

การวิเคราะห์ทางสถิตศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงท่วงวงสำหรับเก็บ ของเหลวภายใต้แรงดันน้ำสถิตสูงมาก

Static Analysis of Fluid-Filled Toroidal Shell under High Hydrostatic Pressure

วีรพันธ์ เจียมมีปรีชา^{1*} กมล ตรีผอง² จิระยุทธ สืบสุข³

¹อาจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000

²อาจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์
วิทยาเขตวังไกลกังวล อำเภอหัวหิน จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 77110

³ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000

Weeraphan Jiammeepreecha^{1*} Kamon Treepong² Jirayut Suebsuk³

¹Lecturer, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering and Architecture,
Rajamangala University of Technology Isan, Nakhon Ratchasima, 30000

²Lecturer, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Rajamangala University of
Technology Rattanakosin, Wang Klai Kang Won Campus, Prachaup Kiri Khan, 77110

³Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering and Architecture,
Rajamangala University of Technology Isan, Nakhon Ratchasima, 30000

*Corresponding author: Email: weeraphan.ji@rmuti.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการวิเคราะห์ทางสถิตศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงท่วงวงสำหรับเก็บของเหลวใน
ทะเลลึกภายใต้เงื่อนไขการจำกัดการเปลี่ยนแปลงปริมาตรในงานวิศวกรรมนอกชายฝั่งสำหรับการจัดเก็บปิโตรเลียมเหลว
การคำนวณรูปทรงเรขาคณิตของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงท่วงวงสำหรับเก็บของเหลวจะอาศัยหลักการของเรขาคณิต
เชิงอนุพันธ์ ฟังก์ชันพลังงานของโครงสร้างเปลือกบางและของเหลวที่บรรจุแสดงในรูปแบบที่เหมาะสมตามหลักการของงาน
เสมือนในทอมของค่าการเสียรูป ผลตอบสนองทางสถิตศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางและค่าการเปลี่ยนแปลงแรงดัน
ภายในภายใต้การแปรเปลี่ยนค่าความความลึกของระดับน้ำทะเล ความหนาของโครงสร้างและความยาวรัศมีของรูปหน้าตัด
ทรงท่วงวงจะสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขการจำกัดการ
เปลี่ยนแปลงปริมาตรจะทำให้เกิดการปรับเปลี่ยนความดันภายในเพื่อให้โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงท่วงวงอยู่ในสภาวะ
สมดุล ส่งผลทำให้โครงสร้างดังกล่าวสามารถรับแรงกระทำจากภายนอกได้สูง

คำสำคัญ: โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงท่วงวงสำหรับเก็บของเหลว เงื่อนไขการจำกัดการเปลี่ยนแปลงปริมาตร
เรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ ฟังก์ชันพลังงาน วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ABSTRACT

This paper presents a static analysis of fluid-filled toroidal shell serviced under deep sea water with constraint volume conditions in offshore engineering deployments for LNG storage containers. The geometry of fluid-filled toroidal shell was computed by differential geometry. Energy functional of shell and internal fluid are expressed in the appropriate forms based on the principle of virtual work in terms of displacements. The static response of the shell and change of pressure with various sea water depths, thicknesses, and toroid cross-section radii can be determined using finite element method. Numerical results show that the change of internal pressure based on the constraint volume condition is required in order to maintain the fluid-filled toroidal shell in equilibrium position. Then the shell is very effective in resisting high external loading.

Keyword: Fluid-filled toroidal shell, constraint volume conditions, differential geometry, energy functional, finite element method.

1. บทนำ

โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห่วงยาง (Toroidal shell) เป็นโครงสร้างที่นิยมใช้กันในวิศวกรรมหลากหลายแขนงได้แก่ วิศวกรรมโยธา วิศวกรรมเครื่องกลและวิศวกรรมนอกชายฝั่งทะเล เป็นต้น [1]–[2] การวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห่วงยางนั้นได้มีการเสนอใช้ทฤษฎีเชลล์ (Shell theory) จากงานวิจัยของ Clark [3] เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าการเสี้ยวรูปของโครงสร้าง อย่างไรก็ตามถ้าความหนาของโครงสร้างมีค่าน้อยมากการใช้ทฤษฎีเมมเบรน (Membrane theory) [4] ในการวิเคราะห์โดยไม่พิจารณาผลของการดัดให้คำตอบที่มีความถูกต้องมากกว่าการใช้ทฤษฎีเชลล์ในการวิเคราะห์ นอกจากนี้โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห่วงยางยังนิยมใช้บรรจุของเหลวภายในซึ่ง Zingoni [5] ได้ทำการรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห่วงยางสำหรับใช้บรรจุของเหลวภายในโดยที่การวิเคราะห์โครงสร้างประเภทนี้จะต้องคำนึงถึงผลของแรงดันและน้ำหนักของของเหลวที่บรรจุด้วย สำหรับการประยุกต์โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห่วงยางกับงานทางด้านวิศวกรรมนอกชายฝั่งถูกนำเสนอโดย Willson และคณะ [6] โดยใช้ทฤษฎีเชลล์ในการวิเคราะห์ปัญหา และกำหนด

เงื่อนไขของฐานรองรับที่บริเวณรัศมีด้านในและด้านนอกของโครงสร้างเป็นแบบยึดหมุนเคลื่อนที่ตลอดความยาวรอบแกนหมุน และใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณหาค่าการเสี้ยวรูป

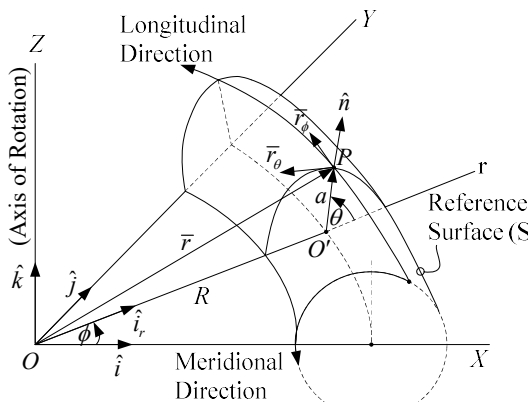
วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อศึกษาผลตอบสนองทางสถิติศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห่วงยางสำหรับบรรจุของเหลวติดตั้งในทะเลลึกโดยใช้ทฤษฎีเมมเบรน ซึ่งปัญหาลักษณะดังกล่าวนี้ไม่มีการศึกษามาก่อน โครงสร้างดังกล่าวมีข้อดีซึ่งเหมาะนำไปใช้งานคือมีน้ำหนักเบาและสามารถต้านทานแรงดันได้ดีทั้งจากแรงดันภายในและภายนอก ซึ่งมีความเหมาะสมในการใช้กักเก็บของเหลวหรือก๊าซธรรมชาติที่มีแรงดันขนาดใหญ่ภายใต้ทะเลลึก นอกจากนี้งานวิจัยยังพิจารณาเงื่อนไขการจำกัดการเปลี่ยนแปลงปริมาตรของโครงสร้างเปลือกบางและของเหลวที่บรรจุภายในภายใต้การรับแรงดันน้ำสถิต [7]–[8] โดยมีสมมติฐานว่ารูปทรงเรขาคณิตของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห่วงยางสำหรับบรรจุของเหลวมีหน้าตัดเป็นรูปวงกลมและสามารถคำนวณได้จากหลักการของเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ (Differential geometry) การวิเคราะห์ปัญหาสามารถเขียนได้ในรูปแบบการแปรผัน (Variational form) โดยใช้ทฤษฎีของเชลล์ [9] การเสี้ยว

รูปแบบสถิติศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วง
อย่างสามารถคำนวณได้โดยใช้หลักการของงานเสมือนและ
วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยการจำลองโครงสร้างเปลือกบาง
รูปทรงห้วงอย่างด้วยชิ้นส่วนของคานแบบ 1 มิติ จากนั้น
คำนวณหาค่าการเสียรูปและการเปลี่ยนแปลงแรงดัน
ภายในของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงอย่างสำหรับ
บรรจุของเหลวเมื่อรับแรงดันน้ำสถิตสูงมากได้ทะเล็ก

2. ทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์

2.1 รูปทรงเรขาคณิตของโครงสร้างเปลือกบาง

โครงสร้างเปลือกบางที่นำมาพิจารณาแบ่งออกเป็น 3
สถานะคือที่สถานะเริ่มต้นเป็นสถานะที่โครงสร้างไม่ได้
บรรจุของเหลวและปราศจากค่าความเครียด (Initial
unstrained state, IUS) หลังจากนั้นเมื่อโครงสร้างถูก
บรรจุของเหลวและเกิดแรงดันภายในขึ้นเนื่องจาก
ของเหลวซึ่งมีค่าคงที่ เรียกสถานะดังกล่าวว่าสถานะอ้างอิง
(Reference state, ES1) และสามารถคำนวณหารูปทรง
เรขาคณิตของโครงสร้างได้ ดังแสดงในรูปที่ 1 สำหรับ
สถานะสุดท้ายคือสถานะการเสียรูป (Deformed state,
ES2) ของโครงสร้างเปลือกบางที่บรรจุของเหลวภายใต้
แรงกระทำจากภายนอก ดังนั้นถ้ากำหนดให้ (X, Y, Z)
เป็นระบบพิกัดฉากและ $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย
ที่มีทิศทางตามแนวแกนในระบบพิกัดฉากดังแสดงในรูปที่
1 ซึ่งสามารถนิยามได้จาก



รูปที่ 1 โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วง

$$X(\theta, \phi) = (R + a \cos \theta) \cos \phi \quad (1)$$

$$Y(\theta, \phi) = (R + a \cos \theta) \sin \phi \quad (2)$$

$$Z(\theta, \phi) = a \sin \theta \quad (3)$$

R = ความยาวรัศมีจากแกนหมุนถึงจุดศูนย์กลางของรูป
หน้าตัดทรงห้วง

a = ความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดทรงห้วง

(θ, ϕ) = ค่าพารามิเตอร์ของพื้นผิวซึ่งวัดตามแนวเส้น
พิกัดเมอร์ริเดียนและเส้นพิกัดลองจิจูด ตามลำดับ

สำหรับกรณีที่พื้นผิวสมมาตรตามแนวแกนจะเกิด
การเปลี่ยนแปลงเฉพาะเส้นเมอร์ริเดียนเท่านั้น ถ้า
กำหนดให้ $\bar{r} = \bar{r}(\phi, \theta)$ คือเวกเตอร์ระบุตำแหน่ง
(Position vector) มีค่าดังสมการ

$$\bar{r}(\theta, \phi) = X(\theta, \phi)\hat{i} + Y(\theta, \phi)\hat{j} + Z(\theta, \phi)\hat{k} \quad (4)$$

ซึ่งเป็นเวกเตอร์ระบุตำแหน่งของจุด P บนพื้นผิวอ้างอิง
(Reference surface) ดังแสดงในรูปที่ 1 จากนั้นเมื่อ
โครงสร้างเกิดการเสียรูปจะทำให้พื้นผิวอ้างอิงเคลื่อนที่ไป
ยังพื้นผิวที่ตำแหน่งใหม่เรียกว่าพื้นผิวหลังการเสียรูป
(Deformed surface) ดังนั้นเวกเตอร์ระบุตำแหน่ง \bar{R}
บนพื้นผิวที่เกิดการเสียรูปจะสามารถคำนวณได้จาก
สมการ

$$\bar{R}(\theta, \phi) = \bar{r}(\theta, \phi) + \bar{q}(\theta, \phi) \quad (5)$$

$\bar{q}(\theta, \phi)$ = เวกเตอร์ของค่าการเสียรูป (Displacement
vector) จากพื้นผิวไปยังพื้นผิวที่เกิดการเสียรูปซึ่งสามารถ
แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\bar{q}(\theta, \phi) = \frac{u\bar{r}_\theta(\theta, \phi)}{\sqrt{E}} + w\hat{n}(\theta, \phi) \quad (6)$$

u = ค่าการเสียรูปตามแนวสัมผัสกับเส้นเมอร์ริเดียน

w = ค่าการเสียรูปตามแนวตั้งฉากกับเส้นเมอร์ริเดียน

$\hat{n}(\theta, \phi)$ = เวกเตอร์ในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวอ้างอิงซึ่ง
สามารถนิยามได้ดังสมการดังนี้

$$\hat{n} = \frac{\bar{r}_\phi \times \bar{r}_\theta}{\|\bar{r}_\phi \times \bar{r}_\theta\|} = \frac{rZ_\theta(\cos \phi \hat{i} + \sin \phi \hat{j}) - r r_\theta \hat{k}}{D} \quad (7)$$

$$\text{โดยที่ } D = r\sqrt{r_0^2 + Z_0^2} \quad (8)$$

ในที่นี้ตัวห้อย θ และ ϕ จะแสดงถึงอนุพันธ์ย่อยตามแนวระบบพิกัดของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยาง

จากหลักการเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ จะสามารถนิยามรูปแบบพื้นฐานอันดับหนึ่ง (First fundamental form) ของพื้นผิวอ้างอิงและพื้นผิวหลังการเสียรูปได้ดังสมการ

$$d\bar{r} \cdot d\bar{r} = E d\theta^2 + 2Fd\theta d\phi + Gd\phi^2 \quad (9)$$

$$d\bar{R} \cdot d\bar{R} = E^* d\theta^2 + 2F^* d\theta d\phi + G^* d\phi^2 \quad (10)$$

(E, F, G) = ส่วนประกอบของเมตริกซ์เทนเซอร์ที่สภาวะอ้างอิง จะมีค่าตามสมการต่อไปนี้

$$E = \bar{r}_\theta \cdot \bar{r}_\theta \quad (11a)$$

$$F = \bar{r}_\theta \cdot \bar{r}_\phi \quad (11b)$$

$$G = \bar{r}_\phi \cdot \bar{r}_\phi \quad (11c)$$

(E^*, F^*, G^*) = ส่วนประกอบของเมตริกซ์เทนเซอร์ที่สภาวะหลังการเสียรูป จะมีค่าตามสมการต่อไปนี้

$$E^* = \bar{R}_\theta \cdot \bar{R}_\theta \quad (12a)$$

$$F^* = \bar{R}_\theta \cdot \bar{R}_\phi \quad (12b)$$

$$G^* = \bar{R}_\phi \cdot \bar{R}_\phi \quad (12c)$$

และรูปแบบพื้นฐานอันดับสอง (Second fundamental form) ของพื้นผิวอ้างอิงแสดงส่วนประกอบของเมตริกซ์ความโค้งได้ดังสมการต่อไปนี้

$$e = \bar{r}_{\theta\theta} \cdot \hat{n} \quad (13a)$$

$$f = \bar{r}_{\theta\phi} \cdot \hat{n} \quad (13b)$$

$$g = \bar{r}_{\phi\phi} \cdot \hat{n} \quad (13c)$$

2.2 รูปทรงเรขาคณิตของโครงสร้างเปลือกบาง

ค่าความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและระยะการเสียรูปตามนิยามความเครียดแบบโททอลลากรองจ์ (Total Lagrangian strains) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\varepsilon^L = \varepsilon_0 \frac{ds^2}{ds_0^2} + \varepsilon \frac{ds^2}{ds_0^2} \quad (14)$$

ε_0 = ค่าความเครียดเริ่มต้นแบบออยเลอร์ (Initial Eulerian strains)

ε = ค่าความเครียดที่เพิ่มขึ้น (Added strains)

ซึ่งค่าความเครียดแบบโททอลลากรองจ์ในสมการที่ (14) จะสามารถเขียนได้ในรูปแบบเมตริกซ์ดังนี้

$$\{\varepsilon^L\} = [T] (\{\varepsilon_0\} + \{\varepsilon\}) \quad (15)$$

$[T]$ = เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างชิ้นส่วนกับวัสดุ ซึ่งสามารถจะเขียนความสัมพันธ์ได้ตามสมการดังนี้

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-2\varepsilon_{0\theta}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-2\varepsilon_{0\phi}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

2.3 พลังงานความเครียดของโครงสร้างเปลือกบาง

พลังงานความเครียดของโครงสร้างเปลือกบาง (Strain energy of a shell) ที่มีคุณสมบัติยืดหยุ่นแบบเชิงเส้นทั่วไปมีค่าตามสมการนี้

$$U = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1}{2} (\{\varepsilon_0\}^T + \{\varepsilon\}^T) [C] (\{\varepsilon_0\} + \{\varepsilon\}) d\theta \quad (17)$$

$$\text{โดยที่ } [C] = 2\pi [T]^T [C'] [T] h D_0 \quad (18)$$

$$\text{และ } D_0 = D\sqrt{(1-2\varepsilon_{0\theta})(1-2\varepsilon_{0\phi})} \quad (19)$$

h = ความหนาของโครงสร้างเปลือกบาง

$[C']$ = เมตริกซ์สมบัติของวัสดุโครงสร้างซึ่งสามารถนิยามได้ตามสมการนี้

$$[C'] = \frac{E'}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

E' = โมดูลัสยืดหยุ่น

μ = อัตราส่วนปัวส์ซอง

ดังนั้นการแปรผันของพลังงานความเครียดของโครงสร้างเปลือกบางคำนวณได้จากสมการดังนี้

$$\delta U = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \delta \{g\}^T (\{\tilde{c}\} + [\tilde{k}]\{g\}) d\theta \quad (21)$$

$$\text{โดยที่ } \{\tilde{\epsilon}\} = [\{L_1\} \{L_2\}] [C] \{\epsilon_0\} \quad (22)$$

$$[\tilde{k}] = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 C_{ij} (\{L_i\} \{L_j\}^T) \quad (23)$$

2.4 พลังงานความเครียดของโครงสร้างเปลือกบาง
ค่าพลังงานความเครียดของของเหลวที่บรรจุ (Strain energy due to contained fluid) สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\Gamma = \frac{1}{2} k_0 \left[\frac{\Delta V_{ow} + \Delta V}{V_{ow}} \right]^2 V_{ow} \quad (24)$$

k_0 = โมดูลัสเชิงปริมาตรของของเหลว

V_{ow} = ปริมาตรของของเหลวที่สถานะเริ่มต้นปราศจากค่าความเครียด

ΔV_{ow} = การเปลี่ยนแปลงปริมาตรของของเหลวภายในที่บรรจุจากสถานะเริ่มต้นไปยังสถานะอ้างอิง

ΔV = การเปลี่ยนแปลงปริมาตรของของเหลวภายในที่บรรจุจากสถานะอ้างอิงไปยังสถานะการเสีรูป ซึ่งมีค่าตามสมการนี้

$$\Delta V = \frac{2\pi}{3} \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\bar{R}_\theta \times \bar{R}_\phi \cdot \bar{R} - \bar{r}_\theta \times \bar{r}_\phi \cdot \bar{r}) d\theta \quad (25)$$

ดังนั้นค่าการแปรผันของการเปลี่ยนแปลงปริมาตรภายในของโครงสร้างเปลือกบางกับปริมาตรของเหลวภายในที่บรรจุจะคำนวณได้จากสมการ

$$\delta(\Delta V) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \delta\{g\}^T \{\tilde{v}\} d\theta \quad (26)$$

$$\text{โดยที่ } \{\tilde{v}\} = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4] \quad (27)$$

$$\text{และ } v_1 = \frac{d(G^{1/2})}{d\theta} (\bar{r} \cdot \hat{n}) - \frac{e\sqrt{G}}{E} (\bar{r} \cdot \bar{r}_\theta) \quad (28a)$$

$$v_2 = \sqrt{EG} - \left[g \left(\frac{E}{G} \right)^{1/2} + e \left(\frac{G}{E} \right)^{1/2} \right] (\bar{r} \cdot \hat{n}) \quad (28b)$$

$$v_3 = \sqrt{G} (\bar{r} \cdot \hat{n}) \quad (28c)$$

$$v_4 = - \left(\frac{G}{E} \right)^{1/2} (\bar{r} \cdot \bar{r}_\theta) \quad (28d)$$

