อัลกอริทึมการตัดสินใจแบบใหม่สำหรับการเลือกซัพพลายเออร์ที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม

A Novel Decision-making Algorithm for choosing Green Supplier

ไพโรจน์ เยียระยง

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม พิษณุโลก 65000

Pairote Yiarayong

Division of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok, 65000

Corresponding author: pairote.y@psru.ac.th

Received: 30 June 2023/ Revised: 8 October 2023/ Accepted: 10 October 2023

บทคัดย่อ

เซตวิภัชนัย (FS) เซตวิภัชนัยแบบสหัชญาณ (IFS) เซตวิภัชนัยปีทาโกรัส (PFS) เซตวิภัชนัยเฟอร์มาแทน (FFS) และเซตวิภัชนัย q -รุงออร์โทแพร์ถือได้ว่าเป็นกรณีพิเศษของเซตวิภัชนัย m,n -รุงออร์โทแพร์ (m,n -ROFS) ดังนั้น m,n -ROFS จึงเป็นเซตที่ครอบคลุมมากกว่าเซตดังกล่าวข้างต้น ในบทความนี้ได้ตรวจสอบปัญหาการตัดสินใจหลายคุณลักษณะ (MADM) ตามการดำเนินการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักวิภัชนัย m,n -รุงออร์โทแพร์พร้อมด้วยข้อมูลวิภัชนัย m,n -รุงออร์โทแพร์ จากนั้นได้ใช้ตัวดำเนินการเหล่านี้เพื่อพัฒนาแนวทางในการแก้ปัญหาการตัดสินใจหลายคุณลักษณะแบบวิภัชนัย m,n -รุงออร์โทแพร์ สุดท้ายได้ให้ตัวอย่างการปฏิบัติสำหรับการเลือกซัพพลายเออร์ที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมในการจัดการห่วงโซ่อุปทานที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมมีไว้เพื่อตรวจสอบแนวทางที่พัฒนาขึ้น

คำสำคัญ: เซตวิภัชนัย เซตวิภัชนัยแบบสหัชญาณ เซตวิภัชนัยปีทาโกรัส เซตวิภัชนัยเฟอร์มาแทน เซตวิภัชนัย q -รุงออร์โทแพร์

Abstract

Fuzzy set (FS), intuitionistic fuzzy set (IFS), Pythagorean fuzzy set (PFS), Fermatean fuzzy set (FFS), q -rung orthopair fuzzy set (q -ROFS) can be regarded as a special case of m,n -rung orthopair fuzzy set (m,n -ROFS). Therefore, m,n -ROFS is a more comprehensive set. In this paper, we investigate the multiple attribute decision making (MADM) problem based on the m,n -rung orthopair fuzzy weighted averaging operator with m,n -rung orthopair fuzzy information. Then, we have utilized these operators to develop some approaches to solve the m,n -rung orthopair fuzzy multiple attribute decision making problems. Finally, a practical example of green supplier selection in green supply chain management is given to verify the developed approach.

Keywords: Fuzzy set, Intuitionistic fuzzy set, Pythagorean fuzzy set, Fermatean fuzzy set, q -rung orthopair fuzzy set

