



การวิเคราะห์ค่าสุดขีดของคลื่นทะเลบริเวณรอบชายฝั่งอ่าวไทยในจังหวัดตราด เพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี

Extreme Value Analysis of the Ocean Wave around the Gulf of Thailand in Trat, Phetchaburi, and Surat Thani Provinces

วิกานดา ผาพันธุ์^{1,2} ดั่งหทัย กระแสร์ชล¹ เบญญาภา จ่างแสง¹ กมลอร มุลเมฆ¹
และ เฉลิมรัช นนทะภา^{3*}

¹ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

กรุงเทพมหานคร 10800

²กลุ่มวิจัยการเรียนรู้เชิงสถิติและการอนุมาน มจพ. กรุงเทพมหานคร 10800

³ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เชียงใหม่ 50200

Wikanda Phaphan^{1,2}, Dunghathai Krasaechon¹, Benyapa Jangsang¹,
Kamonon Moonmake¹ and Chalermrat Nontapa^{3*}

¹Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology
North Bangkok, Bangkok, 10800

²Research Group in Statistical Learning and Inference, KMUTNB, Bangkok, 10800

³Department of Statistics, Faculty of Science, Chiang Mai University, Chiang Mai, 50200

*Corresponding author: chalermrat.n@cmu.ac.th

Received: 5 January 2023/ Revised: 19 March 2023/ Accepted: 24 March 2023

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อทำการวิเคราะห์หาตัวแบบจำลองที่เหมาะสมจากทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theory) สำหรับข้อมูลความสูงของคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณรอบๆ ชายฝั่งอ่าวไทยทั้ง 3 จังหวัด ได้แก่ ตราด เพชรบุรี และ สุราษฎร์ธานี รายสัปดาห์ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2550 ถึง พ.ศ. 2562 โดยเปรียบเทียบ 2 การแจกแจงคือ การแจกแจงสุดขีดวงนัยทั่วไป (Generalized Extreme Value : GEV) และการแจกแจงพาเรโตวงนัยทั่วไป (Generalized Pareto Distribution : GPD) และใช้วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimate : MLE) สำหรับการแจกแจง GEV และวิธีค่าสูงสุดที่มีค่าเกินค่าเกณฑ์ที่กำหนด (Peak Over Threshold : POT) สำหรับการแจกแจง GPD เพื่อ คำนวณระดับการเกิดซ้ำ (Return Level) ค่าสุดขีดของความสูงคลื่นทะเลในอีก 2 ปี 5 ปี 10 ปี และ 20 ปี ข้างหน้า โดยใช้ สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criterion: AIC) เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจเลือกตัวแบบ ผลการวิจัยพบว่า ข้อมูลความสูงคลื่นทะเลรอบ ๆ ชายฝั่งบริเวณที่คัดเลือกรายสัปดาห์เหมาะสมกับการแจกแจง GPD ซึ่งข้อสรุปจากการศึกษา นี้ สามารถใช้เป็นแนวทางในการวางแผนการจัดการและป้องกันปัญหาพื้นที่ชายฝั่งทะเลสำหรับการกัดเซาะของคลื่นทะเลที่



เกิดขึ้นทั้ง 3 จังหวัด รวมถึงบริเวณใกล้เคียงอีกทั้งยังสามารถใช้เป็นแนวทางป้องกันให้เกิดความเสียหายน้อยที่สุดต่อสภาพแวดล้อมและระบบนิเวศรอบ ๆ บริเวณชายฝั่ง

คำสำคัญ: ความสูงคลื่นนัยสำคัญ การแจกแจงสุดขีดวงนัย การแจกแจงพาเรโตวงนัยทั่วไป ภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีเกินเกณฑ์

Abstract

The purpose of this study was to analyze an appropriate model from the extreme value theory for the data of wave height in the ocean around a shoreline on the Gulf of Thailand in the Trat, Phetchaburi, and Surat Thani provinces. The data were collected weekly between 2007 and 2019. Two distributions we employed to compare the data of wave height were Generalized Extreme Value and Generalized Pareto distribution. We employed the Maximum Likelihood Estimate to estimate parameters for Generalized Extreme Value and used Peak Over Threshold for GPD to anticipate the Return Level of the wave height in the ocean in the next two years, five years, ten years, and twenty years, which we used Akaike's Information Criterion as the selection criteria for the model. The results revealed that the data of the wave height in the ocean around the shoreline of three provinces, which collected weekly were suitable for GPD. From the results, we were able to use it as a guideline to plan an arrangement and prevent coastal areas from erosion of all five areas, including nearby areas. Also, it even helps to prevent the environment and ecosystems around the coast.

Keywords: Significant wave height, Generalized Extreme value distribution, Generalized Pareto distribution, Maximum likelihood, Threshold methods

บทนำ

ประเทศไทยมีรายได้เฉลี่ยจากอุตสาหกรรมการท่องเที่ยว 1.7 พันล้านบาทต่อปี โดยมีนักท่องเที่ยวทั้งชาวไทยและต่างชาติถึง 36 ล้านคนต่อปี [1] ซึ่งใน 10 จังหวัดที่มีนักท่องเที่ยวมากที่สุดล้วนเป็นจังหวัดที่มีแหล่งท่องเที่ยวทางทะเลทั้งสิ้น ดังนั้นทรัพยากรทางทะเลและชายฝั่งไทยจึงมีความสำคัญต่อประเทศไทยเป็นอย่างมาก แต่ในขณะที่สามารถสร้างรายได้จากทรัพยากรทะเลและชายฝั่งมากมาย สภาพแวดล้อมชายฝั่งทะเลกลับเสื่อมโทรมลงทุกขณะ

ปัญหาที่ต้องเร่งหาทางแก้ไขและป้องกันมากที่สุดในปัจจุบัน คือ ปัญหาการกัดเซาะชายฝั่งทะเล [2] เนื่องจากมีผลกระทบต่อประชาชนที่อาศัยในบริเวณชายฝั่งทั้งอำเภอไทยและอันดามัน ซึ่งบริเวณดังกล่าวมีประชาชนอาศัยอยู่ราว 12 ล้านคน สามารถแบ่งได้เป็น 2 สาเหตุหลัก ๆ ประการแรก คือ เกิดจากกิจกรรมของมนุษย์ที่ต้องการพัฒนาหรือบุกรุกพื้นที่ตามแนวชายฝั่ง อีกประการหนึ่ง คือ กระบวนการทางธรรมชาติ ซึ่งเป็นสาเหตุที่มีผลให้เกิดปัญหาดังกล่าวมากที่สุดในปัจจุบัน นั่นคือการเกิดขึ้นของระดับน้ำทะเลจากการที่อุณหภูมิของโลกสูงขึ้น ทำให้น้ำทะเลรุกเข้าไปในแผ่นดินมากทำให้เกิดการกัดเซาะมากขึ้น

ปัญหาการกัดเซาะชายฝั่งส่งผลให้ระบบนิเวศในบริเวณชายฝั่งถูกทำลายและสภาพแวดล้อมเสื่อมโทรมไม่ว่าจะเป็นบริเวณป่าชายเลน แนวปะการังและพื้นที่อนุบาลสัตว์น้ำ นอกจากนั้นยังส่งผลกระทบต่อวิถีชีวิตของประชาชนบริเวณชายฝั่ง ที่ต้องสูญเสียที่อยู่อาศัยและไม่สามารถประกอบอาชีพเดิมได้ สูญเสียรายได้หลักของประเทศที่ได้จากนักท่องเที่ยวทั้งในและต่างประเทศ เนื่องจากสภาพแวดล้อมของชายฝั่งไม่สมบูรณ์ดังเดิม ไม่เป็นที่ดึงดูดให้เกิดกิจกรรมทางท่องเที่ยวทางทะเล โดยบริเวณที่เกิดปัญหา

การกัดเซาะและได้รับผลกระทบด้านชายฝั่งนั้น จะเกิดขึ้นกับด้านอ่าวไทยมากกว่าอันดามัน เนื่องจากมีพื้นที่มากกว่าและเป็นทะเลเปิด โดยจะเกิดปัญหาการกัดเซาะชายฝั่งในบริเวณพื้นที่ราบน้ำขึ้นถึง บริเวณป่าชายเลนและหาดทราย ดังนั้นการศึกษาค้นคว้าจึงมุ่งศึกษาในจังหวัดที่ติดชายฝั่งอ่าวไทยและเป็นแหล่งเศรษฐกิจอันดับต้น ๆ ของประเทศ ทั้งหมด 3 จังหวัด ได้แก่ จังหวัดตราด เพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี ซึ่งเป็นบริเวณที่เกิดปัญหาการกัดเซาะชายฝั่ง จากสาเหตุระดับน้ำทะเลเพิ่มขึ้นและรุกเข้าชายฝั่งอย่างรุนแรง ในการศึกษาจึงมุ่งเน้นข้อมูลของระดับความสูงคลื่นเพื่อหาทางแก้ไขและป้องกันปัญหาการกัดเซาะชายฝั่ง