กำหนดให้ค่าแรงดันภายในที่สภาวะอ้างอิงมีค่าเป็น

$$p_0 = -k_0 \left(\frac{\Delta V_{ow}}{V_{ow}} \right) \quad (29)$$

ดังนั้นค่าการแปรผันของพลังงานความเครียดของของเหลวที่บรรจุมีค่าตามดังนี้

$$\delta\Gamma = -(p_0 + \lambda) \delta(\Delta V) \quad (30)$$

λ = ค่าการปรับเปลี่ยนแรงดันภายในจากสภาวะอ้างอิงไปยังสถานะการเสีรูป ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\lambda = -k_0 \left(\frac{\Delta V}{V_{ow}} \right) \quad (31)$$

จากความสัมพันธ์ของค่า p_0 และ λ จะได้เงื่อนไขการจำกัดการเปลี่ยนแปลงปริมาตรดังสมการต่อไปนี้

$$\Delta V + \frac{V}{k_0 - p_0} \lambda = 0 \quad (32)$$

V = ปริมาตรของของเหลวที่สภาวะอ้างอิง โดยที่สมการดังกล่าวข้างต้นจะใช้สำหรับการพิจารณาให้ของเหลวที่ถูกบรรจุอยู่ในโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางปราศจากการเปลี่ยนแปลงปริมาตรภายใต้แรงกระทำจากภายนอก โดยที่ตัวคูณลากรองจ์ (Lagrange multiplier) คือค่าปรับเปลี่ยนความดันภายในเพื่อให้โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางอยู่ในสภาวะสมดุลภายใต้เงื่อนไขการจำกัดการเปลี่ยนแปลงปริมาตร

2.5 งานเสมือนเนื่องจากแรงดันน้ำสถิต

ค่าแรงดันน้ำสถิตแบบเป็นเชิงเส้น (Linearly hydrostatic pressure) ที่กระทำในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวของโครงสร้างเปลือกบางสามารถคำนวณได้ดังสมการ

$$p_w = \rho_w g' Z_w \quad (33)$$

ρ_w = ค่าความหนาแน่นของน้ำทะเล

g' = ค่าแรงโน้มถ่วงของโลก

Z_w = ระยะในแนวตั้งวัดจากระดับผิวน้ำทะเล

ดังนั้นงานเสมือนเนื่องจากแรงดันน้ำสถิตแบบเชิงเส้น (Virtual work done by linearly hydrostatic pressure) สามารถคำนวณได้จากสมการดังนี้

$$\delta \Omega = 2\pi \int_0^{\theta_2} p_w \{\delta w\} D d\theta \quad (34)$$

2.6 ผลรวมของงานเสมือนและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ผลรวมของงานเสมือนของโครงสร้างเปลือกบางสำหรับบรรจุของเหลวติดตั้งในทะเลลึกดังแสดงในรูปที่ 2 แสดงได้ดังนี้

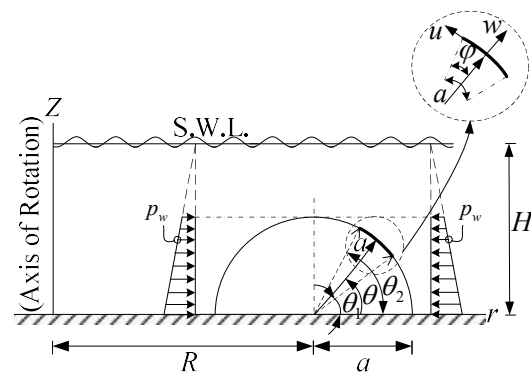
$$\delta U + \delta \Gamma + \delta \Omega = 0 \quad (35)$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (21), (30) และ (34) ลงในสมการที่ (35) จะพบว่าสมการดังกล่าวเป็นสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear differential equation) ในเทอมของค่าการเสี้ยวรูป $u(\theta)$ และ $w(\theta)$ จำนวนสองสมการถูกเขียนอยู่ในรูปของสมการออยเลอร์ (Euler's equation) ซึ่งมีความยุ่งยากซับซ้อนในการคำนวณหาค่าผลเฉลยแม่นยำ และเนื่องจากเป็นปัญหาของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงท่งวงที่มีความสมมาตรตามแนวแกน ซึ่งค่าแรงดันน้ำสถิตแบบเป็นเชิงเส้นจะส่งผลให้พื้นผิวของโครงสร้างเกิดการเปลี่ยนแปลงเฉพาะเส้นเมอร์ริเดียนเท่านั้น

ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการหาผลลัพธ์เชิงตัวเลข โดยการจำลองโครงสร้างเปลือกบางไร้แรงดัดด้วยชิ้นส่วนของคานแบบ 1 มิติ และแบ่งเป็นชิ้นส่วนของโครงสร้างเปลือกบางออกเป็นชิ้นส่วนย่อยๆ ตามแนวพิกัด θ การประมาณค่าการเสี้ยวรูปในแนวสัมผัส u และแนวตั้งฉาก w สามารถทำได้โดยใช้ฟังก์ชันโพลิโนเมียลอันดับที่สาม (Cubic polynomial) ดังสมการ

$$\{g\} = [\psi] \{d\} \quad (36)$$

$\{g\}$ = เวกเตอร์การเคลื่อนที่ที่จุดต่อ
 $\{d\}$ = เวกเตอร์ของดิกกรีอิสระที่จุดต่อ
 $[\psi]$ = เมตริกซ์ฟังก์ชันรูปร่างโพลิโนเมียลอันดับที่สาม ซึ่งจะมีค่าดังสมการต่อไปนี้



