



การเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณสำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ประชากรในการสำรวจตัวอย่าง

An Enhanced the Efficiency of Ratio-cum-product Estimator for Estimating the Population Mean in the Sample Survey

ณภัทน์จันทร์ ด่านสวัสดิ์^{1*} และ เอกภพ เกตุสมบุญ²

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพมหานคร 10140

²ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพมหานคร 10140

Napattchan Dansawad^{1*} and Ekkaphop Ketsombun²

¹Department of Mathematics, Faculty of Science, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangkok 10140

²Department of Physics, Faculty of Science, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangkok 10140

*Corresponding author: napattchan.dan@kmutt.ac.th

Received: 9 December 2024/ Revised: 6 February 2024/ Accepted: 10 February 2024

บทคัดย่อ

งานวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและนำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณ สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ในการสำรวจตัวอย่าง โดยใช้สารสนเทศจากตัวแปรช่วย ภายใต้วิธีการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน ซึ่งตัวประมาณที่นำเสนอจะมีความครอบคลุมตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทุกตัวที่ศึกษาในงานวิจัย อีกทั้งผู้วิจัยจะทำการศึกษาคูณสมบัติที่สำคัญบางประการของตัวประมาณนำเสนอขึ้นมาใหม่ ได้แก่ ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด จากนั้นจะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่กับตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งในทางทฤษฎี การประยุกต์จากข้อมูลจริง และการจำลองข้อมูล โดยจะพิจารณาจากค่าร้อยละประสิทธิภาพสัมพัทธ์ ผลการวิจัยพบว่า ภายใต้สถานการณ์ที่ศึกษาเดียวกัน ตัวประมาณนำเสนอขึ้นมาใหม่มีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่ทำการศึกษาทั้งหมด ซึ่งผลที่ได้มีความสอดคล้องทั้งทางทฤษฎี การประยุกต์จากข้อมูลจริง และการจำลองข้อมูล

คำสำคัญ: ตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณ ค่าเฉลี่ยประชากร การสำรวจตัวอย่าง ร้อยละประสิทธิภาพสัมพัทธ์

Abstract

This research aims to develop and propose a combined ratio and product estimator for accurately estimating the population mean in sample surveys. It leverages auxiliary variable information within the framework of simple random sampling without replacement. The proposed estimator is structured to encompass all previously studied related estimators. Additionally, the researcher analyzes key properties of the proposed estimator, including the mean squared error (MSE) and the minimum mean squared error. The efficiency of the proposed estimator is assessed against other related estimators through theoretical analysis, real data applications, and data simulations, using relative efficiency as the evaluation criterion. The findings reveal that, under identical study conditions, the proposed estimator exhibits superior efficiency compared to all other estimators examined in this study. These results are consistently observed across theoretical analyses, real data applications, and simulations.

Keywords: Ratio-cum-product estimator, Population mean, Sample survey, Mean squared error

บทนำ

ในการศึกษาวิจัยเชิงสำรวจ บ่อยครั้งที่นักวิจัยมักเผชิญกับความท้าทายหรือข้อจำกัดต่าง ๆ ในการเก็บข้อมูลจากประชากรที่สนใจศึกษา เช่น ขนาดของประชากรที่ใหญ่เกินไป งบประมาณอาจไม่เพียงพอ หรือมีข้อจำกัดด้านเวลาในการเก็บข้อมูล เป็นต้น เพื่อแก้ไขปัญหาในกรณีที่ไม่สามารถเก็บข้อมูลจากประชากรทั้งหมดได้ นักวิจัยจำเป็นต้องเลือกตัวอย่าง (Sample) ที่สามารถใช้เป็นตัวแทนของประชากรให้เหมาะสม โดยการเลือกตัวอย่างจำเป็นต้องอาศัยวิธีการทางสถิติ เพื่อให้มั่นใจว่าตัวอย่างที่เลือกมาจะมีลักษณะใกล้เคียงกับประชากรเป้าหมายมากที่สุด และเมื่อได้ข้อมูลที่ต้องการจากตัวอย่างแล้ว นักวิจัยจึงจะนำข้อมูลที่ได้ออกมาคำนวณค่าต่าง ๆ ที่สนใจศึกษา ซึ่งเรียกว่า ค่าสถิติ (Statistic) แล้วนำค่าสถิติที่คำนวณได้เหล่านั้นไปสร้างตัวประมาณ (Estimator) สำหรับนำไปใช้ในการวิเคราะห์ อธิบาย และสรุปผลเกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากรที่สนใจศึกษา ซึ่งเรียกว่าค่าพารามิเตอร์ (Parameter) โดยตัวประมาณที่นิยมศึกษามากที่สุดในปัจจุบัน ได้แก่ ตัวประมาณสำหรับประมาณค่าเฉลี่ยประชากร