การศึกษาค้นคว้าเครื่องมือทางสถิติที่ใช้ คือ การวิเคราะห์ค่าสุดขีด (Extreme Value Analysis) [3] แตกต่างจากการคำนวณความสูงคลื่นในงานวิจัยส่วนใหญ่ที่นิยมใช้แบบจำลอง SWAN (Simulating Waves Nearshore) [4] เนื่องจากทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theory: EVT) [5] เป็นการนำการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในส่วนของปลายหาง ที่มีค่าน้อยมากมาวิเคราะห์สร้างแบบจำลองเพื่อช่วยในการตัดสินใจหากมีแนวโน้มที่จะเกิดเหตุการณ์ที่สุดขีดนั้นอีก นอกจากนั้นการวิเคราะห์ค่าสุดขีด (Extreme Value Analysis) ได้ถูกประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลต่างๆ เช่น การวิเคราะห์หาแบบจำลองที่เหมาะสมจากทฤษฎีค่าสุดขีดสำหรับข้อมูลปริมาณน้ำที่ไหลลงอ่างเก็บน้ำสูงสุดในแต่ละสัปดาห์ของเขื่อนขุนด่านปราการชล ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2550-2561 ด้วยการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (Generalized Extreme Value Distribution) [6] และ การวิเคราะห์เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมจากทฤษฎีค่าสุดขีดกับข้อมูลปริมาณความเข้มข้นของ PM2.5 รายชั่วโมงและรายสัปดาห์ ใน 3 เขตธุรกิจของกรุงเทพมหานคร ได้แก่ เขตวังทองหลาง เขตดินแดง เขตปทุมวัน ภายใต้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (Generalized Extreme Value Distribution : GEV) และการแจกแจงพารโรวางนัยทั่วไป (Generalized Pareto Distribution: GPD) [7] นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยการวิเคราะห์ค่าสุดขีดของสภาพคลื่นทะเลและลมรอบ ๆ เกาะฟาราซานทางตอนใต้ของทะเลแดง [8] เพื่อศึกษาปัจจัยที่ทำให้เกิดความแตกต่างของสภาพคลื่นรอบ ๆ เกาะฟาราซาน เช่น ลักษณะทางกายภาพที่มีผลต่อกระแสลมและมรสุมประจำฤดู เป็นต้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นคณะผู้วิจัยได้เล็งเห็นถึงความสำคัญของสภาพคลื่นที่ก่อให้เกิดปัญหาการกัดเซาะและผลกระทบที่ตามมาภัยพิบัติมากมาย จึงใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theory: EVT) กับข้อมูลระดับความสูงคลื่นใน 3 จังหวัดที่ติดอ่าวไทย เนื่องจากเป็นพื้นที่ที่เกิดปัญหาการกัดเซาะมาก ได้แก่ จังหวัดตราด เพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี ซึ่งล้วนแล้วแต่เป็นจังหวัดที่สร้างรายได้หลักๆ ให้กับประเทศไทย ทั้งด้านอุตสาหกรรมและการท่องเที่ยว โดยเปรียบเทียบ 2 ตัวแบบคือ 1) ตัวแบบการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (Generalized Extreme Value Distribution: GEV) [9] และ 2) ตัวแบบการแจกแจงพารโรวางนัยทั่วไป (Generalized Pareto Distribution: GPD) เนื่องจากการแจกแจง GPD จะอธิบายลักษณะข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบมีหางหนา (Heavy-tailed Distribution) ได้ดีโดยปกติจะเหมาะสมกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมเป็นรายวัน ส่วนการแจกแจง GEV ที่นำมาพิจารณาเนื่องจากการแจกแจง GEV เหมาะสมสำหรับวิเคราะห์ค่าสุดขีดในช่วงคาบเวลาที่สนใจ เช่น รายปี รายเดือน รายไตรมาส รายสัปดาห์ เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์โดยมีลักษณะเป็นข้อมูลรายสัปดาห์ จึงได้เลือกการแจกแจงทั้งสองมาเปรียบเทียบกัน จากนั้นจะคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมมาคาดการณ์ระดับความสูงคลื่นสูงสุด ที่จะเกิดขึ้นในอีก 5 ปี 10 ปี และ 20 ปี ข้างหน้า

วิธีดำเนินการวิจัย

1. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษานี้ใช้ข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data) เป็นข้อมูลความสูงของคลื่นทะเลสูงสุดรายสัปดาห์ จำนวน 678 สัปดาห์ บริเวณรอบชายฝั่งทั้ง 3 จังหวัด ได้แก่ ตราด เพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี โดยเริ่มตั้งแต่ปี พ.ศ. 2550 ถึง พ.ศ. 2562



2. การคัดเลือกข้อมูล

การคัดเลือกข้อมูลสำหรับทำการศึกษาความน่าจะเป็นของการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ความสูงคลื่นทะเลที่มีค่าสูงสุดมี 2 วิธีการดังนี้

2.1 Block Maxima

วิธี Block Maxima ใช้กับข้อมูลคาบเวลา ได้แก่ รายสัปดาห์ รายเดือน หรือรายปี โดยพิจารณาค่าสูงสุดที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา ซึ่งเหมาะสำหรับการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (GEV) เนื่องจากข้อมูลที่น่าวิเคราะห์ต้องมีขนาดความกว้างของช่วงหรือจำนวนข้อมูลที่เหมาะสมซึ่งข้อมูลจะต้องเป็นอิสระกัน โดยงานวิจัยนี้ใช้วิธีดังกล่าวในการคัดเลือกข้อมูลสำหรับการนำไปวิเคราะห์หาตัวแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (GEV) โดยพิจารณาค่าสูงสุดของข้อมูลความสูงคลื่นทะเลของบริเวณ 3 จังหวัด คือ ตรัง เพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี เป็นรายวันแล้วจากนั้นเก็บข้อมูลเป็นรายสัปดาห์

2.2 Threshold Exceedance

วิธี Threshold Exceedance ใช้กับข้อมูลที่มีปริมาณมากและอยู่ในคาบเวลา เช่น รายชั่วโมง หรือรายวัน โดยพิจารณาพร้อมกับวิธีเกินเกณฑ์ (Threshold Methods) และใช้ข้อมูลที่มีค่าสูงสุดเกินกว่าเกณฑ์ (Threshold) เพื่อนำไปวิเคราะห์หาตัวแบบจำลองที่เหมาะสม ซึ่งเหมาะสำหรับการแจกแจงพาริตววงนัยทั่วไป (GPD) งานวิจัยนี้ใช้วิธี Threshold Exceedance สำหรับการคัดเลือกข้อมูลความสูงคลื่นทะเลของแต่ละพื้นที่ในแต่ละจังหวัดเป็นรายสัปดาห์ เพื่อการวิเคราะห์หาตัวแบบจำลองสำหรับการแจกแจงพาริตววงนัยทั่วไป (GPD) ในการกำหนดค่าเกณฑ์ (Threshold) ให้มีค่าไม่ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95

2.3 Quantile-Quantile plots (Q-Q plots)

การสร้างกราฟ Q-Q คือ การเปรียบเทียบค่าควอนไทล์ (Quantile) ของแบบจำลองกับค่าข้อมูลจริง โดยที่

$$\left\{ \left(\hat{F}^{-1} \frac{i}{n+1}, x_{(i)} \right) : i = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (1)$$

ถ้าแบบจำลองที่ได้มีการแจกแจงเหมือนกับข้อมูลจริง กราฟที่ได้จะมีลักษณะเป็นเส้นตรง ซึ่งการสร้างกราฟนี้เป็นการพล็อตจุดควอนไทล์ของค่าคาดหวังของการแจกแจงที่ได้จากการสร้างแบบจำลองกับจุดควอนไทล์ของข้อมูลจริงที่ต้องการทดสอบว่าการแจกแจงมีความเหมาะสมหรือไม่ ซึ่งการประมาณฟังก์ชันการแจกแจง $\hat{F}$ ถ้าข้อมูลที่ศึกษามีการแจกแจงที่เหมาะสม Q-Q plots จะอยู่ใกล้เส้นทแยงมุมซึ่งกราฟจะเป็นเส้นตรง

3. การวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานทางสถิติ

ในการศึกษาคุณสมบัติของข้อมูลความสูงของคลื่นทะเลบริเวณดังกล่าวข้างต้น โดยทำการคัดเลือกข้อมูลสูงสุดรายสัปดาห์และทำการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติพื้นฐาน เพื่อดูภาพรวมของข้อมูลทั้งค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน

3.2 การทดสอบความคงที่และแนวโน้มของข้อมูล

การทดสอบความคงที่ของข้อมูลอนุกรมเวลา ใช้วิธีการ Augmented Dickey-Fuller Test (ADF) [10] และการทดสอบแนวโน้มของข้อมูลอนุกรมเวลา ใช้วิธีการของ Mann-Kendall Test (MK) และการพล็อตกราฟแนวโน้ม

3.3 การกำหนดตัวแบบจำลอง

กำหนดตัวแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณรอบ ๆ ชายฝั่งอ่าวไทยรายสัปดาห์เพื่อวิเคราะห์หาตัวแบบค่าสุดขีดที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลระดับความสูงคลื่นของ 3 จังหวัด ได้แก่ ตรัง พะเยา และสุราษฎร์ธานี ซึ่งเป็นจังหวัดที่ติดชายฝั่งทะเลอ่าวไทยและแหล่งเศรษฐกิจของประเทศไทย ด้วยการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (GEV) โดยจะวิเคราะห์ข้อมูลที่มีค่าสูงสุดในช่วงเวลาที่สนใจคือรายสัปดาห์ ซึ่งค่าสังเกตที่รวบรวมได้ควรจะมีย่านมากกว่า 30 ค่าขึ้นไป [3] และการแจกแจงพารามิเตอร์วงนัยทั่วไป (GPD) จะใช้วิเคราะห์ข้อมูลที่ต้องการวิเคราะห์การแจกแจงของปลายหางของข้อมูลเหล่านี้เมื่อข้อมูลมีจำนวนมาก หรือ ข้อมูลเก็บรวบรวมเป็นรายวัน

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป

$$f(X) = \frac{1}{\sigma} \left\{ 1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right\}^{(-1/\xi)-1} \exp \left\{ - \left(1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-1/\xi} \right\} \text{ สำหรับ } 1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) > 0 \quad (2)$$