บทนำ

ในปัจจุบันโลกต้องประสบกับปัญหาสิ่งแวดล้อมถูกทำลาย ทรัพยากรธรรมชาติ มลพิษและภาวะโลกร้อน แหล่งที่มาของมลพิษมีตั้งแต่ในธรรมชาติหน่วยเล็ก ๆ ไปจนถึงการปล่อยมลพิษปริมาณมากจากกิจกรรมในโรงงานอุตสาหกรรม [1] ความตระหนักและจิตสำนึกของประชาคมโลกที่เพิ่มขึ้นสามารถสร้างแรงกดดันด้านสิ่งแวดล้อมได้นำไปสู่การพัฒนาที่ยั่งยืน ลดผลกระทบทางลบต่อธรรมชาติ ระบบนิเวศและสังคม เพื่อลดผลกระทบที่เป็นอันตรายต่อสิ่งแวดล้อม จำเป็นต้องเปลี่ยนจากแนวทางปฏิบัติแบบดั้งเดิมไปสู่แนวทางปฏิบัติที่ยั่งยืนมากขึ้นในภาคส่วนต่าง ๆ ผลที่ตามมาของความพยายามเหล่านี้จึงทำให้บริษัทต่าง ๆ ในปัจจุบันได้เริ่มนำแนวทางปฏิบัติที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมมาใช้ในกิจกรรมทางธุรกิจของบริษัท [2] เพื่อให้ผลิตภัณฑ์ของตนเป็นที่ยอมรับในระดับสากล ในปัจจุบันบริษัทต่าง ๆ จำนวนมากเกิดการตื่นตัวในการออกมาปกป้องสิ่งแวดล้อมด้วยการปรับปรุงประสิทธิภาพการทำงานที่เกี่ยวข้องกับสิ่งแวดล้อม [3] การเลือกซัพพลายเออร์ (supplier selection) เป็นหนึ่งในส่วนที่สำคัญที่สุดในกระบวนการตัดสินใจโดยบริษัทจะจัดประเภท ประเมิน และเลือกซัพพลายเออร์ของวัตถุดิบที่ต้องการ การเลือกซัพพลายเออร์ที่เหมาะสมส่งผลต่อประสิทธิภาพของห่วงโซ่อุปทาน (supply chain) และคุณภาพของผลิตภัณฑ์ขั้นสุดท้าย [4] ด้วยเหตุนี้จึงเป็นไปไม่ได้ที่จะผลิตสินค้าคุณภาพสูงต้นทุนต่ำโดยปราศจากการคัดเลือกซัพพลายเออร์ที่ดี โดยเฉพาะอย่างยิ่งในตลาดที่มีการแข่งขันสูงในปัจจุบัน ด้วยเหตุนี้การใช้เกณฑ์การคัดเลือกซัพพลายเออร์ที่เหมาะสมจึงมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้บริษัทบรรลุผลลัพธ์ที่มีประสิทธิภาพ ในปัจจุบันการคัดเลือกซัพพลายเออร์ที่ยั่งยืน (sustainable supplier selection) ได้รับความสนใจและเป็นแนวทางปฏิบัติของภาคอุตสาหกรรม [5, 6] โดยคำนึงถึงความรับผิดชอบต่อสิ่งแวดล้อมหรือที่เรียกว่าซัพพลายเออร์ที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม (green supplier) ซึ่งเป็นกระบวนการสำคัญในการหาพันธมิตรยั่งยืน เนื่องจากความซับซ้อนเพิ่มขึ้นของระบบเศรษฐกิจและสังคมส่งผลให้ความซับซ้อนของปัญหาการตัดสินใจเกี่ยวข้องเพิ่มขึ้นด้วย ดังนั้นการเลือกซัพพลายเออร์จะต้องเผชิญกับเกณฑ์ต่าง ๆ มีความซับซ้อนจึงเป็นเรื่องยากที่บริษัทจะบรรลุผลลัพธ์มีประสิทธิภาพในการเลือกซัพพลายเออร์ ด้วยเหตุนี้ผู้มีอำนาจตัดสินใจ (decision-maker) จึงใช้วิธีการหลากหลายเพื่อแก้ไขปัญหาการตัดสินใจหลายคุณลักษณะ (multi attribute decision-making) เช่น วิธีการใช้เซตวิภัชนัย (fuzzy set) [7] และเทคนิคภาษาศาสตร์วิภัชนัย (fuzzy linguistic technique) [8] ลักษณะทั่วไป (generalization) ของเซตวิภัชนัยได้ถูกนำเสนอโดย Atanassov [9] ที่เรียกว่าเซตวิภัชนัยแบบสหัชญาณ (intuitionistic fuzzy set) เซตวิภัชนัยแบบสหัชญาณเป็นการรวมตัวกันของฟังก์ชันสมาชิก (membership) และฟังก์ชันไม่ใช่สมาชิก (non-membership) สำหรับผู้มีอำนาจตัดสินใจเพื่อสื่อสารความรู้ที่คลุมเครือ ต่อมา Yager [10] ได้เสนอแนวคิดของเซตวิภัชนัยพีทาโกรัส (Pythagorean fuzzy set) เพื่อสร้างพื้นที่ให้เพียงพอสำหรับผู้มีอำนาจตัดสินใจเป็นที่ชัดเจนว่าทุกเซตวิภัชนัยพีทาโกรัสให้รายละเอียดเพิ่มเติมเฉพาะสำหรับการประเมินได้มากกว่าเซตวิภัชนัยแบบสหัชญาณ ดังนั้นเซตวิภัชนัยพีทาโกรัสจึงมีความสามารถมากกว่าเซตวิภัชนัยแบบสหัชญาณในการลดความไม่ถูกต้องของข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ในปัญหาการตัดสินใจหลายคุณลักษณะ เนื่องจากความซับซ้อนและปริมาณที่เพิ่มขึ้นของข้อมูลล่าสุด Yager [11] จึงเสนอแนวคิดใหม่ที่พัฒนามาจากเซตวิภัชนัยแบบสหัชญาณเรียกแนวคิดนั้นว่า เซตวิภัชนัย q-รุงออร์โทแพร์ (q-rung orthopair fuzzy set) เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการอธิบายความไม่แน่นอนของปัญหาการตัดสินใจหลายกลุ่มคุณลักษณะได้ดีกว่าเดิม จนถึงตอนนี้มีนักวิจัยหลายคนให้ความสนใจกับเซตวิภัชนัย q-รุงออร์โทแพร์ เช่น Liu และคณะ [12] เสนอตัวดำเนินการจุดใหม่บางส่วนภายใต้สภาพแวดล้อมภาษาวิภัชนัย q-รุงออร์โทแพร์ (linguistic q-rung orthopair fuzzy) ในปี 2022, Ibrahim และ Alshammari [13] ได้ขยายแนวความคิดของเซตวิภัชนัย q-รุงออร์โทแพร์ ที่เรียกว่าเซตวิภัชนัย m,n -รุงออร์โทแพร์ (m,n -rung orthopair fuzzy set) เพื่อแก้ปัญหาการตัดสินใจ นอกจากนี้มีนักวิจัยจำนวนมากได้สำรวจและขยายทฤษฎีของตัวดำเนินการอีกมากมาย เช่น [14-18] เนื่องจากตัวดำเนินการเดิมมีอยู่ไม่สามารถแก้ปัญหาในการตัดสินใจได้ในการแก้ปัญหาการเลือกซัพพลายเออร์ที่เหมาะสมนั้นทราบกันดีว่า