แต่ในบางครั้งนักวิจัยมักจะพบว่า ตัวประมาณที่สร้างขึ้นไม่ได้มีค่าใกล้เคียงหรือเท่ากับค่าที่คำนวณได้จากประชากรโดยตรง ซึ่งเหตุการณ์ดังกล่าวทำให้ตัวประมาณนั้นมีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่มีความเอนเอียง (Bias Estimator) ซึ่งความเอนเอียงดังกล่าวจะส่งผลทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณมีค่าสูงขึ้น และทำให้ตัวประมาณดังกล่าวไม่มีความแม่นยำในการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร และเพื่อแก้ไขปัญหาความเอนเอียงและปัญหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณต่าง ๆ ดังที่กล่าวมาข้างต้น นักวิจัยและนักสถิติหลายท่านจึงนิยมนำสารสนเทศจากตัวแปรช่วย (Auxiliary Variable: X) มาช่วยในการเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณที่สร้างขึ้น ตัวอย่างเช่น นักพฤกษศาสตร์จะใช้ตัวแปรช่วย X ซึ่งได้แก่ วงปีของต้นไม้มาช่วยในการประมาณอายุเฉลี่ยซึ่งถือเป็นตัวแปรที่สนใจศึกษา (Study Variable: Y) ของต้นไม้ในป่า หรือนักสัตวบาลจะใช้จำนวนของสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนมเป็นตัวแปรช่วย X สำหรับช่วยในการประมาณจำนวนน่านมโดยเฉลี่ยซึ่งถือเป็นตัวแปรที่สนใจศึกษา Y ของฟาร์มปศุสัตว์พื้นที่แห่งหนึ่ง เป็นต้น

นอกจากจะใช้ตัวแปรช่วย X มาช่วยในการเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณที่สร้างขึ้นแล้ว นักสถิติอีกหลาย ๆ ท่านนิยมนำข้อมูลที่ทราบค่าจากตัวแปรช่วย X เช่น ค่าเฉลี่ย (Population Mean: $\bar{X}$) ค่าควอไทล์ (Quartile: Q_x) ค่าเดซิล์ (Decile: D_x) ค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile: P_x) ค่าขนาดตัวอย่าง (Sample Size: n) ค่ามัธยฐาน (Median: M_d) ค่าส่วนเบี่ยงเบน



มาตรฐาน (Standard Deviation: σ_x) ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of Variation: C_x) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient: ρ) ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (Coefficient of Skewness: $\beta_1(x)$) และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง (Coefficient of Kurtosis: $\beta_2(x)$) เป็นต้น มาช่วยในการเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณ สำหรับประมาณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่สนใจศึกษา ดังเห็นได้จากงานวิจัยของ Nazir และคณะ [1], Ahmed และคณะ [2], Dansawad [3], Subzar และคณะ [4] เป็นต้น

ทั้งนี้ประสิทธิภาพของตัวประมาณที่สร้างขึ้นนั้น จะขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจศึกษา Y กับตัวแปรช่วย X กล่าวคือ ถ้าหากผู้วิจัยทราบว่าคุณสมบัติที่สนใจศึกษา Y มีความสัมพันธ์กับตัวแปรช่วย X ไปในทิศทางเดียวกัน (Positively Correlation) จะพบว่าตัวประมาณในรูปแบบอัตราส่วน (Ratio Estimator) จะมีประสิทธิภาพและมีความเหมาะสมที่สุดสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่สนใจศึกษา ในขณะที่ถ้าหากผู้วิจัยทราบว่าคุณสมบัติที่สนใจศึกษา Y และตัวแปรช่วย X มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้าม (Negatively Correlation) จะพบว่าตัวประมาณในรูปแบบผลคูณ (Product Estimator) จะมีประสิทธิภาพและมีความเหมาะสมที่สุด ([5], [6])

ภายใต้วิธีการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน (SRSWOR) ผู้วิจัยจะทำการเลือกตัวอย่างขนาด n จากประชากรขนาด N และเมื่อต้องการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (Population Mean: $\bar{Y}$) ของตัวแปรที่สนใจศึกษา Y ผู้วิจัยจะใช้ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง (Sample Mean: $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n$) เป็นตัวประมาณ ซึ่งในทางทฤษฎีพบว่าค่าเฉลี่ยตัวอย่าง ($\bar{y}$) มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (Unbiased Estimator) โดยมีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังต่อไปนี้

$$MSE(\bar{y}) = \lambda \bar{Y}^2 C_y^2 \quad (1)$$

$$\text{โดยที่ } \lambda = (N-n)/Nn, \quad C_y = S_y / \bar{Y}, \quad S_y^2 = \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 / (N-1)$$

เมื่อ C_y และ S_y คือ สัมประสิทธิ์การแปรผันและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรที่สนใจศึกษา Y ตามลำดับ จากตัวประมาณ $\bar{y}$ ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ยังมีนักวิจัยอีกหลายท่าน อาทิ Singh และคณะ [7] Sabo และคณะ [8] Cochran [9] Sisodia และ Dwivedi [10] Upadhyaya และ Singh [11] Singh และ Tailor [12] Singh และคณะ [13] Yan และ Tian [14] Subramani และ Kumarpanidyan [15] Jerajuddin และ Kishun [16] Pandey and Dubey [17] Singh และ Agnihotri [18] Singh และคณะ [19] และ Gupta และ Yadav [20] ได้พัฒนาตัวประมาณ $\bar{y}$ ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยใช้สารสนเทศจากตัวแปรช่วย X ในการสร้างตัวประมาณทั้งในรูปแบบอัตราส่วนและรูปแบบผลคูณ สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร โดยรายละเอียดต่าง ๆ ของตัวประมาณแต่ละตัวแสดงดังตารางที่ 1 และเพื่อเป็นการแก้ไขปัญหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณต่าง ๆ สำหรับประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ดังตัวประมาณที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณ โดยจะนำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณ สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ซึ่งผู้วิจัยจะพัฒนาจากตัวประมาณที่นำเสนอโดย Singh และคณะ [7] และ Sabo และคณะ [8] ภายใต้การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน โดยตัวประมาณที่จะนำเสนอจะเป็นตัวประมาณที่มีความครอบคลุมตัวประมาณที่ถูกนำเสนอในตารางที่ 1 นอกจากนี้ผู้วิจัยจะมีความสนใจศึกษาคุณสมบัติที่สำคัญบางประการของตัวประมาณนำเสนอขึ้นมาใหม่ ได้แก่ ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด จากนั้นผู้วิจัยจะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่กับตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งในทางทฤษฎี การประยุกต์จากข้อมูลจริง และการจำลองข้อมูล