โดยที่ μ แทน พารามิเตอร์ระบุตำแหน่ง (Location Parameter)

σ แทน พารามิเตอร์ระบุขนาด (Scale Parameter)

ξ แทน พารามิเตอร์ระบุรูปร่าง (Shape Parameter)

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของการแจกแจงพารามิเตอร์วงนัยทั่วไป

$$f(X) = 1 + \left[\xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \quad (3)$$

โดยที่ σ แทน พารามิเตอร์ระบุขนาด (Scale Parameter)

ξ แทน พารามิเตอร์ระบุรูปร่าง (Shape Parameter)

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไปและฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของการแจกแจงพารามิเตอร์วงนัยทั่วไป สามารถกำหนดแบบจำลองของข้อมูลได้ดังนี้

ข้อมูลมีความคงที่ (Stationary) และไม่มีแนวโน้ม (Trend) จะได้รูปแบบจำลอง 1 แบบ ดังนี้

แบบจำลองที่ 1 : μ, σ และ ξ เป็นค่าคงที่

ข้อมูลไม่มีความคงที่ (Non-Stationary) และมีแนวโน้ม (Trend) จะได้รูปแบบจำลอง 5 แบบ ดังนี้

แบบจำลองที่ 2 : $\mu(t) = \beta_0 + \beta_1 t$ โดยที่ σ และ ξ เป็นค่าคงที่

แบบจำลองที่ 3 : $\mu(t) = \beta_0 + \beta_1 t$ และ $\sigma(t) = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)$ โดยที่ ξ เป็นค่าคงที่

แบบจำลองที่ 4 : $\mu(t) = \beta_0 + \beta_1 t$ และ $\sigma(t) = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2)$ โดยที่ ξ เป็นค่าคงที่

แบบจำลองที่ 5 : $\mu(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$ และ $\sigma(t) = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2)$ โดยที่ ξ เป็นค่าคงที่

เมื่อ t มีหน่วยเป็นรายสัปดาห์ โดยค่าพารามิเตอร์ของทุกตัวแบบจำลอง μ, σ และ ξ ที่เป็นค่าคงที่ประมาณค่าด้วยวิธีการประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation : MLE) ซึ่งใช้ฟังก์ชัน fevd ในโปรแกรมภาษา R ช่วยในการคำนวณ

3.4 การคัดเลือกตัวแบบจำลองที่เหมาะสม

การคัดเลือกตัวแบบจำลองที่เหมาะสมจะใช้เกณฑ์สารสนเทศของอะไกเกะ (Akaike's Information Criterion: AIC) เป็นเกณฑ์แบบจำลองที่ให้ค่า AIC น้อยที่สุดแสดงว่าแบบจำลองนั้นมีความเหมาะสมมากที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ การคัดเลือกตัวแบบที่ให้ AIC มีค่าต่ำที่สุดซึ่งจะเป็นตัวแบบที่ดีที่สุดและเกณฑ์ AIC สามารถคัดเลือกตัวแบบได้ดีเมื่อตัวอย่างมีขนาด



ใหญ่เนื่องจากเกิดความผิดพลาดในการคัดเลือกตัวแบบสูงเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมในศาสตร์ต่าง ๆ ในปัจจุบันเนื่องจากไม่ต้องใช้ค่า p (p-value) ในการสรุปผล และสามารถใช่วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบได้หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด หรือวิธีโมเมนต์ มีเพียงวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์เพียงวิธีเดียว ที่ไม่เหมาะสมที่จะใช้เกณฑ์ AIC เนื่องจากหากประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบย์แล้ว เกณฑ์ที่เหมาะสมในการพิจารณาตัวแบบจะเป็นเกณฑ์สารสนเทศของเบย์ (Bayesian Information Criterion) หรือ BIC

$$AIC = -2\ln(\hat{b}) + 2p \quad (4)$$

โดย $\ln(\hat{b})$ คือ ล็อกภาวะน่าจะเป็น

p คือ จำนวนพารามิเตอร์ในการแจกแจง

n คือ จำนวนค่าสังเกตในข้อมูล

3.5 การประมาณค่าระดับการเกิดซ้ำสูงสุด

ประมาณระดับการเกิดซ้ำของข้อมูล 3 จังหวัด ได้แก่ ตราด เพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี รายสัปดาห์ ที่คาดว่าจะเกิดขึ้นโดยเฉลี่ยทุก ๆ ช่วงเวลา t กำหนดช่วงเวลาในงานวิจัยนี้เป็น 2 ปี 5 ปี 10 ปีและ 20 ปี

ผลการวิจัย

1. ข้อมูลพื้นฐานทางสถิติของคลื่นทะเลสูงสุด ตั้งแต่ พ.ศ. 2550 – 2562

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานของความสูงคลื่นทะเลบริเวณรอบชายฝั่งอ่าวไทย ทั้ง 3 จังหวัด โดยมีข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดรายสัปดาห์ (หน่วย : เมตร) จำนวน 678 สัปดาห์ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2550 ถึง พ.ศ. 2562 ผลแสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ข้อมูลพื้นฐานทางสถิติของความสูงคลื่นทะเลสูงสุดรายสัปดาห์บริเวณรอบชายฝั่งอ่าวไทย (หน่วย:เมตร)

สถานี	จำนวนข้อมูล	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด
ตราด	678	1.431	1.544	18.00	0.500
เพชรบุรี	678	1.568	1.147	14.000	0.100
สุราษฎร์ธานี	678	0.806	0.659	6.000	0.100

จากตารางที่ 1 พบว่าความสูงคลื่นทะเลต่ำสุด คือ 0.1 เมตร โดยพบบริเวณจังหวัดเพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี ความสูงคลื่นสูงสุด คือ 18 เมตร พบบริเวณจังหวัดตราด ในช่วงสัปดาห์ที่ 347 หรือสัปดาห์ที่ 34 ซึ่งตรงกับเดือนสิงหาคม เนื่องจากเป็นช่วงที่มีลมมรสุมพัดเข้าชายฝั่งส่งผลให้คลื่นทะเลสูงกว่าปกติ โดยเฉลี่ย 1.431 เมตร และเมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยของความสูงคลื่นทะเลในจังหวัดตราด เพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี พบว่ามีค่าเป็น 1.431 1.568 และ 0.806 ตามลำดับ โดยมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความสูงคลื่นทะเลในจังหวัดตราด เพชรบุรี และสุราษฎร์ธานี เป็น 1.544 1.147 และ 0.659 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าหากพิจารณาเพียงแค่ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแล้ว จะสรุปได้ว่าข้อมูลมีลักษณะการกระจายตัวไม่มาก ซึ่งแตกต่างจากความเป็นจริงที่มีค่าต่ำสุดและสูงสุดต่างกันค่อนข้างมาก ดังนั้นการใช้ตัวแบบทางทฤษฎีแบบปกติจึงไม่เหมาะสมในงานวิจัยนี้จึงหันมาใช้ในการแจกแจงค่าสุดขีดในการสร้างตัวแบบของข้อมูลความสูงคลื่นทะเล

2. การทดสอบความคงที่และแนวโน้มของความสูงคลื่นรายสัปดาห์

เนื่องจากข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่มีอนุกรมเวลามาเกี่ยวข้อง จึงต้องวิเคราะห์ด้วยคุณสมบัติอนุกรมเวลานั้นคือ กระบวนการคงที่ (Stationary Process) และแนวโน้มที่เกิดขึ้นของความสูงคลื่น

ในการทดสอบความคงที่ของความสูงคลื่น จะตั้งสมมติฐาน ดังนี้

H_0 : ข้อมูลความสูงคลื่นไม่มีความคงที่

H_1 : ข้อมูลความสูงคลื่นมีความคงที่

งานวิจัยนี้เลือกใช้การทดสอบความคงที่ของข้อมูลโดยวิธี Augmented Dickey-Fuller (ADF) test เนื่องจากเป็นวิธีที่ได้รับการยอมรับและเป็นที่นิยมอย่างแพร่หลายในการศึกษาความคงที่ของข้อมูลอนุกรมเวลา

การทดสอบ Unit Root โดยวิธีการ Augmented Dickey-Fuller เป็นสมการที่ปรับมาจากวิธีการ Dickey-Fuller ซึ่งสมการของ Dickey-Fuller มี 3 สมการ ที่ต้องทดสอบ (At Level) คือ

$$Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t \quad (\text{Random Walk Process}) \quad (5)$$

$$Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t \quad (\text{Random Walk with Drift}) \quad (6)$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t \quad (\text{Random Walk with Drift around a Stochastic Trend}) \quad (7)$$

เมื่อมีการปรับสมการโดยการเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Processes) เข้าไปในสมการ (5), (6) และ (7) จะได้สมการ ดังนี้

$$Y_t = \delta Y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^m Y_{t-1} + u_t \quad (8)$$

$$Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^m Y_{t-1} + u_t \quad (9)$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^m Y_{t-1} + u_t \quad (10)$$

ถ้ายอมรับสมมติฐานหลัก (H_0) แสดงว่า Y_t มีลักษณะไม่นิ่ง (Nonstationary) หรือเรียกว่ามี Unit Root เมื่อค่าสถิติ t-Statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปสัมบูรณ์มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต (Mackinnon Critical Value)

ถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_0) หรือยอมรับสมมติฐานรอง (H_1) แสดงว่า Y_t มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หรือ เรียกว่าไม่มี Unit Root เมื่อค่าสถิติ t-Statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปสัมบูรณ์มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต (Mackinnon Critical Value)