รูปที่ 2 โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงท่งวงติดตั้งในทะเลลึก

$$[\psi] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & | & 0 & 0 \\ N_{1,\varphi} & 0 & N_{2,\varphi} & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,\varphi} & 0 & N_{2,\varphi} & | & 0 & 0 \\ | & N_3 & 0 & N_4 & 0 & | & 0 \\ | & 0 & N_3 & 0 & N_4 & | & 0 \\ | & N_{3,\varphi} & 0 & N_{4,\varphi} & 0 & | & 0 \\ | & 0 & N_{3,\varphi} & 0 & N_{4,\varphi} & | & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\text{โดยที่ } N_1 = 1 - 3\frac{\varphi^2}{\alpha^2} + 2\frac{\varphi^3}{\alpha^3} \quad (38a)$$

$$N_2 = \varphi - 2\frac{\varphi^2}{\alpha} + \frac{\varphi^3}{\alpha^2} \quad (38b)$$

$$N_3 = 3\frac{\varphi^2}{\alpha^2} - 2\frac{\varphi^3}{\alpha^3} \quad (38c)$$

$$N_4 = -\frac{\varphi^2}{\alpha} + \frac{\varphi^3}{\alpha^2} \quad (38d)$$

$$\text{และ } N_{1,\varphi} = \frac{6}{\alpha} \left(-\frac{\varphi}{\alpha} + \frac{\varphi^2}{\alpha^2} \right) \quad (39a)$$

$$N_{2,\varphi} = 1 - 4\frac{\varphi}{\alpha} + 3\frac{\varphi^2}{\alpha^2} \quad (39b)$$

$$N_{3,\varphi} = \frac{6}{\alpha} \left(\frac{\varphi}{\alpha} - \frac{\varphi^2}{\alpha^2} \right) \quad (39c)$$

$$N_{4,\varphi} = -2\frac{\varphi}{\alpha} + 3\frac{\varphi^2}{\alpha^2} \quad (39d)$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่าสมการที่ (36) ลงในสมการที่ (35) จะได้

$$\int_0^{\theta_2} [\psi]^T (\{\tilde{c}\} - (p_0 + \lambda)\{\tilde{v}\}) d\theta$$

$$+\int_{a_1}^{a_2} [\psi]^T [\tilde{k}] [\psi] d\theta \{d\} + \{f\} = 0 \quad (40)$$

$$\text{โดยที่ } \{f\} = \{\delta w\}^T \int_{a_1}^{a_2} p_w \{\psi\} D d\theta \quad (41)$$

เนื่องจากดิสกรีอิสรระเฉพาะที่ $\{d\}$ จะเหมือนกับดิสกรีอิสรระรวม $\{Q\}$ ดังนั้นผลรวมของงานเสมือนสามารถรวมได้โดยตรงโดยใช้สมการที่ (40) ดังนี้

$$\{C\} - (p_0 + \lambda)\{V\} + [K]\{Q\} + \{F\} = \{0\} \quad (42)$$

จากสมการที่ (32) สมการเงื่อนไขการจำกัดการเปลี่ยนแปลงปริมาตรสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\{Q\}^T \{V\} + \frac{V}{k_0 - p_0} \lambda = 0 \quad (43)$$

สมการที่ (42) และ (43) ถูกเขียนรวมในรูปเมตริกซ์สมมาตรดังนี้

$$\begin{bmatrix} [K] & | & -\{V\} \\ \hline -\{V\}^T & | & -V/(k_0 - p_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Q\} \\ - \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ - \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (44)$$

สำหรับเงื่อนไขที่บริเวณฐานรองรับพิจารณาดังนี้

$$u = w_o = 0 \quad (45)$$

3. ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางดังแสดงในรูปที่ 2 ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ถูกพัฒนาเขียนด้วยโปรแกรม MATLAB R2015b จำเป็นต้องทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยที่คุณสมบัติของโครงสร้างเปลือกบางสำหรับการคำนวณในครั้งนี้จะใช้ตามตารางที่ 1 โดยเริ่มจากการทดสอบการลู่เข้าของค่าการเสียรูปในแนวรัศมีและที่ตำแหน่งบนสุดของโครงสร้างซึ่งจะทำให้ได้จำนวนชิ้นส่วนย่อยที่มีความเหมาะสมดังแสดงในตารางที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบที่มีความถูกต้องสูงสุด ซึ่งจะพบว่าถ้าใช้จำนวนชิ้นส่วนย่อยระหว่าง 24 กับ 28 ชิ้นส่วนจะให้ค่าความแตกต่างของการเสียรูปตำแหน่งบนสุดของโครงสร้างน้อยกว่าร้อยละ 0.02 และค่าการเสียรูปในแนวรัศมีที่ตำแหน่งอิกเวเตอร์ด้านในและด้านนอกไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นงานวิจัยนี้เลือกใช้แบบจำลองที่มีจำนวนชิ้นส่วนย่อยเท่ากับ 24 ชิ้น เพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่มีความถูกต้องสำหรับการวิเคราะห์ในลำดับต่อไป

ตารางที่ 1 ข้อมูลและคุณสมบัติที่ใช้ในการวิเคราะห์

รายการ	สัญลักษณ์	ปริมาณ
ความยาวรัศมีจากแกนหมุนถึงจุดศูนย์กลางของรูปหน้าตัดทรงห้วงยาง (เมตร)	R	6
ความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดทรงห้วงยาง (เมตร)	a	4
ความหนาของโครงสร้างเปลือกบาง (เมตร)	h	0.075
โมดูลัสยืดหยุ่น (นิวตัน/ตร.ม.)	E'	2×10^{11}
อัตราส่วนปัวส์ซอง	μ	0.3
ความลึกของระดับน้ำทะเล (เมตร)	H	200
ความหนาแน่นของน้ำทะเล (กก./ลบ.ม.)	ρ_w	1,025
โมดูลัสเชิงปริมาตรของของเหลว (นิวตัน/ตร.ม.)	k_0	1.45×10^9
แรงดันภายในเริ่มต้น (นิวตัน/ตร.ม.)	p_0	5×10^6

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบการลู่เข้าของค่าการเสีรูรูปในแนวรัศมีและที่ตำแหน่งบนสุดของโครงสร้าง

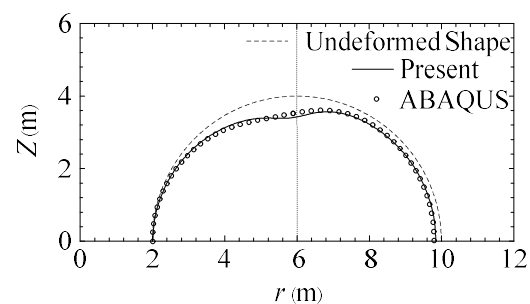
จำนวนชิ้นส่วนย่อย	$\Delta r_{inrados}$ (เมตร)	$\Delta r_{extrados}$ (เมตร)	u_{crest} (เมตร)	w_{crest} (เมตร)
8	-0.00006038	-0.00076756	-0.00044449	-0.00270412
12	-0.00006012	-0.00076781	-0.00044021	-0.00276814
16	-0.00006011	-0.00076781	-0.00044024	-0.00278385
20	-0.00006011	-0.00076782	-0.00044033	-0.00278779
24	-0.00006011	-0.00076782	-0.00044037	-0.00278901
28	-0.00006011	-0.00076782	-0.00044038	-0.00278948