ตารางที่ 1 ตัวประมาณอัตราส่วน และความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่เกี่ยวข้องในงานวิจัย

ลำดับที่	ตัวประมาณ	ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย
1	$t_1 = \bar{y} \left(\frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right)$ Cochran [9]	$MSE(t_1) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + C_x^2 - 2\rho C_y C_x]$
2	$t_2 = \bar{y} \left(\frac{\bar{X} + C_x}{\bar{x} + C_x} \right)$ Sisodia และ Dwivedi [10]	$MSE(t_2) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_1^2 C_x^2 - 2\theta_1 \rho C_y C_x]$
3	$t_3 = \bar{y} \left(\frac{\bar{X} C_x + \beta_2(x)}{\bar{x} C_x + \beta_2(x)} \right)$ Upadhyaya และ Singh [11]	$MSE(t_3) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_2^2 C_x^2 - 2\theta_2 \rho C_y C_x]$
4	$t_4 = \bar{y} \left(\frac{\bar{X} + \rho}{\bar{x} + \rho} \right)$ Singh และ Tailor [12]	$MSE(t_4) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_3^2 C_x^2 - 2\theta_3 \rho C_y C_x]$
5	$t_5 = \bar{y} \left(\frac{\bar{X} + \beta_2(x)}{\bar{x} + \beta_2(x)} \right)$ Singh และคณะ [13]	$MSE(t_5) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_4^2 C_x^2 - 2\theta_4 \rho C_y C_x]$
6	$t_6 = \bar{y} \left(\frac{\bar{X} + \beta_1(x)}{\bar{x} + \beta_1(x)} \right)$ Yan และ Tian [14]	$MSE(t_6) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_5^2 C_x^2 - 2\theta_5 \rho C_y C_x]$
7	$t_7 = \bar{y} \left(\frac{\bar{X} + M_d}{\bar{x} + M_d} \right)$ Subramani และ Kumarpandiyam [15]	$MSE(t_7) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_6^2 C_x^2 - 2\theta_6 \rho C_y C_x]$
8	$t_8 = \bar{y} \left(\frac{\bar{X} + n}{\bar{x} + n} \right)$ Jerajuddin และ Kishun [16]	$MSE(t_8) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_7^2 C_x^2 - 2\theta_7 \rho C_y C_x]$
9	$t_9 = \bar{y} \left(\frac{\bar{x} + C_x}{\bar{X} + C_x} \right)$ Pandey and Dubey [17]	$MSE(t_9) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_1^2 C_x^2 + 2\theta_1 \rho C_y C_x]$
10	$t_{10} = \bar{y} \left(\frac{\bar{x} C_x + \beta_2(x)}{\bar{X} C_x + \beta_2(x)} \right)$ Upadhyaya และ Singh [11]	$MSE(t_{10}) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_2^2 C_x^2 + 2\theta_2 \rho C_y C_x]$
11	$t_{11} = \bar{y} \left(\frac{\bar{x} + \rho}{\bar{X} + \rho} \right)$ Singh และ Tailor [12]	$MSE(t_{11}) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_3^2 C_x^2 + 2\theta_3 \rho C_y C_x]$
12	$t_{12} = \bar{y} \left(\frac{\bar{x} + \beta_2(x)}{\bar{X} + \beta_2(x)} \right)$ Singh และคณะ [13]	$MSE(t_{12}) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_4^2 C_x^2 + 2\theta_4 \rho C_y C_x]$
13	$t_{13} = \bar{y} \left(\frac{a\bar{X} + b}{a\bar{x} + b} \right)$ Singh และ Agnihotri [18]	$MSE(t_{13}) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_8^2 C_x^2 - 2\theta_8 \rho C_y C_x]$
14	$t_{14} = \bar{y} \left(\frac{a\bar{x} + b}{a\bar{X} + b} \right)$ Singh และ Agnihotri [18]	$MSE(t_{14}) = \lambda \bar{Y}^2 [C_y^2 + \theta_8^2 C_x^2 + 2\theta_8 \rho C_y C_x]$
15	$t_{15} = \bar{y} \left(\frac{a\bar{X} + b}{a\bar{x} + b} \right)^{2g-1}$ Singh และคณะ [7]	$MSE(t_{15}) = \lambda \bar{Y}^2 \left[C_y^2 + (2g-1)^2 \theta_8^2 C_x^2 - 2(2g-1) \theta_8 \rho C_y C_x \right]$
16	$t_{16} = \bar{y} \left[\alpha + (1-\alpha) \left(\frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \right]$ Singh และคณะ [19]	$MSE(t_{16}) = \lambda \bar{Y}^2 \left[C_y^2 + C_x^2 - 2\rho C_y C_x + \alpha^2 C_x^2 + 2\alpha \rho C_y C_x - 2\alpha C_x^2 \right]$