ในการทดสอบแนวโน้มของความสูงคลื่น จะทำการตั้งสมมติฐาน ดังนี้

H_0 : ข้อมูลความสูงคลื่นไม่มีแนวโน้ม

H_1 : ข้อมูลความสูงคลื่นมีแนวโน้ม

ค่าแนวโน้มของข้อมูลเป็นการเคลื่อนไหวในช่วงระยะเวลาที่ค่อนข้างนานพอสมควรโดยวิธีที่ใช้ทดสอบคือวิธี Mann-Kendall ซึ่งเป็นการทดสอบทางสถิติแบบไม่มีพารามิเตอร์ที่นิยมอย่างมาก สำหรับการที่จะนำมาวิเคราะห์หาแนวโน้มของอนุกรมเวลาของข้อมูลทางด้านอุทกวิทยา ในการจัดกลุ่มแนวโน้มที่มีนัยสำคัญของแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นและแนวโน้มที่ลดลงและสำหรับอนุกรมเวลา $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ สำหรับการทดสอบแบบสองทิศทางจะมีการแจกแจงของ x_k และ x_j ซึ่งจะมีค่าไม่เหมือนกันกับทุกค่าของ k โดย $j \leq n$ ด้วย $k \neq j$ โดยสถิติทดสอบ S สามารถคำนวณได้โดยสมการ (11)

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sign}(x_j - x_k) \quad (11)$$

$$\text{เมื่อ } \text{sign}(x_j - x_k) = \begin{cases} 1 & ; (x_j - x_k) > 0 \\ 0 & ; (x_j - x_k) = 0 \\ -1 & ; (x_j - x_k) < 0 \end{cases}$$

และค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของสถิติทดสอบ S สามารถหาได้จากสมการ (12) และ (13)



$$E(S) = 0 \quad (12)$$

$$Var = \frac{\left[n(n-1)(2n+5) - \sum_{j=1}^m t_j(t_j-1)(2t_j+5) \right]}{18} \quad (13)$$

การแจกแจงความโน้มเอียงของ S และแนวโน้มที่มีนัยสำคัญสามารถทดสอบได้โดยการเปรียบเทียบค่าตัวแปรมาตรฐาน Z จากสมการ (14)

$$z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{Var(S)}} & ; S > 0 \\ 0 & ; S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{Var(S)}} & ; S < 0 \end{cases} \quad (14)$$

ซึ่งค่าบวกของ Z ในสมการ เป็นการแสดงถึงแนวโน้มที่เพิ่มขึ้น ในขณะที่ค่าลบของ Z แสดงถึงแนวโน้มที่ลดลง

ตารางที่ 2 การทดสอบความคงที่และแนวโน้มของข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดรายสัปดาห์

สถานี	การทดสอบทางสถิติ			
	ADF		MK	
	ค่าสถิติ	P-value	ค่าสถิติ	P-value
ตราด	-4.168	0.01	-0.681	0.496
เพชรบุรี	-4.642	0.01	3.385	0.001
สุราษฎร์ธานี	-5.19	0.01	-2.342	0.019

โดยค่าที่แสดงดังตารางที่ 2 เป็นค่าที่ได้จากการทดสอบความคงที่และแนวโน้มด้วยโปรแกรม R Studio จะพิจารณาค่า P-Value ทั้งสามพื้นที่รอบ ๆ อ่าวไทย โดยพิจารณาค่า P-Value ของวิธีการ Augmented Dickey-Fuller (ADF) Test พบว่ามีค่าเท่ากับ 0.01 ทั้งสามพื้นที่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จึงสรุปผลว่าข้อมูลชุดนี้อยู่ภายใต้กระบวนการคงที่ทั้ง 3 จังหวัด และเมื่อพิจารณาค่า P-Value ของวิธีการ Mann-Kendall (MK) Test ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า มีเพียงจังหวัดตราดที่มีความสูงคลื่นทะเลไม่มีแนวโน้ม (P-Value > 0.05) ส่วนจังหวัดเพชรบุรี และสุราษฎร์ธานีความสูงคลื่นทะเลนั้นมีแนวโน้ม (P-Value < 0.05)

3. การกำหนดตัวแบบจำลองที่เหมาะสม

3.1 ตัวแบบจำลองการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (GEV) ของความสูงคลื่นทะเลสูงสุด

3.1.1. บริเวณชายฝั่งจังหวัดตราด

การหาตัวแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งจังหวัดตราดรายสัปดาห์ โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ และการแจกแจงของตัวแบบจำลอง ภายใต้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (Generalized Extreme Value) จากนั้นคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criterion : AIC) แสดงดังตารางที่ 3 โดย



ตารางที่ 3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของข้อมูลความสูงคลื่นสูงสุดรายสัปดาห์

รูปแบบ	ตัวแบบที่ใช้	AIC
1	$\hat{\mu} = 0.8274812$, $\hat{\sigma} = 0.4555868$, $\hat{\xi} = 0.5019302$	1450.243
2	$\mu(t) = 0.8155092 + 0.00003557765t$ $\hat{\sigma} = 0.8155092$, $\hat{\xi} = 0.5014695$	1451.881
3	$\mu(t) = 0.7476608 + 0.00006462679t$ $\sigma(t) = \exp(-0.7936559 + 0.4250051t)$ $\hat{\xi} = 0.3848715$	1430.368
4	$\mu(t) = 0.7613954 + 0.00002841229t$ $\sigma(t) = \exp(-0.7459649 + 0.4230645t - 0.0001314722t^2)$ $\hat{\xi} = 0.3799692$	1432.027
5	$\mu(t) = 0.6863534 + 0.0007194454t - 0.000001011498t^2$ $\sigma(t) = \exp\left(\begin{matrix} -1.003887 + 0.4302829t + 0.002149482t^2 \\ -0.000003326934t^3 \end{matrix}\right)$ $\hat{\xi} = 0.3627765$	1429.595

รูปแบบ 1 คือ ตัวแบบที่ข้อมูลมีความคงที่ (Stationary) และไม่มีแนวโน้ม (Trend) จึงกำหนด μ , σ และ ξ เป็นค่าคงที่

รูปแบบ 2 คือ ตัวแบบที่ข้อมูลไม่มีความคงที่ และมีแนวโน้ม กำหนด σ และ ξ เป็นค่าคงที่

รูปแบบ 3 คือ ตัวแบบที่ข้อมูลไม่มีความคงที่ และมีแนวโน้ม กำหนด ξ เป็นค่าคงที่

รูปแบบ 4 คือ ตัวแบบที่ข้อมูลไม่มีความคงที่ และมีแนวโน้ม กำหนด σ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในรูปพหุนามดีกรีสอง และ ξ เป็นค่าคงที่

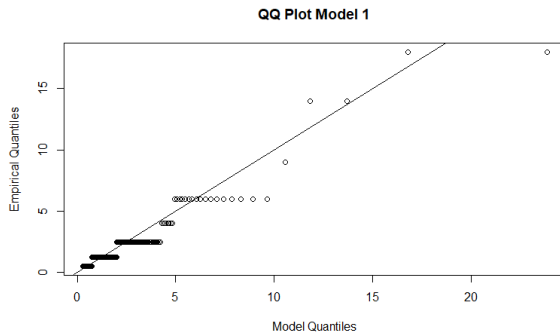
รูปแบบ 5 คือ ตัวแบบที่ข้อมูลไม่มีความคงที่ และมีแนวโน้ม กำหนด μ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในรูปพหุนามดีกรีสอง σ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในรูปพหุนามดีกรีสาม และ ξ เป็นค่าคงที่

โดยค่าที่แสดงดังตารางที่ 3 เป็นค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้จากโปรแกรม R Studio ของวิธีการค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป โดยใช้เกณฑ์ AIC ในการหาค่าตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด หากพิจารณาจากค่า AIC จะพบว่า รูปแบบของแบบจำลองที่ 5 ให้ค่า AIC น้อยที่สุด นั่นหมายความว่าตัวแบบนี้มีความเหมาะสมมากที่สุดสำหรับข้อมูลระดับความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งของจังหวัดตราดรายสัปดาห์ สามารถอธิบายได้ว่า $x \sim GEV(\mu(t), \sigma(t), \hat{\xi})$ เมื่อ

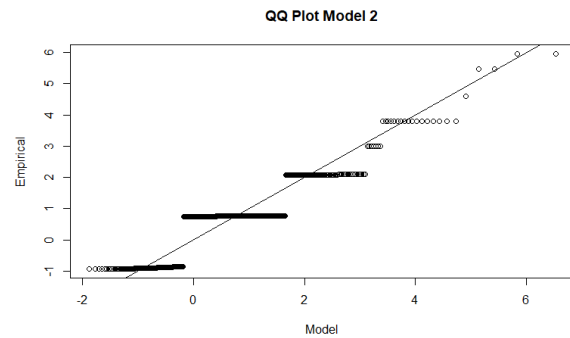
$$\mu(t) = 0.6863534 + 0.0007194454t - 0.000001011498t^2,$$

$$\sigma(t) = \exp(-1.003887 + 0.4302829t + 0.002149482t^2 - 0.000003326934t^3), \hat{\xi} = 0.3627765$$

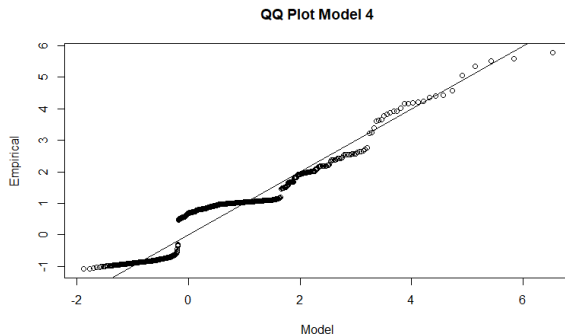
หมายความว่า ข้อมูลมีการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป เมื่อพารามิเตอร์ μ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในพหุนามดีกรีสอง และพารามิเตอร์ σ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในเชิงสมการแนวโน้มแบบพหุนามดีกรีสามโดยที่ $\sigma(t) = \exp(-1.003887 + 0.4302829t + 0.002149482t^2 - 0.000003326934t^3)$ และมีพารามิเตอร์ $\hat{\xi}$ คงที่ มีค่าเท่ากับ 0.3627765