เป็นเรื่องยากเนื่องจากวิธีที่มีอยู่ไม่ครอบคลุมและไม่มากพอจะพิจารณาการเลือกซัพพลายเออร์เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมได้ในทุกประเภทของข้อมูล เพื่อหลีกเลี่ยงสถานการณ์ที่อาจไม่สามารถสะท้อนข้อมูลที่ไม่แน่นอนและกำกวมจากผู้เชี่ยวชาญได้อย่างเพียงพอ

ในบทความนี้ได้พัฒนาการดำเนินการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักวิภัชนัย m,n-รุงออร์โทแพร์พร้อมด้วยข้อมูลวิภัชนัย m,n-รุงออร์โทแพร์ จากนั้นได้ใช้ตัวดำเนินการเหล่านี้เพื่อพัฒนาแนวทางบางอย่างในการแก้ปัญหาการตัดสินใจหลายคุณลักษณะแบบวิภัชนัย m,n-รุงออร์โทแพร์ สุดท้ายได้ตัวอย่างการปฏิบัติสำหรับการเลือกซัพพลายเออร์ที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมในการจัดการห่วงโซ่อุปทานที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมมีไว้เพื่อตรวจสอบแนวทางที่พัฒนาขึ้น

วิธีดำเนินการวิจัย

ในบทความนี้ได้สร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ โดยเริ่มต้นจากความรู้พื้นฐาน ดังนี้

บทนิยาม 1. [9] เซตวิภัชนัยแบบสหัชญาณ (intuitionistic fuzzy set (IFS)) A บนเอกภพสัมพัทธ์ (universal set) U มีรูปแบบ $A=\{\langle a,\mu_A(a),\nu_A(a)\rangle : a\in U\}$ โดยที่ $\mu_A : U\to[0,1]$ และ $\nu_A : U\to[0,1]$ และเรียก μ_A และ ν_A ว่าระดับขั้นสมาชิก (membership degree) และระดับขั้นไม่เป็นสมาชิก (non-membership degree) ตามลำดับ และ $0\le\mu_A(a)+\nu_A(a)\le 1$ สำหรับ $a\in U$

บทนิยาม 2. [10] เซตวิภัชนัยพีทาโกรัส (Pythagorean fuzzy set (PFS)) A บนเอกภพสัมพัทธ์ U มีรูปแบบ $A=\{\langle a,\mu_A(a),\nu_A(a)\rangle : a\in U\}$ โดยที่ $\mu_A : U\to[0,1]$ และ $\nu_A : U\to[0,1]$ และเรียก μ_A และ ν_A ว่าระดับขั้นสมาชิกและระดับขั้นไม่เป็นสมาชิกตามลำดับและ $0\le[\mu_A(a)]^2+[\nu_A(a)]^2\le 1$ สำหรับ $a\in U$

บทนิยาม 3. [19] เซตวิภัชนัยเฟอร์มาแทน (Fermatean fuzzy set (FFS)) A บนเอกภพสัมพัทธ์ U มีรูปแบบ $A=\{\langle a,\mu_A(a),\nu_A(a)\rangle : a\in U\}$ โดยที่ $\mu_A : U\to[0,1]$ และ $\nu_A : U\to[0,1]$ และเรียก μ_A และ ν_A ว่าระดับขั้นสมาชิกและระดับขั้นไม่เป็นสมาชิกตามลำดับและ $0\le[\mu_A(a)]^3+[\nu_A(a)]^3\le 1$ สำหรับ $a\in U$

บทนิยาม 4. [11] เซตวิภัชนัย q-รุงออร์โทแพร์ (q-rung orthopair fuzzy set (q-ROFS)) A บนเอกภพสัมพัทธ์ U มีรูปแบบ $A=\{\langle a,\mu_A(a),\nu_A(a)\rangle : a\in U\}$ โดยที่ $\mu_A : U\to[0,1]$ และ $\nu_A : U\to[0,1]$ และเรียก μ_A และ ν_A ว่าระดับขั้นสมาชิกและระดับขั้นไม่เป็นสมาชิกตามลำดับและ $0\le[\mu_A(a)]^q+[\nu_A(a)]^q\le 1$ สำหรับ $a\in U$

บทนิยาม 5. [13] เซตวิภัชนัย m,n-รุงออร์โทแพร์ (m,n-rung orthopair fuzzy set (m,n-ROFS)) A บนเอกภพสัมพัทธ์ U มีรูปแบบ $A=\{\langle a,\mu_A(a),\nu_A(a)\rangle : a\in U\}$ โดยที่ $\mu_A : U\to[0,1]$ และ $\nu_A : U\to[0,1]$ และเรียก μ_A และ ν_A ว่าระดับขั้นสมาชิกและ**ร**ะดับขั้นไม่เป็นสมาชิก ตามลำดับและ $0\le[\mu_A(a)]^m+[\nu_A(a)]^n\le 1$ สำหรับ $a\in U$