ลำดับที่	ตัวประมาณ	ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย
17	$t_{17} = \bar{y} \left[\alpha + (1-\alpha) \left(\frac{\bar{X} + n}{\bar{X} + n} \right) \right]$	Gupta และ Yadav [20] $MSE(t_{17}) = \lambda \bar{Y}^2 \begin{bmatrix} C_y^2 + \theta_7^2 C_x^2 - 2\theta_7 \rho C_y C_x \\ + \alpha^2 \theta_7^2 C_x^2 + 2\alpha \theta_7 \rho C_y C_x \\ - 2\alpha \theta_7^2 C_x^2 \end{bmatrix}$
18	$t_{18} = \bar{y} \left[\alpha + (1-\alpha) \left(\frac{\bar{X} \rho + n}{\bar{X} \rho + n} \right) \right]$	Sabo และคณะ [8] $MSE(t_{18}) = \lambda \bar{Y}^2 \begin{bmatrix} C_y^2 + \theta_9^2 C_x^2 - 2\theta_9 \rho C_y C_x \\ + \alpha^2 \theta_9^2 C_x^2 + 2\alpha \theta_9 \rho C_y C_x \\ - 2\alpha \theta_9^2 C_x^2 \end{bmatrix}$

โดยที่ $\theta_1 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + C_x}$, $\theta_2 = \frac{\bar{X} C_x}{\bar{X} C_x + \beta_2(x)}$, $\theta_3 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \rho}$, $\theta_4 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \beta_2(x)}$, $\theta_5 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \beta_1(x)}$, $\theta_6 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + M_d}$,
 $\theta_7 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + n}$, $\theta_8 = \frac{a\bar{X}}{a\bar{X} + b}$, $\theta_9 = \frac{\bar{X} \rho}{\bar{X} \rho + n}$

เมื่อ a และ b คือ ฟังก์ชันหรือค่าคงที่ใด ๆ ที่ทราบค่าจากตัวแปรช่วย X

g คือ ค่าคงที่ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะกำหนดให้มีค่าเท่ากับ -1 และ 1 เท่านั้น

วิธีดำเนินการวิจัย

จากตัวประมาณต่าง ๆ ในตารางที่ 1 และตัวประมาณที่นำเสนอโดย Singh และคณะ [7] และ Sabo และคณะ [8] ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะพัฒนาและนำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณ สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร โดยใช้สารสนเทศจากตัวแปรช่วย X ภายใต้การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน โดยตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ มีรูปแบบดังนี้

$$t_{19} = \bar{y} \left[\alpha + (1-\alpha) \left(\frac{a\bar{X} + b}{a\bar{X} + b} \right)^{2g-1} \right] \quad (2)$$

เมื่อ α คือ ค่าคงที่ใด ๆ ที่จะทำให้ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ t_{19} มีค่าต่ำที่สุด

ในการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดของตัวประมาณ t_{19} จากสมการที่ (1) ผู้วิจัยจะทำการจัดรูปแบบของตัวประมาณ t_{19} ให้อยู่ในพจน์ความคลาดเคลื่อน (Error Terms) โดยกำหนดให้ $\bar{y} = \bar{Y}(1+e_0)$ และ $\bar{x} = \bar{X}(1+e_1)$ เมื่อ $E(e_0) = E(e_1) = 0$, $E(e_0^2) = \lambda C_y^2$, $E(e_1^2) = \lambda C_x^2$ และ $E(e_0 e_1) = \lambda \rho C_y C_x$ นั่นคือจากสมการที่ (2) จะสามารถจัดสมการ ให้อยู่ในพจน์ของค่าคลาดเคลื่อนได้ดังนี้

$$t_{19} = \bar{Y}(1+e_0) \left[\alpha + (1-\alpha)(1+\theta_9 e_1)^{-(2g-1)} \right] \quad (3)$$

จากทฤษฎีบททวินาม (Binomial Theorem) ในกรณีที่เลขยกกำลังติดลบ พจน์ $(1+x)^{-n}$ สามารถกระจายโดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ได้ดังนี้ $(1+x)^{-n} = 1 - nx + \frac{n(n+1)}{2!} x^2 - \frac{n(n+1)(n+2)}{3!} x^3 + \dots + \frac{(-1)^r n(n+1)(n+2)\dots(n+r-1)}{r!} x^r + \dots$ และเมื่อเทียบกับพจน์ข้างต้น ดังนั้นพจน์ $(1+\theta_9 e_1)^{-(2g-1)}$ ที่อยู่ในสมการ (3) จะสามารถกระจายโดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ได้คือ



$$(1 + \theta_8 e_1)^{-(2g-1)} = 1 - (2g-1)\theta_8 e_1 + \frac{(2g-1)(2g-1+1)}{2!}(\theta_8 e_1)^2 - \frac{(2g-1)(2g-1+1)(2g-1+2)}{3!}(\theta_8 e_1)^3 + \dots$$

ที่ยกกำลัง 3 เป็นต้นไป จะถูกกำหนดให้เป็นค่าคลาดเคลื่อนจากการตัดปลาย (Truncation Error) กล่าวคือเป็นค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการตัดเทอมท้าย ๆ ของอนุกรมเทย์เลอร์ ซึ่งในทางทฤษฎีค่าคลาดเคลื่อนดังกล่าวจะเข้าสู่ศูนย์ ทำให้การกระจายของพจน์

$$(1 + \theta_8 e_1)^{-(2g-1)} \text{ จึงเหลือแค่ } (1 + \theta_8 e_1)^{-(2g-1)} = 1 - (2g-1)\theta_8 e_1 + \frac{(2g-1)(2g-1+1)}{2!}(\theta_8 e_1)^2 \text{ นั่นคือจากสมการที่ (3) จะได้}$$

$$t_{19} = \bar{Y}(1 + e_0) \left[\alpha + (1-\alpha)1 - (2g-1)\theta_8 e_1 + 2(2g-1)\theta_8^2 e_1^2 \right]$$