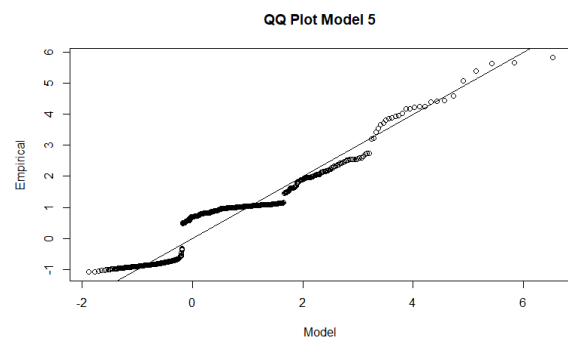
ภาพที่ 1 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 1



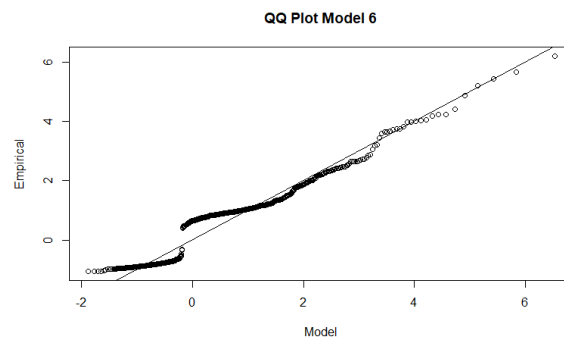
ภาพที่ 2 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 2



ภาพที่ 3 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 3



ภาพที่ 4 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 4



ภาพที่ 5 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 5

จากภาพที่ 5 พบว่ารูปกราฟ Quantile Plots เป็นเส้นตรง และมีเพียงไม่กี่จุดที่เบี่ยงเบนไปจากเส้นตรง แสดงว่าตัวแบบที่ 5 เหมาะสมกับข้อมูล ดังนั้นตัวแบบจำลองค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป ตัวแบบที่ 5 มีความเหมาะสมกับชุดข้อมูล

3.1.2 บริเวณชายฝั่งจังหวัดเพชรบุรี

การหาตัวแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งจังหวัดเพชรบุรีรายสัปดาห์ โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ และการแจกแจงของตัวแบบจำลอง ภายใต้การแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป (Generalized Extreme Value) จากนั้นคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criterion : AIC) แสดงดังตารางที่ 4



ตารางที่ 4 การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของข้อมูลความสูงคลื่นสูงสุดรายสัปดาห์

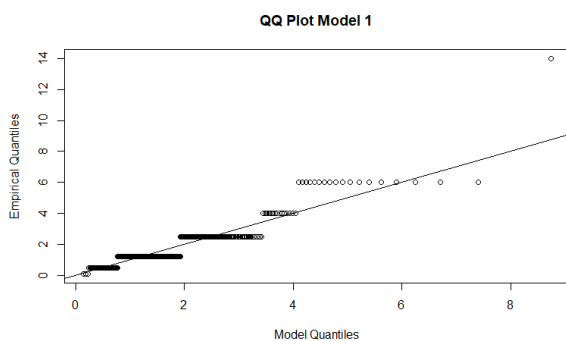
รูปแบบ	ตัวแบบที่ใช้	AIC
1	$\hat{\mu} = 1.0799764$, $\hat{\sigma} = 0.5953813$, $\hat{\xi} = 0.1891361$	1586.990
2	$\mu(t) = 0.9749450552 + 0.0003147103t$ $\hat{\sigma} = 0.5894549173$, $\hat{\xi} = 0.1926313251$	1578.242
3	$\mu(t) = 0.969891291 + 0.0003063133t$, $\sigma(t) = \exp(-0.5261231133 + 0.1357489903t)$, $\hat{\xi} = 0.1806880333$	1578.551
4	$\mu(t) = 0.9314661724 + 0.0004221102t$, $\sigma(t) = \exp(-0.6110919435 + 0.1399447809t + 0.0002494562t^2)$, $\hat{\xi} = 0.1786920065$	1578.625
5	$\mu(t) = 0.737484 + 0.00230574t - 0.000002860172t^2$, $\sigma(t) = \exp\left(\begin{matrix} -0.8095378 + 0.1700278t + 0.0002172953t^2 \\ -0.000002998871t^3 \end{matrix}\right)$, $\hat{\xi} = 0.1606761$	1562.645

โดยค่าที่แสดงดังตารางที่ 4 เป็นค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้จากฟังก์ชัน fevd ของวิธีการค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป โดยใช้เกณฑ์ AIC ในการหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด เมื่อพิจารณาจากค่า AIC จะพบว่า รูปแบบของแบบจำลองที่ 5 ให้ค่า AIC น้อยที่สุด นั่นหมายความว่าตัวแบบนี้มีความเหมาะสมมากที่สุดสำหรับข้อมูลระดับความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งของ จังหวัดเพชรบุรีรายสัปดาห์ สามารถอธิบายได้ว่า $x \sim GEV(\mu(t), \sigma(t), \xi)$ เมื่อ

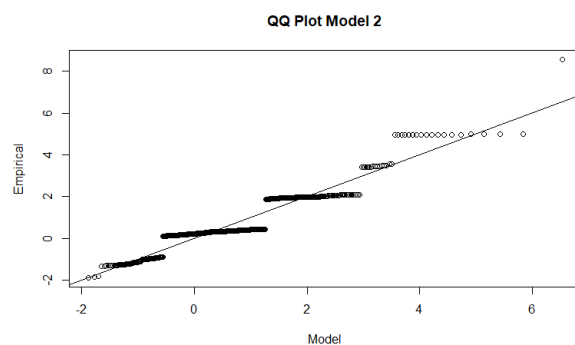
$$\mu(t) = 0.737484 + 0.00230574t - 0.000002860172t^2,$$

$$\sigma(t) = \exp(-0.8095378 + 0.1700278t + 0.0002172953t^2 - 0.000002998871t^3) , \xi = 0.1606761$$

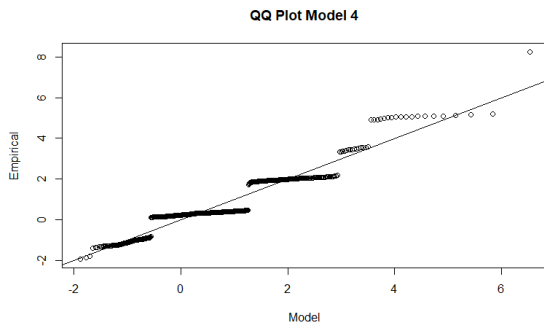
หมายความว่า ข้อมูลมีการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป เมื่อพารามิเตอร์ μ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในพหุนามดีกรีสอง และพารามิเตอร์ σ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในเชิงสมการแนวโน้มแบบพหุนามดีกรีสามโดยที่ $\sigma(t) = \exp(-1.452837 + 0.0001185096t + 0.001874835t^2 - 0.000003204035t^3)$ และพารามิเตอร์ ξ คงที่มีค่าเท่ากับ 3.83566



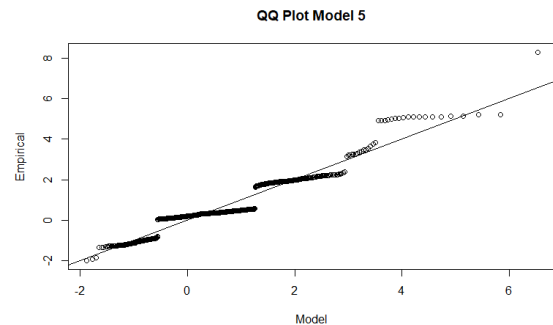
ภาพที่ 6 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 1



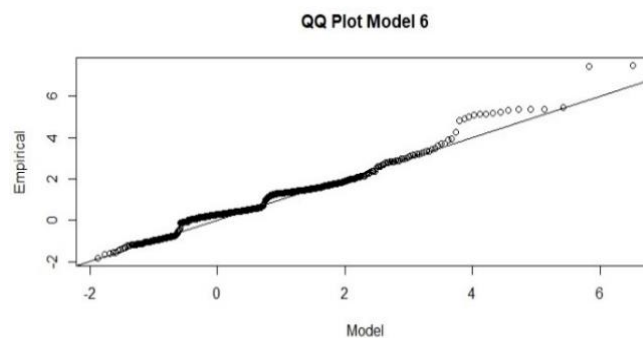
ภาพที่ 7 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 2



ภาพที่ 8 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 3



ภาพที่ 9 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 4



ภาพที่ 10 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 5

จากภาพที่ 10 พบว่าตำแหน่งของข้อมูลบนกราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 5 เป็นเส้นตรง และมีเพียงไม่กี่จุดที่เบี่ยงเบนไปจากเส้นตรง แสดงว่าตัวแบบที่ 5 เหมาะสมกับข้อมูล ดังนั้นตัวแบบจำลองค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป ตัวแบบที่ 5 มีความเหมาะสมกับชุดข้อมูล

3.1.3 บริเวณชายฝั่งจังหวัดสุราษฎร์ธานี

การหาตัวแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งจังหวัดสุราษฎร์ธานีรายสัปดาห์ โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ และการแจกแจงของตัวแบบจำลอง ภายใต้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (Generalized Extreme Value) จากนั้นคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criterion : AIC) แสดงดังตารางที่ 5