ถ้าเอกภพสัมพัทธ์ U มีสมาชิกเพียงสมาชิกเดียวแล้วนั่นคือ $U=\{a\}$ และ m,n-ROFS $A=\{\langle a,\mu_A(a),\nu_A(a)\rangle : a\in U\}$ จะเขียนแทนด้วย $A=(\mu_A,\nu_A)$ นอกจากนี้เพื่อความสะดวกจะเรียกว่า $A=(\mu_A,\nu_A)$ ว่าจำนวนวิภัชนัย m,n-รุงออร์โทแพร์ (m,n-rung orthopair fuzzy number (m,n-ROFN)) ยิ่งไปกว่านั้น $MN(U)$ หมายถึงเซตที่มีสมาชิกเป็น m,n-ROFN ทั้งหมดบนเอกภพสัมพัทธ์ U และ Δ,∇ หมายถึง m,n-ROFN โดยที่ $\Delta=(1,0)$ และ $\nabla=(0,1)$

บทนิยาม 6. [13] กำหนดให้ $A=(\mu_A,\nu_A)$ และ $B=(\mu_B,\nu_B)$ เป็น m,n-ROFN บนเอกภพสัมพัทธ์ U และ λ เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ ต่อไปนี้จะนิยามความสัมพันธ์และการดำเนินการของ m,n-ROFN ดังนี้

1. $A\prec B$ หมายถึง $\mu_A\le\mu_B$ และ $\nu_A\ge\nu_B$
2. $A=B$ หมายถึง $A\prec B$ และ $B\prec A$
3. $A^c=(\nu_A,\mu_A)$
4. $A\oplus B=\left(\sqrt[m]{\mu_A^m+\mu_B^m-\mu_A^m\mu_B^m},\nu_A\nu_B\right)$
5. $A\otimes B=\left(\mu_A\mu_B,\sqrt[n]{\nu_A^n+\nu_B^n-\nu_A^n\nu_B^n}\right)$
6. $\lambda A=\left(\sqrt[m]{1-\left(1-\mu_A^m\right)^\lambda},\nu_A^\lambda\right)$
7. $A^\lambda=\left(\mu_A^\lambda,\sqrt[n]{1-\left(1-\nu_A^n\right)^\lambda}\right)$

บทนิยาม 7. [13] กำหนดให้ $A=(\mu_A,\nu_A)$ เป็น m,n-ROFN บนเอกภพสัมพัทธ์ U นิยามของฟังก์ชันคะแนน (score function) $SC(A)$ และฟังก์ชันแม่น (accuracy function) $AC(A)$ ของ $A=(\mu_A,\nu_A)$ ดังนี้

1. $SC(A)=\mu_A^m-\nu_A^n$
2. $AC(A)=\mu_A^m+\nu_A^n$

ผลการวิจัย

บทนิยาม 8. ให้ $\Delta=\left\{A_i=(\mu_{A_i},\nu_{A_i}):i=1,2,3,\ldots,n\right\}$ เป็น m,n-ROFN บนเอกภพสัมพัทธ์ U และ $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n)$ เป็นเวกเตอร์น้ำหนัก (weight vector) ของ Δ โดยที่ $0\le\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\le1$ และ $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1$ การดำเนินการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักวิภัชนัย m,n-รุงออร์โทแพร์ (m,n-rung orthopair fuzzy weighted averaging (m,n-ROFWA) operator) $WA:MN^n(U)\to MN(U)$ นิยามโดย $WA(A_1,A_2,\ldots,A_n)=\bigoplus_{i=1}^{n}\lambda_iA_i$

ทฤษฎีบท 9. ถ้า $\left\{A_i=(\mu_{A_i},\nu_{A_i}):i=1,2,3,\ldots,n\right\}$ เป็นเซตที่มีสมาชิกเป็น m,n-ROFN บนเอกภพสัมพัทธ์ U และ $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n)$ เป็นเวกเตอร์น้ำหนักโดยที่ $0\le\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\le1$ และ $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1$ แล้ว

$$WA(A_1,A_2,A_3,\ldots,A_n)=\left(\sqrt[m]{1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^m\right)^{\lambda_i}},\prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i}\right)$$

การพิสูจน์ กำหนดให้ $A_i=(\mu_{A_i},\nu_{A_i})$ เป็น m,n-ROFN บน U สำหรับทุก $i=1,2,3,\ldots,n$ และ $0\le\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\le1$ และ $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1$

1. สำหรับจำนวนนับ $n=2$ โดยบทนิยาม 6 ได้ผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$\begin{aligned}WA(A_1,A_2)&=\bigoplus_{i=1}^{2}\lambda_iA_i\\&=\lambda_1A_1\oplus\lambda_2A_2\\&=\lambda_1A_1\oplus\lambda_2A_2\end{aligned}$$

$$= \left(\sqrt[m]{1-\left(1-\mu_{A_1}^{m}\right)^{\lambda_1}}, \nu_{A_1}^{\lambda_1} \right) \oplus \left(\sqrt[m]{1-\left(1-\mu_{A_2}^{m}\right)^{\lambda_2}}, \nu_{A_2}^{\lambda_2} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{c} \sqrt[m]{\left(1-\left(1-\mu_{A_1}^{m}\right)^{\lambda_1}\right)+\left(1-\left(1-\mu_{A_2}^{m}\right)^{\lambda_2}\right)-\left(1-\left(1-\mu_{A_1}^{m}\right)^{\lambda_1}\right)\left(1-\left(1-\mu_{A_2}^{m}\right)^{\lambda_2}\right)}, \\ \nu_{A_1}^{\lambda_1}\nu_{A_2}^{\lambda_2} \end{array} \right)$$

$$= \left(\sqrt[m]{1-\prod_{i=1}^{2}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)^{\lambda_i}}, \prod_{i=1}^{2}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \right)$$