⋮

$$= \bar{Y} \left[1 - (2g-1)\theta_8 e_1 + (2g-1)g\theta_8^2 e_1^2 + (2g-1)\alpha\theta_8 e_1 - (2g-1)\alpha g\theta_8^2 e_1^2 + e_0 - (2g-1)\theta_8 e_0 e_1 + (2g-1)\alpha\theta_8 e_0 e_1 \right] \quad (4)$$

จากสมการที่ (4) สามารถหาค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ t_{19} ได้จาก

$$MSE(t_{19}) = E[t_{19} - \bar{Y}]^2$$

$$= E \left[\bar{Y} \left[\begin{array}{l} 1 - (2g-1)\theta_8 e_1 + (2g-1)g\theta_8^2 e_1^2 + (2g-1)\alpha\theta_8 e_1 \\ - (2g-1)\alpha g\theta_8^2 e_1^2 + e_0 - (2g-1)\theta_8 e_0 e_1 + (2g-1)\alpha\theta_8 e_0 e_1 \end{array} \right] - \bar{Y} \right]^2$$

⋮

$$= \bar{Y}^2 E \left[(2g-1)^2 \theta_8^2 e_1^2 + (2g-1)^2 \alpha^2 \theta_8^2 e_1^2 + e_0^2 - 2(2g-1)^2 \alpha \theta_8^2 e_1^2 - 2(2g-1)\theta_8 e_0 e_1 + 2(2g-1)\alpha\theta_8 e_0 e_1 \right] \quad (5)$$

แทนค่า เมื่อ $E(e_0) = E(e_1) = 0$, $E(e_0^2) = \lambda C_y^2$, $E(e_1^2) = \lambda C_x^2$, และ $E(e_0 e_1) = \rho C_y C_x$ ลงในสมการที่ (5) จะได้

$$MSE(t_{19}) = \lambda \bar{Y}^2 \left[C_y^2 + (2g-1)^2 (1-\alpha)^2 \theta_8^2 C_x^2 - 2(2g-1)(1-\alpha)\theta_8 \rho C_y C_x \right] \quad (6)$$

$$\text{โดยสมการ (6) จะมีค่าที่ต่ำที่สุดเมื่อแทนค่า } \alpha \text{ ด้วย } \alpha = \frac{\theta_8 C_x (2g-1) - \rho C_y}{\theta_8 C_x (2g-1)} = \alpha_{opt} \quad (7)$$

เมื่อแทนค่า α_{opt} จากสมการที่ (7) ลงในสมการที่ (6) จะได้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดของตัวประมาณ t_{19} ดังนี้

$$MMSE(t_{19}) = \lambda \bar{Y}^2 C_y^2 (1 - \rho^2) \quad (8)$$

ผลการวิจัย

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ t_{19} กับตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยจะเปรียบเทียบทางทฤษฎี การประยุกต์จากข้อมูลจริง และการจำลองข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณทางทฤษฎี

โดยตัวประมาณ t_{19} จะมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ที่แสดงดังตารางที่ 1 เมื่อเงื่อนไขต่าง ๆ ที่แสดงดังตารางที่ 2 เป็นจริง



ตารางที่ 2 เงื่อนไขที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณ t_{19} กับตัวประมาณตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

ลำดับที่	การเปรียบเทียบ	เงื่อนไข
1	$MMSE(t_{19}) < MSE(\bar{y})$	$C_y^2 \rho^2 > 0$
2	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_1)$	$(C_x - \rho C_y)^2 > 0$
3	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_i); i = 2, \dots, 8$	$(\theta_i C_x - \rho C_y)^2 > 0$
4	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_i); i = 9, 10, \dots, 12$	$(\theta_i C_x + \rho C_y)^2 > 0$
5	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_{13})$	$(\theta_8 C_x - \rho C_y)^2 > 0$
6	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_{14})$	$(\theta_8 C_x + \rho C_y)^2 > 0$
7	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_{15})$	$[(2g-1)\theta_8 C_x - \rho C_y]^2 > 0$
8	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_{16})$	$(C_x - \rho C_y)^2 + \alpha C_x^2 (\alpha + 2K - 2) > 0$
9	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_{17})$	$(\theta_7 C_x - \rho C_y)^2 + \alpha \theta_7 C_x^2 (\alpha \theta_7 + 2K - 2\theta_7) > 0$
10	$MMSE(t_{19}) < MSE(t_{18})$	$(\theta_9 C_x - \rho C_y)^2 + \alpha \theta_9 C_x^2 (\alpha \theta_9 + 2K - 2\theta_9) > 0$

โดยที่ $K = \rho C_y / C_x$

2. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากการประยุกต์จากข้อมูลจริง

เพื่อเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณ t_{19} กับตัวประมาณอื่น ๆ ที่แสดงดังตารางที่ 1 ผู้วิจัยใช้ข้อมูลจริงจำนวน 2 ชุด ซึ่งเก็บรวบรวมโดย วรวิทย์ พูลสวัสดิ์ [21] และสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร [22] ตามลำดับ โดยข้อมูลชุดที่ 1 เป็นข้อมูลเกี่ยวกับปริมาณขยะที่จัดเก็บได้ในแต่ละหมู่บ้าน ภายใต้พื้นที่รับผิดชอบขององค์การบริหารส่วนตำบลหนองนมวัว อำเภอลาดยาว จังหวัดนครสวรรค์ (หน่วย: ตัน) ตั้งแต่เดือนมีนาคม พ.ศ. 2563 ถึงเดือนมีนาคม พ.ศ. 2566 ทั้งนี้กำหนดให้ปริมาณขยะที่ถูกจัดเก็บ (หน่วย: ตัน) เป็นตัวแปรที่สนใจศึกษา Y และจำนวนครัวเรือนในแต่ละหมู่บ้าน (หน่วย: ครัวเรือน) เป็นตัวแปรช่วย X รายละเอียดต่าง ๆ ของข้อมูลแสดงดังนี้

$$N = 37, \quad n = 15, \quad \bar{Y} = 73.3707, \quad \bar{X} = 532.0000, \quad \rho = 0.6585, \quad C_x = 10.8376, \quad C_y = 12.7633, \\ \beta_1(x) = 0.2619, \quad \beta_2(x) = -1.9158, \quad S_y = 9.3645, \quad S_x = 57.6489, \quad M_d = 502.0000$$