โดยค่าที่แสดงดังตารางที่ 4 เป็นค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป โดยใช้เกณฑ์ AIC ในการหาค่าตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด หากพิจารณาจากค่า AIC จะพบว่า รูปแบบของแบบจำลองที่ 5 ให้ค่า AIC น้อยที่สุด นั่นหมายความว่าตัวแบบนี้มีความเหมาะสมมากที่สุดสำหรับข้อมูลระดับความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งของจังหวัดสุราษฎร์ธานีรายสัปดาห์ สามารถอธิบายได้ว่า $x \sim GEV(\mu(t), \sigma(t), \xi)$ เมื่อ

$$\mu(t) = 0.5435286 - 0.0007614952t + 0.0000007108899t^2,$$

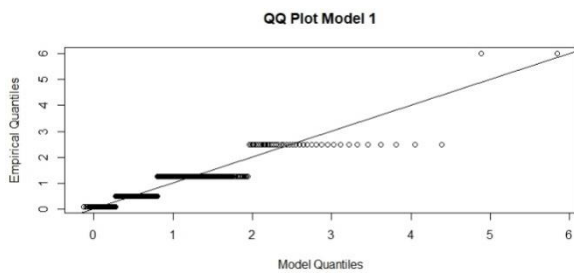
$$\sigma(t) = \exp(-1.246407 + 1.064578t + 0.002333115t^2 - 0.000003233281t^3), \quad \xi = 0.07310725$$

หมายความว่า ข้อมูลมีการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป เมื่อพารามิเตอร์ μ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในพหุนามดีกรีสอง และพารามิเตอร์ σ มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับเวลาในเชิงสมการแนวโน้มแบบพหุนามดีกรีสามโดยที่ $\sigma(t) = \exp(-1.246407 + 1.064578t + 0.002333115t^2 - 0.000003233281t^3)$ และมีพารามิเตอร์ ξ คงที่ มีค่าเท่ากับ 0.07310725

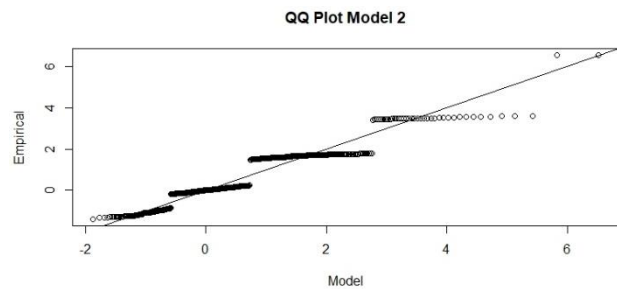


ตารางที่ 5 การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของข้อมูลความสูงคลื่นสูงสุดรายสัปดาห์

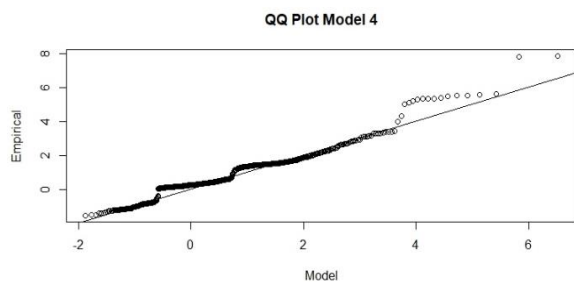
รูปแบบ	ตัวแบบที่ใช้	AIC
1	$\hat{\mu} = 0.4873437$, $\hat{\sigma} = 0.3945171$, $\hat{\xi} = 0.2030115$	1042.419
2	$\mu(t) = 0.5694896236 - 0.0002431492t$ $\hat{\sigma} = 0.3888874759$, $\hat{\xi} = 0.2125365633$	1032.474
3	$\mu(t) = 0.4810595393 - 0.0002465403t$ $\sigma(t) = \exp(-0.9479382491 + 0.9910012173t)$ $\hat{\xi} = 0.0892826389$	978.1514
4	$\mu(t) = 0.4798362 - 0.0002421381t$ $\sigma(t) = \exp(-0.9609782 + 0.9893347t + 0.00003990543t^2)$ $\hat{\xi} = 0.08869072$	980.0983
5	$\mu(t) = 0.5435286 - 0.0007614952t + 0.0000007108899t^2$ $\sigma(t) = \exp\left(\begin{matrix} -1.246407 + 1.064578t + 0.002333115t^2 \\ -0.000003233281t^3 \end{matrix}\right)$ $\hat{\xi} = 0.07310725$	967.978



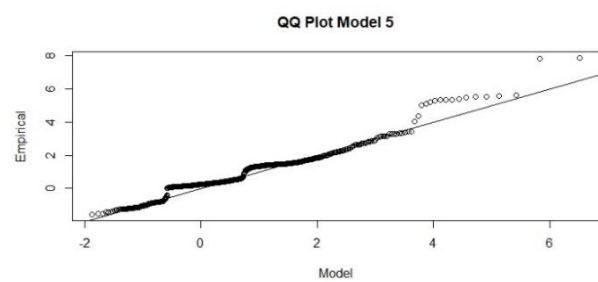
ภาพที่ 11 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 1



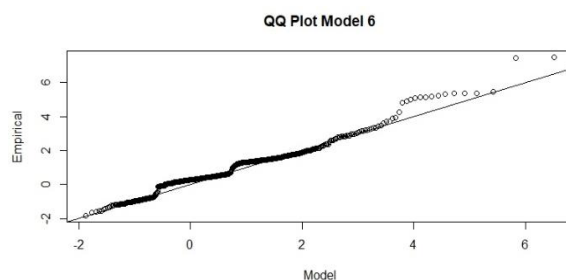
ภาพที่ 12 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 2



ภาพที่ 13 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 3



ภาพที่ 14 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 4



ภาพที่ 15 กราฟ Quantile Plots ของตัวแบบที่ 5



จากภาพที่ 15 พบว่ารูปกราฟ Quantile Plots เป็นเส้นตรง และมีเพียงไม่กี่จุดที่เบี่ยงเบนไปจากเส้นตรง แสดงว่าตัวแบบที่ 5 เหมาะสมกับข้อมูล ดังนั้นตัวแบบจำลองค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป ตัวแบบที่ 5 มีความเหมาะสมกับชุดข้อมูล

ดังนั้นภายใต้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (GEV) โดยพิจารณาด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (AIC) และกราฟ Quantile Plots ตัวแบบที่ 5 เหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด

3.2 ตัวแบบจำลองการแจกแจงพาราโรวางนัยทั่วไป (GPD) ของความสูงคลื่นทะเลสูงสุด

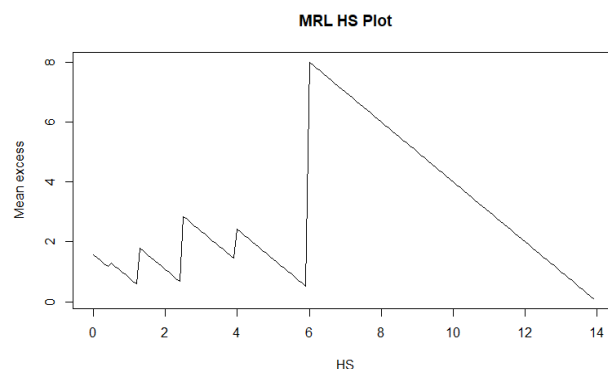
3.2.1 บริเวณชายฝั่งจังหวัดตราด

(1) การคัดเลือกค่าเกณฑ์ (μ_0)

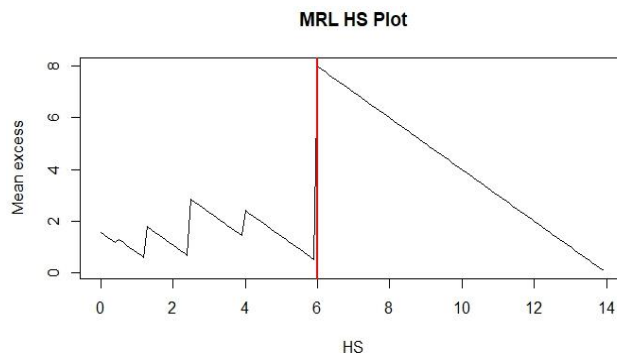
จากกราฟความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Residual Life Plot : MRL) ดังภาพที่ 16 เป็นกราฟที่ได้จากการประมาณค่าเกณฑ์ของการแจกแจงพาราโรวางนัยทั่วไป จะสังเกตได้ว่ากราฟมีลักษณะเป็นเส้นตรงเมื่อค่า $\mu = 5.99$ การกำหนดค่าเกณฑ์ของข้อมูลจะมีข้อมูลทั้งหมด 22 ค่าที่มีค่าสูงกว่า 5.99 ดังนั้นจึงทำการตัดค่าเกณฑ์ได้ ดังภาพที่ 17

(2) การกำหนดตัวแบบจำลองและประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

การหาตัวแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งจังหวัดตราด รายสัปดาห์ จะประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบจำลองภายใต้การแจกแจงพาราโรวางนัยทั่วไป (Generalized Pareto Distribution: GPD) ด้วยฟังก์ชัน gpd.fit ซึ่งให้ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของตัวแบบ GPD (Maximum-likelihood Fitting for the GPD Model) จากนั้นคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criterion : AIC) แสดงดังตารางที่ 6