ดังนั้นผลลัพธ์ข้างต้นเป็นจริงเมื่อ $k=2$

2. สมมติให้สมมติฐานข้างต้นเป็นจริงเมื่อ $n=k$ นั่นคือ

$$WA\left(A_1,\ldots,A_{k+1}\right) = \left(\sqrt[m]{1-\prod_{i=1}^{k}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)^{\lambda_i}}, \prod_{i=1}^{k}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \right)$$

โดยบทนิยาม 6 จะได้ว่า

$$WA\left(A_1,A_2,\ldots,A_{k+1}\right) = \bigoplus_{i=1}^{k+1}\lambda_i A_i$$

$$= \left(\sqrt[m]{1-\prod_{i=1}^{k}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)^{\lambda_i}}, \prod_{i=1}^{k}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \right) \oplus \left(\sqrt[m]{1-\left(1-\mu_{A_{k+1}}^{m}\right)^{\lambda_{k+1}}}, \nu_{A_{k+1}}^{\lambda_{k+1}} \right)$$

$$= \left(\sqrt[m]{1-\left(1-\left(\mu_{A_1}\right)^{m}\right)^{\lambda_1}\ldots\left(1-\left(\mu_{A_{k+1}}\right)^{m}\right)^{\lambda_{k+1}}}, \prod_{i=1}^{k+1}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \right)$$

$$= \left(\sqrt[m]{1-\prod_{i=1}^{k+1}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)^{\lambda_i}}, \prod_{i=1}^{k+1}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \right)$$

จากผลลัพธ์ข้างต้นทำให้ได้ว่าสมการข้างต้นเป็นจริงสำหรับทุกจำนวนเต็มบวกใด ๆ

ต่อไปนี้จะพิสูจน์ว่า $WA\left(A_1,A_2,\ldots,A_n\right)$ ยังเป็น m,n-ROFN บนเอกภพสัมพัทธ์ U เนื่องจาก $0 \le \mu_{A_i}, \nu_{A_i} \le 1$ ดังนั้น

$$0 \le \left(\mu_{A_i}\right)^{m}, \left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \le 1$$

$$0 \le \prod_{i=1}^{n}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right), \prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \le 1$$

$$0 \le \sqrt[m]{1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)}, \prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \le 1$$

และเพราะว่า $0 \le \left(\mu_{A_i}\right)^{m} + \left(\nu_{A_i}\right)^{n} \le 1$ ทำให้ได้ว่า

$$0 \le \left(\nu_{A_i}\right)^{n} \le 1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}$$

$$0 \le \prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}^{\lambda_i}\right)^{n} \le \prod_{i=1}^{n}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)^{\lambda_i}$$

$$1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)^{\lambda_i} \le 1-\prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}^{\lambda_i}\right)^{n}$$

นั่นคือ

$$\left(\sqrt[m]{1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)^{\lambda_i}} \right)^{m} + \left(\prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \right)^{n} = 1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-\left(\mu_{A_i}\right)^{m}\right)^{\lambda_i} + \left(\prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i} \right)^{n}$$

$$\leq 1-\prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}^{\lambda_i}\right)^n+\left(\prod_{i=1}^{n}\left(\nu_{A_i}\right)^{\lambda_i}\right)^n$$

$$=1$$

ดังนั้นจึงเสร็จสิ้นการพิสูจน์

ทฤษฎีบทที่ 10 -12 เป็นผลมาจากทฤษฎีบท 9

ทฤษฎีบท 10. ให้ $\left\{A_i=\left(\mu_{A_i},\nu_{A_i}\right):i=1,2,3,\ldots,n\right\}$ เป็นเซตที่มีสมาชิกเป็น m,n-ROFN บนเอกภพสัมพัทธ์ U และ $\lambda=\left(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\right)$ เป็นเวกเตอร์น้ำหนักโดยที่ $0\leq\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\leq 1$ และ $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1$ ถ้า $A_i=A=\left(\mu_A,\nu_A\right)$ แล้ว $WA\left(A_1,A_2,A_3,\ldots,A_n\right)=A$

การพิสูจน์ แสดงการพิสูจน์ได้โดยตรงโดยการแทน $A_i=\left(\mu_{A_i},\nu_{A_i}\right)$ ด้วย $A=\left(\mu_A,\nu_A\right)$ ในทฤษฎีบท 9

ทฤษฎีบท 11. ให้ $\left\{A_i=\left(\mu_{A_i},\nu_{A_i}\right):i=1,2,3,\ldots,n\right\}$ และ $\left\{B_i=\left(\mu_{B_i},\nu_{B_i}\right):i=1,2,3,\ldots,n\right\}$ เป็นเซตที่มีสมาชิกเป็น m,n-ROFN บนเอกภพสัมพัทธ์ U และ $\lambda=\left(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\right)$ เป็นเวกเตอร์น้ำหนัก โดยที่ $0\leq\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\leq 1$ และ $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1$ ถ้า $A_i\prec B_i$ แล้ว $WA\left(A_1,A_2,\ldots,A_n\right)\prec WA\left(B_1,B_2,\ldots,B_n\right)$