ในขณะที่ข้อมูลชุดที่ 2 เป็นข้อมูลปริมาณผลผลิตลำไยที่ปลูกในพื้นที่จังหวัดเชียงราย ระหว่างปี พ.ศ. 2557 ถึง ปี พ.ศ. 2564 โดยกำหนดให้ปริมาณผลผลิตลำไย (หน่วย: ตัน) เป็นตัวแปรที่สนใจศึกษา Y และพื้นที่ที่ใช้ในการปลูก (หน่วย: ไร่) เป็นตัวแปรช่วย X ข้อมูลลักษณะประชากรแสดงดังนี้

$$N = 144, \quad n = 70, \quad \bar{Y} = 3984.0714, \quad \bar{X} = 9608.1714, \quad \rho = 0.9682, \quad C_x = 130.2381, \quad C_y = 118.9505, \\ \beta_1(x) = 2.2745, \quad \beta_2(x) = 6.4327, \quad S_y = 4739.0736, \quad S_x = 12513.4962, \quad M_d = 5403.5000$$



ทั้งนี้ผู้วิจัยจะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณแต่ละตัว โดยจะพิจารณาจากค่า PRE ซึ่งคำนวณจากสมการที่ (9) ดังนี้

$$PRE(t_i) = \frac{MSE(\bar{y})}{MSE(t_i)} \times 100 ; i = 1, 2, \dots, 19 \quad (9)$$

โดยผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณแต่ละตัวแสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่า PRE ของตัวประมาณแต่ละตัวภายใต้ประชากรที่ศึกษาจากข้อมูลชุดที่ 1 และ ชุดที่ 2

ข้อมูลชุดที่ 1		ข้อมูลชุดที่ 2	
ตัวประมาณ	PRE	ตัวประมาณ	PRE
$\bar{y}$	100.000	$\bar{y}$	100.000
t_1	165.893	t_1	1270.858
t_2	167.611	t_2	1329.955
t_3	165.864	t_3	1270.882
t_4	166.003	t_4	1271.310
t_5	165.569	t_5	1273.855
t_6	165.937	t_6	1271.919
t_7	162.457	t_7	1245.540
t_8	168.220	t_8	1303.055
t_9	35.863	t_9	23.481
t_{10}	35.210	t_{10}	23.154
t_{11}	35.260	t_{11}	23.157
t_{12}	35.106	t_{12}	23.170
t_{16}	165.940	t_{16}	1270.861
t_{17}	168.008	t_{17}	1596.652
t_{18}	168.783	t_{18}	1596.653
t_{19}	176.541	t_{19}	1596.667

จากตารางที่ 3 เมื่อพิจารณาภายใต้ข้อมูลที่ทำการศึกษาคู่เดียวกัน พบว่าค่า PRE ของตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ t_{19} มีค่าสูงที่สุด ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่าตัวประมาณ t_{19} เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทุกตัว และเมื่อพิจารณาจากข้อมูลชุดที่ 1 และข้อมูลชุดที่ 2 พบว่านอกจากตัวประมาณ t_{19} แล้ว ตัวประมาณ t_7 และตัวประมาณ t_{18} ที่มีการนำค่าสารสนเทศจากตัวแปรช่วย ได้แก่ ค่าขนาดตัวอย่าง (n) และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (ρ) มาสร้างตัวประมาณในรูปแบบตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณ สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร มีประสิทธิภาพที่ใกล้เคียงกับตัวประมาณ t_{19} นำเสนอขึ้นมาใหม่มากที่สุด เนื่องจากมีค่า PRE ที่สูงใกล้เคียงรองลงมา โดยตัวประมาณ t_7 และตัวประมาณ t_{18} มีประสิทธิภาพด้อยกว่าตัวประมาณ t_{19} เพียงเล็กน้อยเท่านั้น ในขณะที่ตัวประมาณ $\bar{y}$ เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพด้อยกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ทุกตัว เมื่อพิจารณาจากข้อมูลที่ทำการศึกษาทั้ง 2 ชุด



3. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณโดยการจำลองข้อมูล

ในการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอเกี่ยวกับตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องสำหรับประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ผู้วิจัยจะทำการจำลองข้อมูลโดยใช้โปรแกรม R เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณในเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กำหนดในงานวิจัย โดยผู้วิจัยจะจำลองข้อมูลประชากร (X, Y) ที่มีการแจกแจงแบบปกติสองตัวแปร โดยที่ตัวแปรที่สนใจศึกษา Y มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 มีความแปรปรวนเท่ากับ 1 และตัวแปรช่วย X มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 มีความแปรปรวนเท่ากับ 1 กำหนดขนาดประชากรเท่ากับ 1,000 และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient: ρ) เท่ากับ 0.35, 0.75 และ 0.95 ตามลำดับ จากนั้นจะทำการสุ่มตัวอย่างของตัวแปรช่วย X และตัวแปรที่สนใจศึกษา Y จากประชากรที่สร้างขึ้น โดยจะทำการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน ด้วยขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ตามลำดับ โดยผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณ แสดงดังตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 4 ค่า PRE ของตัวประมาณแต่ละตัวจากการจำลองข้อมูล