จากนั้นทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมพบว่าค่าที่ได้จากงานวิจัยนี้ให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับผลการคำนวณโดยใช้ชิ้นส่วนโครงสร้างเปลือกบางที่มีรวมผลของแรงดัด (Shell elements) ด้วยโปรแกรม ABAQUS ดังแสดงในรูปที่ 3 และจากตารางที่ 3 จะพบว่าผลที่ได้จากโปรแกรม ABAQUS จะให้คำตอบของค่าระยะการเสีรูรูปที่สูงกว่างานวิจัยนี้ ยกเว้นค่าการเสีรูรูปในแนวเส้นตั้งฉากเท่านั้นที่ให้ผลตรงข้าม สำหรับการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม ABAQUS การเลือกใช้ชิ้นส่วนของโครงสร้างเปลือกบางที่รวมผลของแรงดัดในการคำนวณจะให้คำตอบที่ค่อนข้างไม่เหมาะสมกับปัญหาของโครงสร้างเปลือกบางที่มีความหนาแน่นมาก ในขณะที่การเลือกใช้ชิ้นส่วนของโครงสร้างเปลือกบางที่ไม่รวมผลของแรงดัด (Membrane elements) จากโปรแกรม ABAQUS ก็ให้คำตอบที่มีความผิดพลาด ดังนั้นการเลือกใช้ทฤษฎีเมมเบรนสำหรับงานวิจัยนี้ในการวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางที่มีความหนาแน่นมากจึงให้คำตอบที่ได้มีความเหมาะสมกับลักษณะปัญหาของโครงสร้างดังกล่าว

การศึกษาผลตอบสนองทางสถิตศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางและค่าการเปลี่ยนแปลงแรงดันภายในภายใต้การแปรเปลี่ยนค่าความความลึกของระดับน้ำทะเล ความหนาของโครงสร้างและความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดทรงห้วงยางจะสามารถทำได้โดยการแปรเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 1 ซึ่งจะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบการเสีรูรูปของโครงสร้าง

ตำแหน่ง	งานวิจัยนี้ ($\times 10^{-3}$ เมตร)	ABAQUS ($\times 10^{-3}$ เมตร)	ความ แตกต่าง (ร้อยละ)
$\Delta r_{inrados}$	-0.06011	-0.06587	-8.74
$\Delta r_{extrados}$	-0.76782	-0.93653	-18.01
u_{crest}	-0.44037	-0.46096	-4.47
w_{crest}	-2.78901	-2.46780	13.02

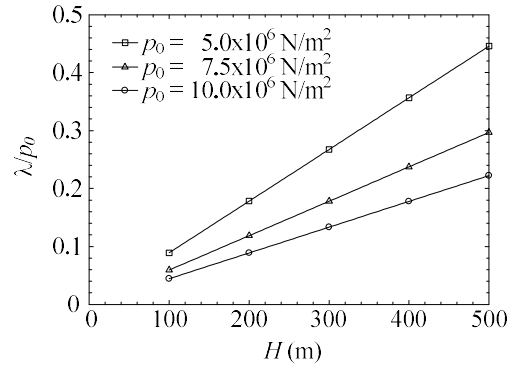


รูปที่ 3 การเสีรูรูปของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางสำหรับบรรจุของเหลวภายใต้แรงดันน้ำสถิต

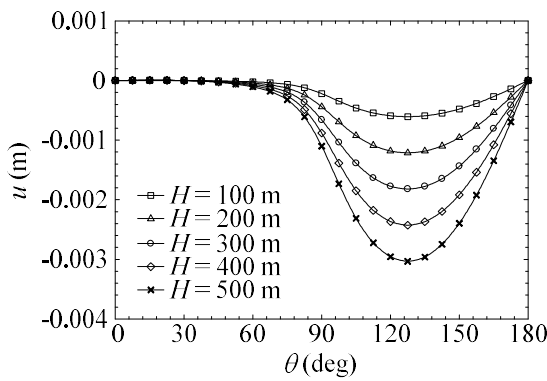
3.1 ผลของความลึกของระดับน้ำทะเลที่มีต่อโครงสร้างเปลือกบาง

การศึกษาผลของแรงดันน้ำสถิตแบบเชิงเส้นที่มีต่อโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางโดยการแปรเปลี่ยนค่าความลึกของระดับน้ำทะเลตั้งแต่ 100 ถึง 500 เมตร ดังแสดงในรูปที่ 4 จะพบว่าค่าการเสีรูรูปในแนวเส้นสัมผัสและตั้งฉากของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางมีค่าเพิ่มสูงขึ้นเมื่อระดับน้ำทะเลมีค่าเพิ่มสูงขึ้น โดยที่ค่า

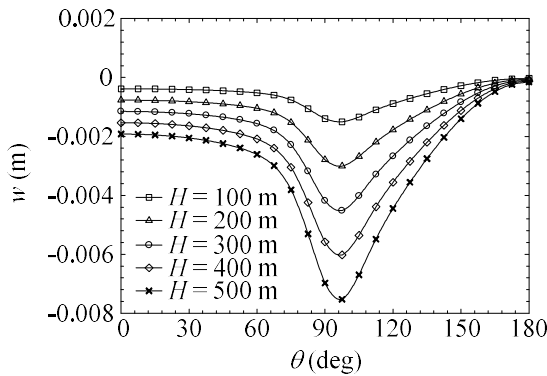
ระยะการเสีรูปสูงสุดบนแนวเส้นตั้งฉากเกิดขึ้นที่ตำแหน่งบนสุดของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยาง (Toroid crest) สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 กับค่าความลึกของระดับน้ำทะเลจะมีสัดส่วนต่อกันเป็นแบบเชิงเส้น ดังแสดงในรูปที่ 5 และที่ระดับความลึกของน้ำทะเลสูงสุดจะมีค่าการเปลี่ยนแปลงแรงดันภายในเกิดขึ้นสูงสุด นอกจากนี้ผลการศึกษายังพบว่าเมื่อค่าแรงดันภายในเริ่มต้นมีค่าสูงส่งผลให้อัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 มีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่มีค่าแรงดันภายในเริ่มต้นมีค่าต่ำกว่า



รูปที่ 5 ผลของการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำทะเลที่มีต่ออัตราส่วน λ/p_0



(a) การเสีรูปในแนวเส้นสัมผัส



(b) การเสีรูปในแนวเส้นตั้งฉาก

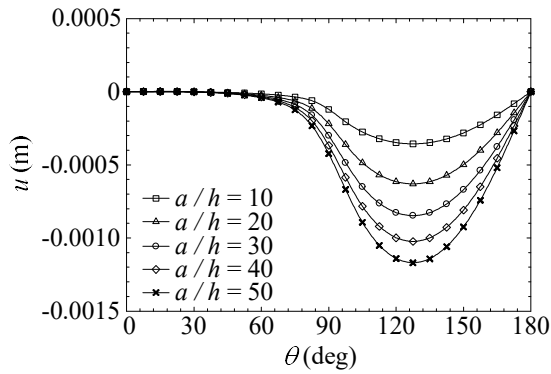
รูปที่ 4 ผลของการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำทะเลที่มีต่อการเสีรูปของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยาง

3.2 ผลของความหนาที่มีต่อโครงสร้างเปลือกบาง

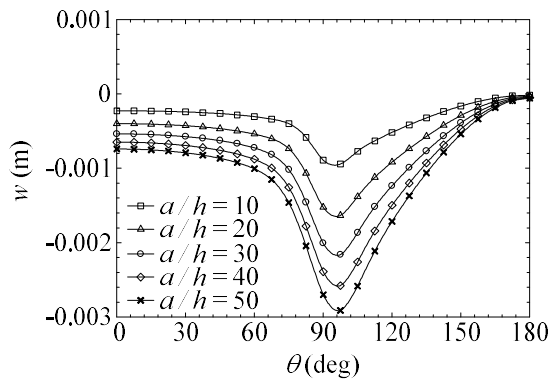
สำหรับการศึกษาผลของความหนาที่มีต่อโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางจะทำได้โดยการแปรเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดทรงห้วงยางต่อความหนาของโครงสร้างเปลือกบางตั้งแต่ 10 ถึง 50 โดยที่ค่าความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดทรงห้วงยางไม่มีการเปลี่ยนแปลง จากผลการวิเคราะห์จะพบว่าระยะการเสีรูปของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วน a/h มีค่าสูงขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 6 และค่าระยะการเสีรูปสูงสุดในแนวเส้นตั้งฉากเกิดขึ้นที่ตำแหน่งบนสุดของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยาง เช่นเดียวกับรูปที่ 4 และความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 กับค่าความอัตราส่วนความหนาต่อความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดทรงห้วงยางแสดงในรูปที่ 7

รูปที่ 7 จะแสดงให้เห็นว่าเมื่อความหนาของโครงสร้างมีค่าน้อยจะเกิดค่าการเปลี่ยนแปลงแรงดันภายในมากขึ้น และยังพบว่าเมื่อค่าแรงดันภายในเริ่มต้นมีค่าสูงส่งผลให้อัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 มีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่มีค่าแรงดันภายในเริ่มต้นมีค่าต่ำกว่า เช่นเดียวกับผลการวิเคราะห์ในรูปที่ 5 สำหรับการศึกษาค่าการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงระดับความลึกของน้ำทะเล แต่ค่าความชันของเส้นกราฟอัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 จะมีค่าลดลงเมื่อค่าอัตราส่วน a/h มีค่าสูงขึ้น และจะมีค่าเพิ่มสูงขึ้นเมื่อค่า

อัตราส่วน a/h มีค่าลดลง โดยที่ผลการวิเคราะห์จะมีลักษณะเป็นกราฟรูปโค้งคว่ำ

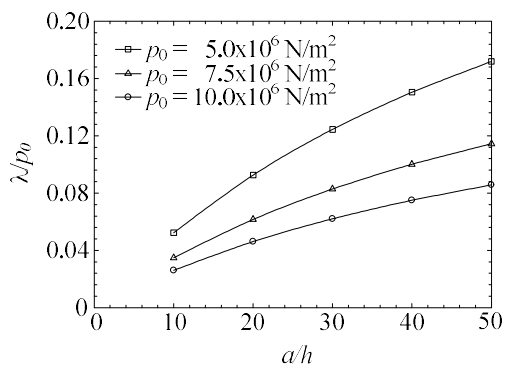


(a) การเสียรูปในแนวเส้นสัมผัส



(b) การเสียรูปในแนวเส้นตั้งฉาก

รูปที่ 6 ผลของการเปลี่ยนแปลงความหนาที่มีต่อการเสียรูปของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยาง

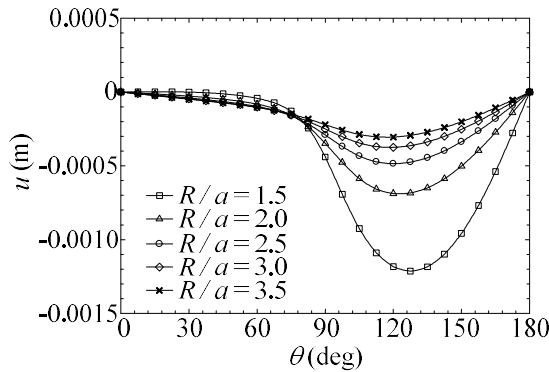


รูปที่ 7 ผลของการเปลี่ยนแปลงความหนาที่มีต่ออัตราส่วน λ/p_0

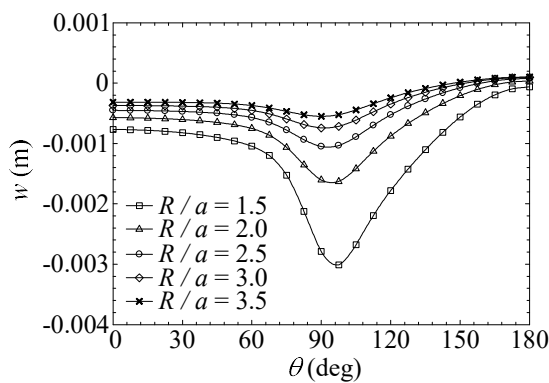
3.3 ผลของความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดที่มีต่อโครงสร้างเปลือกบาง

ค่าพารามิเตอร์สุดท้ายที่จะทำการศึกษาผลตอบสนองทางสถิตศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางและค่าการเปลี่ยนแปลงแรงดันภายในโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยาง จะเป็นพารามิเตอร์ที่มีความสำคัญสำหรับโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางโดยเฉพาะนั้นคือการศึกษาค่าผลของอัตราส่วนความยาวรัศมีจากแกนหมุนถึงจุดศูนย์กลางของรูปหน้าตัดทรงห้วงยางต่อความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดที่มีต่อโครงสร้างเปลือกบาง (R/a ratio) โดยการแปรเปลี่ยนค่าอัตราส่วน R/a ตั้งแต่ 1.0 ถึง 3.5 โดยที่ R จะมีค่าคงที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังแสดงในรูปที่ 8 และ 9 สำหรับการเสียรูปและอัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 ตามลำดับ