การพิสูจน์ แสดงการพิสูจน์ได้โดยตรงตามทฤษฎีบท 9

ทฤษฎีบท 12. ให้ $\left\{A_i=\left(\mu_{A_i},\nu_{A_i}\right):i=1,2,3,\ldots,n\right\}$ เป็นเซตที่มีสมาชิกเป็น m,n-ROFN บนเอกภพสัมพัทธ์ U และ $\lambda=\left(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\right)$ เป็นเวกเตอร์น้ำหนักโดยที่ $0\leq\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ldots,\lambda_n\leq 1$ และ $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1$ ถ้า $A^-=\left(\bigwedge_{i=1}^{n}\mu_{A_i},\bigvee_{i=1}^{n}\nu_{A_i}\right)$ และ $A^+=\left(\bigvee_{i=1}^{n}\mu_{A_i},\bigwedge_{i=1}^{n}\nu_{A_i}\right)$ แล้ว $A^-\prec WA\left(A_1,A_2,A_3,\ldots,A_n\right)\prec A^+$

การพิสูจน์ แสดงการพิสูจน์ได้โดยตรงตามทฤษฎีบท 9

ในปัญหาการตัดสินใจหลายคุณลักษณะสมมติให้ $\left\{F_1,F_2,\ldots,F_m\right\}$ เป็นเซตของทางเลือก (alternative) $\left\{G_1,G_2,\ldots,G_n\right\}$ เป็นเซตของคุณลักษณะ. (attribute) และ $D=\left[A_{ij}\right]_{m\times n}$ เป็นเมทริกซ์การตัดสินใจ (decision matrix) และ $A_{ij}=\left(\mu_{A_{ij}},\nu_{A_{ij}}\right)$ เป็นค่าการประเมินที่กำหนดโดยผู้ตัดสินใจ (decision maker) เมื่อประเมินทางเลือกของ F_i ที่เกี่ยวข้องกับคุณลักษณะ G_j ในรูปแบบของ m,n-ROFN โดยที่ $0\leq\mu_{A_{ij}},\nu_{A_{ij}}\leq 1$ และ $0\leq\left(\mu_{A_{ij}}\right)^m+\left(\nu_{A_{ij}}\right)^n\leq 1$

อัลกอริทึม (Algorithm)

Input: ทางเลือก

Output: ทางเลือกที่ดีที่สุด

ขั้นตอนที่ 1 ผู้ตัดสินใจประเมินทางเลือกด้วยความเคารพต่อคุณลักษณะและให้ค่าการประเมินแบบ m,n-ROFN เพื่อสร้างเมทริกซ์การตัดสินใจ $D=\left[A_{ij}\right]_{m\times n}$ โดยที่ $A_{ij}=\left(\mu_{A_{ij}},\nu_{A_{ij}}\right)$ และ $0\leq\mu_{A_{ij}},\nu_{A_{ij}}\leq 1,\ 0\leq\left(\mu_{A_{ij}}\right)^m+\left(\nu_{A_{ij}}\right)^n\leq 1$

ขั้นตอนที่ 2 ปรับปรุงเมทริกซ์การตัดสินใจให้เป็นมาตรฐาน (normalize) โดยการแบ่งคุณลักษณะเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ประเภทต้นทุน (cost type) และประเภทผลประโยชน์ (benefit type) ด้วยสมการต่อไปนี้

$$R=\begin{cases}A_{ij};\text{for benefit attribute } G_j\\ A_{ij}^c;\text{for cost attribute } G_j\end{cases}$$

ขั้นตอนที่ 3 ประเมินของทางเลือกโดยใช้การดำเนินการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักวิภัชนัย m,n -รุงออร์โทแพร์ (ทฤษฎีบท 9)

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณฟังก์ชันคะแนน $SC(r_i)$ กรณีที่ฟังก์ชันคะแนนเท่ากันจะคำนวณฟังก์ชันแม่น $AC(r_i)$

ขั้นตอนที่ 5 จัดอันดับทางเลือกตามการจัดอันดับของ r_i และเลือกทางเลือกที่เหมาะสมที่สุด

เพื่อแสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของวิธีการที่เสนอ ต่อไปจะให้ตัวอย่างที่ดัดแปลงมาจาก Liu และคณะ [12] ซัพพลายเออร์คือแหล่งที่มาของห่วงโซ่อุปทานทั้งหมดและการเลือกซัพพลายเออร์ที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมเป็นรากฐานของการจัดการห่วงโซ่อุปทานที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมคุณภาพของซัพพลายเออร์จะส่งผลโดยตรงต่อประสิทธิภาพด้านสิ่งแวดล้อมขององค์กร การเปรียบเทียบการจัดการห่วงโซ่อุปทานที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมและการจัดการห่วงโซ่อุปทานแบบ ดั้งเดิม จากนั้นจึงวิเคราะห์ลักษณะของพันธมิตรคู่ค้าที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมจากแง่มุมต่าง ๆ จากนั้นจะมีการคัดเลือกซัพพลายเออร์ที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมที่เน้นการพัฒนาร่วมกันของสภาพแวดล้อมทางเศรษฐกิจ สังคมและระบบนิเวศด้วย m,n -ROFN จากการสำรวจสมมติว่ามีซัพพลายเออร์ที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมที่เป็นไปได้ทั้งหมด 5 ราย ได้แก่ F_1,F_2,F_3,F_4 และ F_5 ผู้เชี่ยวชาญเลือกคุณลักษณะ 4 ประการเพื่อประเมินซัพพลายเออร์ที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมที่เป็นไปได้ ดังนี้ 1) G_1 คือปัจจัยด้านคุณภาพของผลิตภัณฑ์ 2) G_2 คือปัจจัยด้านสิ่งแวดล้อม 3) G_3 คือปัจจัยการจัดส่ง 4) G_4 เป็นปัจจัยด้านราคา ซัพพลายเออร์ทั้ง 5 รายจะต้องได้รับการประเมินด้วย m,n -ROFN ตามคุณลักษณะทั้ง 4 ประการ ซึ่งมีค่าเวกเตอร์ถ่วงน้ำหนัก (weighting vector) เป็น $\lambda_1=0.3,\lambda_2=0.2,\lambda_3=0.3$ และ $\lambda_4=0.2$ ผลการประเมินเป็นไปตามดังตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 ตารางแสดงเมทริกซ์การตัดสินใจ m,n -ROFN