ตัวประมาณ	$\rho = 0.35$		$\rho = 0.75$		$\rho = 0.95$	
	$n = 50$	$n = 100$	$n = 50$	$n = 100$	$n = 50$	$n = 100$
$\bar{y}$	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
t_1	147.139	151.832	154.313	160.602	564.161	843.599
t_2	155.254	157.722	162.589	168.368	581.423	906.250
t_3	158.802	158.330	170.262	184.146	597.518	975.779
t_4	160.671	158.433	196.714	194.470	631.906	1018.818
t_5	163.710	164.674	217.043	210.456	652.482	1118.935
t_6	164.579	167.433	217.669	224.047	603.899	1171.086
t_7	174.706	175.059	218.456	284.653	698.942	1200.122
t_8	176.117	176.837	233.192	269.155	724.222	1293.029
t_9	86.779	91.517	96.343	104.790	99.320	107.500
t_{10}	83.502	89.375	93.484	98.584	97.071	99.867
t_{11}	86.746	91.173	94.206	101.313	98.439	104.979
t_{12}	83.205	89.112	92.381	92.771	96.932	98.641
t_{16}	179.610	189.876	207.762	290.041	716.888	1454.804
t_{17}	192.168	199.824	223.102	317.261	816.468	1478.088
t_{18}	199.950	202.606	235.463	324.677	913.982	1537.427
t_{19}	208.822	210.668	257.010	342.521	932.787	1564.567

จากตารางที่ 4 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากัน แต่ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเพิ่มขึ้น คือ จาก $\rho = 0.35$ ไปเป็น $\rho = 0.95$ จะส่งผลให้ค่า PRE ของตัวประมาณต่าง ๆ ที่ศึกษามีค่าเพิ่มขึ้น โดยค่า PRE ของตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ t_9 จะมีค่ามากที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับค่า PRE ของตัวประมาณอื่น ๆ ภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน และเมื่อพิจารณาค่า PRE ของตัวประมาณต่าง ๆ ภายใต้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เดียวกัน จะพบว่าขนาดตัวอย่าง (n) จะส่งผลโดยตรงต่อค่า PRE ที่คำนวณได้ กล่าวคือถ้าขนาด

ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (ขนาดตัวอย่างเปลี่ยนจาก $n = 50$ ไปเป็น $n = 100$) ทำให้ค่า PRE มีค่าสูงขึ้นตามไปด้วย โดยตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ t_9 เป็นตัวประมาณที่มีค่า PRE สูงที่สุด ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ t_9 มีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ทุกตัว

อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

จากการนำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณ สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ในการสำรวจตัวอย่าง โดยใช้สารสนเทศจากตัวแปรช่วย ซึ่งพัฒนามาจากตัวประมาณที่นำเสนอโดย Singh และคณะ [1] Sabo และคณะ [2] โดยผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่กับตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งในทางทฤษฎี การประยุกต์จากข้อมูลจริง และการจำลองข้อมูล โดยผลการวิจัยพบว่า การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ t_9 กับตัวประมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในงานวิจัย ได้แก่ ตัวประมาณ $\bar{y}$, t_i , $i = 1, \dots, 18$ ในทางทฤษฎี ตัวประมาณที่นำเสนอ t_9 จะมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ถ้าหากเงื่อนไขจากตารางที่ 2 เป็นจริง ในขณะที่การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากการประยุกต์จากข้อมูลจริง แสดงดังตารางที่ 3 พบว่า ค่า PRE ของตัวประมาณที่นำเสนอ t_9 ที่คำนวณจากข้อมูลชุดที่ 1 ซึ่งเก็บรวบรวมโดย วรวิทย์ พูลสวัสดิ์ [21] และข้อมูลชุดที่ 2 ซึ่งรวบรวมโดยสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร [22] มีค่ามากกว่าค่า PRE ของตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทุกตัว และจากค่า PRE ดังกล่าวทำให้ทราบว่าตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ t_9 มีค่า MSE ต่ำที่สุดในบรรดาตัวประมาณที่ศึกษาในงานวิจัยฉบับนี้ และสำหรับผลการเปรียบเทียบของตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่กับตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องจากการจำลองข้อมูล พบว่าให้ผลที่สอดคล้องกันกับผลการเปรียบเทียบทั้งในทางทฤษฎีและการประยุกต์จากข้อมูลจริง โดยมีข้อสังเกตเพิ่มเติมคือ เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลโดยตรงต่อค่า PRE ที่คำนวณได้ กล่าวคือถ้าขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ค่า PRE จะสูงขึ้นตามไปด้วย จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงสามารถสรุปได้ว่า ภายใต้สถานการณ์ที่ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจศึกษา Y และตัวแปรช่วย X มีค่าเป็นบวก ตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณที่นำเสนอจะยังคงมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า ตัวประมาณอัตราส่วนร่วมกับผลคูณที่นำเสนอมีประสิทธิภาพมากเพียงพอที่จะนำไปใช้เป็นตัวประมาณสำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ในกรณีที่ต้องแก้ไขปัญหาความเอนเอียงและปัญหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ ภายใต้การศึกษาเดียวกับสถานการณ์ในงานวิจัยฉบับนี้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sharma และคณะ [23] และ Ahmad และคณะ [24]