จากผลการศึกษาจะพบว่าค่าการเสียรูปในแนวเส้นสัมผัสและตั้งฉากของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงยางมีค่าลดลงเมื่อค่าอัตราส่วน R/a มีค่าเพิ่มสูงขึ้นเนื่องจากโครงสร้างจะมีค่าความแข็งแกร่ง (Rigidity) เพิ่มขึ้นนั่นเอง เพราะค่าความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดมีค่าลดลงในขณะที่ความหนาของโครงสร้างยังมีค่าเท่าเดิม นอกจากนี้ยังพบว่าจุดตัดกัน (Intersection point) สำหรับค่าการเสียรูปในแนวเส้นสัมผัสจะอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกันไม่ขึ้นอยู่กับการแปรเปลี่ยนค่าอัตราส่วน R/a ดังแสดงในรูปที่ 8a สำหรับรูปที่ 9 จะแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 กับอัตราส่วน R/a มีผลการวิเคราะห์เป็นลักษณะกราฟรูปโค้งหงายซึ่งจะให้ผลตรงกันข้ามกับการศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงค่าความหนาของโครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 7 และที่อัตราส่วน R/a มีค่าสูงสุดมีค่าการเปลี่ยนแปลงแรงดันภายในเกิดขึ้นต่ำสุด นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อค่าแรงดันภายในเริ่มต้นมีค่าสูงส่งผลให้อัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 มีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่มีค่าแรงดันภายในเริ่มต้นมีค่าต่ำกว่า

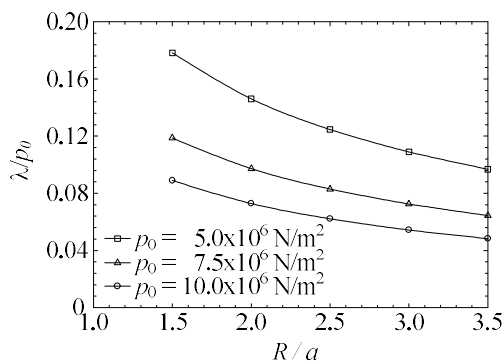


(a) การเสียรูปในแนวเส้นสัมผัส



(b) การเสียรูปในแนวเส้นตั้งฉาก

รูปที่ 8 ผลของการเปลี่ยนแปลงความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดที่มีต่อการเสียรูปของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วง



รูปที่ 9 ผลของการเปลี่ยนแปลงความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดที่มีต่ออัตราส่วน λ/p_0

4. สรุป

งานวิจัยนี้นำเสนอผลตอบสนองทางสถิตศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงวางติดตั้งในทะเลลึกภายใต้เงื่อนไขการจำกัดการเปลี่ยนแปลงปริมาตร ซึ่ง

ปัญหาสามารถเขียนได้ในรูปแบบการแปรผัน และใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณหาค่าตอบเชิงตัวเลข จากผลการศึกษาจะพบว่าค่าการแปรเปลี่ยนค่าความความลึกของระดับน้ำทะเล ความหนาของโครงสร้างและความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดตรงห้วงจะส่งผลโดยตรงต่อการตอบสนองทางสถิตศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกบางและค่าการเปลี่ยนแปลงแรงดันภายใน นอกจากนี้ยังพบว่า การแปรเปลี่ยนค่าความความลึกของระดับน้ำทะเลจะมีค่าเป็นสัดส่วนโดยตรงกับอัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 ในขณะที่การแปรเปลี่ยนค่าความหนาของโครงสร้างกับความยาวรัศมีของรูปหน้าตัดจะส่งผลทำให้ค่าอัตราส่วนแรงดันภายใน λ/p_0 มีลักษณะความสัมพันธ์เป็นเส้นโค้งคว่ำและโค้งหงายตามลำดับ นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์ยังแสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขการจำกัดการเปลี่ยนแปลงปริมาตร จะทำให้เกิดการปรับเปลี่ยนความดันภายในเพื่อให้โครงสร้างเปลือกบางรูปทรงห้วงอยู่ในสภาวะสมดุล ส่งผลทำให้โครงสร้างดังกล่าวสามารถรับแรงกระทำจากภายนอกได้สูงขึ้นกว่าโครงสร้างเปลือกบางโดยทั่วไปที่ไม่ได้บรรจุของเหลว ดังนั้นโครงสร้างประเภทนี้จึงเป็นที่นิยมอย่างมากทั้งในด้านอุตสาหกรรมปิโตรเคมีและวิศวกรรมหลากหลายแขนง รวมถึงนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาทางด้านกลศาสตร์ชีวภาพได้อีกด้วย

5. กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยลำดับที่ 1 ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสานที่ได้สนับสนุนการวิจัยในครั้งนี้ และผู้วิจัยลำดับที่ 2 ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์ วิทยาเขตวังไกลกังวล ที่ได้รับสนับสนุนการวิจัยในครั้งนี้

6. เอกสารอ้างอิง

[1] S. K. Naboulsi, A. N. Palazotto, and J. M. Greer Jr. , “ Static- dynamic analyses of toroidal shells,” ASCE Journal of Aerospace Engineering, vol. 13, pp. 110–121, 2000.

- [2] B. Sun, “ Closed- form solution of axisymmetric slender elastic toroidal shells,” ASCE Journal of Engineering Mechanics, vol. 136, pp. 1281–1288, 2010.
- [3] R. A. Clark, “ On the theory of thin elastic toroidal shells,” Journal of Mathematics and Physics, vol. 29, pp. 146–178, 1950.
- [4] J. L. Sanders Jr and A. Liepins, “ Toroidal membrane under internal pressure,” AIAA Journal, vol. 1, pp. 2105–2110, 1963.
- [5] A. Zingoni, “ Liquid-containment shells of revolution: A review of recent studies on strength, stability and dynamics,” Thin-Walled Structures, vol. 87, pp. 102–114, 2015.
- [6] E. L. Wilson, T. M. Hsueh, and L. R. Jones, “ Nonlinear analysis of deep ocean structures,” in Proceedings of the 1971 Symposium of the International Association for Shell Structures Pacific Symposium Part , The University Press of Hawaii, Honolulu, 1971, pp. 457–474.
- [7] W. Jiammeepreecha, S. Chucheepsakul, and T. Huang, “ Nonlinear static analysis of an axisymmetric shell storage container in spherical polar coordinates with constraint volume,” Engineering Structures, vol. 68, pp. 111–120, 2014.
- [8] W. Jiammeepreecha, S. Chucheepsakul, and T. Huang, “ Parametric study of an equatorially anchored deepwater fluid-filled periodic symmetric shell with constraint volume,” ASCE Journal of Engineering Mechanics, vol. 141, pp. 04015019–1–13, 2015.
- [9] Langhaar, H. L., “ Foundations of Practical Shell Analysis,” Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois, U.S.A., 1964.