8$ และ $ARL_0 = 200$

δ	MA				DMA				EWMA $\lambda = 0.05$
	w = 2	w = 5	w = 10	w = 15	w = 2	w = 5	w = 10	w = 15	
0.1	171.786 (1.383)	179.860 (1.402)	180.955 (1.404)	181.114 (1.404)	174.069 (1.389)	180.952 (1.403)	181.579 (1.404)	181.754 (1.404)	148.732* (0.417)
0.2	126.404 (1.297)	134.166 (1.330)	135.367 (1.335)	135.541 (1.336)	128.755 (1.307)	135.368 (1.334)	135.910 (1.336)	136.115 (1.337)	114.808* (0.326)
0.3	88.993* (1.160)	95.920 (1.203)	96.977 (1.209)	97.149 (1.210)	90.917 (1.172)	97.093 (1.209)	97.531 (1.212)	97.638 (1.212)	91.818 (0.263)
0.4	59.306* (0.988)	65.432 (1.042)	66.297 (1.049)	66.620 (1.051)	61.111 (1.004)	66.365 (1.049)	67.048 (1.054)	67.078 (1.054)	75.164 (0.213)
0.5	40.373* (0.837)	44.954 (0.889)	45.731 (0.898)	45.878 (0.899)	41.508 (0.850)	45.739 (0.897)	46.110 (0.901)	46.143 (0.902)	63.873 (0.179)
0.6	26.272* (0.686)	29.882 (0.740)	30.703 (0.751)	30.777 (0.752)	27.110 (0.699)	30.591 (0.749)	30.934 (0.754)	30.973 (0.754)	55.047 (0.154)
0.7	15.784* (0.539)	18.233 (0.587)	18.709 (0.595)	18.793 (0.597)	16.341 (0.550)	18.634 (0.594)	18.910 (0.599)	18.985 (0.600)	48.473 (0.134)
0.8	9.130* (0.410)	10.923 (0.458)	11.238 (0.466)	11.252 (0.466)	9.412 (0.418)	11.187 (0.464)	11.308 (0.467)	11.338 (0.468)	43.238 (0.118)
0.9	5.093* (0.308)	6.2814 (0.349)	6.491 (0.356)	6.571 (0.358)	5.405 (0.319)	6.496 (0.356)	6.651 (0.361)	6.671 (0.361)	39.022 (0.106)
1.0	2.698* (0.222)	3.517 (0.261)	3.759 (0.272)	3.770 (0.272)	2.880 (0.231)	3.723 (0.270)	3.769 (0.272)	3.796 (0.273)	35.583 (0.096)
1.5	0.163* (0.052)	0.264 (0.072)	0.279 (0.074)	0.279 (0.074)	0.190 (0.059)	0.279 (0.074)	0.279 (0.074)	0.279 (0.074)	25.217 (0.065)

หมายเหตุ ตัวอักษรเข้ม* คือ ค่า ARL_1 ต่ำสุด และตัวเลขใน () คือ ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน



ภาพที่ 3 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม MA, DMA และ EWMA สำหรับตัวแบบ ZIPINAR(1) เมื่อกำหนดให้ $\theta = 2$, $\phi = 0.9$, $\rho = 0.8$ และ $ARL_0 = 200$

จากตารางที่ 3 และภาพที่ 3 พบว่าเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงมีค่า $\delta \leq 0.2$ แผนภูมิควบคุม EWMA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA และแผนภูมิควบคุม DMA และเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงมีค่า $\delta \geq 0.3$ แผนภูมิควบคุม MA ที่ $w = 2$ จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม DMA และแผนภูมิควบคุม EWMA

อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average control chart: MA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (Double Moving Average control chart: DMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA) ของตัวแบบปัวซองที่มีศูนย์เพื่อสำหรับการถดถอยในตัวอันดับที่ 1 (ZIPINAR(1)) ที่การเปลี่ยนแปลงระดับต่าง ๆ เมื่อกำหนดให้ $\theta = 2$, $\phi = 0.5, 0.7, 0.9$, $\rho = 0.8$ และ $ARL_0 = 200$ โดยพิจารณาค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length:

ARL) ด้วยวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล จากผลการวิจัยพบว่าเมื่อสัดส่วนความเป็นศูนย์มีค่าเท่ากับ 0.5 แผนภูมิควบคุม DMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA และแผนภูมิควบคุม EWMA ซึ่งอยู่ในช่วงของระดับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก ($\delta \leq 1.0$) เมื่อ $w = 5$ กรณีสัดส่วนความเป็นศูนย์มีค่าเท่ากับ 0.7 และ 0.9 แผนภูมิควบคุม MA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม DMA และแผนภูมิควบคุม EWMA และอยู่ในช่วงของระดับการเปลี่ยนแปลงขนาดปานกลาง ($0.3 \leq \delta \leq 1.5$) เมื่อ $w = 2$ ดังนั้นสรุปได้ว่าเมื่อสัดส่วนความเป็นศูนย์มีค่าระดับปานกลาง ($\phi = 0.5$) แผนภูมิควบคุม DMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีที่สุด และส่วนกรณีสัดส่วนความเป็นศูนย์มีค่าสูง ($\phi = 0.7, 0.9$) แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีที่สุดในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจขยายขอบเขตการศึกษาในเรื่องของค่าพารามิเตอร์สัดส่วนความเป็นศูนย์ในกรณีค่าสัดส่วนความเป็นศูนย์มีค่าต่ำ เพื่อศึกษาความอิทธิพลของค่าดังกล่าวกับประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการการผลิต นอกจากนี้สามารถ



นำตัวแบบ ZIPINAR(1) ไปประยุกต์ใช้กับแผนภูมิควบคุมอื่นๆ เช่น แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (Cumulative Sum control chart: CUSUM) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง (Double Exponentially Weighted Moving Average control chart: DEWMA) เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

1. ณัฐวุฒิ อุ๋นวรรณธรรม. ความยาววิ่งเฉลี่ยและพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของตัวแบบทวินามที่มีศูนย์มาก. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์, บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. กรุงเทพฯ; 2555.
2. Shewhart WA. Economic control of quality of manufactured product. New York: Van Nostrand; 1931.
3. Page ES. Continuous inspection schemes. Biometrika 1954;41:100-14.
4. Roberts SW. Control chart tests based on geometric moving average. Technometrics 1959;1:250-39.
5. Khoo BC. A moving average control chart for monitoring the fraction non-conforming. Qual Reliab eng Int 2004;20:617-35.
6. Khoo BC, Wong VH. A double moving average control chart: communications in statistics-simulation and computation 2008;37:1696-1708.
7. ธนะวิชช์ โภคินพลิชฐ์, อินทอร หมีนศักดิ์, ศรีญญา พูนสวัสดิ์. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิ CUSUM และแผนภูมิ EWMA เมื่อกระบวนการมีตัวแบบ ZIPINAR(1). วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. กรุงเทพฯ; 2559.
8. Rakitzis AC, WeiB CN, Castagliola P. Control charts for monitoring correlated Poisson counts with an excessive number of zeros. Qual Reliab eng Int 2017;33:413-30.