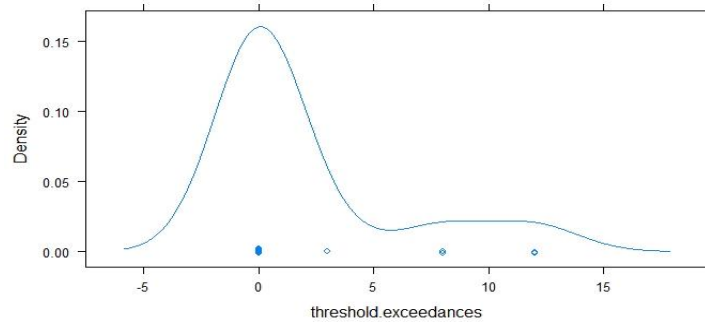


ภาพที่ 16 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Residual Life Plot : MRL) ของความสูงคลื่นทะเลสูงสุด



ภาพที่ 17 กราฟแสดงการตัดค่าเกินเกณฑ์ที่ 5.99

เมื่อตัดค่าเกณฑ์จำนวน 22 ข้อมูลมาแสดงกราฟฟังก์ชันการแจกแจงพาราโรวางนัยทั่วไป ได้ดังภาพที่ 18



ภาพที่ 18 กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นการแจกแจงพาริตัววางนัยทั่วไปของค่าเกินเกณฑ์

ตารางที่ 6 การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของข้อมูลความสูงคลื่นสูงสุดรายสัปดาห์

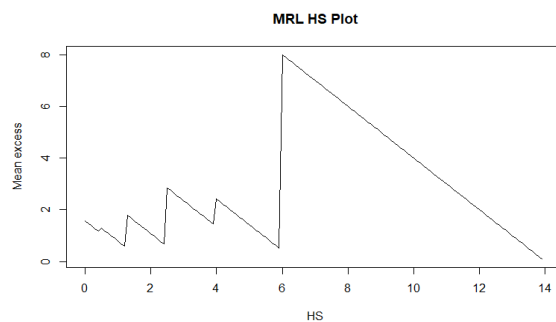
ตัวแบบที่ใช้	AIC
$\hat{\sigma} = 0.01477144$, $\hat{\xi} = 2.35485503$	-33.8602

ตารางที่ 6 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงพาริตัววางนัยทั่วไป โดยใช้รูปแบบที่ 1 มีค่าประมาณพารามิเตอร์บ่งขนาดมีค่าเท่ากับ 0.01477144 ค่าประมาณพารามิเตอร์บ่งรูปร่างมีค่าเท่ากับ 2.35485503 และคำนวณค่า AIC ได้เท่ากับ -33.8602 ซึ่งจะนำไปใช้เปรียบเทียบเพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดต่อไป

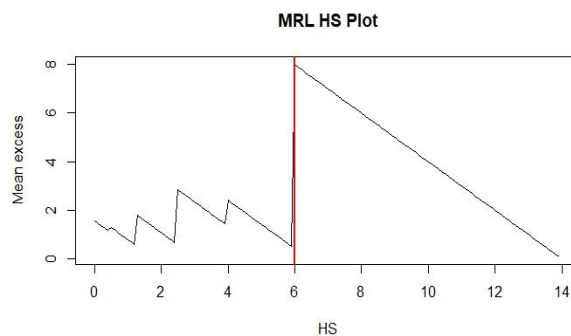
3.2.2 บริเวณชายฝั่งจังหวัดเพชรบุรี

(1) การคัดเลือกค่าเกณฑ์ (μ_0)

จากกราฟความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Residual Life Plot : MRL) ดังภาพที่ 19 เป็นกราฟที่ได้จากการประมาณค่าเกณฑ์ของการแจกแจงพาริตัววางนัยทั่วไป กราฟมีลักษณะเป็นเส้นตรงเมื่อค่า $\mu = 5.99$ การกำหนดค่าเกณฑ์ของข้อมูลจะมีข้อมูลทั้งหมด 19 ค่าที่มีค่าสูงกว่า 5.99 จึงทำการตัดค่าเกณฑ์ได้ ดังภาพที่ 20



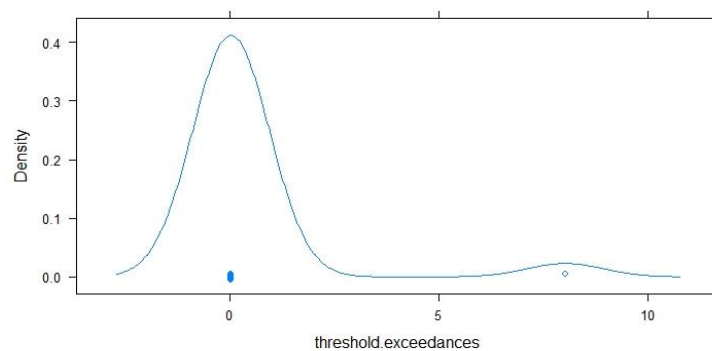
ภาพที่ 19 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Residual Life Plot : MRL) ของความสูงคลื่นทะเลสูงสุด



ภาพที่ 20 กราฟแสดงการตัดค่าเกินเกณฑ์ที่ 5.99



เมื่อตัดค่าเกณฑ์จำนวน 19 ข้อมูลมาแสดงกราฟฟังก์ชันการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป ได้ดังภาพที่ 21



ภาพที่ 21 กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไปของค่าเกินเกณฑ์

(2) การกำหนดตัวแบบจำลองและประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

การหาตัวแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งจังหวัดเพชรบุรีรายสัปดาห์ โดยประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบจำลองภายใต้การแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป (Generalized Pareto Distribution) จากนั้นคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criterion : AIC) แสดงดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของข้อมูลความสูงคลื่นสูงสุดรายสัปดาห์

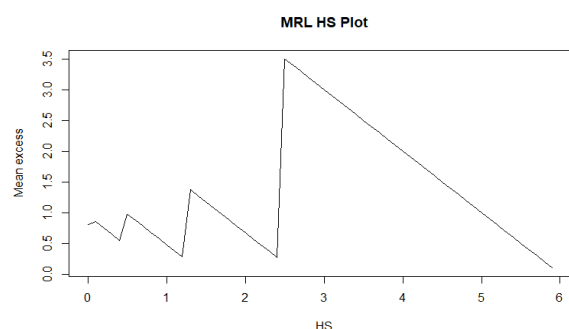
ตัวแบบที่ใช้	AIC
$\hat{\sigma} = 0.01125126$, $\hat{\xi} = 0.89368212$	-94.55572

จากตารางที่ 7 พบว่าค่าประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป โดยใช้รูปแบบที่ 1 มีค่าประมาณพารามิเตอร์บ่งขนาดมีค่าเท่ากับ 0.01125126 ค่าประมาณพารามิเตอร์บ่งรูปร่างมีค่าเท่ากับ 0.89368212 และคำนวณค่า AIC ได้เท่ากับ -94.55572 ซึ่งจะนำไปใช้เปรียบเทียบเพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดต่อไป

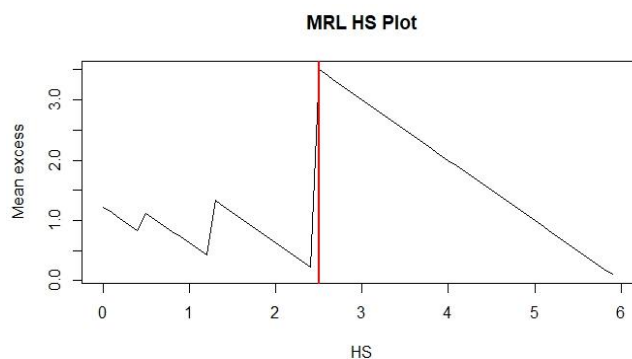
3.2.3 บริเวณชายฝั่งจังหวัดสุราษฎร์ธานี

(1) การตัดเลือกค่าเกณฑ์ (μ_0)

จากกราฟความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Residual Life Plot : MRL) ดังภาพที่ 22 เป็นกราฟที่ได้จากการประมาณค่าเกณฑ์ของการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป กราฟมีลักษณะเป็นเส้นตรงเมื่อค่า $\mu = 2.499$ การกำหนดค่าเกณฑ์ของข้อมูล มีทั้งหมด 41 ค่าที่มีค่าสูงกว่า 2.45 ดังนั้นจึงทำการตัดค่าเกณฑ์ได้ ดังภาพที่ 23

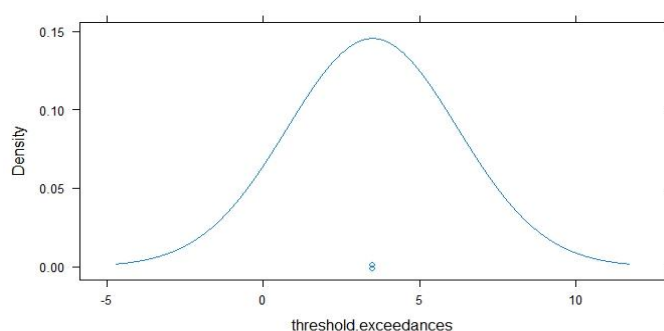


ภาพที่ 22 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Residual Life Plot : MRL) ของความสูงคลื่นทะเลสูงสุด



ภาพที่ 23 กราฟแสดงการตัดค่าเกินเกณฑ์ที่ 2.499

เมื่อตัดค่าเกณฑ์จำนวน 41 ข้อมูลมาแสดงกราฟฟังก์ชันการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป จะเป็นได้ดังภาพที่ 24



ภาพที่ 24 กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของฟังก์ชันการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไปของค่าเกินเกณฑ์

(2) การกำหนดตัวแบบจำลองและประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

การหาตัวแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณชายฝั่งจังหวัดสุราษฎร์ธานี รายสัปดาห์ โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป (Generalized Pareto Distribution) จากนั้นคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะไคเกะ (Akaike's Information Criterion : AIC) แสดงดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของข้อมูลความสูงคลื่นสูงสุดรายสัปดาห์