	G_1	G_2	G_3	G_4
F_1	(0.9,0.7)	(0.5,0.6)	(0.3,0.9)	(0.5,0.7)
F_2	(0.7,0.7)	(0.8,0.8)	(0.5,0.5)	(0.6,0.6)
F_3	(0.7,0.3)	(0.6,0.5)	(0.8,0.4)	(0.5,0.4)
F_4	(0.5,0.6)	(0.4,0.7)	(0.5,0.8)	(0.3,0.6)
F_5	(0.6,0.7)	(0.8,0.6)	(0.5,0.5)	(0.6,0.4)

ขั้นตอนที่ 1 สร้างเมทริกซ์การตัดสินใจได้ ดังนี้

$$D=\begin{bmatrix}(.9,.7) & (.5,.6) & (.3,.9) & (.5,.7)\\ (.7,.7) & (.8,.8) & (.5,.5) & (.6,.6)\\ (.7,.3) & (.6,.5) & (.8,.4) & (.5,.4)\\ (.5,.6) & (.4,.7) & (.5,.8) & (.3,.6)\\ (.6,.7) & (.8,.6) & (.5,.5) & (.6,.4)\end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 2 เนื่องจาก G_3 และ G_4 เป็นคุณลักษณะประเภทต้นทุนและ G_3 และ G_4 เป็นคุณลักษณะประเภทผลประโยชน์จึงปรับปรุงเมทริกซ์การตัดสินใจให้เป็นมาตรฐาน (normalize) ได้ ดังนี้

$$R=\begin{bmatrix}(.9,.7) & (.5,.6) & (.9,.3) & (.7,.5)\\ (.7,.7) & (.8,.8) & (.5,.5) & (.6,.6)\\ (.7,.3) & (.6,.5) & (.4,.8) & (.4,.5)\\ (.5,.6) & (.4,.7) & (.8,.5) & (.6,.3)\\ (.6,.7) & (.8,.6) & (.5,.5) & (.4,.6)\end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 3 ประเมินของทางเลือกโดยใช้การดำเนินการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักวิภัชนัย m,n -รุงออร์โทแพร์ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 ตารางแสดงค่าของทางเลือก

m,n	4,4	5,4	4,5	10,20
r_1	(0.8005,0.4921)	(0.8078,04921.)	(0.8005,0.4921)	(0.8351,0.4921)
r_2	(0.6960,0.6301)	(0.7017,0.6301)	(0.6960,0.6301)	(0.7265,0.6301)
r_3	(0.5675,0.4939)	(0.5772,0.4939)	(0.5675,0.4939)	(0.6136,0.4939)
r_4	(0.6268,0.5100)	(0.6395,0.5100)	(0.6268,0.5100)	(0.6899,0.5100)
r_5	(0.6572,0.5949)	(0.6697,0.5949)	(0.6572,0.5949)	(0.7149,0.5949)

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณฟังก์ชันคะแนน ดังนี้

ตารางที่ 3 ตารางแสดงค่าของฟังก์ชันคะแนน

m,n	4,4	5,4	4,5	10,20
$SC(r_1)$	0.0319	0.2855	0.3817	0.1650
$SC(r_2)$	0.0770	0.0124	0.1353	0.0408
$SC(r_3)$	0.0442	0.0045	0.0743	0.0075
$SC(r_4)$	0.0867	0.0393	0.1199	0.0244
$SC(r_5)$	0.0613	0.0094	0.1120	0.0348

ขั้นตอนที่ 5 จัดอันดับทางเลือกตามการจัดอันดับของ r_i ดังนี้

ตารางที่ 4 ตารางแสดงการเปรียบเทียบการจัดอันดับทางเลือกแต่ละแบบ

ตัวดำเนินการ	อันดับทางเลือก
4,4-ROFWA	$F_1 \geq F_4 \geq F_2 \geq F_5 \geq F_3$
5,4-ROFWA	$F_1 \geq F_4 \geq F_2 \geq F_5 \geq F_3$
4,5-ROFWA	$F_1 \geq F_2 \geq F_5 \geq F_4 \geq F_3$
10,20-ROFWA	$F_1 \geq F_2 \geq F_5 \geq F_4 \geq F_3$
FFWA [19]	ไม่สามารถคำนวณได้
3,4-QFWA [14]	$F_1 \geq F_4 \geq F_2 \geq F_5 \geq F_3$
q-ROFWA เมื่อ $q=4$ [20]	$F_1 \geq F_4 \geq F_2 \geq F_5 \geq F_3$
(2,1)-FWA [16]	ไม่สามารถคำนวณได้

อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

เพื่ออธิบายผลกระทบของพารามิเตอร์ m และ n ต่อผลลัพธ์สุดท้ายของการตัดสินใจแบบหลายคุณลักษณะจะได้ใช้ค่าที่แตกต่างกันของ m และ n เพื่อจัดอันดับทางเลือกผลลัพธ์ของการจัดลำดับทางเลือกตามการดำเนินการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักวิภัชนัย m,n-รุงออร์โทแพร์แสดงในตาราง 4 การดำเนินการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักวิภัชนัย m,n-รุงออร์โทแพร์จะได้รับอันดับทางเลือกเป็น $F_1 \geq F_4 \geq F_2 \geq F_5 \geq F_3$ เมื่อ $m,n=4,4$ และ $m,n=5,4$ และได้รับอันดับทางเลือกเป็น $F_1 \geq F_2 \geq F_5 \geq F_4 \geq F_3$ เมื่อ $m,n=4,5$ และ $m,n=10,20$ โดยมี F_1 เป็นตัวเลือกที่ดีที่สุดและ F_3 เป็นตัวเลือกในอันดับที่ 5 การจัดอันดับทางเลือกของ $m,n=4,4$ และ $m,n=5,4$ เหมือนกับการดำเนินการ, 3,4-QFWA [14] และ q-ROFWA เมื่อ $q=4$ แต่การดำเนินการ FFWA [19] และ (2,1)-FWA [16] ไม่สามารถคำนวณหาทางเลือกได้จากข้อมูลข้างต้น

เอกสารอ้างอิง

1. Robinson D. Air pollution in Australia: Review of costs, sources and potential solutions. Health Promot J Austr 2005;16(3):213-20.
2. Kannan D, Jabbour A, Jabbour C. Selecting green suppliers based on GSCM practices: using fuzzy TOPSIS applied to a Brazilian electronics company. Eur J Oper Res 2014;233(2):432-47.
3. Akman G, Piskin H. Evaluating green performance of suppliers via analytic network process and TOPSI. J Ind Eng 2013;2013:915241(1-13).
4. Onder E, Dag S. Combining analytical hierarchy process and TOPSIS approaches for supplier selection in a cable company. JBEF 2013;2(2):56-74.
5. Esfahbodi A, Zhang Y, Watson G. Sustainable supply chain management in emerging economies: Trade-offs between environmental and cost performance. Int J Prod Econ 2016;181:350-66.
6. Schoenherr T, Modi SB, Benton WC, Carter CR, Choi TY, Larson PD, Leenders MR, Mabert VA, Narasimhan R, Wagner SM. Research opportunities in purchasing and supply management. Int J Prod Res 2012;50(16):4556-79.
7. Zadeh LA. Fuzzy sets. Inform Control 1965;8(3):338-53.
8. Rodriguez RM, Martinez L, Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making. IEEE Trans Fuzzy Syst 2012;20(1):109-19.
9. Atanassov KT. Intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets Syst 1986;20(1):87-96.
10. Yager RR. Pythagorean membership grades in multicriteria decision making. IEEE Trans Fuzzy Syst 2014;22(4):958-65.
11. Yager RR. Generalized orthopair fuzzy sets. IEEE Trans Fuzzy Syst 2017;25(5):1222-30.
12. Liu P, Naz S, Akram M, Muzammal M. Group decision-making analysis based on linguistic q-rung orthopair fuzzy generalized point weighted aggregation operators. Int J Mach Learn & Cyber 2022;13:883-906.
13. Ibrahim HZ, Alshammari I. n,m-rung orthopair fuzzy sets with applications to multi-criteria decision making. IEEE Access 2022;10:99562-72.
14. Seikh MR, Mandal U. Multiple attribute decision-making based on 3,4-quasirung fuzzy sets. Granul Comput 2022;7:965-78.
15. Gul M, Ak MF. Occupational risk assessment for flight schools: a 3,4-quasirung fuzzy multi-criteria decision making-based approach. Sustainability 2022;14:9373(1-22).
16. Shami TMA. (2,1)-fuzzy sets: properties, weighted aggregated operators and their applications to multi-criteria decision-making methods. Complex Intell Syst 2023;9:1687-705.
17. Ibrahim HZ. Innovative method for group decision-making using n,m-rung orthopair fuzzy soft expert set knowledge. Soft Comput 2023;1-20.
18. Rajput A, Shukla S, Thakur S. Cosine similarity measures of (m, n)-rung orthopair fuzzy sets and their applications in plant leaf disease classification. Symmetry 2023;15(7):1385.

19. Senapati T, Yager RR. Fermatean fuzzy weighted averaging/geometric operators and its application in multicriteria decision making method. Eng Appl Artif Intell 2019;85:112-21.

20. Kumar K, Chen SM. Group decision making based on q-rung orthopair fuzzy weighted averaging aggregation operator of q-rung orthopair fuzzy numbers. Inf Sci 2022;598:1-18.