ข้อเสนอแนะ

1. เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ศึกษาภายใต้สถานการณ์ที่ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจศึกษา Y และตัวแปรช่วย X มีค่าเป็นบวกเท่านั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจจะขยายสถานการณ์ที่ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจศึกษา Y และตัวแปรช่วย X เป็นรูปแบบอื่น ๆ
2. ในงานวิจัยนี้ยังมีขนาดของกลุ่มตัวอย่างน้อย ดังนั้นเพื่อให้ผลการวิจัยครอบคลุมมากกว่านี้ จึงควรเพิ่มขนาดตัวอย่างให้มากขึ้น และควรใช้วิธีการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบอื่น ๆ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอให้มีความแม่นยำมากขึ้น



เอกสารอ้างอิง

1. Nazir A, Maqbool S, Ahmad S. Modified linear regression estimators using quartiles and standard deviation. *J Stat Appl Probab* 2018;7(2):379-88.
2. Ahmed S, Arslan M, Khan A, Shabbir J. A generalized exponential-type estimator for population mean using auxiliary attributes. *PLOS ONE* 2019;16(5):1-29.
3. Dansawad N. New ratio estimators for estimating the population mean using the median and size of the sample. *BUU SCI J* 2022;27(1):120-34.
4. Subzar M, Lone SA, Ekpenyong EJ, Salam A, Aslam M, Raja TA. Efficient class of ratio cum median estimators for estimating the population median. *PLOS ONE* 2023;18(2):1-14.
5. Enang EI, Akpan VM, Ekpenyong EJ. Alternative ratio estimator of population mean in simple random sampling. *J Math Res* 2014;6(3):54-61.
6. Yadav VK, Prasad S. A simulation-based optimization of factor-type exponential estimators in sample surveys with coefficients of variation and kurtosis. *Franklin Open* 2023;5:1-8.
7. Singh HP, Solanki RS, Singh AK. A generalized ratio-cum-product estimator for estimating the finite population mean in survey sampling. *Commun Stat-Theory Methods* 2016;45(1):158-72.
8. Sabo SA, Musa IZ, Kibiya YI. Developed ratio estimator for estimating population mean from a finite population using sample size and correlation. *IJRASET* 2020;8(5):904-11.
9. Cochran WG. The estimation of the yields of the cereal experiments by sampling for the ratio of grain to total produce. *J Agric Sci* 1940;30:262-75.
10. Sisodia BVS, Dwivedi VK. A modified ratio estimator using coefficient of variation of auxiliary variable. *Jour Ind Soc Ag Statistics* 1981;33:13-8.
11. Upadhyaya LN, Singh HP. Use of transformed auxiliary variable in estimating the finite population mean. *Biom J* 1999;41:627-36.
12. Singh HP, Tailor R. Use of known correlation coefficient in estimating the finite population mean. *Stat Transit* 2003;6:555-60.
13. Singh HP, Tailor R, Kakaran MS. An estimator of population mean using power transformation. *Journal of Ind Soc Ag Statistics* 2004;58(2):223-30.
14. Yan Z, Tian B. Ratio method to the mean estimation using coefficient of skewness of auxiliary variable. *Commun Comput Inf Sci* 2010;106:103-10.
15. Subramani J, Kumarpandiyan G. New modified ratio estimation of population mean when median of auxiliary variable is known. *Pak J Stat Oper Res* 2013;2:137-45.
16. Jerajuddin M, Kishun J. Modified ratio estimators for population mean using size of the sample, selected from population. *IJSRSET* 2016;2(2):10-6.



17. Pandey BN, Dubey Vyas. Modified product estimator using coefficient of variation of auxiliary variate. Assam Statistical Rev 1988;2(2):64-6.
18. Singh HP, Agnihotri N. A general procedure of estimating population mean using auxiliary information in sample surveys. Stat Trans New Ser 2008;9(1):71-87.
19. Singh HP, Rathour A, Solanki RS. An improvement over regression method of estimation. Statistica 2012;72(4):415-29.
20. Gupta RK, Yadav SK. Improved estimation of population mean using information on size of the sample. Am J Math Stat 2018;8(2):27-35.
21. วรพลชัย พูลสวัสดิ์. รายงานผลข้อมูลสถิติการให้บริการด้านการจัดเก็บขยะมูลฝอยในครัวเรือน รอบ 6 เดือน (ตุลาคม 65- มีนาคม 66). องค์การบริหารส่วนตำบลหนองนมวัว อำเภอลาดยาว จังหวัดนครสวรรค์ [อินเทอร์เน็ต]. 2566 [เข้าถึงเมื่อ 1 ต.ค. 2567]. เข้าถึงได้จาก https://www.nongnomwua.go.th/file_subject/20230411_131606.pdf
22. สำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร. ข้อมูลการผลิตสินค้าเกษตร. กระทรวงเกษตรและสหกรณ์ [อินเทอร์เน็ต]. 2566 [เข้าถึงเมื่อ 1 ต.ค. 2567]. เข้าถึงได้จาก <https://www.oae.go.th/view/1/ตารางแสดงรายละเอียดค่าใช้จ่าย/TH-TH>
23. Sharma R, Singh L, Yadav SK, Kumar S, Kumar S, Sangal PK. Two efficient class of ratio estimators for population mean estimation using auxiliary information in simple random sampling. Int J Agricult Stat 2022;18(1):1271-6.
24. Ahmad S, Zahid E, Shabbir J, Aamir M, Onyango R. Enhanced estimation of the population mean using two auxiliary variables under probability proportional to size sampling. Math Probl Eng 2023;2023(1):1-14.