ตัวแบบที่ใช้	AIC
$\hat{\sigma} = 0.001107425$, $\hat{\xi} = 1.010311554$	-389.2233

ตารางที่ 8 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป โดยใช้รูปแบบที่ 1 พบว่ามีค่าประมาณพารามิเตอร์บ่งขนาดมีค่าเท่ากับ 0.001107425 และค่าประมาณพารามิเตอร์บ่งรูปร่างมีค่าเท่ากับ 1.010311554 และคำนวณค่า AIC ได้เท่ากับ -389.2233 ซึ่งจะนำไปใช้เปรียบเทียบเพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดต่อไป



ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบตัวแบบของข้อมูลความสูงคลื่นทะเลรายสัปดาห์บริเวณ 3 จังหวัดรอบชายฝั่งอ่าวไทยด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (AIC)

สถานี	AIC	
	GEV	GPD
ตราด	1429.595	-33.860
เพชรบุรี	156.645	-94.558
สุราษฎร์ธานี	967.978	-389.223

ค่าที่แสดงในตารางที่ 9 เป็นค่าที่นำมาจากตารางการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ โดยใช้เกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (AIC) เพื่อเปรียบเทียบตัวแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลความสูงคลื่นทะเลบริเวณชายฝั่งรอบอ่าวไทย โดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) ภายใต้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป (GEV) และการแจกแจงพาเรโตวงนัยทั่วไป (GPD) จากนั้นคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (AIC) ที่มีค่าน้อยที่สุด พบว่าทั้งสามจังหวัด ตัวแบบที่ 1 จากการแจกแจงพาเรโตวงนัยทั่วไป (GPD) ด้วยข้อมูลรายสัปดาห์ มีความเหมาะสมในการสร้างตัวแบบจำลองมากที่สุด

การประมาณระดับการเกิดซ้ำ

ตารางที่ 10 ระดับการเกิดซ้ำของข้อมูลความสูงคลื่นทะเลสูงสุดบริเวณ 3 จังหวัด ภายใต้การแจกแจงพาเรโตวงนัยทั่วไป (GPD)

จังหวัด	ระดับการเกิดซ้ำ (Return Level)			
	2 year-level	5 year-level	10 year-level	20 year-level
ตราด	6.367323	6.809452	7.418821	8.447964
เพชรบุรี	6.164377	6.401440	6.765220	7.441091
สุราษฎร์ธานี	2.548254	2.624973	2.753866	3.013500

จากตารางที่ 10 แสดงค่าระดับการเกิดซ้ำ ด้วยฟังก์ชัน return.level โดยใช้วิธีการ Return Level สังเกตเห็นได้ว่าเมื่อรอบการเกิดซ้ำเพิ่มขึ้น จะมีผลให้ระดับการเกิดซ้ำเพิ่มขึ้นตามแต่จะเกิดซ้ำไม่สูงไปกว่าเดิมมาก โดยค่าประมาณระดับการเกิดซ้ำของความสูงคลื่นทะเลบริเวณชายฝั่งจังหวัดตราดรายสัปดาห์จะมีปริมาณเพิ่มขึ้นในรอบ 2 ปี ซึ่งตรงกับปี พ.ศ. 2564 มีโอกาสที่จะเกิดอันตรายระดับความสูงคลื่นสูงสุดอยู่ที่ 6.367323 เมตร สำหรับรอบการเกิดซ้ำ 5 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2567 มีโอกาสที่จะเกิดอันตรายระดับความสูงคลื่นสูงสุด 6.809452 เมตร รอบการเกิดซ้ำ 10 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2572 มีโอกาสที่จะเกิดอันตรายระดับความสูงคลื่นสูงสุด 7.418821 เมตร และรอบการเกิดซ้ำ 20 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2592 มีโอกาสที่จะเกิดอันตรายระดับความสูงคลื่นสูงสุด 8.447964 โดยการเกิดซ้ำในทุก ๆ รอบปี

ส่วนค่าประมาณระดับการเกิดซ้ำของความสูงคลื่นทะเลบริเวณชายฝั่งจังหวัดเพชรบุรีรายสัปดาห์จะมีปริมาณเพิ่มขึ้นในรอบ 2 ปี ซึ่งตรงกับปี พ.ศ. 2564 มีโอกาสที่จะเกิดอันตรายระดับความสูงคลื่นสูงสุดอยู่ที่ 6.164377 เมตร รอบการเกิดซ้ำ 5 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2567 มีโอกาสที่จะเกิดอันตรายระดับความสูงคลื่นสูงสุด 6.401440 เมตร รอบการเกิดซ้ำ 10 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2572 มีโอกาสที่จะเกิดอันตรายระดับความสูงคลื่นสูงสุด 6.765220 เมตร และรอบการเกิดซ้ำ 20 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2592 มีโอกาสที่จะเกิดอันตรายระดับความสูงคลื่นสูงสุด 7.441091 โดยการเกิดซ้ำในทุกๆรอบปี



และค่าประมาณระดับการเกิดซ้ำของความสูงคลื่นทะเลบริเวณชายฝั่งจังหวัดสุราษฎร์ธานีรายสัปดาห์จะมีปริมาณเพิ่มขึ้นในรอบ 2 ปี ซึ่งตรงกับปี พ.ศ. 2564 มีโอกาสที่จะเกิดอัตราระดับความสูงคลื่นสูงสุดอยู่ที่ 2.548254 เมตร สำหรับรอบการเกิดซ้ำ 5 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2567 มีโอกาสที่จะเกิดอัตราระดับความสูงคลื่นสูงสุด 2.624973 เมตร รอบการเกิดซ้ำ 10 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2572 มีโอกาสที่จะเกิดอัตราระดับความสูงคลื่นสูงสุด 2.753866 เมตร และรอบการเกิดซ้ำ 20 ปี ตรงกับปี พ.ศ. 2592 มีโอกาสที่จะเกิดอัตราระดับความสูงคลื่นสูงสุด 3.013500 โดยการเกิดซ้ำในทุก ๆ รอบปี

อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาข้อมูลความสูงคลื่นรอบ ๆ ชายฝั่งทะเลอ่าวไทยทั้ง 3 จังหวัด อันได้แก่ จังหวัดตราด เพชรบุรีและสุราษฎร์ธานี โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theory) เมื่อพิจารณาจากเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (AIC) พบว่าการแจกแจงพาริตัวแบบนัยทั่วไป (GPD) เหมาะสมกับข้อมูลรายสัปดาห์มากที่สุด จากตารางที่ 10 แสดงระดับการเกิดซ้ำในรอบ 2 ปี 5 ปี 10 ปี 20 ปี ของข้อมูลความสูงคลื่นบริเวณรอบชายฝั่งอ่าวไทยทั้ง 3 จังหวัด ภายใต้การแจกแจงพาริตัวแบบนัยทั่วไป (GPD) พบว่าเมื่อรอบปีการเกิดซ้ำเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าระดับการเกิดซ้ำเพิ่มขึ้นด้วย ซึ่งข้อสรุปจากการศึกษาครั้งนี้สามารถใช้เป็นแนวทางในการวางแผนจัดการและป้องกันปัญหาการกัดเซาะชายฝั่งรอบ ๆ อ่าวไทยและบริเวณใกล้เคียงสำหรับข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยครั้งต่อไปควรศึกษาข้อมูลของปัจจัยอื่น ๆ ที่มีผลต่อความสูงคลื่นทะเล ประกอบเพื่อพิจารณาระดับการเกิดซ้ำของความสูงคลื่นทะเลด้วย

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ และภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ที่ให้ความสะดวกในการทำวิจัยครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

1. Ministry of tourism & Sport. International Tourist Arrivals to Thailand. [อินเทอร์เน็ต]. 2563 [เข้าถึงเมื่อ 15 พ.ค. 2563]. เข้าถึงได้จาก: <https://www.mots.go.th/>
2. Department of Marine and Coastal Resources. Coastal erosion. [อินเทอร์เน็ต]. 2558 [เข้าถึงเมื่อ 15 พ.ค. 2563]. เข้าถึงได้จาก: [https://www.dmcr.go.th/detailLib/2394\(2015\)](https://www.dmcr.go.th/detailLib/2394(2015))
3. ปิยภัทร บุชบาบดินทร์. การวิเคราะห์ค่าสุดขีดด้วย R. มหาสารคาม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม; 2560.
4. Noojeensang K, Waewsak J. Assessment of Sea Wave Power Potential in the Gulf of Thailand Using Simulating WaveNearshore (SWAN). TSUJ 2016;19(1):12-20.
5. Coles S. An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. London: Springer-Verlag London; 2001.
6. ชินวัฒน์ เมืองแก้ว, พงศธร พรธีรณารณ, นกมล ทองถาวร. แบบจำลองค่าสุดขีดของปริมาณน้ำที่ไหลลงอ่างเก็บน้ำเขื่อนขุนด่านปราการชล. กรุงเทพฯ: ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ; 2561.
7. เอมิกา พูนพัฒนานุกุล, มนิตา แยมศรี, หทัยชนก ลักษณะนา. การวิเคราะห์ตัวแบบค่าสุดขีดของปริมาณความเข้มข้น PM2.5 ในเขตธุรกิจของกรุงเทพมหานคร. กรุงเทพฯ: ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ; 2562.



8. Shamji VR, Aboobacker VM, Vineesh TC. Extreme value analysis of wave climate around Farasan Islands, southern Red Sea. Ocean Eng 2020;207:107395.
9. Embrechts P, Klüppelberg C, Mikosch T. Modelling extremal events for insurance and finance. Berlin: Springer Verlag; 1997.
10. Dickey DA, Fuller WA. The likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. Econometrica 1981;49(4):1057-72.